

ESTUDIO PARAMÉTRICO SOBRE LA EFECTIVIDAD Y LA ADAPTABILIDAD DEL AMORTIGUADOR SINTONIZADO DE MASA SEMIACTIVO

Hernán Garrido, Oscar Curadelli y Daniel Ambrosini

Facultad de ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, CONICET, Mendoza, Argentina.

Palabras Clave: control de vibraciones, control semiactivo, control activo, control óptimo recortado, amortiguador sintonizado de masa

Resumen.

Los sistemas de control de vibraciones se clasifican en cuatro grandes grupos: pasivos, activos, semi-activos e híbridos. Los sistemas semiactivos son atractivos debido a que poseen efectividades y características de adaptabilidad comparables a las de los sistemas activos sin requerir grandes cantidades de energía para su funcionamiento.

Un dispositivo extensamente empleado en el control de vibraciones es el amortiguador sintonizado de masa el cual puede implementarse de forma: pasiva (TMD), activa (ATMD) y semiactiva (STMD).

En el presente trabajo se considera un STMD cuyo coeficiente de amortiguamiento varía de acuerdo a una ley de control óptimo recortado. Se presenta un estudio numérico sobre el efecto que tiene la relación de amortiguamiento mínima y máxima en la efectividad del STMD, al controlar una estructura de un grado de libertad bajo una excitación armónica. Los resultados expresados en términos de efectividad son comparados con TMD y ATMD. También se estudia la capacidad de adaptabilidad del STMD ante variaciones en los parámetros estructurales.

En las conclusiones del trabajo se presentan lineamientos generales para la selección y diseño de este tipo de sistemas de control de vibraciones.

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas de control de vibraciones se clasifican en cuatro grandes grupos: pasivos, activos, semiactivos e híbridos. Los sistemas semiactivos son atractivos debido a que en general poseen efectividades y características de adaptabilidad comparables a las de los sistemas activos sin requerir grandes cantidades de energía para su funcionamiento.

Una técnica aceptada en el control de vibraciones estructurales es el uso de amortiguadores sintonizados de masa pasivos (*Tuned Mass Damper*, TMD), activos (ATMD) y, más recientemente, semiactivos (STMD). Éstos dispositivos también reciben los nombres de amortiguador dinámico de vibraciones (*Dynamic Vibration Absorber*, DVA) y amortiguador sintonizado de vibraciones (*Tuned Vibration Absorber*, TVA).

Una de las principales ventajas de los TMD, ATMD y STMD es la posibilidad de ejercer fuerzas disipativas en la estructura, reaccionando contra una masa auxiliar. Esta característica los hace especialmente atractivos en todos aquellos casos en los cuales no sea factible la conexión del cuerpo vibrante de la estructura al marco de referencia a través de un amortiguador. Algunos ejemplos de éstos casos son: edificios altos (Tang y Zuo, 2010), lozas flexibles (Koo, 2003), teleféricos (Viet et al., 2011) y embarcaciones (Den Hartog, 1985).

El primer estudio detallado del TMD (pasivo), lo presentó Den Hartog (1985). Luego de numerosas y progresivas investigaciones, Warburton (1982) presentó varias fórmulas cerradas para determinar sus parámetros óptimos bajo diferentes tipos de excitación.

Varios ejemplos de diseños de ATMD para edificios pueden encontrarse en el libro de Preumont y Seto (2008). Para el caso de STMD, el lector puede referirse al trabajo de Pinkaew (2001) en el cual se analiza la efectividad de un STMD acoplado a una estructura bajo carga armónica.

El TMD consta de un bloque móvil con masa m_T , un resorte con rigidez k_T y un amortiguador con coeficiente de amortiguamiento c_T (Figura 1 (a)). El parámetro m_T se selecciona tan grande como sea posible, aunque en general se toman valores de entre 1 y 5 % de la masa de la estructura. Los parámetros k_T y c_T pueden optimizarse de diversas maneras. Por ejemplo, si la estructura puede simplificarse como un sistema no amortiguado de un grado de libertad, pueden utilizarse las fórmulas de Warburton (1982).

El ATMD puede interpretarse como un TMD en el cual se ha reemplazado el amortiguador por un actuador que ejerce fuerzas u_c sobre la estructura, reaccionando contra el bloque móvil, de acuerdo a una ley de control apropiada (Figura 1 (c)). En términos estrictos, el ATMD es un sistema de control híbrido ya que combina el efecto pasivo de TMD con el efecto activo del actuador. Por ésto, el ATMD también recibe el nombre de amortiguador de masa híbrido (*Hybrid Mass Damper*, HMD). Según las definiciones de Preumont y Seto (2008), la versión estrictamente activa es aquella donde k_T se ha seleccionado relativamente muy flexible de manera que el dispositivo no esté sintonizado. Este último dispositivo recibe el nombre de amortiguador activo de masa (*Active Mass Damper*, AMD). En el presente trabajo se considera el uso de un ATMD de acuerdo a la anterior definición.

El STMD difiere del TMD en que uno de sus parámetros es variado en tiempo real de acuerdo a alguna ley de control apropiada. En general se modifica k_T o c_T , pero más usualmente se varía c_T (Figura 1 (b)) ya que con relativamente muy pequeñas cantidades de energía puede variarse ampliamente y de forma casi instantánea. Esto se logra gracias a tecnologías tales como las de los amortiguadores viscosos con válvula de orificio variable, magneto-reológicos, electro-reológicos y electrodinámicos o electromagnéticos. En cualquier caso, la limitante tecnológica está constituida por la relación entre el coeficiente de amortiguamiento máximo c_{\max} y el coeficiente de amortiguamiento mínimo c_{\min} entre los que puede variar c_T .

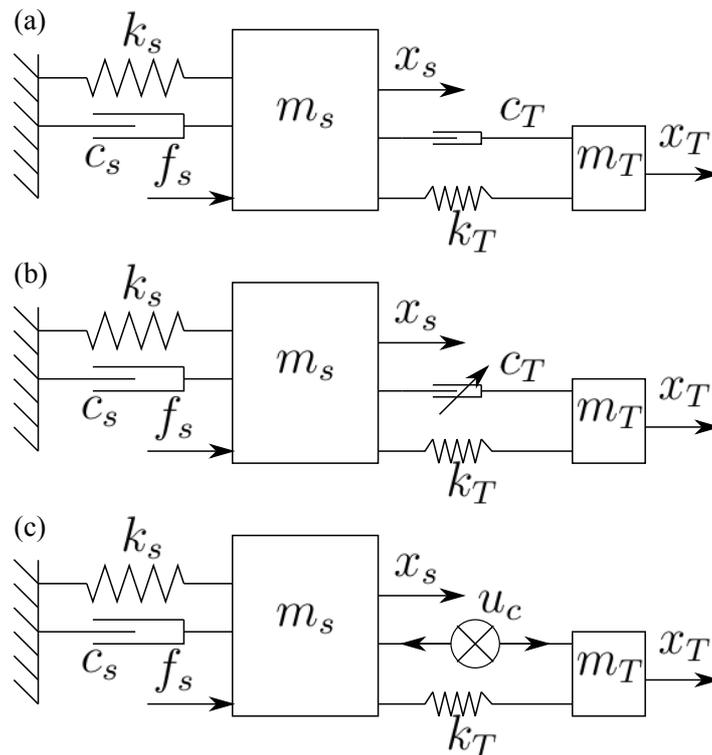


Figura 1: Modelos esquemáticos. (a) Estructura controlada por TMD; (b) estructura controlada por STMD; (c) estructura controlada por ATMD.

De lo relevado en la literatura se desprende que, salvo por el trabajo de [Koo et al. \(2008\)](#) en el cual se considera una ley del control semiactivo del tipo *GroundHook* basada en desplazamientos, no existe ningún estudio detallado del efecto que tiene c_{\min} y c_{\max} en la efectividad del STMD. El objetivo de este trabajo es mostrar la influencia que tienen los valores máximos y mínimos de c_T en la efectividad del STMD, para que a partir de ello puedan diseñarse estrategias de optimización más eficientes y directas. Este estudio incluye un análisis comparativo con el TMD y el ATMD.

La estrategia de control utilizada para el ATMD es el regulador cuadrático lineal (*Linear Quadratic Regulator*, LQR). Por otra parte, para el STMD se utiliza la ley de control óptimo recortado que está basada en la misma ley de control LQR. Ésto permite igualar parámetros de ambas leyes de control para poder hacer la comparación entre ATMD y STMD. En los tres casos analizados, TMD, STMD y ATMD, se consideran iguales parámetros k_T y m_T permitiendo así una comparación triple.

A través de simulaciones numéricas en el dominio del tiempo, considerando excitación armónica, se extraen resultados que permiten construir y presentar la respuesta de los distintos sistemas en el dominio de la frecuencia. A partir de éstas respuestas se analiza la efectividad y la adaptabilidad de los tres sistemas. La efectividad del STMD es estudiada considerando los efectos de c_{\min} y c_{\max} .

