

## LOCALIZAÇÃO E QUANTIFICAÇÃO DE DANOS EM PÓRTICOS ESPACIAIS VIA MÉTODO DO ERRO RESIDUAL

**Marília Marcy<sup>a</sup>, Andrea Brasiliano<sup>b</sup>, Graciela Doz<sup>c</sup>**

<sup>a</sup>Eng<sup>a</sup> Civil, Mestranda, Universidade de Brasília, Brasília - DF, Brasil, mariliamarcy@unb.br

<sup>b</sup>Dr., Prof<sup>a</sup>. Adjunto, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, Brasil,  
andreabrasiliano@gmail.com

<sup>c</sup>Dr. Ing., Prof<sup>a</sup>. Associada, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil, graciela@unb.br

**Palavras Chave:** Propriedades Dinâmicas, Identificação de danos, Método do Erro Residual.

**Resumo.** Cada vez mais vem se exigindo das estruturas, tanto no que se refere ao nível construtivo, quanto à sua segurança e nível de serviço. Sendo assim, busca-se desenvolver métodos mais rápidos e práticos objetivando um maior controle dos danos gerados ao longo da vida útil dessas estruturas. Dentre tais métodos, destacam-se os baseados na observação das mudanças das características dinâmicas, capazes de indicar mudanças na integridade estrutural. Neste trabalho, o Método do Erro Residual foi expandido com o objetivo de ser aplicado a pórticos espaciais. Tal método permite localizar e quantificar danos por meio de alterações produzidas pelo dano nas características dinâmicas da estrutura. Com os resultados encontrados através da simulação numérica de um modelo de pórtico espacial, pôde-se observar que o referido método se comportou de maneira satisfatória, localizando e quantificando de forma clara os elementos danificados.

## 1 INTRODUÇÃO

Em geral, durante a vida útil, as estruturas sofrem desgastes, deteriorações e outros processos que podem causar fissuração, vibrações excessivas, de forma a comprometer seu funcionamento, ou até mesmo ser a causa de do colapso estrutural.

Neste sentido, é importante desenvolver meios capazes de acompanhar o desempenho funcional, localizar e quantificar os danos que, geralmente, são caracterizados pela perda localizada de rigidez, uma vez que a perda de massa pode ser considerada insignificante. (Hearn e Testa 1991).

Inicialmente, o monitoramento da saúde estrutural era realizado por práticas onerosas e, que de certa forma, demandavam de muito tempo, além de nem sempre fornecer resultados satisfatórios, como é o caso dos raios-X, ultrassom e ressonância magnética.

Assim, busca-se desenvolver métodos mais rápidos, com menos custos e aplicáveis a estruturas de modo geral, capazes de indicar mudanças na integridade estrutural. Nessa perspectiva, devem-se mencionar os métodos baseados no estudo das características dinâmicas (frequências naturais, modos de vibração e razão de amortecimento), estes últimos, capazes de fornecer informações sobre mudanças ocorridas nas propriedades físicas da estrutura.

No contexto histórico deste assunto, muitos são os autores que buscaram e buscam aprimorar e desenvolver métodos para o estudo desta área.

Adams et al.(1978) aplicaram, em barras em vibração axial, um método que localiza e indica a severidade do dano. Esse método faz uso do modelo teórico e dos modos de vibração da estrutura real, obtidos experimentalmente. Tal estudo concluiu que a perda de rigidez causada pelo dano na estrutura produz alterações em suas características dinâmicas.

Allemang e Brown (1982), e Lieven e Ewins (1988) propuseram índices capazes de analisar diferenças entre os modos de vibração da estrutura intacta e danificada. O MAC (Modal Assurance Criterion), resultado do estudo dos dois primeiros autores, analisa a diferença dos modos de vibração de uma forma global. Já no índice COMAC (Coordinate Modal Assurance Criterion), a comparação é realizada ponto a ponto do modo de vibração.

Chen et al. (1995) realizaram um estudo experimental e numérico para analisar as variações ocorridas nas frequências devido à existência de danos nas estruturas.

Considerando que a perda de rigidez causada pelo dano na estrutura produz alterações em suas características dinâmicas (Adams et al. 1978), isto é nas suas frequências naturais e nos seus respectivos modos de vibração, uma forma de avaliar a integridade estrutural é observando a variação das características dinâmicas mencionadas. Esta é a base do Método do Erro Residual, proposto por Genovese em 2000 e aprimorado por Brasiliano (2001) e Marcy em 2010. Gomes (2004) utilizou a técnica de Redes Neurais Artificiais com Funções de Base Radial para obter informação de possíveis danos em uma viga biapoiada. Ainda fazendo uso das RNAs (Redes Neurais Artificiais), Genovese (2005) propôs um método híbrido, o qual combina o Método do Erro Residual (Genovese, 2000, Brasiliano et al., 2004) com RNAs para que possam ser localizados e quantificados danos em estruturas. Essa técnica consiste na utilização do Método do Erro Residual para localização e das RNAs para quantificação.

Neste trabalho, o Método do Erro Residual proposto por Genovese em 2000 inicialmente para estruturas lineares e bidimensionais foi expandido para ser aplicado na localização e quantificação de danos em pórticos espaciais.

## 2 MÉTODO DO ERRO RESIDUAL (GENOVESE, 2000)

O método do Erro Residual é uma técnica capaz de indicar a região e a severidade de danos presentes numa estrutura. Este método é baseado no conhecimento das características da estrutura intacta e da estrutura com elementos danificados. Dessa forma, é necessário inicialmente o cálculo das frequências e dos modos de vibração.

