Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXXI, págs. 2511-2525 (artículo completo) Alberto Cardona, Paul H. Kohan, Ricardo D. Quinteros, Mario A. Storti (Eds.) Salta, Argentina, 13-16 Noviembre 2012

DISTRIBUCIÓN ÓPTIMA DE AMORTIGUADORES EN ESTRUCTURAS TRIDIMENSIONALES BAJO EXCITACIÓN SÍSMICA

Carlos A. Martínez, Oscar Curadelli, María E. Compagnoni

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza, Argentina,

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, CONICET, Argentina, cmartinez@fing.uncu.edu.ar

Palabras Claves: control pasivo de vibraciones, disipación de energía, optimización, estructuras tridimensionales.

Resumen. El uso de los sistemas de control pasivo de vibraciones para controlar la respuesta de estructuras bajo excitación sísmica es cada vez más común en el mundo y constituye una tecnología aplicable, tanto en nuevas edificaciones como en la rehabilitación de estructuras existentes. Una de las tareas más importantes del diseñador es definir la distribución de la capacidad de los amortiguadores eficientemente, de manera de lograr un desempeño deseado.

En este trabajo se presenta una metodología que permite determinar la distribución óptima de amortiguadores en planta y en altura en estructuras tridimensionales teniendo en cuenta efectos torsionales.

El análisis se realiza en el dominio de la frecuencia tomando como función objetivo a minimizar el valor cuadrático medio máximo de las distorsiones de piso.

Para obtener resultados más generales, la excitación se admite como un proceso estocástico estacionario caracterizado por una densidad espectral de potencia, compatible con el espectro de respuesta del lugar definido por el código de diseño.

El procedimiento se verifica a través de ejemplos numéricos.

1 INTRODUCCIÓN

Es ampliamente reconocido que la disipación de energía a través de amortiguadores viscosos externos es una estrategia moderna para mejorar el desempeño de estructuras bajo acciones sísmicas. Sin embargo para lograr sistemas de disipación de energía eficientes, se hace necesario optimizar su cantidad, capacidad y ubicación dentro de la estructura.

En la última década se han publicado en la literatura científica varios trabajos que tratan el problema de optimización principalmente con dispositivos viscosos y visco elásticos (lineales) en estructuras tipo pórtico plano (Gluck et al., 2000; Takewaki, 2000a,b; Aydin et al., 2007). Un estudio sobre la distribución óptima de rigidez y amortiguamiento usando una función objetivo generalizada es presentado por Cimellaro (2007). Wu et al. (1997), presentaron una metodología para obtener la distribución óptima de dispositivos viscosos en estructuras tridimensionales, teniendo en cuenta los efectos de acoplamiento traslacional-torsional. García et al. (2007), investigaron la respuesta analítica y experimental de estructuras con excentricidad entre el centro de masa y rigidez. En muchos casos, si bien se define la distribución de la capacidad, no se especifica cuanto es el amortiguamiento total que se necesita incorporar a la estructura para lograr un desempeño deseado bajo una excitación determinada.

En el presente trabajo se muestra una metodología para definir la ubicación y tamaño óptimo de amortiguadores lineales necesarios para lograr el desempeño deseado de una estructura tridimensional, bajo una excitación sísmica definida. El desempeño estructural se evalúa en este estudio, mediante el valor cuadrático medio máximo de las distorsiones de piso. Este parámetro es uno de los límites más importantes impuestos por códigos en el diseño de estructuras.

La metodología es verificada con ejemplos numéricos.

2 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO DE LA ESTRUCTURA TRIDIMENSIONAL

Cada piso de la estructura se admite con tres grados de libertad; dos grados de libertad traslacionales en las direcciones $x \, e \, y$, y un grado de libertad rotacional (hipótesis de diafragma rígido).

La ecuación de movimiento de una estructura tridimensional sujeta a excitación bidireccional en la base es:

$$K u(t) + C \dot{u}(t) + M \ddot{u}(t) = -M H \ddot{u}_{f}(t), \qquad (1)$$

en la cual:

u(t): vector de desplazamientos generalizados del centro de masa de cada piso de la estructura.

K: matriz de rigidez global de la estructura.

C: matriz de amortiguamiento global propio de la estructura.

M: matriz de masa global de la estructura.

H: matriz de coeficientes de influencia.

 $\ddot{u}_{f}(t)$: aceleración del suelo.