2. MODELOS MATEMÁTICOS

2.1. Ecuaciones de movimiento

El comportamiento dinámico de la estructura con TMD o STMD (Figura 1 (a) y (b)) está gobernado por la siguiente ecuación diferencial matricial:

$$\hat{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{K}}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} f_s \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

en la cual

$$\hat{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_T \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} c_s + c_T & -c_T \\ -c_T & c_T \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} k_s + k_T & -k_T \\ -k_T & k_T \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_s \\ x_T \end{bmatrix}, \quad (2)$$

siendo k_s , c_s y m_s , la rigidez, el coeficiente de amortiguamiento y la masa de la estructura, y f_s una fuerza de excitación externa. Note que, para el caso de STMD, c_T varía entre c_{\min} y c_{\max} conforme a la ley de control semiactivo.

Por otro lado, la dinámica de la estructura con ATMD (Figura 1 (c)) está gobernada por la siguiente ecuación diferencial matricial:

$$\hat{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{C}}_A\dot{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{K}}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} f_s - u_c \\ u_c \end{bmatrix}, \quad (3)$$

en la cual

$$\hat{\mathbf{C}}_A = \begin{bmatrix} c_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

siendo u_c la fuerza de control calculada por la ley de control activo.

2.2. Representación en espacio de estados

La ecuación de movimiento (3) puede reescribirse en espacio de estados como (Casciati et al., 2006):

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}_c u_c + \mathbf{B}_s f_s, \quad (5)$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\hat{\mathbf{M}}^{-1}\hat{\mathbf{K}} & -\hat{\mathbf{M}}^{-1}\hat{\mathbf{C}}_A \end{bmatrix}, \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \hat{\mathbf{M}}^{-1} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \hat{\mathbf{M}}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

2.3. Leyes de control

Se diseñan dos estrategias o leyes de control: una ley de control activo del tipo LQR para el ATMD; y una ley de control semiactivo del tipo control óptimo LQR recortado para el STMD.

2.3.1. Ley de control activo

El LQR es un controlador tal que determina una fuerza a aplicar dada por la siguiente combinación lineal:

$$u_c = -\mathbf{G}\mathbf{z}. \quad (7)$$

La matriz \mathbf{G} es aquella que minimiza el siguiente funcional cuadrático de costo:

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} [\mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} + u_c^2 R] dt, \quad (8)$$

con \mathbf{z} y u_c sujetos a (7) y (5) con $f_s = 0$. Para el caso considerado en este trabajo, la obtención de \mathbf{G} se realiza mediante la resolución de la ecuación algebraica de Ricatti asociada (Kwakernaak y Sivan, 1972).

Existen diversos criterios para la selección adecuada de \mathbf{Q} y R . El criterio tomado en el presente trabajo es el siguiente: se construye \mathbf{Q} de manera tal que el primer término del funcional de costo (8) coincida con la energía total de la estructura a controlar (Casciati et al., 2006), es decir

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} k_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (9)$$

por otra parte se selecciona R por prueba-y-error buscando que el ATMD tenga una efectividad sensiblemente mejor que la del TMD.

Note que el parámetro R penaliza la fuerza de control aplicada. Es decir, cuanto menor sea este valor, el regulador tendrá permitido aplicar más fuerza, consiguientemente las ganancias que constituyen la matriz \mathbf{G} serán mayores, y el sistema tenderá a ser más efectivo y, por supuesto, también más costoso.

2.3.2. Ley de control semiactivo

En la estrategia control óptimo recortado, un controlador primario, diseñado con alguna técnica de control activo óptimo (en este caso LQR), determina la fuerza de control que debería ingresarse al sistema (u_c). Un controlador secundario llamado recortador se encarga de modificar el coeficiente de amortiguamiento c_T , entre los valores c_{\min} y c_{\max} previamente definidos por la capacidad del amortiguador variable, con el objetivo de aproximar la fuerza del amortiguador a u_c . En el sistema aquí considerado, el controlador primario utilizado es el mismo LQR del ATMD.

Siguiendo la formulación de Pinkaew (2001), el coeficiente de amortiguamiento del amortiguador del STMD se modifica de acuerdo a la siguiente ley:

$$c_T = \text{sat} \left(\frac{u_c}{\dot{x}_s - \dot{x}_T} \right) \text{ para } \dot{x}_s - \dot{x}_T \neq 0, \quad (10)$$

donde la función sat limita el valor de c_T entre c_{\min} y c_{\max} .

3. ESTUDIO DE LA EFECTIVIDAD DEL STMD

Se realizan simulaciones numéricas de los tres sistemas considerados (Figura 1) con los siguientes parámetros: $m_s = 1 \text{ kg}$, $\omega_s = \sqrt{k_s/m_s} = 1 \text{ rad s}^{-1}$, $\zeta_s = c_s/(2\omega_s m_s) = 0,05$, $\mu = m_T/m_s = 0,01$, $f_s = 1 \text{ N sen}(\omega t)$. Los parámetros k_T y c_T se seleccionan utilizando las fórmulas de Warburton (1982) para optimizar la norma cuadrática de los desplazamientos de la estructura, es decir:

$$k_{opt} = m_T \omega_T^2, \omega_T = \alpha_{opt} \omega_s, \alpha_{opt} = \frac{1}{1 + \mu}, \quad (11)$$

y

$$c_{opt} = 2\omega_T m_T \zeta_T, \zeta_T = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)(1-(\mu/2))}}. \quad (12)$$

Para el TMD se utiliza $c_T = c_{opt}$ y $k_T = k_{opt}$, para el ATMD se utiliza $k_T = k_{opt}$ y para el STMD se utiliza $k_T = k_{opt}$ y c_T variable de acuerdo a la ley de control semiactivo representada por la ec. (10).

Todos los resultados mostrados en este trabajo son respuestas ante excitación armónica en régimen estacionario. A partir de éstas se construyen funciones de respuesta en frecuencia, luego normalizadas como factores de amplificación dinámica (*Dynamic Amplification Factors*, DMFs) comparables con las de sistemas lineales. La estructura lineal acoplada al STMD, ecuaciones (1) y (10), ya no constituye un sistema lineal sino lineal por partes. Se sabe que para un sistema no lineal el DMF puede depender de la excitación, o la respuesta del sistema puede resultar no periódica. Sin embargo, puede demostrarse que la respuesta de las ecuaciones (1) y (10) ante excitación periódica son también periódicas con el mismo periodo que la excitación, y la relación de amplitudes respuesta/excitación es independiente de la amplitud de la excitación. Por lo tanto, la comparación en el dominio de la frecuencia es válida (Pinkaw, 2001). El análisis de la efectividad se llevará a cabo a través del estudio de la forma y las normas cuadrática e infinito del DMF.

En esta sección, se trabaja con la función de respuesta en frecuencia en forma normalizada como DMF, el cual está definido de la siguiente manera:

$$\text{DMF}(\omega) = k_s(x_s/f_s), \quad (13)$$

donde x_s y f_s son los valores pico en régimen estacionario de x_s y f_s respectivamente. Note que el DMF es adimensional.

3.1. Forma de la función de respuesta en frecuencia

3.1.1. Efecto del amortiguamiento mínimo

En la Figura 2 se muestra el DMF de la estructura sin control, y controlada con TMD, ATMD y STMD para distintos valores de R , para valores de c_{min} entre 1/10 y 1 de c_{opt} , con $c_{max} = c_{opt}$. Se observa que la disminución de c_{min} reduce fuertemente el DMF en la zona del valle en la resonancia y suavemente incrementa los picos.

La disminución del valle del DMF tiende asintóticamente al de la estructura con ATMD conforme disminuye c_{min} . En otras palabras, éstos resultados sugieren que el valle del DMF puede disminuirse tanto como se desee simplemente aumentando las ganancias del controlador primario (disminuyendo R) y disminuyendo c_{min} simultáneamente.

Debe observarse también que el leve incremento en los picos del DMF se hace más pronunciado para las ganancias más grandes.

Es notable el hecho de que, gracias a las capacidades del STMD, puede reducirse el valle del DMF con relativa independencia del aumento de los picos. Esto no puede lograrse en el TMD, ya que disminuciones en el c_T de un TMD reducen el valle, pero a costa de importantes aumentos en los picos (Den Hartog, 1985).

Adicionalmente puede decirse también que el TMD puede interpretarse como un caso particular de STMD en el cual $c_{max} = c_{min} = c_{opt}$.

