

## SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL PROCESO INDUSTRIAL DE CONGELACIÓN DE CANGREJOS PATAGÓNICOS

**María V. Santos<sup>a,c</sup>, Jimena B. Dima<sup>b</sup>, Pedro J. Baron<sup>b</sup>, Alicia N. Califano<sup>a</sup> y Noemi E. Zaritzky<sup>a,c</sup>**

<sup>a</sup>*Centro de Investigación y Desarrollo en Criotecnología de Alimentos-Facultad de Ciencias Exactas, UNLP, CONICET, 116 y 47, La Plata (CP 1900). <http://www.cidca.org.ar/>*

<sup>b</sup>*Centro Nacional Patagónico (CONICET-CENPAT)-Blvd Brown 2825 Puerto Madryn-Chubut. <http://www.cenpat.edu.ar/>*

<sup>c</sup>*Facultad de Ingeniería, UNLP, 1 y 47, La Plata. <http://www.ing.unlp.edu.ar/>*

**Palabras Claves:** Congelación, Simulación Numérica, Resistencias en Serie, Cangrejos

**Abstract.** La industria procesadora de carnes proveniente de cangrejos constituye una actividad incipiente en nuestro país. Una de las principales maneras en que pueden ser comercializados es como productos congelados. Por esta razón es importante conocer los tiempos de proceso, en particular se estudió la congelación de sistemas complejos tales como pulpa de cangrejo cocida envasada en películas plásticas al vacío y pinzas de cangrejo cocida que incluyen la lámina calcárea. Estos productos además de su geometría irregular presentan composición heterogénea multicapa (constituida por diversos materiales en serie). Para el estudio se tuvieron en cuenta las propiedades termofísicas del alimento, los coeficientes de transferencia de calor, la geometría del producto, temperatura del fluido externo, velocidades del aire. La simulación numérica del proceso de congelación permite estudiar el efecto de los parámetros como la temperatura y velocidad del aire refrigerante, la geometría del producto y su temperatura inicial. Asimismo, la geometría es importante cuando se requieren determinar los tiempos de congelación de manera precisa siendo el método de los elementos finitos la técnica numérica más útil para simular geometrías irregulares. Los objetivos del trabajo son: 1) determinar tiempos de congelación de pulpa y pinzas de cangrejo cocidas mediante la simulación numérica con elementos finitos y 2) validar los modelos con experimentos de congelación en túnel a escala industrial. Se congelaron muestras de los productos en túnel registrando las historias térmicas tanto en el producto como en el aire refrigerante. El contorno irregular del objeto se obtuvo mediante imágenes digitales. Se simuló numéricamente la temperatura en función del tiempo en todo el producto, especialmente en el punto más caliente. Se consideró el proceso de transferencia de energía conductivo en el producto y los coeficientes de transferencia de calor adecuados según la interfase considerada (contacto producto-placa metálica e interfase producto-aire). Las predicciones concordaron satisfactoriamente con resultados experimentales permitiendo determinar adecuadamente los tiempos de congelación. A partir de los resultados obtenidos se cuentan con las herramientas necesarias para aplicar la tecnología de congelación a productos que no han tenido aún desarrollo en nuestro país.

## 1 INTRODUCCIÓN

La industria procesadora de carnes proveniente de cangrejos constituye una actividad incipiente en nuestro país. Las especies de cangrejos *Ovalipes trimaculatus* y *Platyxanthus patagonicus* son reconocidas como recursos de valor pesquero, cuya comercialización puede generar productos de alto valor agregado. Una de las principales maneras en que pueden ser comercializados es como productos congelados con aplicación previa de un tratamiento térmico (Codex Alimentario, 1983). Entre los productos congelados tradicionales que se están exportando a partir de estos crustáceos, se encuentran: Entero IQF, Pinzas IQF, Patas IQF (cluster), bajo la forma de “Salad meat” en bloque sellado al vacío y empacado en cajas individuales de varios formatos: 250 g, 1 kilo y 2 kilos y medio, entre otros productos (Edwards y Early, 1976, Gates y col., 1993). No todos los cangrejos se congelan de igual manera, ya que de cada uno se obtienen diferentes resultados, un ejemplo de ello es la Centolla (*Lithothes santolla*) que es el más grande de los cangrejos comerciales y el más adecuado para la congelación en relación a otras especies de cangrejos (Codex Alimentario, 1983). El cangrejo Dungenes (*Cancer magister*) es un crustáceo de gran porte y se congela como cangrejo cocido entero y eviscerado, por lo general a  $-23\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Este método es comparable con el empleado para la congelación del cangrejo Jonah (*Cancer boreales*) en el norte de California (Rebach y col., 1990). Por otro lado, dentro del grupo de los portúnidos, los cangrejos azules son pequeños y no son buenos para ser almacenados congelados como el cangrejo entero, por lo que la carne se extrae del caparazón y luego se envasa, pasteuriza y congela (Codex Alimentario, 1983).

La temperatura de congelación también es relevante. Para un aprovechamiento óptimo de la carne del cangrejo dorado (*Chaceon chilensis*) la bibliografía indica que se debe aplicar un proceso de congelación donde la pieza alcance una temperatura de  $-20^{\circ}\text{C}$  y posterior mantenimiento en cámara a dicha temperatura (Cifuentes y Quiñanao, 2000). Es de interés por parte del sector contar con información adecuada para el diseño y adquisición de los equipos de congelación necesarios para esta actividad. Por esta razón es importante conocer los tiempos de congelación de los productos teniendo en cuenta sus características particulares.

Para estimar los requerimientos energéticos y diseñar adecuadamente los equipos de congelación es necesario predecir los tiempos de proceso de manera precisa. La simulación numérica del proceso de transferencia de energía permite calcular la distribución tiempo-temperatura en todo el dominio del alimento variando distintos parámetros como son la temperatura del aire refrigerante, coeficientes de transferencia de calor, entre otros. Esta información es fundamental cuando es necesario adquirir equipamiento industrial de congelación.

Simular numéricamente el proceso de transferencia de energía con cambio de fase, como es el caso de la congelación implica resolver un problema matemático fuertemente no lineal dado que las propiedades termofísicas del alimento intervinientes en la ecuación diferencial (conductividad térmica, calor específico y densidad) son función de la temperatura. La variación de estas propiedades termofísicas con la temperatura es muy abrupta dada la conversión de agua a hielo dentro del alimento durante la congelación. Particularmente el calor específico aparente presenta una funcionalidad cuasi delta de Dirac y es más abrupta cuanto más agua presenta el alimento debido a la liberación del calor latente de fusión en un rango pequeño de temperatura de cambio de fase. El método de los elementos finitos es más adecuado para resolver problemas en sistemas de geometrías irregulares como las presentadas por algunos de los productos a base de crustáceos marinos.

Para solucionar los problemas numéricos que se presentan al utilizar el método de los elementos finitos con propiedades variables con la temperatura (problemas con cambio de

fase) se utilizó una formulación entálpica y de Kirchhoff (Scheerlinck y col., 1997, 2001; Fikiin, 1996, 1998) para simular la congelación en túnel de pulpa de cangrejo envasada en bolsas plásticas denominadas “pouches”. La formulación entálpica se obtiene mediante la integración del calor específico aparente volumétrico con la temperatura (Comini, 1974; Mannapperuma y Singh, 1988, 1989; Pham, 2008) y la función de Kirchhoff a través de la integración de la conductividad térmica con la temperatura. De esta forma la ecuación diferencial de transferencia de energía en términos de la temperatura se transforma en una ecuación diferencial en variable entálpica y de Kirchhoff, ambas variables mutuamente relacionadas. Esta formulación ha sido utilizada con éxito para la simulación de procesos de congelación en productos alimenticios de geometrías irregulares tridimensionales (Santos y col., 2010; Santos y Lespinard, 2011).