Las matrices de rigidez y de masa globales de la estructura están dadas por:

Mecánica Computacional Vol XXXI, págs. 2511-2525 (2012)

$$K = \begin{bmatrix} \sum_{i} kx_{i} & 0 & -\sum_{i} kx_{i}Y_{i} \\ 0 & \sum_{i} ky_{i} & \sum_{i} ky_{i}X_{i} \\ -\sum_{i} kx_{i}Y_{i} & \sum_{i} ky_{i}X_{i} & \sum_{i} \left(kx_{i}Y_{i}^{2} + ky_{i}X_{i}^{2}\right) \end{bmatrix},$$
(2)

$$M = \begin{bmatrix} \int_{A} dm & 0 & 0 \\ 0 & \int_{A} dm & 0 \\ 0 & 0 & \int_{A} r^{2} dm \end{bmatrix}.$$
 (3)

Cuando se incluyen los amortiguadores, la Ec. (1) se puede escribir como:

$$K u(t) + (C + C_v) \dot{u}(t) + M \ddot{u}(t) = -M H \ddot{u}_f(t),$$
(4)

donde

$$C_{v} = \begin{bmatrix} \sum_{i} C_{vx_{i}} & 0 & -\sum_{i} C_{vx_{i}} Y_{i} \\ 0 & \sum_{i} C_{vy_{i}} & \sum_{i} C_{vy_{i}} X_{i} \\ -\sum_{i} C_{vx_{i}} Y_{i} & \sum_{i} C_{vy_{i}} X_{i} & \sum_{i} \left(C_{vx_{i}} Y_{i}^{2} + C_{vy_{i}} X_{i}^{2} \right) \end{bmatrix}.$$
 (5)

3 MODELO DE LA EXCITACIÓN

3.1 Densidad Espectral de Potencia compatible con el Espectro de respuesta.

Se sabe que la excitación sísmica es inherentemente aleatoria. En el caso de admitirla como un proceso aleatorio gaussiano y estacionario con media nula, puede ser caracterizada mediante una adecuada función de densidad espectral de potencia. En este trabajo se presenta resumidamente la metodología desarrollada por Vanmarcke (1976) mediante la cual se obtiene una función de densidad espectral de potencia a partir de un espectro de respuesta dado. De esta manera, teniendo el espectro de respuesta proporcionado por el código de diseño, la función de densidad espectral de potencia se puede determinar mediante la siguiente expresión:

$$S_{g}(\omega_{j}) = \frac{4\xi}{\omega_{j}\pi - 4\xi\omega_{j-l}} \left(\frac{S_{a}^{2}(\omega_{j},\xi)}{\eta_{j}^{2}} - \Delta\omega \sum_{k=l}^{j-l} S_{g}(\omega_{k}) \right), \tag{6}$$

en la cual η_j , llamado factor de pico dado por la Ec. (7), representa el factor por el cual hay que multiplicar el desvío estándar de la respuesta del oscilador para predecir el valor pico de la respuesta, la cual permanecerá por debajo del valor S_a con una probabilidad p durante la duración *Ts*, del proceso.

$$\eta_{j} = \sqrt{2 \ln \left\{ 2\upsilon_{j} \left[1 - e^{\left(-q_{j}^{L^{2}} \sqrt{\pi \ln(2\upsilon_{j})} \right)} \right] \right\}},\tag{7}$$

siendo

$$\upsilon_j = \frac{T_s}{2\pi} \omega_j (-\ln p)^{-l}, \tag{8}$$

$$q_{j} = \sqrt{1 - \frac{1}{1 - \xi^{2}} \left(1 - \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^{2}}} \right)},$$
(9)

donde *Sa* (ω_j, ζ) es la ordenada del espectro de respuesta dado, en la frecuencia ω_j para una relación admitida de amortiguamiento $\xi = 0.05$; $T_s = 20$ s es la duración del proceso; p=0.5 es la probabilidad con que la respuesta pico permanecerá por debajo de S_a ; $\Delta \omega$ es el paso con el que se discretizó a la frecuencia.

3.2 Aproximación de la Densidad Espectral de Potencia con un ruido blanco filtrado

En este estudio, la función de densidad espectral de potencia de la excitación sísmica considerada es la sugerida por Clough y Penzien (2003):

$$S_{\mu_{f}}(\omega) = S_{0} \left(\frac{1 + 4 \xi_{g}^{2} (\omega / \omega_{g})^{2}}{\left[1 - (\omega / \omega_{g})^{2} \right]^{2} + 4 \xi_{g}^{2} (\omega / \omega_{g})^{2}} \right) \left(\frac{(\omega / \omega_{f})^{4}}{\left[1 - (\omega / \omega_{f})^{2} \right]^{2} + 4 \xi_{f}^{2} (\omega / \omega_{f})^{2}} \right), (10)$$

donde S_0 es la función de densidad espectral de potencia constante del proceso aleatorio ruido blanco; ω_g , ζ_g , ω_f y ζ_f , son los parámetros de los filtros que representa el suelo.