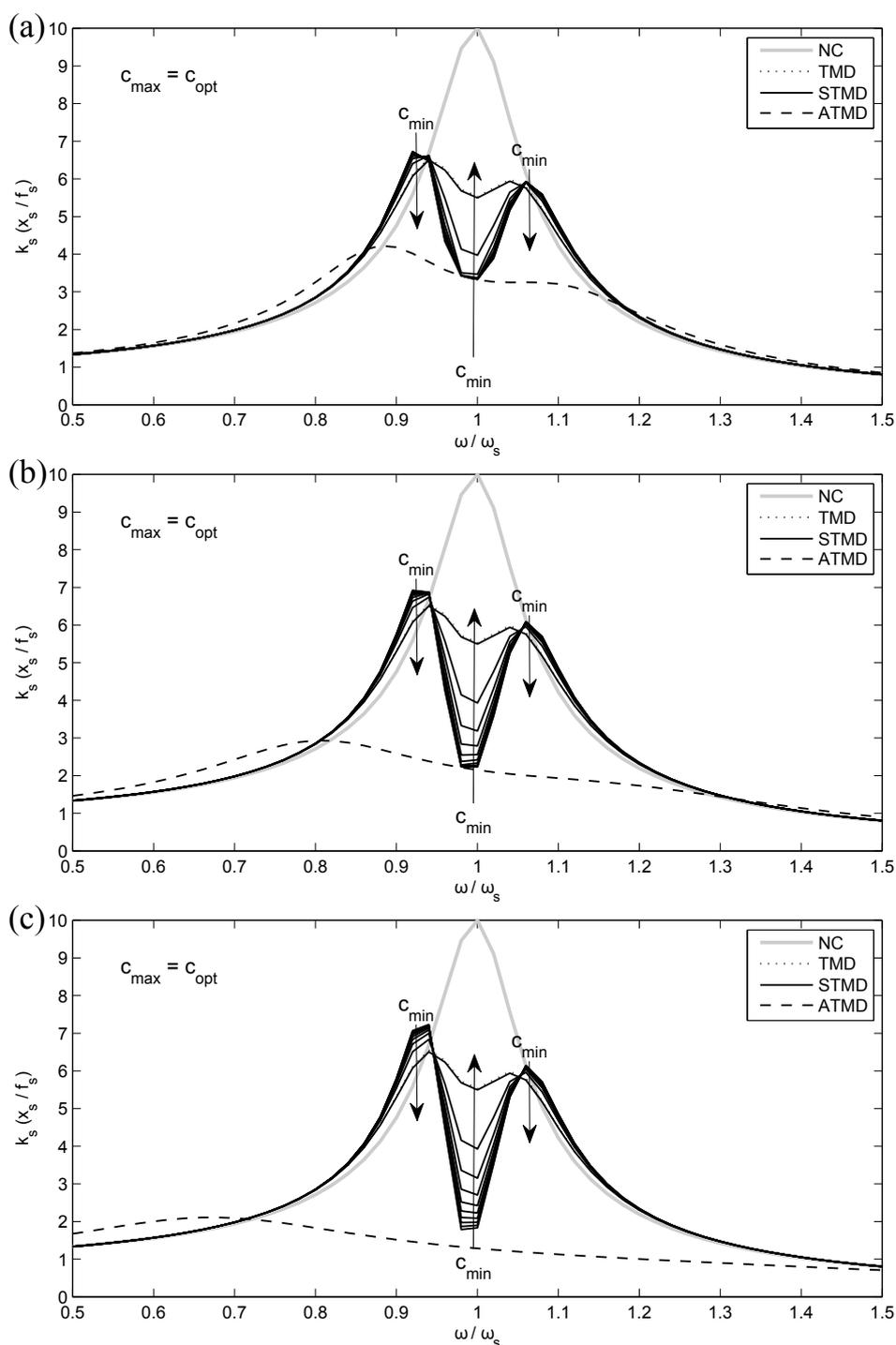


Figura 2: Forma del DMF de la estructura no controlada, controlada con TMD, controlada con ATMD y controlada con STMD para valores de c_{min} desde $c_{min} = 0,1c_{opt}$ hasta $c_{min} = c_{opt}$ en pasos de $0,1c_{opt}$. (a) $R = 100$; (b) $R = 10$; (c) $R = 1$.

3.1.2. Efecto del amortiguamiento máximo

En la Figura 3 se muestra el DMF de la estructura sin control, y controlada con TMD, ATMD y STMD para distintos valores de R , para valores de c_{max} de hasta 10 veces c_{opt} , con $c_{min} = c_{opt}$. Se observa que el incremento de c_{max} reduce los picos del DMF del sistema con STMD sin

modificar el valle.

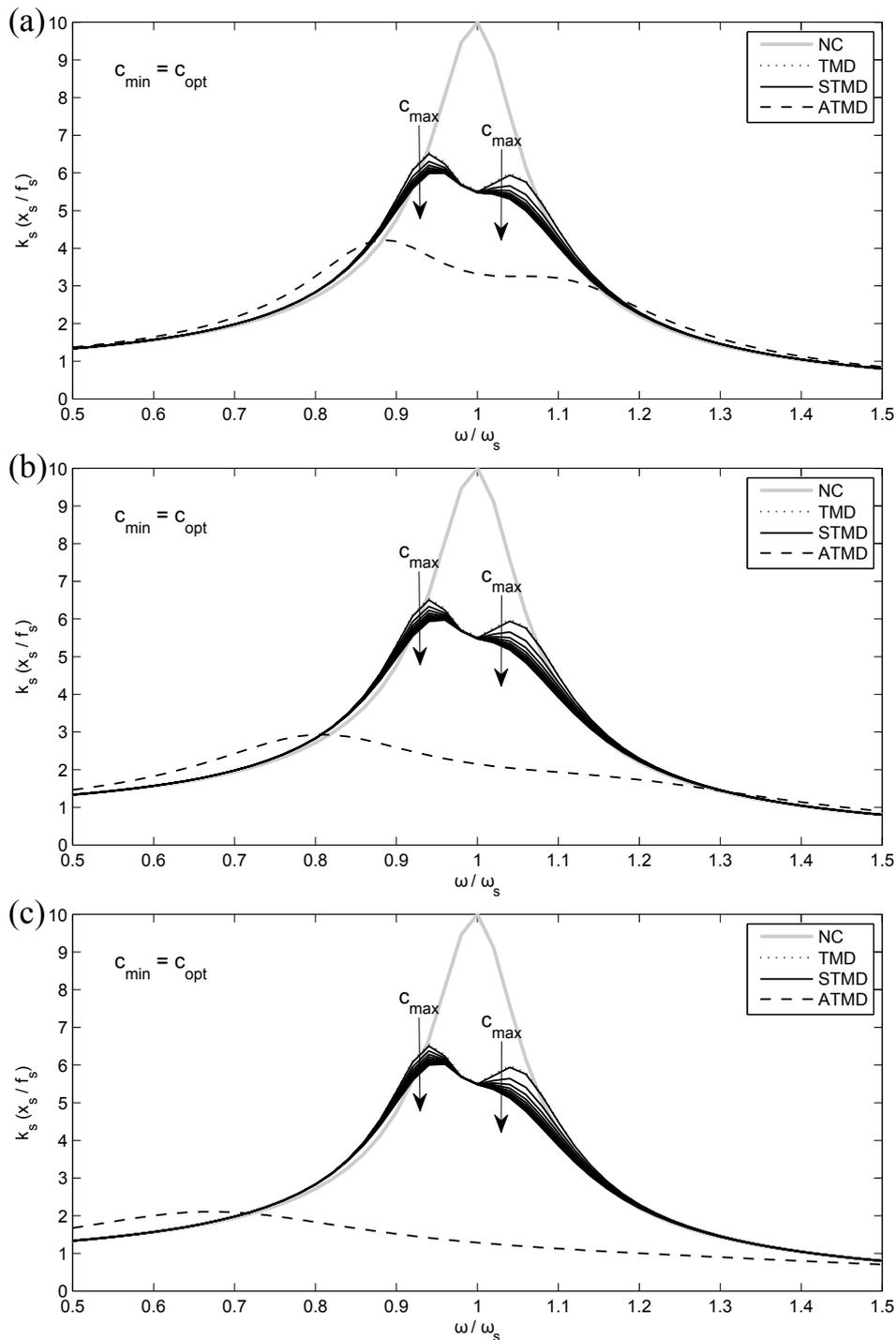


Figura 3: Forma del DMF de la estructura no controlada, controlada con TMD, controlada con ATMD y controlada con STMD para valores de c_{\max} desde $c_{\max} = c_{\text{opt}}$ hasta $c_{\max} = 10c_{\text{opt}}$ en pasos de c_{opt} . (a) $R = 100$; (b) $R = 10$; (c) $R = 1$.

Conforme aumenta c_{\max} , la disminución de los picos del DMF tiende asintóticamente a un valor cercano al del valle. En otras palabras, éstos resultados sugieren que los picos del DMF pueden disminuirse aumentando c_{\max} pero sólo hasta cierto punto.

Debe observarse también que las ganancias del controlador primario, variadas indirectamente a través de R , no influyen en los resultados.

Es notable el hecho de que, gracias a las capacidades del STMD, pueden reducirse los picos del DMF con total independencia del aumento del valle. Esto no puede lograrse en el TMD, ya que aumentos en el c_T de un TMD reducen los picos del DMF, pero a costa de importantes aumentos en el valle (Den Hartog, 1985). Es más, dicho valle pasa a ser un nuevo pico central en el DMF, tendiendo el sistema a comportarse como un sistema no controlado de un sólo grado de libertad (Den Hartog, 1985).

3.1.3. Efecto combinado de los amortiguamientos mínimo y máximo

En la Figura 4 se muestra el DMF de la estructura sin control, y controlada con TMD, ATMD y STMD para distintos valores de R , con la restricción que $\sqrt{c_{\min}c_{\max}} = c_{\text{opt}}$, para valores de c_{\min} y c_{\max} con relaciones de hasta 10 veces. Se observa que el incremento de c_{\max}/c_{\min} , con dicha restricción, reduce simultáneamente los picos y el valle del DMF del sistema. Debido a la reducción del valle del DMF, los picos pueden disminuirse en mayor medida.