Sin embargo la formulación entálpica y de Kirchhoff presenta dificultades cuando existen dos o más materiales con distintos valores de entalpía en íntimo contacto. En este tipo de problemas, la energía se transfiere a través de resistencias en serie, específicamente para pinzas de cangrejo tenemos que el sistema está representado mediante dos dominios con distintas propiedades termofísicas: la carne de cangrejo en contacto con una lámina calcárea. En la condición de contorno correspondiente a la interfase entre ambos materiales no existe unicidad en los valores de entalpía y función de Kirchhoff, lo cual hace imposible su resolución mediante esta metodología (Pham, 2008). Por lo tanto en el presente trabajo se propone utilizar para el caso de materiales heterogéneos el método del calor específico aparente, el cual tiene en cuenta el calor latente de fusión del alimento. En virtud de solucionar los problemas numéricos de convergencia originados por la abrupta variación de esta propiedad se realizó una reformulación de la propiedad termofísica, generando una función más suave (con derivadas segundas continuas) en el rango de cambio de fase (COMSOL Multiphysics). Asimismo, resulta necesario contar con la información de los coeficientes de transferencia calórica en los equipos de congelación.

Por lo expuesto anteriormente los objetivos del presente trabajo son: a) utilizar el modelo numérico en términos de la formulación entálpica y de Kirchhoff para simular el proceso de congelación de “pouches” de carne de cangrejo; b) utilizar el simulador comercial COMSOL para predecir los tiempos de congelación en pinzas de cangrejo teniendo en cuenta que la geometría es irregular, que la estructura es heterogénea, compuesta por dos materiales: tejido cárneo y capa calcárea y teniendo en cuenta además el cambio de fase y la variación de las propiedades termofísicas con la temperatura; c) determinar los coeficientes de transferencia de calor en un túnel industrial de congelación (placa-producto y producto-aire) d) validar los modelos numéricos mediante experimentos de congelación en la planta industrial.

## 2 MODELADO MATEMÁTICO

Todos los modelos de simulación utilizados en el presente trabajo se basaron en la utilización del método de los elementos finitos, ya sea mediante códigos computacionales propios (en el caso de “pouches”) o utilizando el software comercial COMSOL (en el caso de las pinzas de cangrejo). Durante la congelación de pouches y pinzas, los productos se apoyan sobre placas metálicas ubicadas sobre cintas transportadoras para su circulación dentro del túnel, donde el aire frío es impulsado mediante sopladores a distintas velocidades para la congelación del alimento. Se considera que la placa metálica se encuentra a la misma temperatura del aire frío circulante por el túnel. El coeficiente global de transferencia de calor en la interfase producto- placa es diferente al coeficiente correspondiente a la interfase aire producto. Estos valores influyen directamente en los tiempos de congelación predichos.

## 2.1 Modelado de la congelación de carne de cangrejo en “pouches”

La ecuación de conducción de calor en términos de temperatura es:

$$\rho(T) C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k(T) \nabla T) \quad (1)$$

Debido a que la fuerte variación de las propiedades termo-físicas, que intervienen en la ecuación de conducción de calor ( $\rho(T)$ ,  $C_p(T)$ ,  $k(T)$ ), provocan que el método numérico en elementos finitos sea inestable, se ha propuesto aplicar una transformación de la ecuación diferencial utilizando la variable entalpía y función de Kirchhoff. Estas variables, ( $H$  y  $E$ ) se definen de la siguiente manera:

$$H(T) = \int_{T^*}^T \rho(T) \cdot C_p(T) dT \quad (2)$$

$$E(T) = \int_{T^*}^T k(T) dT \quad (3)$$

donde  $H$  se define como la entalpía volumétrica que es la integral del  $C_p$  volumétrico,  $E$  es la función de Kirchhoff que representa la integral de la conductividad. Estas funciones son monótonamente crecientes y positivas por lo que para un único valor de la temperatura existe un único valor de la entalpía y función de Kirchhoff.  $T^*$  es una temperatura de referencia correspondiente al valor cero de entalpía y función de Kirchhoff.

Las condiciones iniciales y de contorno son las siguientes:

$$T = T_0 \quad t = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (4)$$

$$-k \left( \frac{\partial T}{\partial x} \cdot n_x + \frac{\partial T}{\partial y} \cdot n_y + \frac{\partial T}{\partial z} \cdot n_z \right) = U_{\text{placa-p}} (T - T_{\text{ext}}) \quad t \geq 0 \quad \text{en } \delta\Omega_{\text{placa-p}} \quad (5)$$

$$-k \left( \frac{\partial T}{\partial x} \cdot n_x + \frac{\partial T}{\partial y} \cdot n_y + \frac{\partial T}{\partial z} \cdot n_z \right) = U_{\text{p-a}} (T - T_{\text{ext}}) \quad t \geq 0 \quad \text{en } \delta\Omega_{\text{p-a}} \quad (6)$$

Donde los subíndices “placa-p” y “p-a” corresponden a la interfase placa-producto y producto-aire respectivamente. Se ha considerado un coeficiente de transferencia global  $U$  que incluye la resistencia al flujo calórico debido al material plástico, que contiene a la carne, en contacto con el aire o placa según corresponda, considerando además la presencia de una delgada capa de aire dentro del envase plástico. La  $T_{\text{ext}}$  representa la temperatura de la placa metálica y del aire que circula en el túnel. El espesor del material plástico de envase era en promedio de 0.09 mm

Combinando Ec. (1), (2), y (3), con las condiciones iniciales y de contorno representadas por las Ec. (4-6) se obtiene la siguiente formulación fuerte (Santos, 2010):

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \nabla^2 E \quad \text{en } \Omega \quad t \geq 0 \quad (7)$$

$$-(\nabla E) \cdot \mathbf{n} = U_{\text{placa-p}} \cdot (T - T_{\text{ext}}) \quad \text{en } \delta\Omega_{\text{placa-p}} \quad t \geq 0 \quad (8)$$

$$-(\nabla E) \cdot \mathbf{n} = U_{\text{p-a}} \cdot (T - T_{\text{ext}}) \quad \text{en } \delta\Omega_{\text{p-a}} \quad t \geq 0 \quad (9)$$

$$H = H_0 \quad t = 0 \quad (10)$$

Definiendo el residuo como:

$$\mathbf{r} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (11)$$

Aplicando el método de residuos ponderados (Zienkiewics y Taylor, 1994a, b):

$$\int_{\Omega} \mathbf{N}^T \left( \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \nabla^2 \mathbf{E} \right) d\Omega = 0 \quad (12)$$

Utilizando las reglas de diferenciación el término  $-\mathbf{N}^T \nabla^2 \mathbf{E}$  se puede escribir como  $-\nabla \cdot (\mathbf{N}^T \nabla \mathbf{E}) + \nabla \mathbf{N}^T \cdot \nabla \mathbf{E}$  Luego de aplicar el teorema de la divergencia se obtiene la siguiente ecuación:

$$\int_{\Omega} \mathbf{N}^T \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} d\Omega - \int_{\delta\Omega} \mathbf{N}^T \nabla \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} d\delta\Omega + \int_{\Omega} \nabla \mathbf{N}^T \cdot \nabla \mathbf{E} d\Omega = 0 \quad (13)$$

Las condiciones de contorno (Ec. 5-6) se incorporaron en la formulación variacional en el segundo término de la Ec. 13 obteniéndose

$$\int_{\Omega} \mathbf{N}^T \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} d\Omega + \int_{\delta\Omega_{placa-p}} \mathbf{N}^T \mathbf{U}_{placa-p} (\mathbf{T} - \mathbf{T}_{ext}) d\delta\Omega + \int_{\delta\Omega_{p-a}} \mathbf{N}^T \mathbf{U}_{p-a} (\mathbf{T} - \mathbf{T}_{ext}) d\delta\Omega + \int_{\Omega} \nabla \mathbf{N}^T \cdot \nabla \mathbf{E} d\Omega = 0 \quad (14)$$

Reorganizando luego de aplicar el método de Galerkin:

$$\mathbf{CG} \cdot \frac{d\mathbf{H}}{dt} + \mathbf{FG} \cdot \mathbf{T}(\mathbf{H}) + \mathbf{KG} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{H}) = \mathbf{m} \quad (15)$$

donde:

$$\mathbf{CG} = \sum_{e=1}^{ne} \int_{\Omega_e} (\mathbf{N}^T \mathbf{N}) d\Omega_e \quad \text{es la matriz global de capacitancia}$$

$$\mathbf{KG} = \sum_{e=1}^{ne} \int_{\Omega_e} (\mathbf{B}^T \mathbf{B}) d\Omega_e \quad \text{es la matriz global de conductancia}$$

$$\mathbf{FG} = \sum_{s=1}^{ns1} \int_{\Omega_s} (\mathbf{N}^T \mathbf{U}_{placa-p} \mathbf{N}) d\delta\Omega_s + \sum_{s=1}^{ns2} \int_{\Omega_s} (\mathbf{N}^T \mathbf{U}_{p-a} \mathbf{N}) d\delta\Omega_s \quad \text{es la matriz}$$

global convectiva

$$\mathbf{m} = \sum_{s=1}^{ns1} \int_{\delta\Omega_s} (\mathbf{N}^T \mathbf{U}_{placa-p} \mathbf{T}_{ext}) d\delta\Omega_s + \sum_{s=1}^{ns2} \int_{\delta\Omega_s} (\mathbf{N}^T \mathbf{U}_{p-a} \mathbf{T}_{ext}) d\delta\Omega_s \quad \text{es el vector térmico global}$$

H, E, y T son los valores nodales de entalpía, de función Kirchhoff y temperatura, respectivamente.