Nótese que el método de variables de estado para determinar la respuesta estocástica de cualquier sistema, requiere que la excitación sea del tipo ruido blanco, mientras que la densidad espectral de potencia de $\ddot{u}_f(t)$ definida por la Ec. (10) es un proceso aleatorio coloreado. Sin embargo este obstáculo puede ser superado introduciendo filtros lineales a una excitación tipo ruido blanco de manera tal que el proceso aleatorio $\ddot{u}_f(t)$ puede ser determinado mediante:

$$\ddot{u}_f(t) + 2\xi_f \omega_f \dot{u}_f(t) + \omega_f^2 u_f(t) = -\left(\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}_o(t)\right),\tag{11}$$

$$\ddot{u}_{g}(t) + 2\xi_{g}\omega_{g}\dot{u}_{g}(t) + \omega_{g}^{2}u_{g}(t) = -\ddot{u}_{0}(t), \qquad (12)$$

donde $\ddot{u}_0(t)$ es el proceso tipo ruido blanco de entrada cuya intensidad de densidad espectral de potencia es S_0 . Note que las Ecs. (11) y (12), proveen la función de densidad espectral de potencia estacionaria del proceso $\ddot{u}_f(t)$ como se expresa por la Ec. (10).

4 EVALUACIÓN DE LA RESPUESTA ESTOCÁSTICA DEL SISTEMA

La Ec. (1), junto con las Ecs. (11) y (12), pueden reescribirse en espacio-estado como un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\frac{d}{dt}\{Y\} = [G]\{Y\} + \{W\},\tag{13}$$

donde $\{Y\}$ es el vector de estado, [G] es la matriz aumentada del sistema, y $\{W\}$ es el vector de excitación, siendo,

$$\{Y\} = \{\!\!\{u\}^T \quad \{\dot{u}\}^T \quad u_f \quad \dot{u}_f \quad u_g \quad \dot{u}_g^T, \qquad (14)$$

$$\{W\} = \{\{0\} \ \{0\} \ 0 \ 0 \ 0 \ - \ddot{u}_0\}^T,$$
(15)

$$\begin{bmatrix} G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & [I] & \{0\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T \\ -[M]^{-I}[K] & -[M]^{-I}[C] & [H]\omega_f^2 & [H]2\xi_f\omega_f & [H]\omega_g^2 & [H]2\xi_g\omega_g \\ \{0\} & \{0\} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \{0\} & \{0\} & -\omega_f^2 & -2\xi_f\omega_f & \omega_g^2 & 2\xi_g\omega_g \\ \{0\} & \{0\} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \{0\} & \{0\} & 0 & 0 & -\omega_g^2 & -2\xi_g\omega_g \end{bmatrix},$$
(16)

donde $\{0\}$ es un vector nulo de 1x3n, [0] e [I] son la matriz nula y la matriz identidad, respectivamente, de tamaño 3n x 3n, donde n es el número de pisos.

Llamando a la matriz de covarianzas del vector de estado, [S], en la cual $S_{i,j} = E[Y_i Y_j]$, puede demostrarse que [S] satisface la siguiente ecuación diferencial (Lutes y Sarkani, 1997):

$$\frac{d}{dt}[S] = [G][S]^T + [S][G]^T + [D], \qquad (17)$$

en la cual $[G]^T$ es la transpuesta de la matriz [G] y [D] es la matriz de las esperanzas matemáticas de los productos entre las excitaciones y la respuesta ($D_{ij}=E[W_i Y_j]$). Todos los elementos de la matriz [D] son cero excepto $D_{(6n+4, 6n+4)}=2\pi S_0$, que define la intensidad del ruido blanco.

Si se admite que la excitación es estacionaria, la Ec.(17) se reduce a la siguiente ecuación de Lyapunov:

$$[G][S]^{T} + [S][G]^{T} + [D] = 0.$$
(18)

5 DISEÑO ÓPTIMO DEL SISTEMA DE DISIPACIÓN DE ENERGÍA

Como puede observarse en la Ec. (5), la matriz C_{ν} , que representa los amortiguadores incorporados, no sólo depende de la capacidad de los mismos (coeficiente de amortiguamiento individual), sino de la ubicación en la estructura, tanto en planta como en altura.