También se observan los mismos efectos negativos de ganancias excesivamente altas (valores de R muy pequeños). Específicamente, cuando las ganancias son desproporcionadamente altas la respuesta tiende a aumentar.

3.2. Normas de la función de respuesta en frecuencia

En esta sección se analizan las normas cuadrática e infinito de los DMF mostrados en las figuras 2, 3 y 4. La norma infinito representa el peor caso de respuesta ante carga armónica pura, es decir, es la respuesta del sistema cuando está excitado con una frecuencia tal que la respuesta es máxima. Por otra parte, la norma cuadrática representa la respuesta del sistema en valores raíz cuadrático medios ante excitación tipo ruido blanco.

A continuación se definen las normas estudiadas:

$$H_{\infty} = \|\text{DMF}(\omega)\|_{\infty} = \max_{\omega}(|\text{DMF}(\omega)|), \quad (14)$$

la cual es la norma infinito de la respuesta de la estructura con TMD o STMD según se especifique; y

$$H_2 = \|\text{DMF}(\omega)\|_2 = \sqrt{\sum_{\omega} |\text{DMF}(\omega)|^2}, \quad (15)$$

la cual es la norma cuadrática de la respuesta de la estructura con TMD o STMD según se especifique.

3.2.1. Efecto del amortiguamiento mínimo

En la figura 5 se muestran las normas cuadrática e infinito del DMF del sistema controlado con STMD, normalizadas respecto de las correspondientes normas del DMF del sistema controlado con TMD, para distintos valores de R , para valores de c_{\min} entre 1/10 y 1 de c_{opt} , con $c_{\max} = c_{\text{opt}}$. Se observa que la disminución de c_{\min} reduce en hasta un 5 % la norma cuadrática, pero incrementa en hasta un 10 % la norma infinito.

El aumento de la norma infinito está claramente asociado a las altas ganancias del controlador primario (a su vez relacionadas con R). La reducción de la norma cuadrática está relacionada en forma directa con la disminución de c_{\min} . Sin embargo, esta relación satura para valores de c_{\min} menores a 1/4 de c_{opt} .

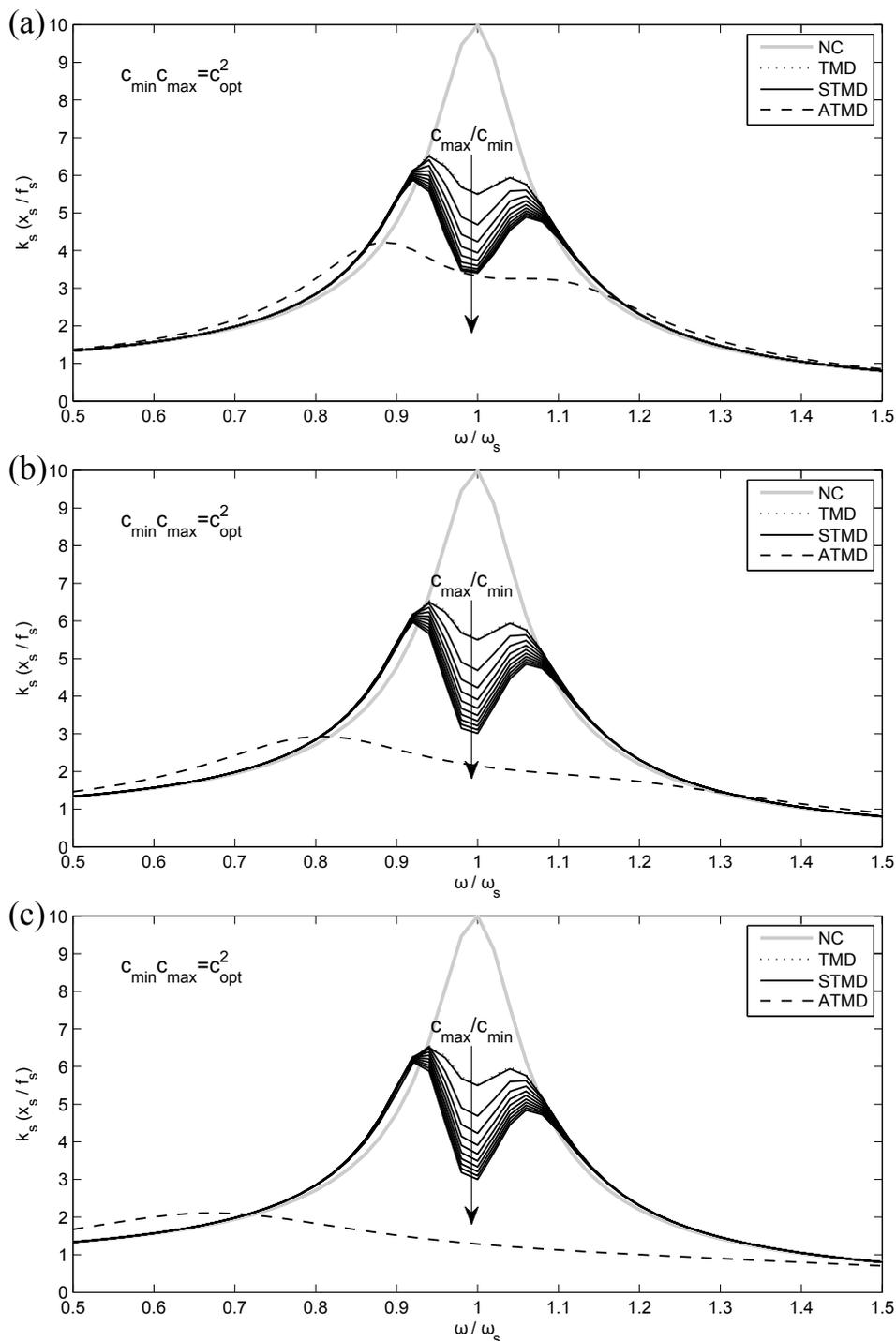


Figura 4: Forma del DMF de la estructura no controlada, controlada con TMD, controlada con ATMD y controlada con STMD para valores de c_{max}/c_{min} desde $c_{max}/c_{min} = 1$ hasta $c_{max}/c_{min} = 10$ en pasos de 1. (a) $R = 100$; (b) $R = 10$; (c) $R = 1$.

3.2.2. Efecto del amortiguamiento máximo

En la figura 6 se muestran las normas cuadrática e infinito del DMF del sistema controlado con STMD, normalizadas respecto de las correspondientes normas del DMF del sistema controlado con TMD, para distintos valores de R , para valores de c_{max} de hasta 10 veces c_{opt} , con