A partir da equação de movimento de uma estrutura em vibração livre e não amortecida (Equação 1), obtém-se as frequências naturais de vibração e seus respectivos modos de vibração (Equação 2).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\phi} - \Lambda\mathbf{M}\boldsymbol{\phi} = \mathbf{0} \quad (2)$$

$\mathbf{M}$  → Matriz de massa global da estrutura;

$\mathbf{K}$  → Matriz de rigidez global da estrutura;

$\ddot{\mathbf{y}}$  → Vetor aceleração;

$\dot{\mathbf{y}}$  → Vetor deslocamento;

$\boldsymbol{\phi}$  → Matriz cujas colunas representam os modos de vibração da estrutura sem dano.

$\Lambda$  → Matriz diagonal, na qual os valores são as frequências de vibração da estrutura sem dano.

No caso de estruturas danificadas, há modificações na rigidez das regiões danificadas, o que provoca valores de frequências e modos diferentes. Desta forma, a equação que governa seu movimento é dada por:

$$\mathbf{K}'\boldsymbol{\phi}' - \Lambda'\mathbf{M}'\boldsymbol{\phi}' = \mathbf{0} \quad (3)$$

Na qual todos os caracteres representam os parâmetros da Equação (2), porém correspondentes à estrutura danificada.

Na equação (3) as matrizes de massa e rigidez da estrutura danificada são desconhecidas. Considerando as afirmações efetuadas por diversos pesquisadores (Adams et al., 1978 e Hearn e Testa, 1991, entre outros) é válido supor que a matriz de massa permanece inalterada. Em relação à matriz de rigidez da estrutura danificada, ela não é conhecida então a consideração na Equação (3) da matriz original (da estrutura intacta) leva a um desequilíbrio chamado de erro residual (Equação 4).

$$\mathbf{E} = \mathbf{K}\boldsymbol{\phi}' - \Lambda'\mathbf{M}\boldsymbol{\phi}' \quad (4)$$

$\boldsymbol{\phi}'$  = Matriz cujas colunas representam os modos de vibração da estrutura com dano.

$\Lambda'$  = Matriz diagonal, na qual os valores são as frequências de vibração da estrutura com dano.

$\mathbf{E}$  = matriz cujos valores representam o erro na equação de movimento devido à presença do dano. E suas colunas, os vetores de erros associados ao modo de vibração.

Como a matriz  $\mathbf{E}$  agrupa em suas colunas os vetores dos erros associados aos modos de vibração, a localização do dano consiste em observar o maior valor de cada coluna, o qual representa a local do dano.

A etapa de quantificação do dano é feita por meio de um processo iterativo utilizando-se "p" como um coeficiente que multiplica somente a matriz de rigidez do elemento danificado,

uma vez que este já foi localizado. Os valores de  $p$  podem variar entre 0 e 1, onde 0 representa a perda total de rigidez do elemento, e 1 o elemento intacto.

Dessa forma, a matriz global de rigidez considerada na equação do erro residual (Equação 4), passa a ter coeficientes de rigidez com alguns valores reduzidos, uma vez que estes representam a parcela referente ao elemento danificado, como mostra a Equação 5.

$$\mathbf{E}(p) = \mathbf{K}''(p)\boldsymbol{\Phi}' - \boldsymbol{\Lambda}'\mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}' \quad (5)$$

onde:

$$\mathbf{K}''(p) = \mathbf{K}_{EI} + p\mathbf{K}_{ED} \quad (6)$$

$\mathbf{K}_{EI}$  → Matriz de rigidez global da estrutura com elementos intactos;

$\mathbf{K}_{ED}$  → Matriz de rigidez global da estrutura com elemento danificado.

Esquemáticamente:

$$\mathbf{K}''(p) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{EI} & & \\ & \mathbf{0} & \\ & & \mathbf{K}_{EI} \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} \mathbf{0} & & \\ & \mathbf{K}_{ED} & \\ & & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (7)$$

O processo iterativo varia o valor de  $p$  a fim de se obter o valor mínimo da norma da função de erros  $\mathbf{E}(p)$ . O valor de  $p$  que minimiza a norma de  $\mathbf{E}$ , representa a relação entre a rigidez dos elementos danificado e intacto.

Assim, de posse do valor de  $p$ , pode-se afirmar que a estrutura sofreu uma perda de rigidez igual a  $1-p$ .

### 3 EXEMPLO NUMÉRICO

#### 3.1 Modelo

Foi considerado um pórtico espacial de 2 pavimentos, o qual foi discretizado em 240 elementos de pórtico espacial (Figura 2), com 6 graus de liberdade por nó (Figura 3), sendo as matrizes de rigidez (Gere e Weaver, 1987) e massa (J. S Przerieniecki, 1968) representadas pelas expressões (8) e (9), respectivamente.