De este modo, el problema consiste en determinar óptimamente la matriz C_v , es decir, encontrar los coeficientes de amortiguamiento en cada ubicación posible, expresados en un vector $c_v = \{c_{vi}\}$ que minimicen la función objetivo. En este estudio, la función objetivo es definida como el máximo de los valores cuadráticos medios de las distorsiones de piso, calculados en los bordes de la estructura:

$$f(cv) = \sigma_{u \max}^{2} = \max(\sigma_{u_{1}}^{2}, \sigma_{u_{1}}^{2}, \dots, \sigma_{u_{m}}^{2}),$$
(19)

sujeta a las siguientes restricciones:

$$\sum_{i=1}^{N} cv_i = \overline{W},\tag{20}$$

$$0 \le cv_i \le \overline{W},\tag{21}$$

donde \overline{W} es la capacidad total de amortiguamiento adoptada, N es el número de ubicaciones posibles de los dispositivos y m es el número de puntos de control.

6 EJEMPLOS NUMÉRICOS

6.1 Definición de la excitación:

Para definir a la excitación se consideró uno de los espectros de respuesta/diseño dado por el reglamento INPRES CIRSOC 103 Parte I (1991), a partir de la cual se determinó la Densidad Espectral de Potencia.

En la Figura 1 se muestra el Espectro de Diseño para zona sísmica 4 (Ciudad de Mendoza) y tipo de suelo II. En la Figura 2 se presenta la Densidad Espectral de Potencia obtenida de acuerdo a la Ec. (6) a partir del espectro admitido (línea de trazos).



Figura 1: Espectro elástico de pseudoaceleraciones para zona sísmica 4 con ξ = 5 %.

Figura 2: Densidad Espectral de Potencia.

En la misma figura se incluye la aproximación de la Densidad Espectral de Potencia obtenida mediante una función moduladora del ruido blanco dada por la Ec. (10) (línea llena).

6.2 Descripción de las estructuras estudiadas

Dos ejemplos numéricos se presentan para ilustrar el empleo de la metodología propuesta para diseñar el sistema de disipación de energía.

El primero corresponde a una estructura de un piso, con excentricidad entre el centro de masa y rigidez en ambas direcciones. El segundo modelo, se trata de un edificio de 6 pisos con excentricidad en una dirección y con comportamiento de piso flexible.

En ambos casos, mediante la incorporación del sistema de disipación de energía, se busca reducir la máxima distorsión de piso a un valor igual a 1.5 %, valor que se considera aceptable en los códigos de diseño.

6.2.1 Estructura 1: Edificio de 1 piso con excentricidad de rigidez

Se trata de una estructura tridimensional de un piso, formada por dos pórticos laterales en la dirección Y, y uno en la dirección X (distribución en forma de "U"). La masa considerada es de 716 Tn y las rigideces de cada pórtico y su ubicación en planta se indican en la Figura 3. Desde el punto de vista dinámico, la asimetría de rigidez introduce un acoplamiento flexotorsional.

Se admitió un amortiguamiento proporcional de Rayleigh para tener en cuenta el amortiguamiento propio de la estructura, con una relación de amortiguamiento crítico del 2% en los dos primeros modos.



Figura 3: Modelo Estructura 1

El procedimiento para determinar la distribución de la capacidad de los amortiguadores externos, considera en primera instancia, la excitación actuando en la dirección X. En la Figura 4 y Figura 5 se muestra la distribución de la capacidad en cada pórtico orientados según la dirección X e Y respectivamente, para una capacidad total incorporada creciente. Se observa que, como inicialmente preponderan los efectos torsionales, con los primeros incrementos de la capacidad total a instalar, se trata de corregir la excentricidad, colocando amortiguadores en el pórtico orientado en dirección perpendicular a la excitación ubicado en la posición x = 17.75 m., (pórtico de menor rigidez).

Esto sucede hasta una capacidad total incorporada de 0.5 kN s/mm., valor a partir del cual se comienzan a reducir los desplazamientos traslacionales en la dirección de la excitación, con la incorporación de amortiguadores en el pórtico orientado en esa dirección y una menor tasa de incorporación de amortiguamiento en el pórtico anterior (x = 17.75). Con la incorporación de amortiguamiento total de 3.5 kN/mm se alcanza el valor máximo de distorsión de piso admitido.