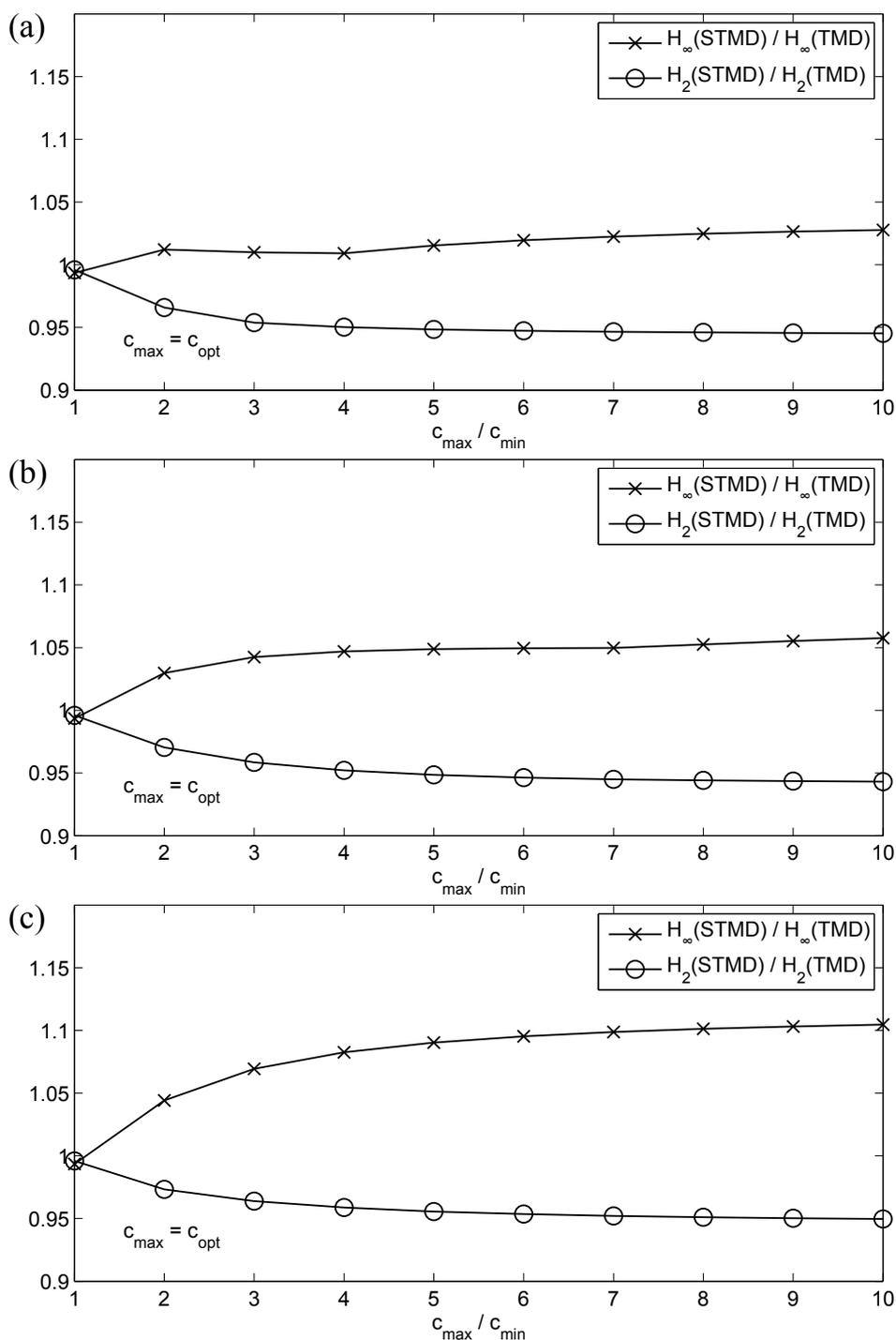


Figura 5: Norma cuadrática y norma infinito del DMF de la estructura controlada con STMD, para valores de c_{\min} desde $c_{\min} = 0,1c_{\text{opt}}$ hasta $c_{\min} = c_{\text{opt}}$ en pasos de $0,1c_{\text{opt}}$, respecto de las normas correspondientes al caso de estructura controlada con TMD. (a) $R = 100$; (b) $R = 10$; (c) $R = 1$.

$c_{\min} = c_{\text{opt}}$. Se observa que el incremento de c_{\max} reduce en hasta un 6 % la norma cuadrática, y a su vez también reduce en hasta un 9 % la norma infinito.

La reducción de ambas normas está relacionada en forma directa con el incremento de c_{\max} . Sin embargo, esta relación tiende a saturar para valores de c_{\max} grandes.

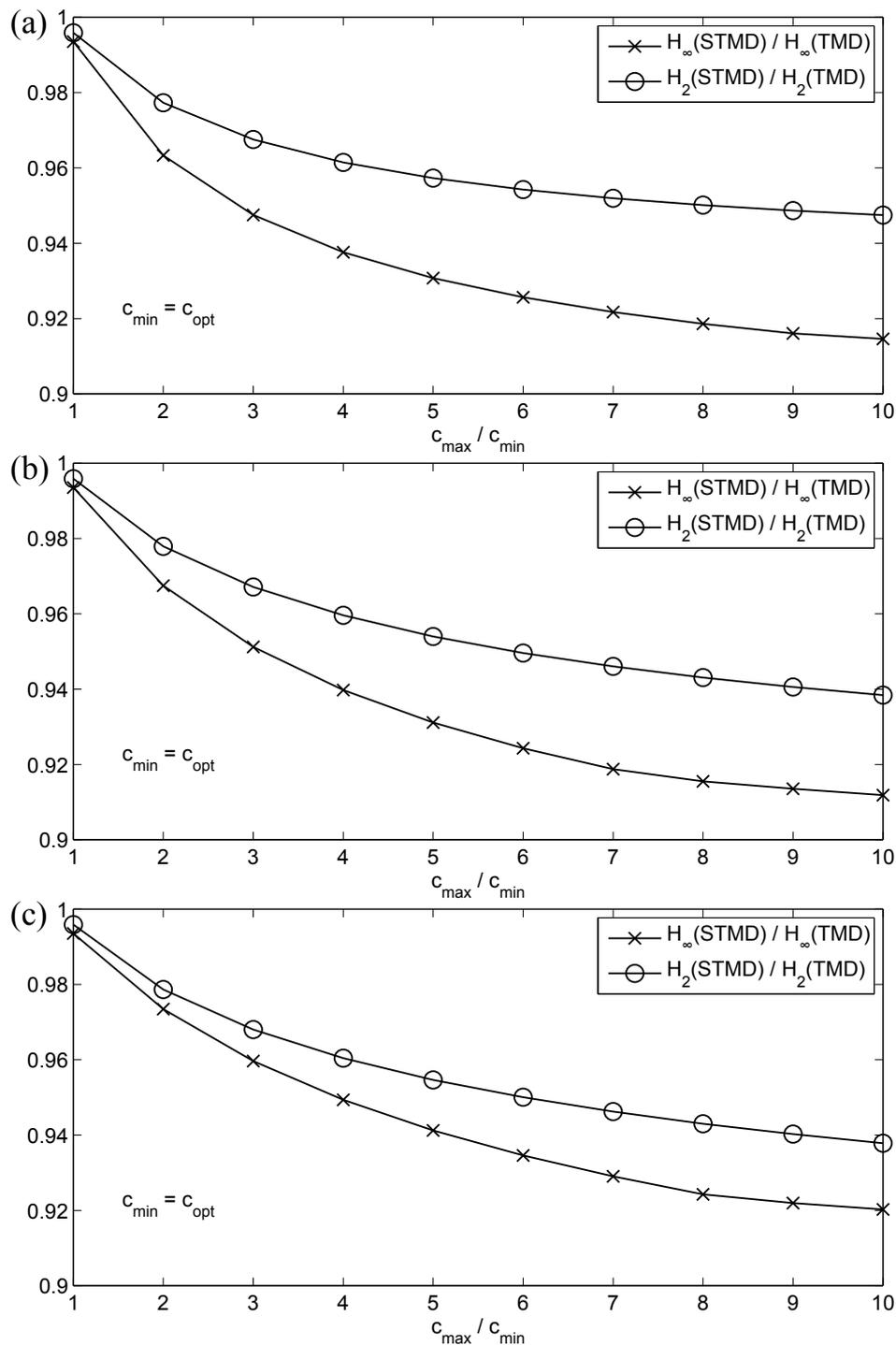


Figura 6: Norma cuadrática y norma infinito del DMF de la estructura controlada con STMD, para valores de c_{\max} desde $c_{\max} = c_{\text{opt}}$ hasta $c_{\max} = 10c_{\text{opt}}$ en pasos de c_{opt} , respecto de las normas correspondientes al caso de estructura controlada con TMD. (a) $R = 100$; (b) $R = 10$; (c) $R = 1$.

3.2.3. Efecto combinado de los amortiguamientos mínimo y máximo

En la figura 7 se muestran las normas cuadrática e infinito del DMF del sistema controlado con STMD, normalizadas respecto de las correspondientes normas del DMF del sistema controlado con TMD, para distintos valores de R , para valores de c_{\max}/c_{\min} de hasta 10 veces, con

la restricción:

$$\sqrt{c_{\min}c_{\max}} = c_{\text{opt}}. \quad (16)$$

Se observa que el incremento de c_{\max}/c_{\min} , con la restricción (16), reduce en hasta un 12 % la norma cuadrática, y a su vez también reduce en hasta un 10 % la norma infinito.

La reducción de ambas normas está relacionada en forma directa con el incremento de c_{\max}/c_{\min} . Sin embargo, esta relación tiende a saturar para valores de c_{\max}/c_{\min} mayores a 5. Una observación que debe hacerse sobre la figura 7 es que los valores de c_{\max}/c_{\min} para los cuales la antedicha relación satura pueden elevarse aumentando las ganancias del controlador primario (reduciendo R). En otras palabras, los resultados sugieren que ambas normas pueden reducirse tanto como se desee aumentando c_{\max}/c_{\min} (limitado solo por razones prácticas o económicas), con la restricción (16), y reduciendo R de forma proporcionada.

Es muy importante destacar que, para una relación c_{\max}/c_{\min} dada, ambas normas son reducidas en mayor medida cuando se selecciona $c_{\max} > c_{\text{opt}}$ y $c_{\min} < c_{\text{opt}}$, que cuando se selecciona $c_{\max} > c_{\text{opt}}$ y $c_{\min} = c_{\text{opt}}$ o $c_{\max} = c_{\text{opt}}$ y $c_{\min} < c_{\text{opt}}$.

4. UN COMENTARIO SOBRE LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL SEMIACTIVO

Se observa que los resultados obtenidos en las secciones 3.1.1, 3.1.2, 3.2.1 y 3.2.2 son cualitativamente muy similares a los del trabajo de Koo et al. (2008). En dicho trabajo se utiliza una ley de control semiactivo del tipo *GroundHook* basada en desplazamientos, a diferencia del presente trabajo en el cual se utiliza una ley de control semiactivo del tipo control óptimo recordado. A continuación se muestra matemáticamente la similitud oculta que existe entre estas dos estrategias.