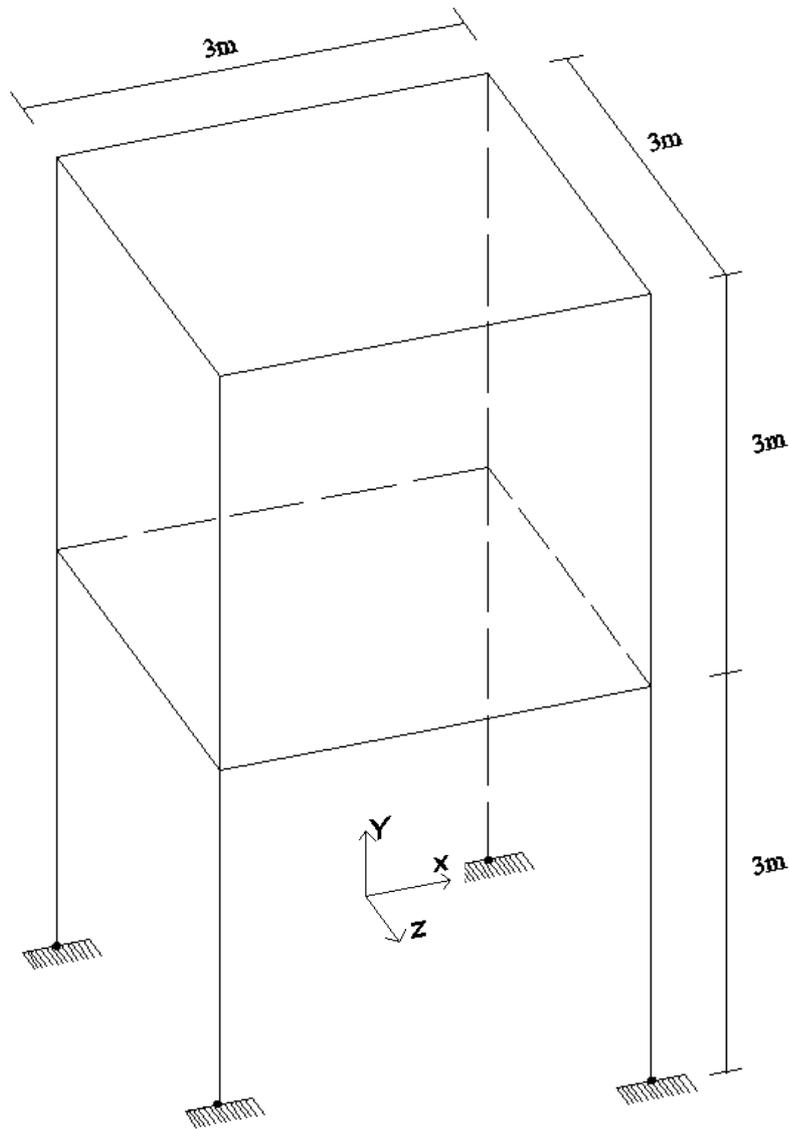


Figura 1. Modelo utilizado

Módulo de Elasticidade	$E = 2,5 \times 10^{10} \text{N/m}^2$
Massa Específica	$\rho = 2500 \text{Kg/m}^3$
Coefficiente de Poisson	$\nu = 0,29$

Tabela 1. Propriedades físicas do modelo

Os elementos apresentam as seguintes características: comprimento (L) de 0,2m, seção transversal (A) (0,3m x 0,3m), momento de inércia em relação ao eixo x ( $I_x$ ) de  $0,001142\text{m}^4$ , momento de inércia em relação ao eixo y ( $I_y$ ) de  $0,000675 \text{m}^4$ , momento de inércia em relação ao eixo z ( $I_z$ ) de  $0,000675 \text{m}^4$ , módulo de elasticidade longitudinal (E) de  $2,5 \times 10^{10} \text{N/m}^2$ , módulo de elasticidade transversal de  $9,68999 \times 10^9 \text{N/m}^2$  e coeficiente de Poisson de 0,29.