Figura 4: Distribución en pórticos orientados según eje X (Excitación en X).

Figura 5: Distribución en pórticos orientados según eje Y (Excitación en X).

Si se aplica, en una segunda instancia, la excitación en la dirección Y, manteniendo los amortiguadores incorporados anteriormente, el procedimiento indica que no son necesarios amortiguadores adicionales, ya que se cumple con el desempeño deseado. La distribución de capacidades final para satisfacer el requisito de desempeño se muestra en la Figura 6.



Figura 6: Configuración de los amortiguadores [kN s/mm]

Para demostrar la independencia de la distribución de amortiguadores con el orden en que se aplica la excitación, en este caso, se excita la estructura, en primera instancia en la dirección Y, y se distribuyen en forma óptima los amortiguadores hasta alcanzar el desempeño deseado. La Figura 7 y Figura 8, muestran la distribución de capacidad. En este caso se instalan amortiguadores en el pórtico de menor rigidez orientado según la dirección de la excitación (x=17.75m) para corregir los efectos torsionales como también disminuir la distorsión por traslación pura.

Para cumplir el desempeño en la dirección de la excitación se necesitó una capacidad total del sistema de disipación igual a 0.8 kN/mm.



Figura 7: Distribución en pórticos orientados según eje X (Excitación en Y).

Figura 8: Distribución en pórticos orientados según eje Y (Excitación en Y).

Una vez logrado el desempeño en la dirección Y, se aplica la excitación en la dirección X, manteniendo los amortiguadores ya incorporados a fin de distribuir la capacidad de los amortiguadores necesarios para lograr el desempeño deseado. En la Figura 9 y Figura 10 se observa que, para satisfacer el desempeño, el procedimiento indica incorporar amortiguadores con una capacidad de 2.575 kN s/mm en el pórtico orientado según el eje X, para reducir la traslación en esa dirección, y además instalar una capacidad de 0.125 kN/mm en el pórtico orientado según la dirección Y en la posición X =17.75 m para reducir los desplazamientos por torsión.





Figura 11: Configuración de los amortiguadores [kN s/mm]

Como se puede observar en la Figura 6 y la Figura 11, la capacidad total instalada para cumplir con el desempeño deseado y la distribución en cada pórtico determinada mediante ambos procedimientos es la misma, como era de esperar.

6.2.2 Estructura 2: Edificio de 6 pisos con excentricidad de rigidez

Se trata de una estructura tridimensional de 6 pisos formada por pórticos en ambas direcciones con excentricidad en la dirección X. La Figura 12 muestra una descripción de la geometría de la estructura, en la cual se admite que los pisos se comportan como diafragmas rígidos. La masa y rigidez de cada piso se encuentran resumidas en la Tabla 1. Se admitió un amortiguamiento proporcional de Rayleigh para tener en cuenta el amortiguamiento propio de la estructura, con una relación de amortiguamiento crítico del 2% en los dos primeros modos.



Figura 12: Modelo Estructura 2

Piso	Altura [m]	Masa		Rigidez	
		Traslacional	Rotacional	Transversal	Longitudinal
		[kg]	[kg m²]	[kN/m]	[kN/m]
1	4,90	716000	1,1076 10 ⁸	76860	87210
2	3,80	716000	$1,1076\ 10^8$	103200	111690
3	3,80	716000	$1,1076\ 10^8$	103200	111690
4	3,80	716000	$1,1076\ 10^8$	103200	111690
5	3,80	716000	$1,1076\ 10^8$	103200	111690
6	3,80	585000	0,9049 10 ⁸	103200	111690

Tabla 1: Parámetros de masa y rigidez de piso.

A través del procedimiento propuesto se determina la distribución de capacidades de los amortiguadores externos a incorporar. En primera instancia se considera la excitación actuando en la dirección X (con la excitación en esta dirección la estructuran no presenta excentricidad). En las Figura 13 y Figura 14 se observa que al tratarse de una estructura simétrica respecto al plano X-Z, la distribución de capacidades es balanceada en cada uno de los pórticos orientados en la dirección de la excitación (Y= \pm 7.75 m).