La matriz de ganancias G que minimiza el funcional de costo J , por ejemplo con $R = 10$, para los parámetros con que se hicieron las simulaciones, es:

$$G = \begin{bmatrix} -0,2354 \text{ N m}^{-1} & 0 \text{ N m}^{-1} & -0,0371 \text{ N s m}^{-1} & 0,0068 \text{ N s m}^{-1} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

con lo cual, recurriendo a la ecuación (7), la ley de control (10) queda determinada de la siguiente manera:

$$c_T = \text{sat} \left(\frac{0,2354 \text{ N m}^{-1} x_s + 0,0371 \text{ N s m}^{-1} \dot{x}_s - 0,0068 \text{ N s m}^{-1} \dot{x}_T}{\dot{x}_s - \dot{x}_T} \right) \text{ para } \dot{x}_s - \dot{x}_T \neq 0, \quad (18)$$

y puede reescribirse como:

$$c_T = \text{sat} \left(\frac{0,2354 \text{ N m}^{-1} x_s + 0,0068 \text{ N s m}^{-1} (\dot{x}_s - \dot{x}_T) + 0,0303 \text{ N s m}^{-1} \dot{x}_s}{\dot{x}_s - \dot{x}_T} \right) \text{ para } \dot{x}_s - \dot{x}_T \neq 0. \quad (19)$$

Las leyes de control semiactivo: *GroundHook* basada en desplazamientos, y *GroundHook* basada en velocidades son (Koo, 2003):

$$c_T(\text{DBGH}) = \frac{G_x x_s}{\dot{x}_s - \dot{x}_T} \text{ para } \dot{x}_s - \dot{x}_T \neq 0, \quad (20)$$

y

$$c_T(\text{VBGH}) = \frac{G_v \dot{x}_s}{\dot{x}_s - \dot{x}_T} \text{ para } \dot{x}_s - \dot{x}_T \neq 0, \quad (21)$$

respectivamente. Estas expresiones pueden sustituirse adecuadamente en (19) obteniéndose:

$$c_T = \text{sat}(c_T(\text{DBGH}) + c_c + c_T(\text{VBGH})), \quad (22)$$

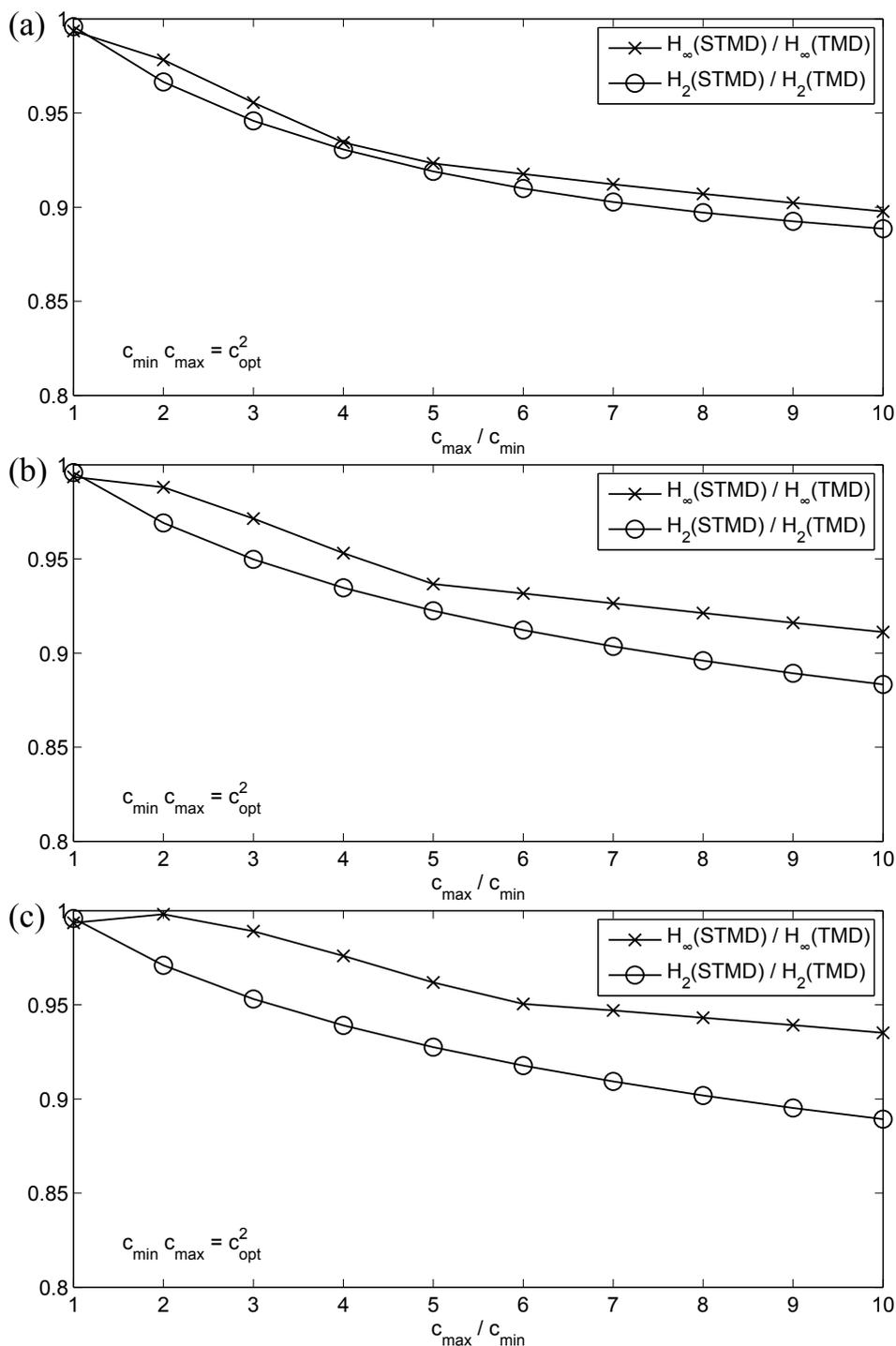


Figura 7: Norma cuadrática y norma infinito del DMF de la estructura controlada con STMD, para valores de c_{\max}/c_{\min} desde $c_{\max}/c_{\min} = 1$ hasta $c_{\max}/c_{\min} = 10$ en pasos de 1, respecto de las normas correspondientes al caso de estructura controlada con TMD. (a) $R = 100$; (b) $R = 10$; (c) $R = 1$.

con $G_x = 0,2354 \text{ N m}^{-1}$, $G_v = 0,0303 \text{ N s m}^{-1}$, y $c_c = 0,0068 \text{ N s m}^{-1}$. Esto claramente indica que la estrategia de control semiactivo del tipo control óptimo recortado puede interpretarse como una combinación lineal de: un coeficiente de amortiguamiento constante, la estrategia *GroundHook* basada en desplazamientos y la estrategia *GroundHook* basada en velocidades.

Note además que el sistema del ejemplo del cual se ha obtenido \mathbf{G} tiene $\omega_s = 1 \text{ rad s}^{-1}$, es

decir desplazamientos y velocidades en la estructura poseen amplitudes pico aproximadamente iguales en valor absoluto. De ésto, y de la consideración de los valores de G_x y \dot{G}_x , se desprende que, en la destacada combinación lineal, la estrategia *GroundHook* basada en desplazamientos tiene un peso mayor que la estrategia *GroundHook* basada en velocidades (7,7 veces mayor, en el ejemplo). Por lo tanto es lógico que las estrategias control óptimo LQR recortado y *GroundHook* basada en desplazamientos posean comportamientos similares como fue anteriormente observado. Este resultado también es consistente con una importante conclusión del trabajo de [Koo \(2003\)](#) que dice que "la estrategia *GroundHook* basada en desplazamientos es más efectiva que la estrategia *GroundHook* basada en velocidades".

5. ESTUDIO DE LA ADAPTABILIDAD DEL STMD

En esta sección se estudian la forma y las normas del DMF de la estructura no controlada, y controlada por TMD, STMD y ATMD, conforme varían las propiedades de la estructura k_s y m_s .

5.1. Forma de la función de respuesta en frecuencia

5.1.1. Variación en la rigidez de la estructura

En la figura 8 se muestra la forma del DMF de la estructura no controlada, controlada con TMD, controlada con ATMD y controlada con STMD para valores de k_s de $k_s = 0,8k_{s0}$, $k_s = k_{s0}$ y $k_s = 1,2k_{s0}$, siendo $k_{s0} = 1 \text{ N m}^{-1}$; con $c_{\max} = 10c_{\text{opt}}$, $c_{\min} = 0,1c_{\text{opt}}$ y $R = 1$.

Se observa que tanto el TMD como el STMD pierden efectividad mientras que el ATMD casi no se modifica en su respuesta. Esto se atribuye a que tanto TMD como STMD dependen para su funcionamiento de la sintonía entre la estructura y el sistema auxiliar (TMD o STMD). Por el contrario, en el caso de ATMD, la fuerza que se aplica contra la estructura es provista por el actuador; y por lo tanto, es menos dependiente de la sintonía. De hecho, el ATMD fuertemente desintonizado con $k_T \ll k_s$ se comporta como AMD ([Preumont y Seto, 2008](#)), un sistema que es inclusive más efectivo que el ATMD pero que necesita para su funcionamiento más energía.

5.1.2. Variación en la masa de la estructura

En la figura 9 se muestra la forma del DMF de la estructura no controlada, controlada con TMD, controlada con ATMD y controlada con STMD para valores de m_s de $m_s = 0,8m_{s0}$, $m_s = m_{s0}$ y $m_s = 1,2m_{s0}$, siendo $m_{s0} = 1 \text{ kg}$; con $c_{\max} = 10c_{\text{opt}}$, $c_{\min} = 0,1c_{\text{opt}}$ y $R = 1$.