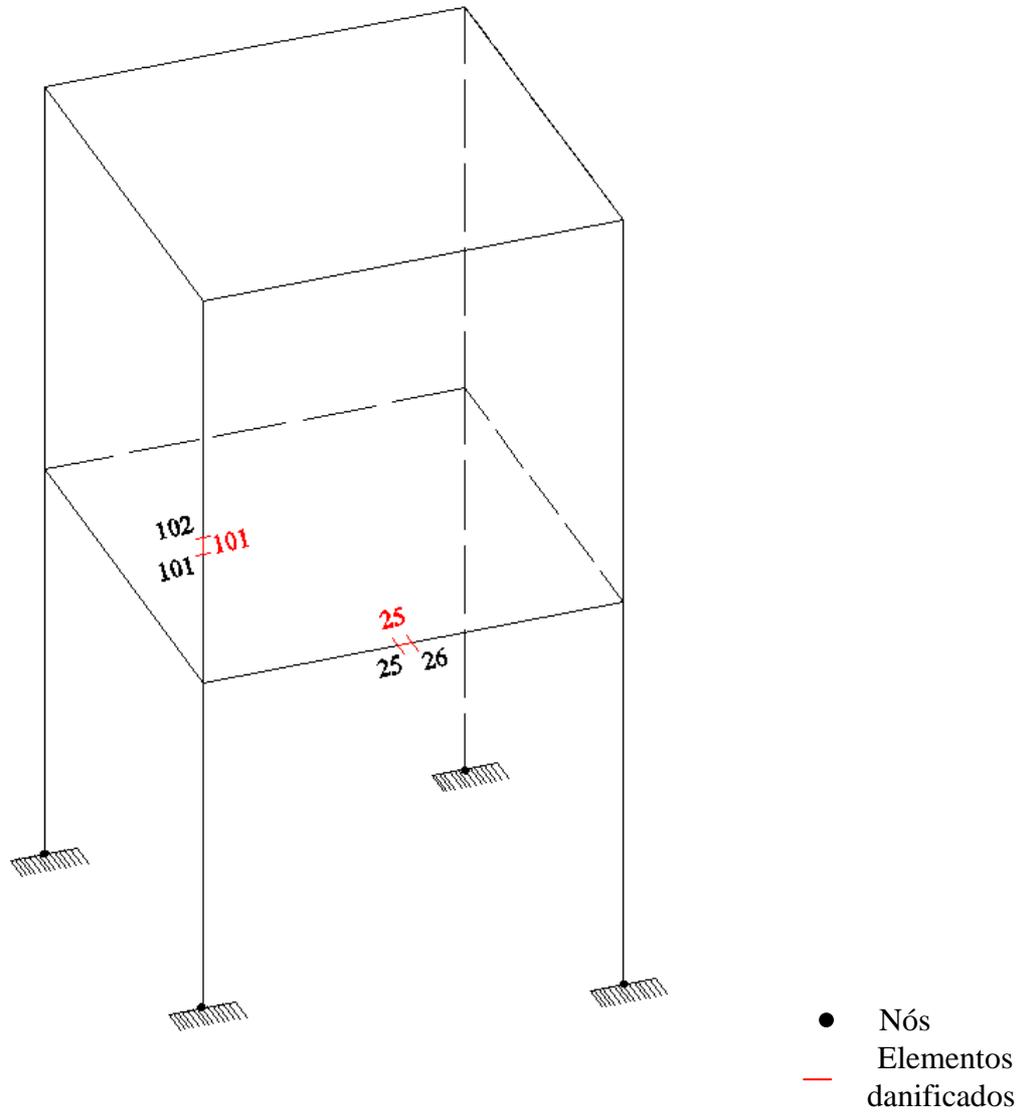


Figura 2. Modelo discretizado.

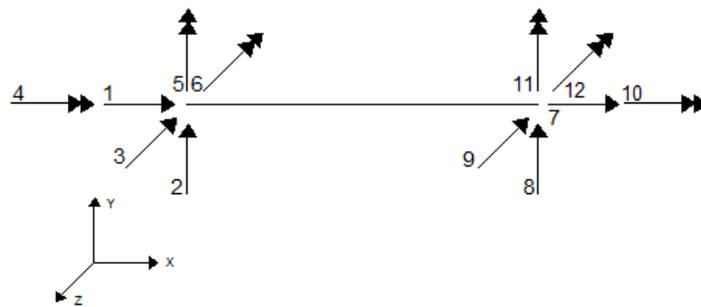


Figura 3. Elemento de pórtico espacial, con 6 graus de libertad por nó.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix}
 \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{12EI_Z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_Z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_Z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_Z}{L^2} \\
 0 & 0 & \frac{12EI_Y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_Y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_Y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_Y}{L^2} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{GI_X}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_X}{L} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{6EI_Y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_Y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_Y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_Y}{L} & 0 \\
 0 & \frac{6EI_Z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_Z}{L} & 0 & -\frac{6EI_Z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_Z}{L} \\
 -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{12EI_Z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_Z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_Z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_Z}{L^2} \\
 0 & 0 & -\frac{12EI_Y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_Y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_Y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_Y}{L^2} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_X}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_X}{L} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{6EI_Y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_Y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_Y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_Y}{L^2} & 0 \\
 0 & \frac{6EI_Z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_Z}{L} & 0 & -\frac{6EI_Z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_Z}{L}
 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix}
 \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{13}{35} + \frac{6I_Z}{5AL^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{11L}{210} + \frac{I_Z}{10AL} & 0 & \frac{9}{70} - \frac{6I_Z}{5AL^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13L}{420} + \frac{I_Z}{10AL} \\
 0 & 0 & \frac{13}{35} + \frac{6I_Y}{5AL^2} & 0 & -\frac{11L}{210} - \frac{I_Y}{10AL} & 0 & 0 & \frac{9}{70} - \frac{6I_Y}{5AL^2} & 0 & \frac{13L}{420} - \frac{I_Y}{10AL} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{I_X}{3A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_X}{6A} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{11L}{210} - \frac{I_Y}{10AL} & 0 & \frac{I^2}{105} + \frac{2I_Y}{15A} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13L}{420} + \frac{I_Y}{10AL} & 0 & -\frac{L^2}{140} - \frac{I_Y}{30A} & 0 \\
 0 & \frac{11L}{210} + \frac{I_Z}{10AL} & 0 & 0 & 0 & \frac{L^2}{105} + \frac{2I_Z}{15A} & 0 & \frac{13L}{420} - \frac{I_Z}{10AL} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L^2}{140} - \frac{I_Z}{30A} \\
 \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{9}{70} - \frac{6I_Z}{5AL^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{13L}{420} - \frac{I_Z}{10AL} & 0 & \frac{13}{35} + \frac{6I_Z}{5AL^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{11L}{210} - \frac{I_Z}{10AL} \\
 0 & 0 & \frac{9}{70} - \frac{6I_Y}{5AL^2} & 0 & -\frac{13L}{420} + \frac{I_Y}{10AL} & 0 & 0 & 0 & \frac{13}{35} + \frac{6I_Y}{5AL^2} & 0 & \frac{11L}{210} + \frac{I_Y}{10AL} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{I_X}{6A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_X}{3A} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{13L}{420} + \frac{I_Y}{10AL} & 0 & -\frac{L^2}{140} - \frac{I_Y}{30A} & 0 & 0 & 0 & \frac{11L}{210} + \frac{I_Y}{10AL} & 0 & \frac{L^2}{105} + \frac{2I_Y}{15A} & 0 \\
 0 & -\frac{13L}{420} + \frac{I_Z}{10AL} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L^2}{140} - \frac{I_Z}{30A} & 0 & -\frac{11L}{210} - \frac{I_Z}{10AL} & 0 & 0 & 0 & \frac{L^2}{105} + \frac{2I_Z}{15A}
 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Foram considerados dois cenários de danos representados por meio de uma redução na área da seção transversal de alguns elementos. No primeiro cenário o elemento 25, compreendido entre os nós 25 e 26 (ver indicação na Figura 2), sofreu uma redução de 1% na área de sua seção transversal, o que equivale a perdas de 3, 2,7 e 1% dos momentos de inércia nos eixos x, y e z, respectivamente, com relação ao elemento intacto. Já no segundo cenário, foi considerada uma redução de 5% na área da seção transversal do elemento 101 (compreendido entre os nós 101 e 102), o que representa perdas de 14, 14,26 e 5% com relação aos momentos de inércia nos eixos x, y e z do elemento intacto respectivamente.