Se puede observar que gracias a la simultánea transformación de variables en entalpía y en la función de Kirchhoff todas las no-linealidades y dependencias con la temperatura de las propiedades fueron eliminadas y como consecuencia las matrices en la formulación por elementos permanecen constantes (no aparecen k, Cp y ρ en el cálculo de matrices y vectores elementales); esto significa que las matrices se calculan por fuera del ciclo que avanza en el tiempo reduciendo significativamente el tiempo de máquina (Sheerlinck y col., 2001). En otras palabras, el método permitió transformar un problema altamente no-lineal en uno lineal gracias a la incorporación de las variables E y H<sub>a</sub>. Existen muchos trabajos donde se aplica la variable entalpía en procesos de congelación, sin embargo no es frecuente encontrar trabajos

con una simultánea transformación Entálpica y de Kirchhoff, siendo este un aporte muy interesante en lo referente a la simulación de problemas no-lineales de congelación.

Reemplazando las funcionalidades de  $E(H)$  y  $T(H)$  en la ecuación 15 resulta un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.

La solución del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias necesaria para avanzar en el tiempo se implementó mediante un método implícito con un  $\Delta t$  variable (Subrutina ODE=Ordinary Differential Equations) dentro del entorno de Matlab. El código computacional aplicando la formulación de Kirchhoff y de Entalpía se programó en Matlab 6.5. En virtud de obtener el perfil tiempo-temperatura se utilizó la ecuación  $T(H)$ , la cual es una función biyectiva asegurando que existe un único valor de Temperatura para la solución del problema planteado en función de la variable  $H$ . Debido a las dimensiones de los pouches con carne de cangrejo el sistema se podía asimilar a un proceso de transferencia de calor unidimensional, considerando sólo el espesor del dominio. Se puede observar en la Fig. 1 un esquema de los pouches:

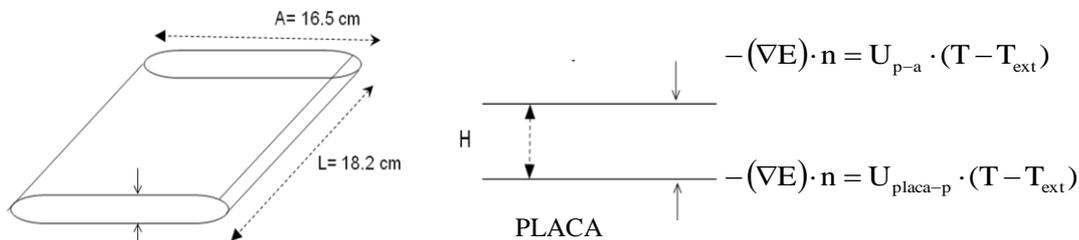


Figura 1: Dimensiones de los “pouches” con carne de Cangrejo y modelo unidimensional utilizado.

## 2.2 Modelado de la congelación de Pinzas de Cangrejo

En el caso de pinzas de cangrejo tenemos un sistema compuesto por dos dominios con propiedades termofísicas diferentes: carne de cangrejo y lámina calcárea. En el caso de la carne de cangrejo esta sufre un proceso de cambio de fase durante la congelación, en cambio la lámina calcárea presenta propiedades termofísicas constantes en todo el rango de estudio. Las ecuaciones que describen el sistema son las siguientes.

$$\rho_c(T) C_{p_c}(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k_c(T) \nabla T) \quad \text{en } \Omega_c \quad (16)$$

$$\rho_{LC} C_{p_{LC}} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k_{LC} \nabla T) \quad \text{en } \Omega_{LC} \quad (17)$$

Donde el subíndice “c” y “LC” corresponde a la carne de cangrejo y lámina calcárea, respectivamente. Las condiciones iniciales y de contorno son las siguientes:

$$T = T_0 \quad t = 0 \quad \text{en } \Omega_c \text{ y } \Omega_{LC} \quad (18)$$

$$-k_{LC} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \cdot n_x + \frac{\partial T}{\partial y} \cdot n_y \right) = h_{placa-p} (T - T_{ext}) \quad t \geq 0 \quad \text{en } \delta\Omega_{placa-p} \quad (19)$$

$$-k_{LC} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \cdot n_x + \frac{\partial T}{\partial y} \cdot n_y \right) = h_{p-a} (T - T_{ext}) \quad t \geq 0 \quad \text{en } \delta\Omega_{p-a} \quad (20)$$

Nótese que en este caso se utilizaron coeficientes de transferencia individuales, en lugar de globales teniendo que resolver simultáneamente las ecuaciones 16 y 17 de conducción de calor en los dominios del tejido muscular y la lamina calcárea. Asimismo se mantiene la

diferencia en cuanto al tipo de interfase al que está expuesta la superficie de la lámina calcárea de acuerdo a si está en contacto con la placa o con el aire refrigerante (Fig. 2).

Como se ha mencionado el problema de la presencia de dos materiales con distintas propiedades genera que la formulación entálpica y de Kirchhoff resulte inaplicable dado que existen dos valores distintos de  $E$  y  $H$  en la interfase entre ambos materiales (Pham, 2008). Por esta razón se utilizó el software comercial COMSOL Multiphysics para simular el proceso de cambio de fase con materiales en serie. Esta metodología se basa en representar al calor específico aparente (que incluye el cambio de fase) mediante la suma de las funciones Heaviside y Gaussiana, lo cual genera una función más suave en todo el rango de temperaturas especialmente en la zona de cambio de fase, evitando inestabilidades numéricas para la resolución por elementos finitos, según lo recomendado por el manual del COMSOL (COMSOL Multiphysics vs. 3.4 Manual). Por ende el calor específico de la carne de cangrejo se describió de la siguiente manera:

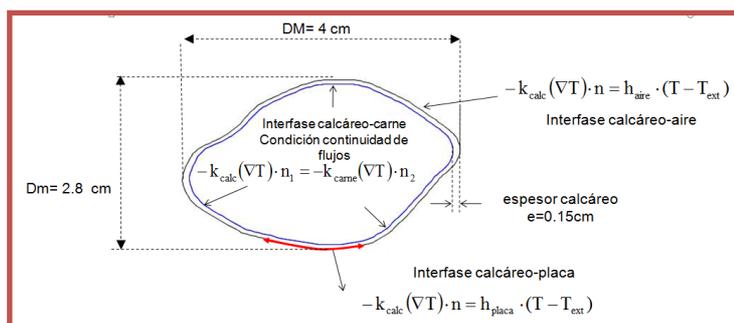
$$Cp_c(T) = Cp_{cc} + \frac{\Delta H_m}{T_m} f(H_{ea}) + D \Delta H_m \quad (21)$$

Donde el  $Cp_{cc}$  corresponde al valor de calor específico de carne de cangrejo congelada,  $T_m$  la temperatura del pico de congelación (equivalente a la media  $\mu$  en la curva gaussiana),  $\Delta H_m$  es el calor latente de fusión, y  $D$  es la función Gaussiana definida como