Respecto de las variaciones en la efectividad de los sistemas, pueden hacerse las mismas observaciones que para el caso de variaciones en k_s .

Se observa también que aumentos en m_s deterioran mucho más la efectividad de los tres sistemas de control, que disminuciones en m_s . Esto se debe a que se combinan tres efectos desfavorables: desintonía, disminución de la relación de masas $\mu = m_s/m_T$, y disminución de la relación de amortiguamiento intrínseca de la estructura $\zeta_s = c_s/(2\sqrt{k_s m_s})$.

5.2. Normas de la función de respuesta en frecuencia

5.2.1. Variación en la rigidez de la estructura

En la figura 10 se muestran las normas cuadrática e infinito del DMF de la estructura controlada con TMD, STMD y ATMD, para distintos valores de k_s , respecto de las normas correspondientes al caso de estructura no controlada. Se observa que la desintonía deteriora (aumenta)

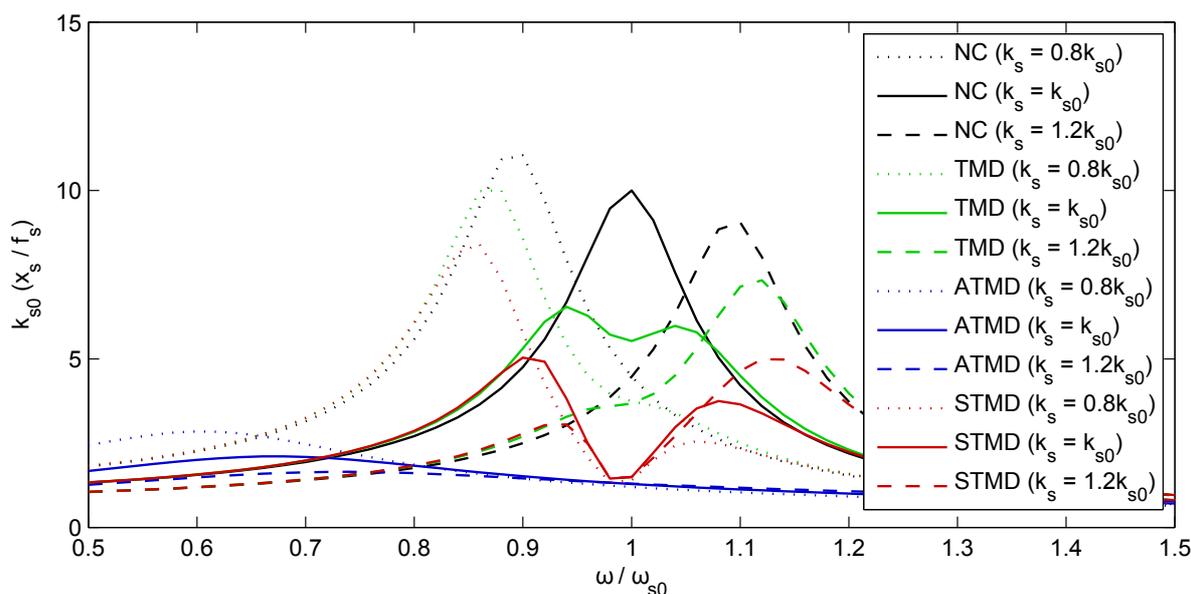


Figura 8: Forma del DMF de la estructura no controlada, controlada con TMD, controlada con ATMD y controlada con STMD para valores de k_s de $k_s = 0,8k_{s0}$, $k_s = k_{s0}$ y $k_s = 1,2k_{s0}$; con $c_{\max} = 10c_{\text{opt}}$, $c_{\min} = 0,1c_{\text{opt}}$ y $R = 1$.

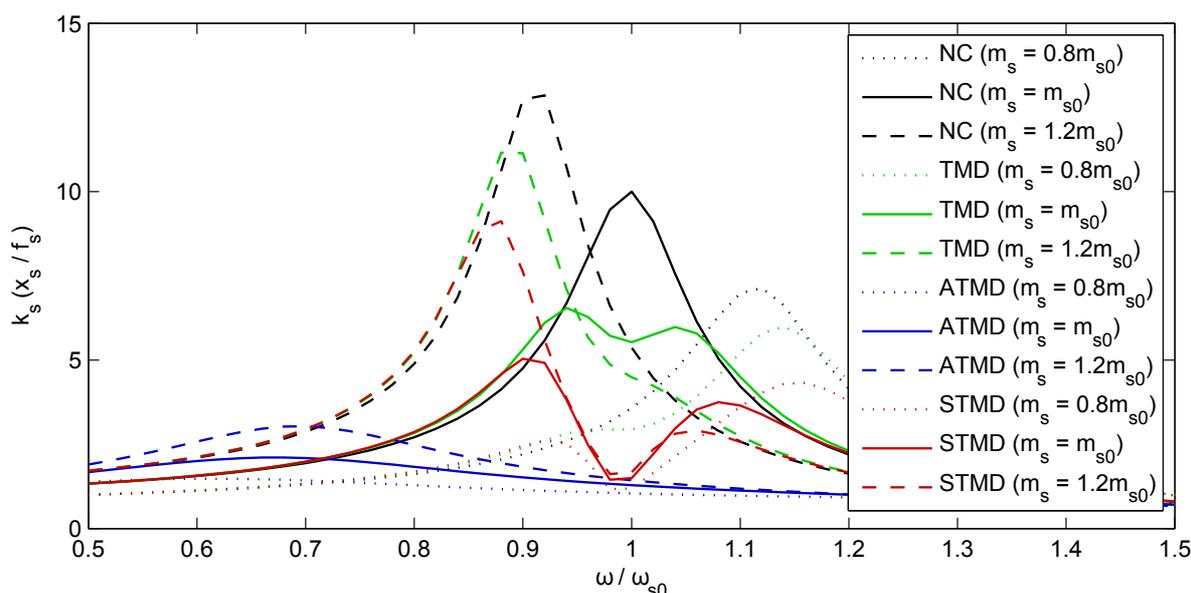


Figura 9: Forma del DMF de la estructura no controlada, controlada con TMD, controlada con ATMD y controlada con STMD para valores de m_s de $m_s = 0,8m_{s0}$, $m_s = m_{s0}$ y $m_s = 1,2m_{s0}$; con $c_{\max} = 10c_{\text{opt}}$, $c_{\min} = 0,1c_{\text{opt}}$ y $R = 1$.

ambas normas tanto de TMD como de STMD. Por el contrario, para el caso de control con ATMD, la efectividad en términos de ambas normas aumenta con el incremento de k_s . Esto se debe a que el ATMD tiende a comportarse como AMD.

Note que, para grandes desintonías, las normas de la respuesta con STMD aumentan más rápidamente que las de TMD. Sin embargo, para desintonías pequeñas, por ejemplo con $0,8k_{s0} < k_s < 1,2k_{s0}$, la norma infinito del sistema con STMD es menos sensible a las variaciones de k_s , que la del sistema con TMD. En otras palabras, el STMD es más adaptable que el TMD sólo en

términos de la norma infinito y para pequeñas variaciones de la rigidez de la estructura.

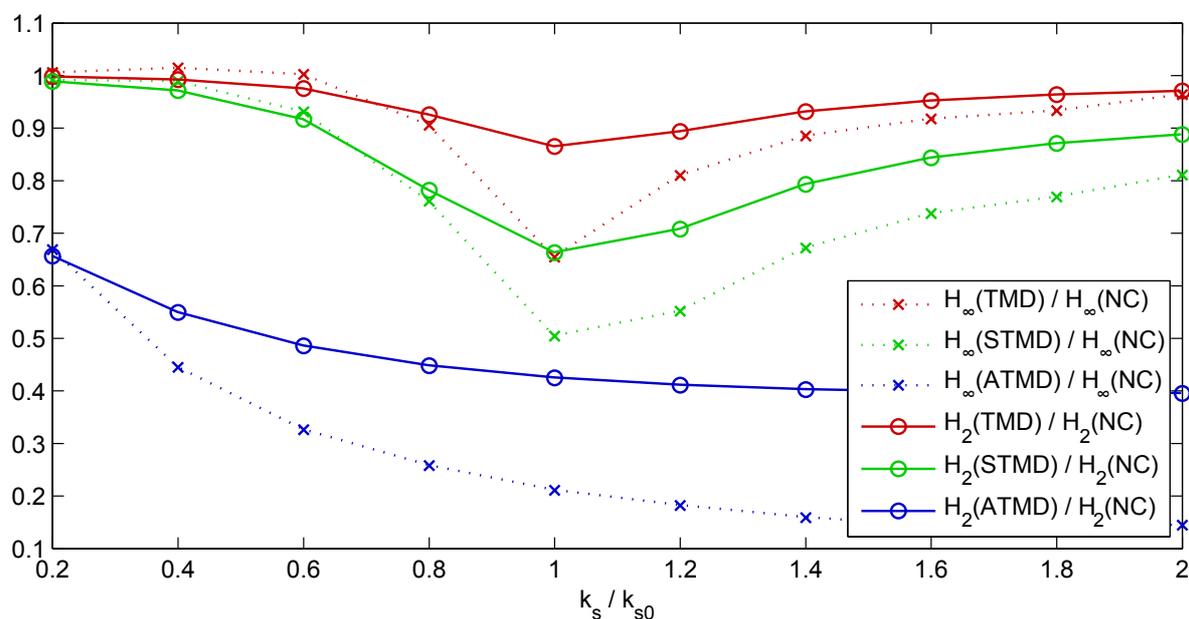


Figura 10: Norma cuadrática y norma infinito del DMF de la estructura controlada con TMD, STMD y ATMD, para distintos valores de k_s , respecto de las normas correspondientes al caso de estructura no controlada.