### 3.2 Resultados

Foram obtidas as cinco primeiras frequências dos pórticos, bem como seus respectivos modos de vibração (Figura 4). Os valores das frequências das estruturas intacta e danificadas estão mostrados na Tabela 2.

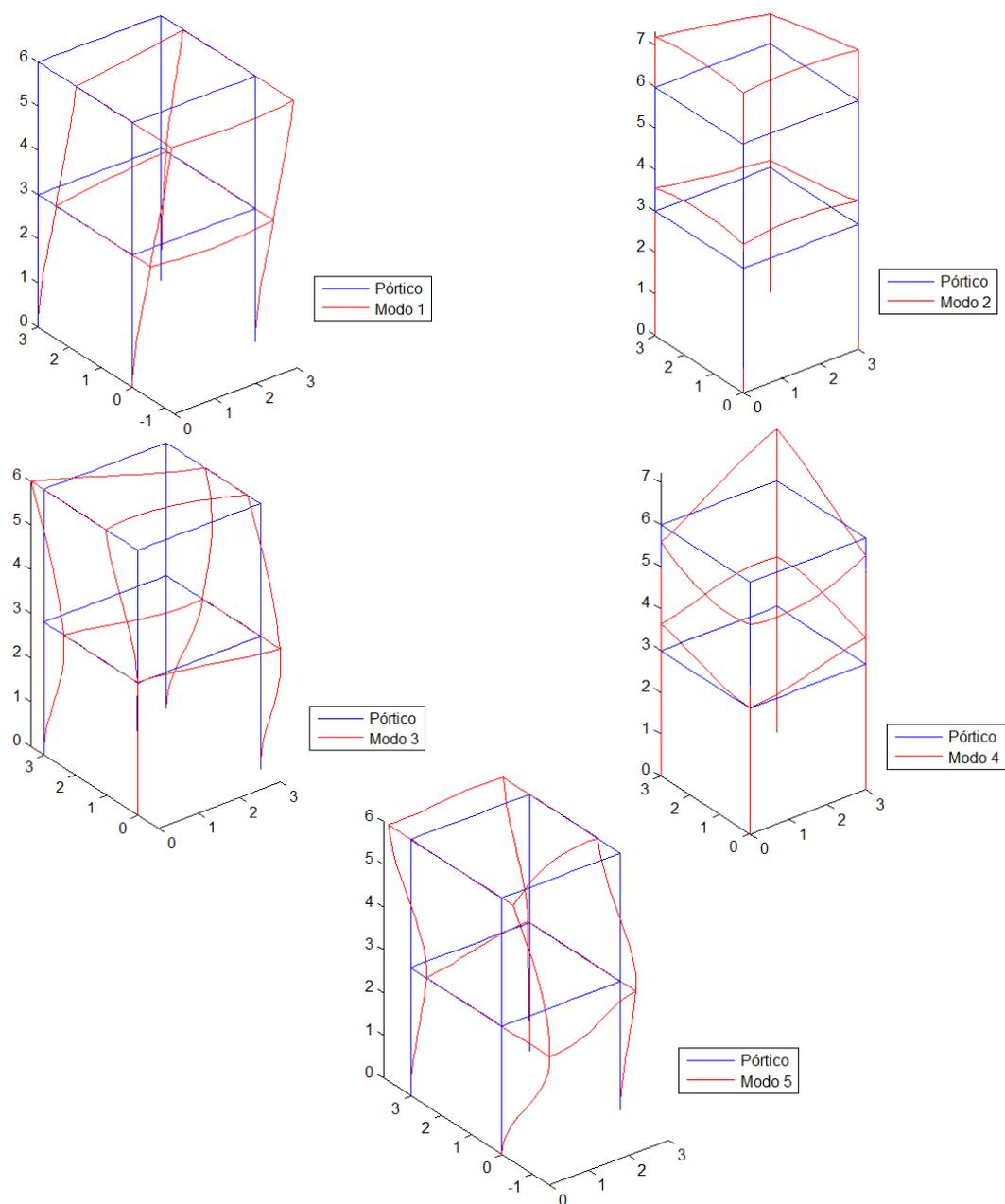


Figura 4. Modos de vibração do modelo.

Frequências	Pórtico sem danos (Hz)	Pórtico com redução de 1% na seção transversal do elemento 25 (Hz)	Pórtico com redução de 5% na seção transversal do elemento 101 (Hz)
1 <sup>a</sup>	3,9674	3,9672	3,9673
2 <sup>a</sup>	4,3160	4,3154	4,3157
3 <sup>a</sup>	11,6294	11,6294	11,6274
4 <sup>a</sup>	12,6478	12,6478	12,6408
5 <sup>a</sup>	15,8560	15,8565	15,8560

Tabela 2. Valores das frequências de vibração.

De posse das características dinâmicas das estruturas, foi aplicado o Método do Erro Residual para encontrar as regiões danificadas representadas pelos elementos 25 e 101, bem como sua severidade. As figuras 5 e 6 mostram a localização dos danos presentes no primeiro (redução de 1% na seção transversal do elemento 25) e segundo cenário (redução de 5% na seção transversal do elemento 101).