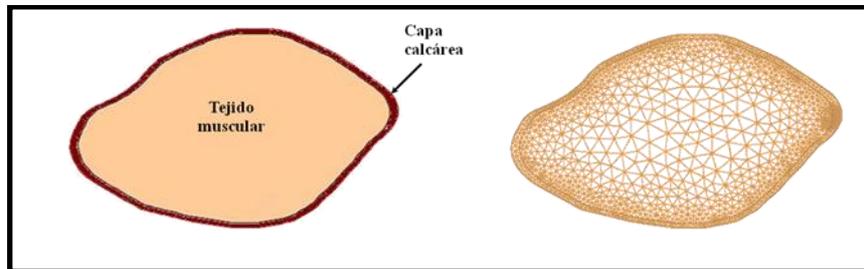
$$D(T) = \frac{e^{\left(\frac{-(T-T_m)^2}{dT^2}\right)}}{\sqrt{\pi dT^2}} \quad (22)$$

donde  $dT$  es la mitad del rango de transición,  $2dT$  corresponde a la diferencia de temperatura donde ocurre la liberación del 84% del calor latente de fusión (Neeper, 2000),  $f(H_{ea})$  es una función escalón Heaviside, codificada en el entorno del programa COMSOL-Matlab y tiene la gran ventaja de tener derivadas segundas continuas, lo cual permite al software resolver el problema a pesar de la abrupta variación del calor específico aparente, respetando los parámetros físicos, como es el rango de cambio de fase, temperatura de congelación, calor latente de fusión, etc.

Asimismo la geometría del cangrejo se consideró irregular bidimensional; debido a las dimensiones promedio de las pinzas se consideró que el aporte axial a la transferencia de calor (a través del eje  $z$ ) era despreciable frente a la contribución transversal (ejes  $x, y$ ). Por ende el problema se basó en estudiar un problema de congelación en 2D de contorno irregular tomando la sección media de la pinza (Fig. 2). Se tomaron imágenes digitales de cada muestra a procesar para obtener el contorno irregular y luego generar la estructura de la malla en nodos y elementos triangulares (Fig. 3).



**Figura 2:** Imagen digital de la sección transversal de una pinza de cangrejo y sección transversal irregular de la pata de cangrejo, dimensiones características y condiciones de contorno del modelo bidimensional utilizado.



**Figura 3:** Contorno irregular de la pata de cangrejo sección transversal con visión de ambos dominios (capa calcárea y tejido muscular) y mallado en elementos triangulares de los dominios.

### 3 MATERIALES Y MÉTODOS

#### 3.1 Composición proximal de la carne de cangrejo

Se analizó la composición proximal de la carne de cangrejo cocida, se determinó el contenido de humedad, proteína, lípidos, glucógeno y cenizas del músculo del cuerpo y las pinzas de ambas especies. El contenido de humedad se determinó mediante el secado de la muestra en estufa a 100 °C hasta alcanzar un peso seco constante (AOAC, 1990). El contenido de proteína cruda se determinó por el método de Kjeldahl (AOAC, 1990), utilizando un factor de conversión de 6,25 para convertir nitrógeno total a proteína bruta. Los lípidos se determinaron utilizando el método Soxhlet empleando éter etílico (AOAC, 1990).

El contenido de cenizas se obtuvo mediante la calcinación de las muestras en mufla a 550 °C durante 8 horas (AOAC, 1990). El contenido de carbohidratos se asumió como la diferencia entre el total y los demás componentes principales calculados.

#### 3.2 Propiedades termofísicas

El calor específico de la carne de cangrejo  $C_p$  en estado congelado y sin congelar, la temperatura de congelación inicial, la cantidad de agua no congelada y el calor latente de congelación, se midieron utilizando calorimetría diferencial de barrido (DSC) en un Equipo TA modelo Q100 controlado por un módulo TA 5000 (TA Instruments, New Castle, Delaware, USA). En este equipo se hicieron corridas de calentamiento a una velocidad de 10 °C/min desde -50 °C hasta 100 °C, con un período isotérmico inicial de 10 minutos a -50 °C. La primera corrida se realizó para obtener una línea de base por lo que se utilizaron dos cápsulas vacías de igual peso. Luego se obtuvo el termograma correspondiente a un estándar de zafiro; la tercera corrida se realizó con la muestra de carne de cangrejo. El procedimiento completo se realizó por triplicado. El equipo fue previamente calibrado y la temperatura corregida con dos estándares, indio y agua bidestilada. El cálculo del  $C_p$  se realizó según la norma ASTM E1269 y según McNaughton y Mortimer (1975). La fracción de agua no congelada ( $x_b$ ) se estimó experimentalmente a partir del termograma de descongelación utilizando el DSC. El cociente entre el calor de fusión del material, el cual se obtuvo integrando el pico endotérmico del termograma, y el calor de fusión del agua pura, 333.2 J/g (Weast y Astle, 1981) representa la fracción de agua congelada en el alimento. El  $x_b$  se calculó como la diferencia entre el contenido de agua total del alimento y el contenido de agua congelada (Sá y col., 1994).

La conductividad térmica, la densidad y el calor específico aparente de la carne en función de la temperatura se calcularon utilizando los modelos de Choi y Okos (1986) teniendo en

cuenta la composición de la carne a base de cangrejo.

La dependencia de la conductividad térmica con la temperatura se estimó utilizando un modelo en paralelo (Choi y Okos, 1986).

$$k(T) = \sum x_i^v \cdot k_i(T) \quad (23)$$

donde  $k$  es la conductividad global y  $k_i$  es la conductividad térmica del componente  $i$  donde  $i$  (agua, carbohidratos, cenizas, lípidos, proteínas, y hielo si la temperatura se encuentra por debajo de la temperatura inicial de fusión). La fracción “ $x_i^v$ ” corresponde a la fracción volumétrica de cada componente.

La densidad del producto se calculó utilizando la siguiente ecuación:

$$\rho(T) = \frac{1}{\sum \frac{x_i}{\rho_i}} \quad (24)$$

donde  $\rho(T)$  es la densidad global y  $\rho_i$  es la densidad del componente  $i$  (agua, carbohidratos, cenizas, lípidos, proteínas, y hielo si la temperatura se encuentra por debajo de la temperatura inicial de fusión). La fracción “ $x_i$ ” corresponde a la fracción másica de cada componente.

El calor específico aparente de la carne de cangrejo se estimó usando la siguiente ecuación (Miles, 1983):

$$Cp(T) = \sum x_i Cp_i - Lx_w \frac{T_f}{T^2} \quad (25)$$

donde  $L$  es el calor latente de fusión del agua,  $T_f$  es la temperatura de inicio de fusión del producto determinado experimentalmente mediante el método descrito en Fennema (1973),  $Cp$  es el calor específico global y  $Cp_i$  es el calor específico del componente  $i$  (agua, carbohidratos, cenizas, lípidos, proteínas, y hielo si la temperatura se encuentra por debajo de la temperatura inicial de fusión).

La cantidad de hielo que se forma se estimó según Miles (1983) como:

$$x_h = (x_w - x_b) \left(1 - \frac{T_f}{T}\right) \quad (26)$$

donde  $x_h$  es la fracción másica de hielo,  $x_w$  es la fracción másica de agua en el alimento, y  $x_b$  es la fracción másica de agua no congelada (agua ligada).

Para el caso de pouches de carne a base de cangrejo una vez obtenidas las propiedades térmicas,  $Cp$ ,  $k$ , y  $\rho$  se procedió a integrarlas en función de la temperatura para obtener la función Entalpía vs. Temperatura y la función de Kirchhoff vs. Temperatura, las cuales son necesarias para la simulación numérica.

En el caso de pinzas de cangrejo se utilizó el calor latente de fusión junto con el calor específico aparente de la carne de cangrejo en estado completamente congelado en las ecuaciones 21 y 22 según lo explicado en la Sección 2.2.

### 3.3 Validación experimental del modelo de congelación

Se realizaron mediciones de temperatura- tiempo durante la congelación a los efectos de validar experimentalmente el modelo numérico implementado en elementos finitos.