Posteriormente, a través del procedimiento y manteniendo los amortiguadores ya colocados en el paso anterior, se distribuyen los amortiguadores necesarios para llegar al desempeño deseado aplicando la excitación en la dirección Y (estructura excéntrica). En la Figura 15 y Figura 16 se observa que, al producirse un acoplamiento entre los movimientos de traslación y rotación, el procedimiento indica incorporar sólo dispositivos en el pórtico X=-20.1 m de manera de reducir tanto los efectos traslacionales como torsionales hasta una capacidad incorporada total de 10 kN/mm, valor a partir del cual se incorpora además capacidad en los otros dos pórticos, esto hasta una capacidad total de 20 kN/mm, con la cual se logra el nivel de desempeño establecido (1.5% de distorsión máxima de piso).



En la Figura 17 y Figura 18 se muestran la distribución en altura de la capacidad incorporada en pórticos orientados según eje X e Y, respectivamente. Se observa claramente como, la metodología propuesta, ubica los amortiguadores en los tres primeros pisos que presentan mayor distorsión de piso, conforme a lo que se muestra en la Figura 19 a y b y Figura 20 a y b para la dirección X e Y, respectivamente.



Figura 17: Distribución en Altura (pórticos orientados según eje X)

Figura 18: Distribución en Altura (pórticos orientados según eje Y)

Figura 19: Respuesta de la estructura amortiguada y sin amortiguar excitación según dirección X.

Figura 20: Respuesta de la estructura amortiguada y sin amortiguar excitación según dirección Y

La configuración final de los dispositivos, que asegura una distorsión máxima de piso del 1.5 %, se muestra en la Figura 21.

Figura 21: Configuración final de los amortiguadores [kN s/mm]

7 CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta una metodología que permite determinar la distribución óptima de amortiguadores en planta y en altura en estructuras tridimensionales a fin de lograr un desempeño deseado en estructuras bajo excitación sísmica.

El análisis se realiza en el dominio de la frecuencia tomando como función objetivo a minimizar, el valor cuadrático medio de la máxima distorsión de piso.

Para obtener resultados más generales, la excitación se admite como un proceso estocástico estacionario caracterizado por una densidad espectral de potencia, compatible con el espectro de respuesta del lugar definido por el código de diseño.

El procedimiento propuesto es verificado a través de dos ejemplos numéricos. En el primer ejemplo además de definir óptimamente la capacidad necesaria el sistema de disipación de energía para lograr un desempeño deseado, se demuestra la independencia de la distribución de la capacidad total instalada d, con el orden en que se aplica la excitación en cada dirección. El segundo ejemplo muestra cómo debería ser la distribución de capacidades en cada piso para balancear la estructura y reducir los efectos torsionales, y cómo se deberían instalar los disipadores en altura para lograr un desempeño deseado buscando uniformar las distorsiones de piso.

8 AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el soporte económico de CONICET y Universidad Nacional de Cuyo.

REFERENCIAS

- Aydin, E., Boduroglu, M. H., Guney, D.. Optimal damper distribution for seismic rehabilitation of planar building structures. *Engineering Structures*, 29: 176–185, 2007.
- Cimellaro, G.P. Simultaneous stiffness-damping optimization of structures with respect to acceleration, displacement and base shear. *Engineering Structures*, 29: 2853–2870, 2007.
- Clough, Ray W. & Penzien, J. *Dynamics of Structures*, 3rd Edition. Computers & Structures, Inc. Berkeley, USA, 2003.
- García, M., de la Llera, J. C., Almazán, J. L. Torsional balance of plan assymetric structures with viscoelastic dampers. *Engineering Structures*, 29: 914–932, 2007.
- Gluck N, Reinhorn AM, Gluck J, Levy R. Design of supplemental dampers for control of structures. *Journal of Structural Engineering* (ASCE), 122(12): 1394–1399, 1996.
- Lutes, L. D. & Sarkani, S. *Stochastic Analysis of structural and Mechanical Vibrations*. Prentice-Hall, Inc. New Jersey, USA, 1997.
- Reglamento INPRES CIRSOC 103 Parte I, Normas Argentinas para Construcciones Sismorresistentes Construcciones en General. SIREA, Argentina, 1991.
- Takewaki, I. Optimal damper placement for planar building frames using transfer functions. *Struct Multidisc Optim*, 20:280–287, 2000a
- Takewaki, I. Optimal damper placement for critical excitation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 15:317–325, 2000b.
- Vanmarcke, E.H. Structural response to earthquakes. In: Lomnitz C, Rosen- blueth E, editors. *Seismic Risk and Engineering Decisions*, Amsterdam: Elsevier, 1976.
- Wu, Bo., Ou, J. P., Soong, T. T. Optimal placement of energy dissipation devices for threedimensional structures. *Engineering Structures*, 19: 113–125, 1997.