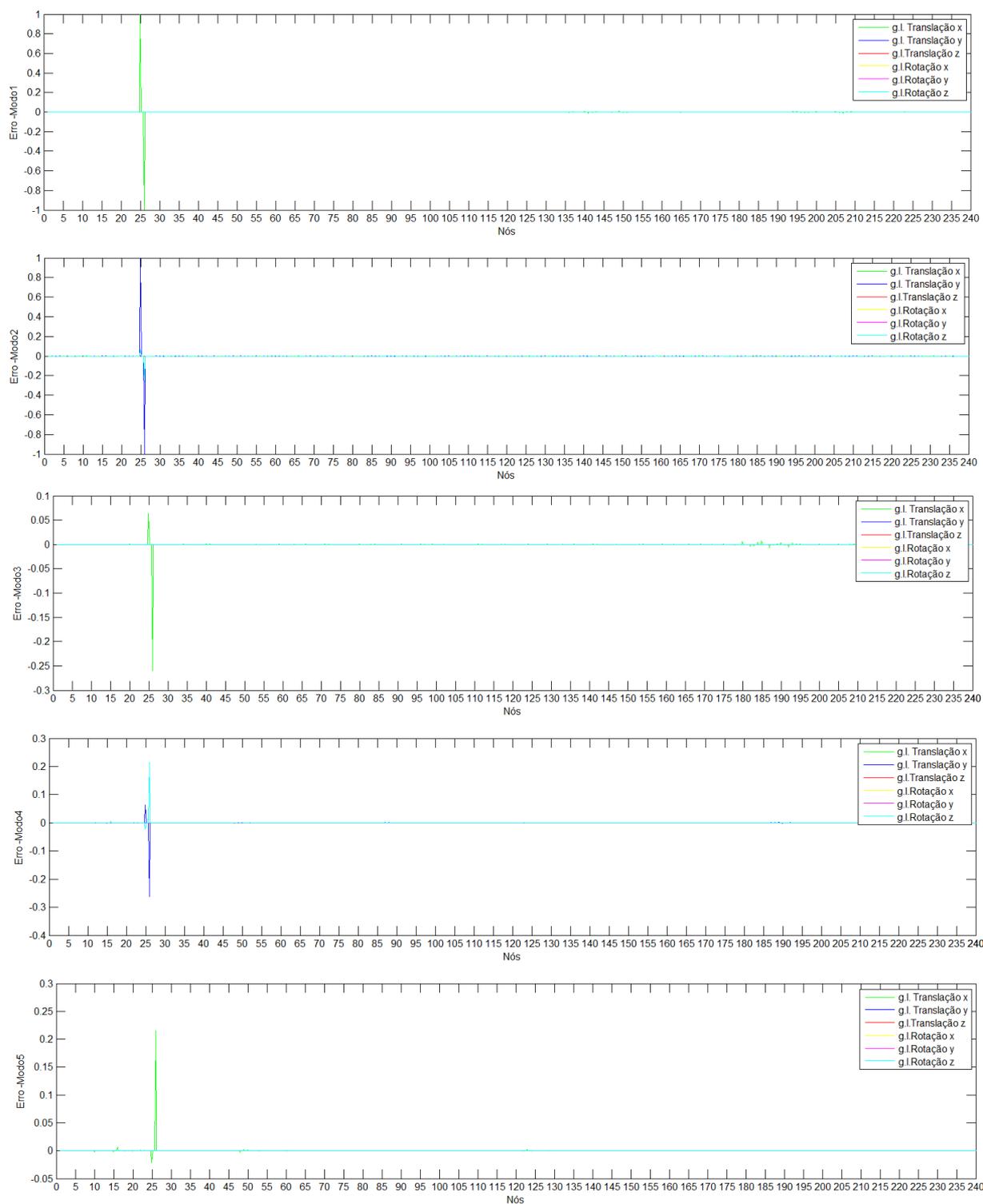


Figura 5. Localização de danos em análise com 1% de redução no elemento 25 (entre nós 25 e 26).