Las muestras se congelaron en un equipo desarrollado por la empresa Refmar S.R.L, situado en la Planta “Madryn Mariscos” perteneciente a los Pescadores Artesanales. El mismo es un

túnel de congelación horizontal continuo de 6 metros de largo por un área transversal de 3.6 m<sup>2</sup>. El equipo cuenta con seis ventiladores adaptados en la parte superior del túnel que trabajan a una frecuencia máxima de 50Hz y puede alcanzar una temperatura de -40 °C. El tiempo máximo de residencia de los productos dentro del túnel es de 40 minutos, pudiéndose regular dicha velocidad para producir menores tiempos de residencia para la congelación. Otra característica del equipo es que el producto a congelar se coloca sobre una cinta metálica móvil, la cual se encuentra a la temperatura del equipo. Por lo tanto la transferencia de energía durante la congelación se producía tanto por convección (aire) como por conducción en la parte inferior (placa metálica de apoyo).

La velocidad del aire a lo largo del equipo se registró por medio de un anemómetro STANDARD (Modelo ST82) digital portátil, siendo en promedio de 4.16 m/s para una frecuencia de trabajo de 40 Hz y 1.56 m/s. para una frecuencia de 30 Hz

Se registraron experimentalmente las historias térmicas en el túnel de congelación de los productos pinzas de cangrejo cocidas y pouches de carne de cangrejo envasada al vacío. Las curvas se registraron a 4.16m/s y 1.56 m/s de velocidad del aire, durante 35 min. y a una temperatura externa de -40°C. El registro de las historias térmicas tiempo -temperatura se realizó para pinzas de cangrejo cocidas mediante termocuplas calibradas tipo K, y adquisidor de datos (Omega, USA). Para la carne de cangrejo envasada al vacío, debido a que la inserción de una termocupla producía pérdida de vacío, se utilizó un data logger muy pequeño de temperatura, digital (iButton® Sensors, Maxim products USA) de rango de trabajo -55°C a 100°C, con mediciones cada 1 minuto que se colocó dentro del producto empaquetado en el centro geométrico del envase.

### 3.4 Coeficientes de Transferencia de Calor

En el caso de pouches se utilizaron coeficientes globales de transferencia y los valores que mejor ajustaron con el modelo unidimensional fueron  $U_{p-a}(\text{producto-aire}) = 10\text{W/m}^2\text{K}$ , y  $U_{\text{placa-p}}(\text{placa-producto}) = 80\text{W/m}^2\text{K}$ .

Los coeficientes de transferencia calórica en interfase se determinaron experimentalmente utilizando piezas regulares (esfera y prisma) construidas en aluminio a las cuales se les insertaron termocuplas tipo K en el centro geométrico para registrar la temperatura en función del tiempo al ser introducidas en el equipo de congelación en túnel. Se realizaron experimentos bajo distintas condiciones operativas para determinar los valores de h. Para estimar el  $h_{p-a}$  (producto-aire) las formas en aluminio se colocaron sobre anillos de poliestireno expandido con perforaciones para aislarlas de la placa metálica del túnel y tener sólo el registro del aporte del aire durante el enfriamiento.

Posteriormente se realizaron experimentos con los objetos metálicos apoyados sobre la placa metálica; conociendo el  $h_{p-a}(\text{producto-aire})$  estimado previamente se lo introdujo como dato en el modelo numérico y se calculó el  $h_{\text{placa-p}}(\text{producto-placa})$  que mejor ajustaba las historias térmicas de dichos objetos cuando estos se encontraban apoyados sobre la placa en el túnel.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 Propiedades térmicas utilizadas en la congelación de Pouches

La temperatura inicial de congelación medida a través el método de la tangente (Fennema, 1973) fue de -1.7 °C. La composición química de la carne a base de cangrejo obtenida experimentalmente fue  $x_{\text{agua}}=0.77$ ,  $x_{\text{carbohidratos}}=0.051$ ,  $x_{\text{lipidos}}=0.005$ ,  $x_{\text{proteina}}=0.16$ , y  $x_{\text{cenizas}}=0.014$ , en base húmeda. La fracción agua no congelada determinada mediante DSC en base húmeda fue  $x_b=0.1484$ . Estos datos experimentales se incorporaron a las Ecuaciones 23-

26 para la obtención de las propiedades termofísicas vs. temperatura. La Figura 4 a, b, c muestra el calor específico aparente, densidad y conductividad térmica estimados.

Posteriormente se realizó la integración con la temperatura del calor específico volumétrico (calor específico aparente por densidad) y conductividad térmica para la obtención de la Entalpía y función de Kirchhoff (Fig. 5) a los efectos de ser utilizados en el programa en elementos finitos codificado en Matlab.

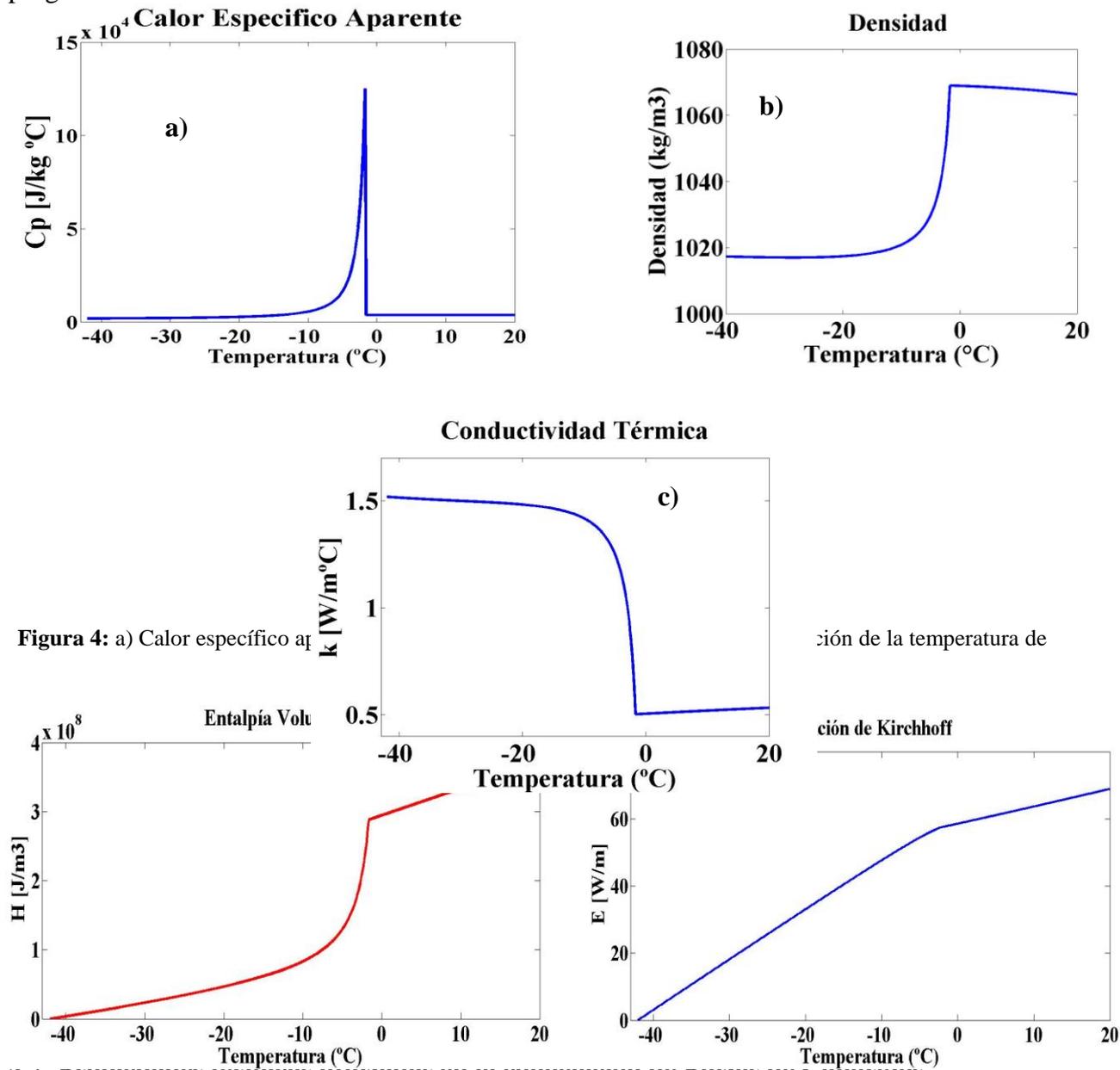


Figura 4: a) Calor específico aparente

#### 4.2 Propiedades térmicas utilizadas en la congelación de rinzas de Cangrejos

En este caso se utilizaron las propiedades térmicas ( $k$ ,  $\rho$ ,  $C_p$ ) de ambos materiales: lámina calcárea y carne de cangrejo. La conductividad térmica y densidad de la carne incorporada al simulador fue la mostrada en las Fig. 4 b, c. Sin embargo en el caso del calor específico aparente para lograr una funcionalidad más suave se utilizaron las ecuaciones 21 y 22 (función Heaviside y Gaussiana). Para ello se incorporó a dichas ecuaciones la información obtenida experimentalmente a través del DSC del calor latente de fusión,  $\Delta H_m=243350\text{J/Kg}$ , el calor específico aparente de la carne en estado completamente congelado,  $C_{p_{cc}}=1894.3\text{J/Kg } ^\circ\text{C}$ , y un  $dT=0.5^\circ\text{C}$ . En este caso se utilizó una temperatura inicial de congelación de  $-1.7^\circ\text{C}$ .