5.2.2. Variación en la masa de la estructura

En la figura 11 se muestran las normas cuadrática e infinito del DMF de la estructura controlada con TMD, STMD y ATMD, para distintos valores de m_s , respecto de las normas correspondientes al caso de estructura no controlada. Se observa que desintonías pequeñas deterioran (aumentan) ambas normas tanto de TMD como de STMD. Por el contrario, para el caso de control con ATMD la efectividad en términos de la norma infinito aumenta con la disminución de m_s . Sin embargo para grandes variaciones de m_s ($\pm 60\%$) los tres sistemas de control estudiados pierden efectividad en términos de ambas normas.

Note que, para grandes desintonías, las normas del DMF del sistema con STMD aumentan más rápidamente que las del sistema con TMD. Sin embargo, para desintonías pequeñas, por ejemplo con $0,8m_{s0} < m_s < 1,2m_{s0}$, la norma infinito del DMF del sistema con STMD es menos sensible a las variaciones de m_s , que la del sistema con TMD. En otras palabras, el STMD es más adaptable que el TMD sólo en términos de la norma infinito y para pequeñas variaciones de la masa de la estructura.

6. CONCLUSIONES

Se ha analizado la influencia que tiene el intervalo de valores del coeficiente de amortiguamiento del sistema auxiliar y la desintonía en la efectividad del STMD. A partir del estudio se pueden extraer las siguientes conclusiones:

1. El STMD diseñado apropiadamente es más efectivo que el TMD en la mitigación de vibraciones tanto en términos de la norma infinito como de la norma cuadrática del DMF. Por otra parte, el ATMD es más efectivo que ambos, TMD y STMD.

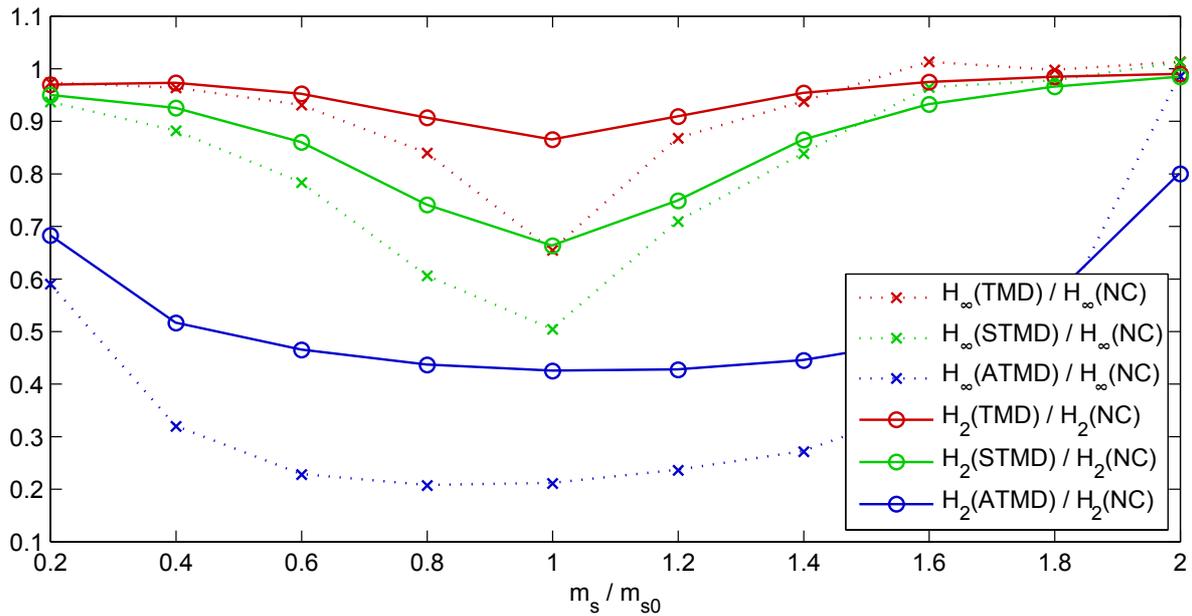


Figura 11: Norma cuadrática y norma infinito del DMF de la estructura controlada con TMD, STMD y ATMD, para distintos valores de m_s , respecto de las normas correspondientes al caso de estructura no controlada.

2. Los parámetros c_{\max} y c_{\min} tienen una gran influencia en la efectividad del STMD.
3. Disminuciones en c_{\min} , manteniendo $c_{\max} = c_{\text{opt}}$, provocan fuertes disminuciones en el valle y leves aumentos en los picos del DMF. Debido a ésto, se reduce la norma cuadrática y aumenta la norma infinito del DMF.
4. Incrementos en c_{\max} , manteniendo $c_{\min} = c_{\text{opt}}$, provocan disminuciones en los picos del DMF, manteniéndose constante el valor del valle. Debido a ésto, se reduce la norma cuadrática y la norma infinito del DMF.
5. Para una relación c_{\max}/c_{\min} dada, ambas normas son reducidas en mayor medida cuando se selecciona $c_{\max} > c_{\text{opt}}$ y $c_{\min} < c_{\text{opt}}$, que cuando se selecciona $c_{\max} > c_{\text{opt}}$ y $c_{\min} = c_{\text{opt}}$ o $c_{\max} = c_{\text{opt}}$ y $c_{\min} < c_{\text{opt}}$. En particular se estudió el caso de $\sqrt{c_{\min}c_{\max}} = c_{\text{opt}}$.
6. Los resultados de este trabajo sugieren que ambas normas del DMF pueden reducirse, tanto como se desee, en el STMD, simplemente aumentando la relación c_{\max}/c_{\min} , manteniendo $\sqrt{c_{\min}c_{\max}} = c_{\text{opt}}$, y buscando ganancias adecuadas mediante la optimización del parámetro R . La limitación estará impuesta por factores prácticos o económicos.
7. En STMD, la estrategia de control semiactivo control óptimo recortado (estudiada en este trabajo) se comporta de manera similar a la estrategia *GroundHook* basada en desplazamientos (estudiada por Koo et al. (2008)). Esto se atribuye a que, como fue mostrado en este trabajo, matemáticamente resultan muy similares.
8. Las características de adaptabilidad del ATMD ante cambios en la sintonía son excepcionalmente mejores que las de ambos, TMD y STMD. El STMD, por su parte, es menos sensible ante estos cambios que el TMD, en términos de la norma infinito, sólo para variaciones de $\pm 10\%$ en ω_s .

REFERENCIAS

- Casciati F., Magonette G., y Marazzi F. *Technology of Semiactive Devices and Applications in Vibration Mitigation*. John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, UK, 2006. ISBN 9780470022917. doi:10.1002/0470022914.
- Den Hartog J.P. *Mechanical Vibrations*. Dover Publications, Inc., New York, 4th edición, 1985.
- Koo J.H. *Using Magneto-Rheological Dampers in Semiactive Tuned Vibration Absorbers to Control Structural Vibrations*. in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of philosophy in mechanical engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2003.
- Koo J.H., Shukla A., y Ahmadian M. Dynamic performance analysis of non-linear tuned vibration absorbers. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 13(9):1929–1937, 2008. ISSN 10075704. doi:10.1016/j.cnsns.2007.03.020.
- Kwakernaak H. y Sivan R. *Linear Optimal Control Systems*, volumen 96. Wiley-Interscience, New York, Chichester, Brisbane Toronto, 1972. ISBN 0-471-51110-2. doi:10.1115/1.3426828.
- Pinkaew T. Effectiveness of semi-active tuned mass dampers under harmonic excitation. *Engineering Structures*, 23(7):850–856, 2001. ISSN 01410296. doi:10.1016/S0141-0296(00)00091-2.
- Preumont A. y Seto K. *Active Control of Structures*. John Wiley & Sons, Ltd., 2008. ISBN 978-0-470-03393-7.
- Tang X. y Zuo L. Regenerative Semi-Active Control of Tall Building Vibration with Series TMDs. *New York*, páginas 5094–5099, 2010.
- Viet L., Anh N., y Matsuhisa H. The effective damping approach to design a dynamic vibration absorber using Coriolis force. *Journal of Sound and Vibration*, 330(9):1904–1916, 2011. ISSN 0022460X. doi:10.1016/j.jsv.2010.10.040.
- Warburton G.B. Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters. *Earthquake Engineering Structural Dynamics*, 10(3):381–401, 1982. ISSN 00988847. doi:10.1002/eqe.4290100304.