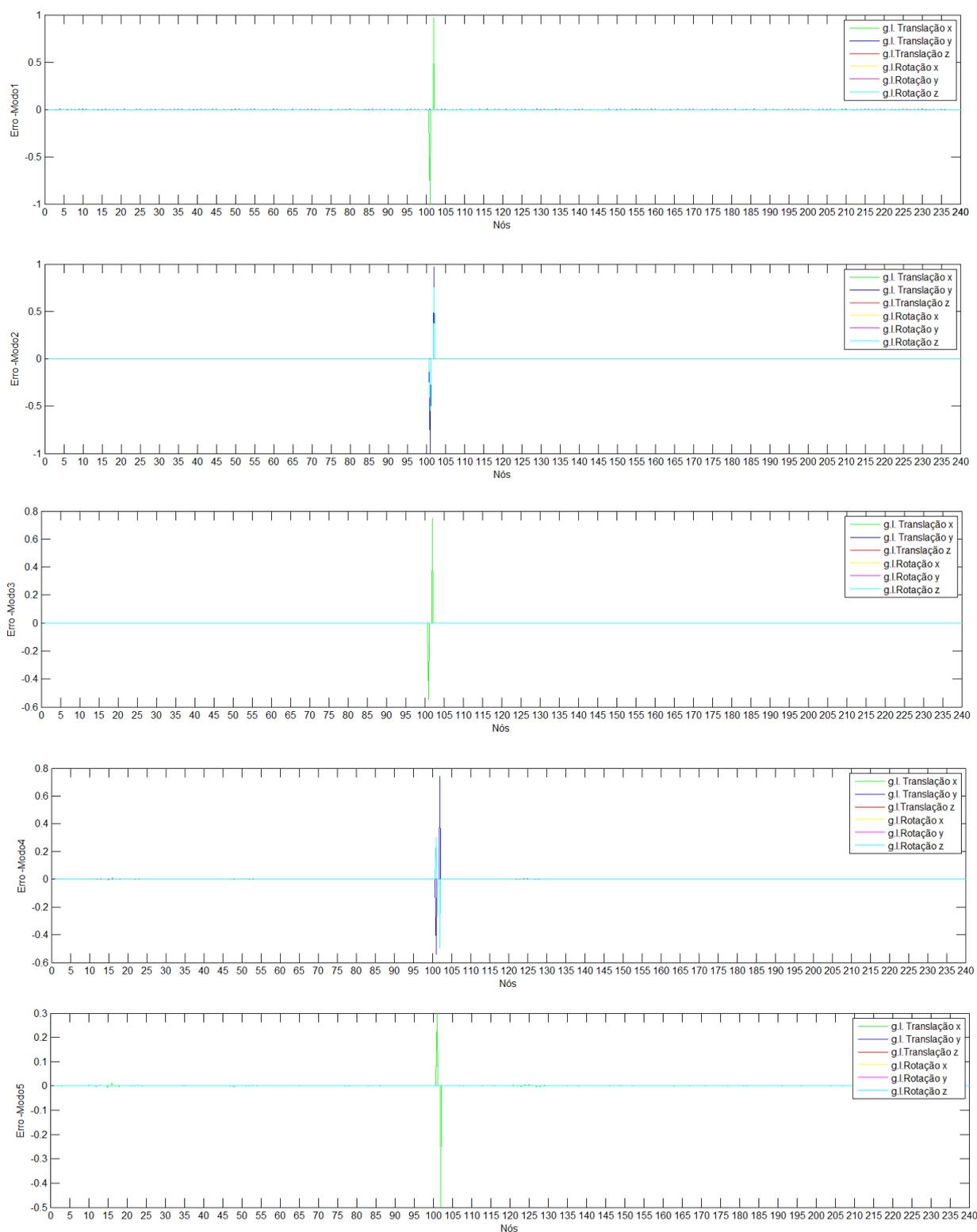


Figura 6. Localização de danos em análise com 5% de redução no elemento 101 (entre os nós 101 e 102).

A partir dos gráficos mostrados nas figuras 5 e 6, pode-se notar a presença de picos nos nós dos elementos aos quais foram atribuídos os danos de 1% (elemento 25) e 5% (elemento 101) de redução na área da seção transversal do elemento.

Tais gráficos são provenientes da aplicação da equação do erro para os cinco primeiros

modos de vibração e simbolizam, de forma normalizada, os maiores erros encontrados, a fim de se ter uma melhor comparação entre os modos (Equação 4).

Desta maneira, verifica-se que, no cenário 1, o elemento danificado entre os nós 25 e 26, causa alterações mais significativas nos graus de liberdade correspondentes à translação nos eixos x e y e rotação em z.

Da mesma forma do caso anterior, nos gráficos que representam o cenário 2, pode-se notar que o Método do Erro permitiu a localização da região danificada, identificando maiores valores de erros nos nós que delimitam o elemento danificado 101, os nós 101 e 102.

A etapa de quantificação foi realizada por meio das equações 5 e 6, e consistiu basicamente em obter o valor de  $p$  que produziu o mínimo da função  $E(p)$ . Tal valor de  $p$  representa a relação entre a rigidez dos elementos danificado e intacto. Desta forma, o valor do dano é obtido por  $1-p$ . As figuras 7 e 8 mostram a quantificação dos danos presentes nos elementos 25 e 101, respectivamente, e a Tabela 3 mostra os valores das reduções nas inércias.

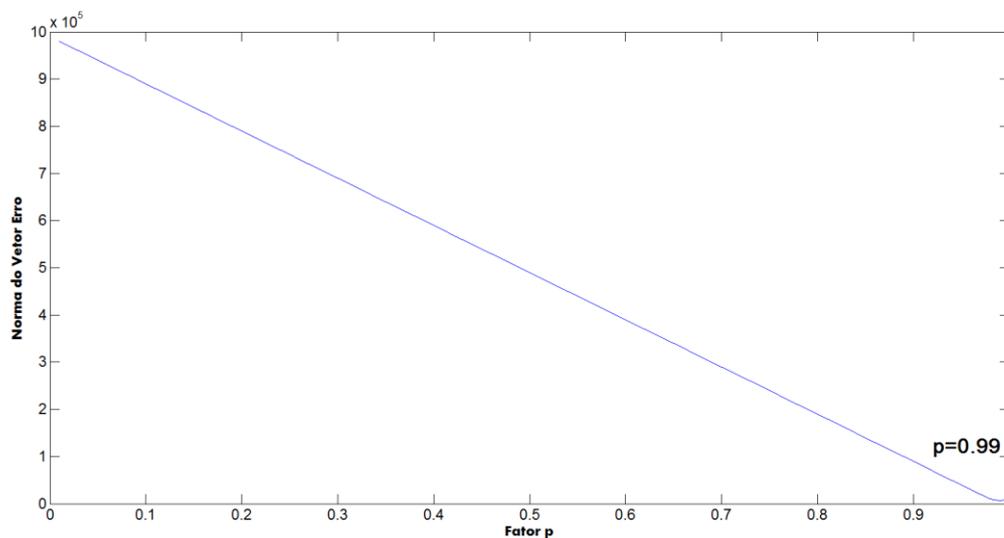


Figura 7. Quantificação de dano com 1% de redução na área da seção transversal no elemento 25.