A continuación se muestra la gráfica del  $C_p$  vs. Temperatura utilizada en el simulador comercial.

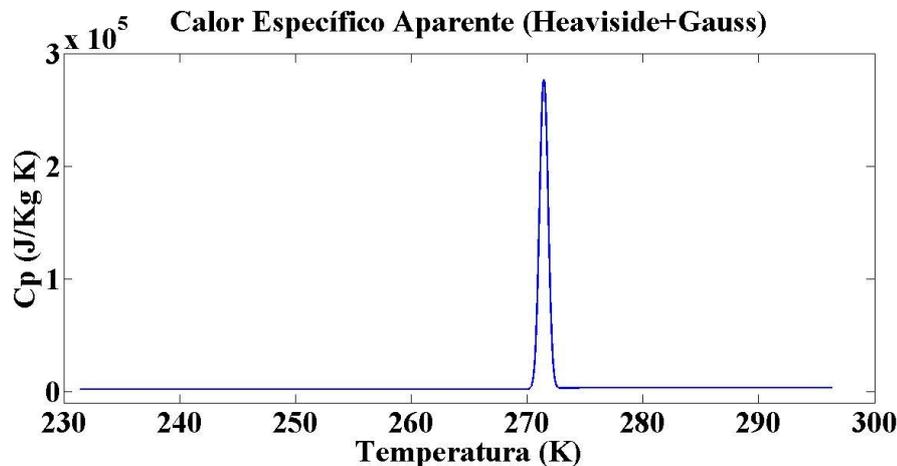


Figura 6: Calor específico aparente en función de la temperatura utilizando las Ecs. 21y22

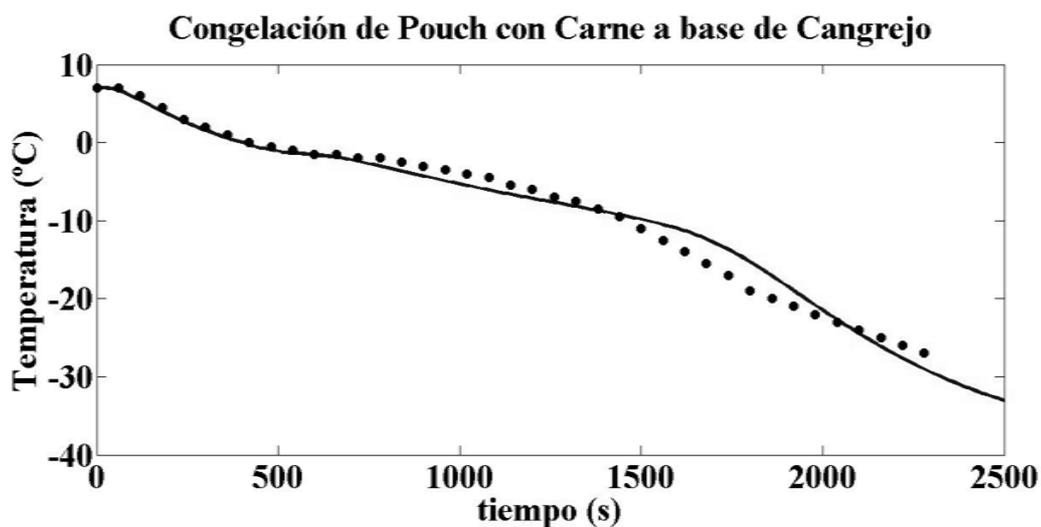
La conductividad térmica, densidad y calor específico de la lámina calcárea utilizadas en el simulador fueron  $k = 3.89 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$ ,  $\rho = 2700 \text{ Kg/m}^3$ ,  $C_p = 806.62 \text{ J/Kg } ^\circ\text{C}$ .

### 4.3 Coeficientes de transferencia de Calor

Los coeficientes de transferencia de calor obtenidos para los experimentos en el túnel comercial fueron  $h_{p\text{-aire}} = 20\text{-}30 \text{ W/m}^2\text{K}$  y  $h_{\text{placa-p}} = 400\text{-}500 \text{ W/m}^2\text{K}$  para los distintos objetos metálicos (esfera, prisma) de geometría regular sometidos al enfriamiento en el túnel con las mismas condiciones operativas con las cuales fueron procesadas las pinzas de cangrejo. Estos valores fueron luego utilizados para simular la congelación de las pinzas, considerando la fracción de superficie apoyada sobre la placa (Fig. 2). Los valores que mejor ajustaron a los experimentos fueron  $h_{p\text{-aire}} = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$  y  $h_{\text{placa-p}} = 500 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

### 4.4 Simulación Numérica y Experimentos de Congelación

En el caso de congelación de pouches se muestra a continuación la comparación del modelo numérico desarrollado en Matlab con una de las experiencias donde las condiciones fueron temperatura inicial  $T_i = 7 \text{ } ^\circ\text{C}$ , temperatura del aire  $T_{\text{ext}} = -40 \text{ } ^\circ\text{C}$ , coeficientes globales  $U_{p\text{-a}}$  (producto-aire)  $= 10 \text{ W/m}^2\text{K}$  y  $U_{\text{placa-p}}$  (placa-producto)  $= 80 \text{ W/m}^2\text{K}$ . La posición de la termocupla era  $0.85 \times 10^{-2} \text{ m}$  (centro del pouch).

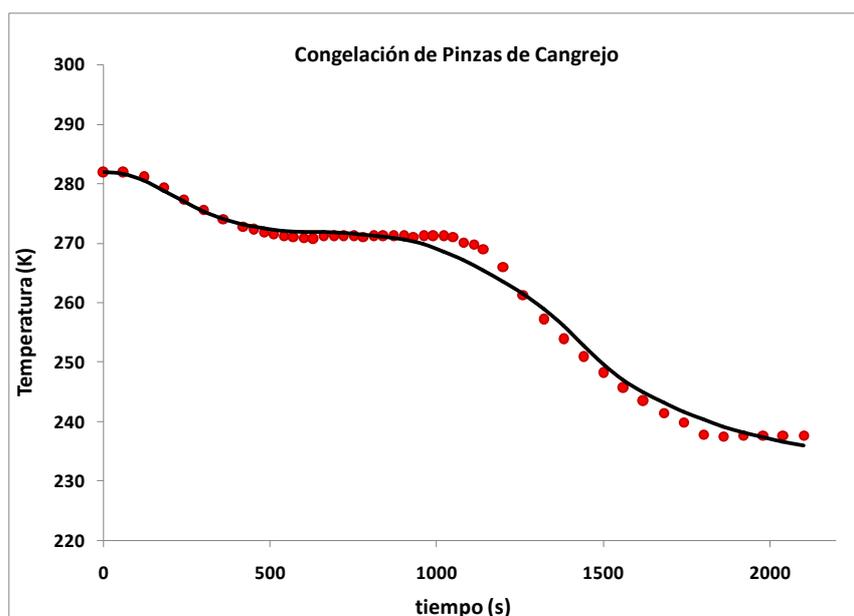


**Figura 7:** ● Temperatura experimental, — Temperatura predicha por el modelo utilizando formulación Entálpica y de Kirchhoff.

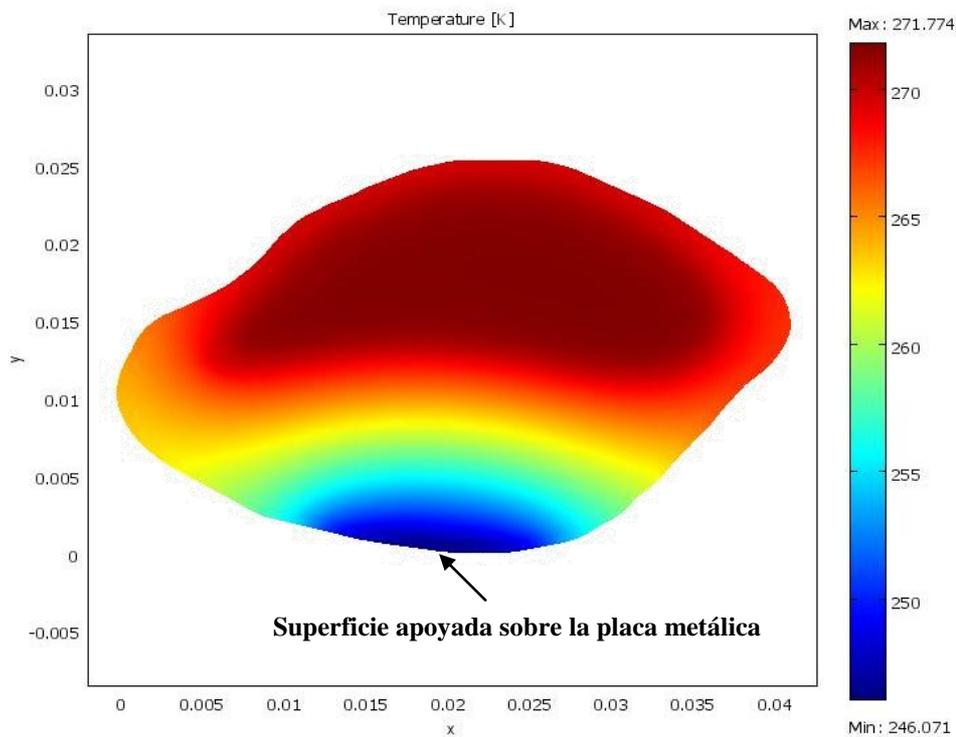
En el caso de congelación de pinzas las condiciones fueron las siguientes,  $T_i=8.8\text{ °C}$ ,  $T_{ext}=-40\text{ °C}$ ,  $h_{p\text{-aire}}=20\text{ W/m}^2\text{K}$ ,  $h_{placa-p}=500\text{ W/m}^2\text{K}$  y posición de la termocupla  $x=0.015\text{m}$ ,  $y=0.01\text{m}$  (Fig. 8).

Como puede observarse existe una buena concordancia entre los valores experimentales y los predichos por el modelo, ya sea para pouches como para pinzas de cangrejos. El desvío estándar promedio  $RMSE = \sqrt{\frac{\sum (T_{exp} - T_{pred})^2}{N}}$ , fue de  $1.5\text{ °C}$  tanto para pouches como para pinzas, siendo  $N = \text{número de datos}$ .

En la Fig. 9 se muestra la distribución de temperaturas en la pinza de cangrejo después de 15 minutos de haber sido introducida en el túnel de congelación.

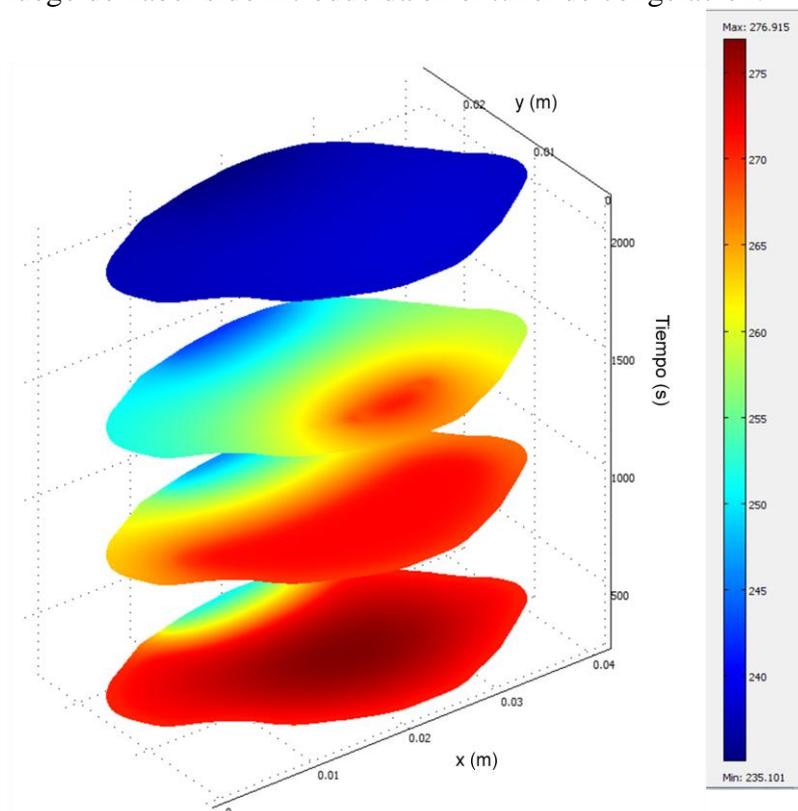


**Figura 8:** ● Temperatura experimental, — Temperatura predicha por el modelo utilizando el simulador COMSOL.



**Figura 9.** Distribución de temperaturas a los 15 minutos de entrar al túnel de congelación.

En la Fig. 10 se observan las distribuciones de temperaturas en la pinza de cangrejo a distintos tiempos luego de haber sido introducida en el túnel de congelación.



**Figura 10:** Distribución de temperaturas a los 15, 25, 30 y 35 minutos de entrar al túnel de congelación.

Una vez validados ambos modelos numéricos se procedió a su utilización para simular condiciones operativas diferentes variando temperaturas externas de aire y el coeficiente de transferencia de calor entre el producto y el aire, simulando las distintas velocidades del fluido refrigerante. En las Tablas 1 y 2 se muestran los distintos tiempos de congelación para pouches y pinzas de cangrejo respectivamente.

En el caso de pouches (Tabla 1) se calcularon los tiempos para que el punto  $x=0.85\text{cm}$  (Fig. 1) alcance una temperatura final de  $-15\text{ }^\circ\text{C}$ , siendo la Temperatura inicial del producto de  $7\text{ }^\circ\text{C}$  y considerando distintos valores de temperatura externa del aire refrigerante y coeficientes globales de transferencia correspondientes a la superficie producto - aire.

Tiempos de congelación (min) para pouches			
$T_{\text{ext}}\text{ (}^\circ\text{C)}$	Coeficiente Global de Transferencia $U_{\text{p-a}}\text{ (W/m}^2\text{K)}$		
	5	10	15
-20	78.0	71.3	65.8
-30	45.8	41.8	38.6
-40	32.6	29.8	27.6

**Tabla 1:** Tiempos de congelación para distintos coeficientes globales de transferencia  $U_{\text{p-a}}$ (producto-aire) y Temperaturas externas ( $T_{\text{ext}}$ ) considerando  $T_i=7\text{ }^\circ\text{C}$  y una temperatura final  $-15\text{ }^\circ\text{C}$ .

En el caso de pinzas (Tabla 2) se calcularon los tiempos para que el punto  $x=0.022\text{m}$   $y=0.017\text{m}$  (Fig. 9) alcance una temperatura final de  $-15\text{ }^\circ\text{C}$ , siendo la Temperatura inicial del alimento de  $8.8\text{ }^\circ\text{C}$  considerando distintos valores de Temperatura externa del aire refrigerante y coeficientes de transferencia locales correspondientes a la superficie producto - aire.