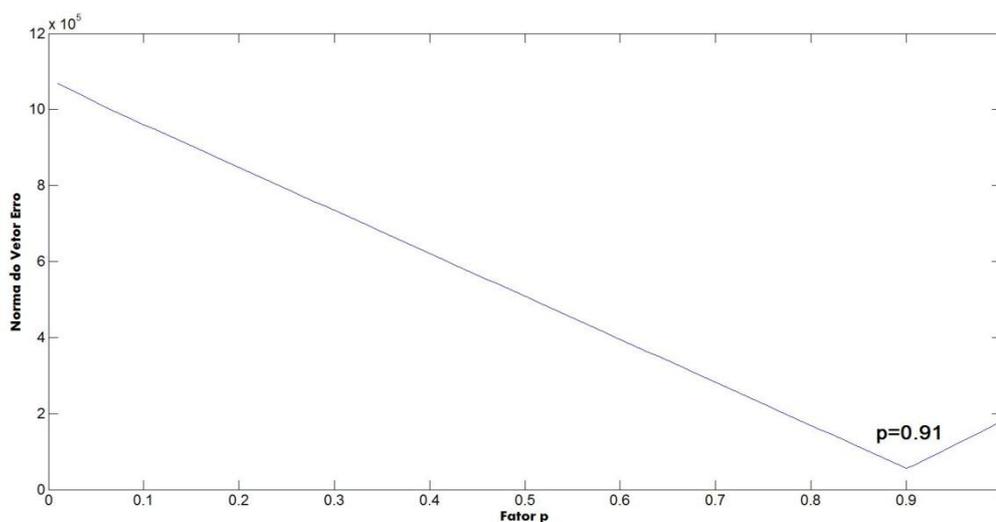


Figura 8. Quantificação de dano com 5% de redução na área da seção transversal do elemento 101.

Elementos Danificados	Redução da Área (%)	Redução da Inércia em X (%)	Redução da Inércia em Y (%)	Redução da Inércia em Z (%)	Quantificação (1-p)
25	1%	3	2,7	1	1%
101	5%	14,26	14	5	9%

Tabela 3. Valores das reduções ocorridas em função dos danos.

Como nas figuras 7 e 8 e na Tabela 3, pode-se observar que, no caso do elemento 25 (dano de 1%), o Método do Erro Residual quantificou exatamente o valor do dano fornecido inicialmente. Já no caso do elemento 101, a quantificação não foi exata, porém tal proximidade de valores é permitida, uma vez que a quantificação do dano pode variar entre valores de redução da área e valores de redução das inércias. Desta forma, observa-se que o método apresentou resultados satisfatórios.

#### 4 CONCLUSÕES

A análise dinâmica das estruturas é de grande importância no que diz respeito ao acompanhamento da saúde estrutural. Neste sentido, com base em estudos anteriores, buscou-se reformular para pórticos espaciais o Método do Erro Residual a fim de identificar, por meio de alterações nas características dinâmicas, os danos presentes nesse tipo de estrutura.

Com base no funcionamento do método, pôde-se observar que este apresentou bom funcionamento, ou seja, localizou e quantificou de forma clara os danos considerados inicialmente.

É importante ressaltar que a simulação aqui efetuada foi numérica, de modo que o Método do Erro Residual processou apenas os erros relacionados aos modos de vibração provocados pelos danos introduzidos inicialmente, fato este que, provavelmente, não ocorra na análise de uma estrutura real, que estará submetida a agentes externos que certamente influenciarão nos resultados da análise. Desse modo, torna-se necessário ampliar o estudo aqui apresentado com ensaios experimentais.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adams, R. D., Cawley, P., Pye, C. J. e Stone B. J. A vibration technique for nondestructively assessing the integrity of structures, *Journal of Mechanical Engineering, Science*, 20(2), 93-100, 1978.
- Allemang, R. J. e Brown, D. L. A correlation coefficient for modal vector analysis, *Proc. 1st Int. Modal Analysis Conference*, 1, 110-116, 1982.
- Brasiliano Silva, Andrea. Caracterização de Danos em Estruturas Aperticadas. *Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília*, Brasília, DF, Brasil, 2001
- Brasiliano, A., Doz, G. N. and Brito, J. L. V. Damage Identification in continuous beams and frame structures using the Residual Error Method in the Movement Equation. *Nuclear Engineering and Design*, 227(1), 1-17, 2004
- Chen, H. L., Spyarakos, C. C. e Venkatesh, G. Evaluating structural deterioration by dynamic response, *Journal of Structural Engineering*, 121(8), 1197-1203, 1995.
- Clough, R. W. e Penzien, J. *Dynamics of structures*, McGraw-Hill, Second Edition, New York, 1993
- Genovese, M. Localização e quantificação de danos em estruturas por meio de suas

- características dinâmicas, *Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília*, Brasília, DF, Brasil, 2000.
- Genovese, M. Avaliação Estrutural: Influência do Ruído nos Métodos de Detecção de Danos Baseados na Análise das Propriedades Dinâmicas, *Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília*, Brasília, DF, Brasil, 2005.
- Gere e Weaver. *Análise de estruturas reticuladas*, Guanabara, Rio de Janeiro, Brasil, 19987.
- Gomes, H. M. Redes Neurais Artificiais para Detecção de Danos. *Mecânica Computacional Vol. XXIII*, Bariloche, Argentina, November, 2004.
- Hearn, G, Testa, R. B. Modal Analysis for Damage Detection in Structure, *Journal of Structural Engineering*, Vol 117, No. 10, pp.3042-3063, 1991.
- Lieven, N. A. J. e Ewins, D. J. Spatial correlation of mode shapes, the coordinate modal assurance criterion (COMAC), *Proc. 6th Int. Modal Analysis Conference*, 1, 690-695, 1988.
- Marcy, C. A., Brasiliano S. A. Localização de Danos em Pórticos Espaciais. *Trabalho de Conclusão de Curso, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Federal da Paraíba*, Pb, 2010.
- Przemieniecki, J. S. *Theory of matrix structural analysis*, McGraw-Hill, New York, 1968.