Tiempos de congelación (min) para pinzas				
$T_{\text{ext}}\text{ (}^\circ\text{C)}$	Coeficiente de Transferencia Local $h_{\text{p-a}}\text{ (W/m}^2\text{K)}$			
	5	10	15	20
-20	42	39	36	34
-30	40	36	33	30
-40	38	33	29	27

**Tabla 2:** Tiempos de congelación para distintos coeficientes locales de transferencia  $h_{\text{p-a}}$ (producto-aire) y Temperaturas externas ( $T_{\text{ext}}$ ) considerando  $T_i=8.8\text{ }^\circ\text{C}$  y una temperatura final  $-15\text{ }^\circ\text{C}$ .

A partir de esta información se puede observar que a medida que se incrementa el coeficiente de transferencia y disminuyen las temperaturas externas del aire refrigerante decrecen los tiempos de congelación. A partir de la utilización de los programas en elementos finitos se puede determinar si el equipo tiene la capacidad suficiente para alcanzar las temperaturas finales de conservación. Por ejemplo en el caso del túnel de congelación utilizado en el presente trabajo, dado que el tiempo máximo de residencia es de 40 minutos, es posible concluir que es necesario utilizar una combinación adecuada de sopladores (reflejado en los valores de  $h$  y  $U$ ) y temperaturas externas ( $T_{\text{ext}}$ ) de tal manera que el tiempo de proceso no supere el máximo permitido.

## 5 CONCLUSIONES

Se desarrolló un programa en elementos finitos utilizando el lenguaje Matlab, el cual permitió conocer la temperatura en función del tiempo para el proceso de congelación de pouches conteniendo carne a base de cangrejo. Se modeló numéricamente mediante un simulador el proceso de congelación de pinzas de cangrejo considerando las distintas propiedades termofísicas de los componentes del alimento: capa de calcáreo y carne. Se consideró el proceso de transferencia de energía conductivo, placa-producto, y el proceso convectivo, producto-aire, utilizando coeficientes de transferencia de calor adecuados para cada caso. Se incorporaron a cada modelo de simulación las propiedades termofísicas de los productos utilizando datos experimentales y ecuaciones predictivas teniendo en cuenta la fracción de hielo con la temperatura. Se analizó el efecto de la velocidad del aire en el túnel y temperatura externa refrigerante en los tiempos de proceso. Las predicciones numéricas concordaron satisfactoriamente con los resultados experimentales permitiendo determinar de manera rápida y precisa los tiempos de congelación del producto cárnico a base de cangrejo lo que conduce a la optimización del proceso.

## 6 AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la contribución a este trabajo de las siguientes Instituciones: Universidad Nacional de La Plata, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas (CONICET), Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (ANPCYT), y CENPAT ( Centro Nacional Patagónico- CONICET) y al Ingeniero Miguel Galarza, responsable de la empresa REFMAR S.R.L. en Puerto Madryn.

## REFERENCIAS

- AOAC. Official Methods of Analysis, 15th ed., vol. 2. *Association of Official Analytical Chemists, Inc.*, Arlington, 1990.
- ASTM Standard E1269 - 05 "Standard Test Method for Determining Specific Heat Capacity by Differential Scanning Calorimetry", ASTM International, West Conshohocken, PA, 2003, DOI: 10.1520/E1269-05, [www.astm.org](http://www.astm.org).
- Choi, Y. y Okos, M.R. Effects of temperature and composition on the thermal properties of foods. In M. Le Maguer, P. Jelen. *Food engineering and process applications*, volume 1. Elsevier Applied Science, New York, 1986.
- Cifuentes, A. y Quiñanao, J. Composición y vida útil de carne cocida de cangrejo dorado (*Chaceon chilensis*) proveniente del archipiélago de Juan Fernández, Chile. *Investig. mar.*, volumen 28:195-202, 2000.
- Codex. Código internacional recomendado de prácticas para los cangrejos (Codex: CAC / RCP 28 ), 1983.
- Comini, G., Del Giudice, S, Lewis, R.W. y Zienkiewicz, O.C. Finite Element Solution of Non-Linear Heat Conduction Problems with Special Reference to Phase Change. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 8: 613-624, 1974.
- COMSOL Multiphysics™ documentation, [www.comsol.com](http://www.comsol.com).
- Edwards, E. y Early, J. , Catching handling and processing crabs. Torry Research Station. Torry Advisory Notes, 26: 3-17, 1976.
- Fennema, O.R., Powrie, W.D., y Marth, E.H. *Low temperatures preservation of foods and living matter*. Marcel Dekker Inc., New York, 1973.
- Fikiin, K.A. Generalized numerical modeling of unsteady heat transfer during cooling and freezing using an improved enthalpy method and quasi-one-dimensional formulation. *International Journal of Refrigeration*, 19 (2): 132 -140, 1996.

- Fikiin, K.A. Some general principles in modeling of unsteady heat transfer in two-phase multi-component aqueous food systems for product quality improvement. In B. M. Nicolai, J. De Baerdemaeker (Eds.) *Food quality modelling*. Office for Official Publications of the European Communities, Luxembourg, 1998.
- Gates, K., Parker, A., Bauer, D. y Huang, Y. Storage changes of fresh and pasteurized blue crab meat in different types of packaging. *J. Food Sci.* 58: 314-317, 1993.
- Mannapperuma, J.D., y Singh, R.P. Prediction of freezing and thawing times of foods using a numerical method based on enthalpy formulation. *Journal of Food Science*, 53: 626-630, 1988.
- Mannapperuma, J.D., y Singh, R.P. A computer-aided method for prediction of properties and freezing/ thawing times of foods. *Journal of Food Engineering*, 9: 275-304, 1989.
- McNaughton, J.L., y Mortimer, C.T. *Calorimetría Diferencial de Barrido*; Perkin Elmer Corporation, Connecticut, 1975.
- Miles, C. A., van Beek, G., y Veerkamp, C. H., Calculation of the Thermophysical Properties of Foods. In R. Jowitt et al. *Physical Properties of Foods* (Eds.) 269-312. London: Appl. Sci. Publ., 1983.
- Neeper, D. A. (2000). Thermal dynamics of wallboard with latent heat storage. *Solar Energy*, 68 (5): 393-403.
- Pham, Q.T. Modelling of freezing processes. In J. Evans, *Frozen Food Science and Technology*, Blackwell Publishing, Oxford, 2008.
- Rebach, S., Stribling, J., y Wilber, M., Frozen storage quality changes in whole jonah crabs. *Journal of Food Quality*, 13 (3): 203-208, 1990.
- Sá M., Figueiredo A. M., Correa A., y Sereno A. M., (1994) Apparent heat capacities, initial melting points and heats of melting of frozen fruits measured by differential scanning calorimetry. *Revista Española de Ciencia y Tecnología de Alimentos*, 34 (2), 202-209.
- Santos, M.V., y Lespinard, A. (2011) Numerical simulation of mushrooms during freezing using the FEM and an enthalpy: Kirchhoff formulation, *Heat and Mass Transfer*, 47:1671-1683.
- Santos, M.V., Vampa, V., Califano, A., y Zaritzky, N. Numerical simulations of chilling and freezing processes applied to bakery products in irregularly 3D geometries. *Journal of Food Engineering*, 100: 32-42, 2010.
- Scheerlinck, N., Fikiin, K.A., Verboven, P., De Baerdemaeker, J., y Nicolai, B.M. solution of phase change heat transfer problems with moving boundaries using an improved finite element enthalpy method. In R. Van Keer, C. A. Brebbia (Eds.) *Moving boundaries IV: Computational modelling of free and moving boundary problems* (pp. 75 - 85), 1997.
- Scheerlinck, N., Verboven, P., Fikiin, K.A., De Baerdemaeker, J., y Nicolai, B.M. Finite element computation of unsteady phase change heat transfer during freezing or thawing of food using a combined enthalpy and Kirchhoff transform method. *Transactions of the ASAE*, 44 (2): 429 - 438, 2001.
- Weast, R. C., y Astle, M.J., *Handbook of chemistry and physics*. 63 Ed. Boca Raton, Florida: CRC press, 1981.
- Zienkiewicz, O.C., y Taylor, R.L. El método de los elementos finitos, volumen I. McGraw-Hill, Barcelona, 1994 a).
- Zienkiewicz, O.C., y Taylor, R.L. El método de los elementos finitos, volumen II. McGraw-Hill, Barcelona, 1994 b).