

DIMENSIONAMIENTO AUTOMÁTICO DE MECANISMOS DE ESLABONAMIENTOS PARA TAREAS COMPLEJAS

Martín A. Pucheta and Alberto Cardona

*Centro Internacional de Métodos Computacionales en Ingeniería (CIMEC) INTEC
(Universidad Nacional del Litoral-CONICET), Güemes 3450, S3000GLN, Santa Fe, Argentina,
{mpucheta,acardona}@intec.unl.edu.ar, <http://www.cimec.org.ar>*

Palabras Clave: Mecanismos de eslabonamientos, mecanismos metamórficos, síntesis topológica, Teoría de Grafos, síntesis dimensional.

Resumen. En este trabajo se presenta una metodología de síntesis dimensional de mecanismos de eslabonamientos que realizan tareas cinemáticas complejas. La metodología utilizada en la síntesis topológica está basada en una representación computacional de las partes a mover y de los mecanismos disponibles mediante grafos. Para la síntesis dimensional, se utilizan ecuaciones de posiciones precisas en combinación con una aproximación que tiene en cuenta el error cinemático de la tarea. Para minimizar el error cinemático y satisfacer las restricciones de diseño se utiliza un algoritmo genético con múltiples objetivos y múltiples restricciones. Se muestran resultados de aplicación de la metodología para el diseño de eslabonamientos planos para tareas cinemáticas simples y múltiples, y se introducen los desarrollos a futuro para abordar múltiples condiciones de operación requeridos por mecanismos metamórficos.

1 INTRODUCCION

El diseño de mecanismos es una actividad en la cual el ingeniero se enfrenta a la difícil tarea de aplicar su experiencia e ingeniosidad para combinar una amplia variedad de elementos mecánicos con distintas funciones, buscando satisfacer requerimientos funcionales, estructurales y de diseño (por ejemplo, las restricciones de espacio), ver [Sandor y Erdman \(1984\)](#), [Yan \(1998\)](#), y [Tsai \(2001\)](#). Dadas las especificaciones para un producto, el proceso de diseño conceptual puede resumirse en tres etapas, (I) generación de alternativas de diseños factibles, (II) evaluación de alternativas, y (III) clasificación y selección del mejor o los mejores conceptos; ver la [Figura 1\(a\)](#). El diseño detallado consiste de un ajuste fino de los parámetros del producto por medio de varios análisis detallados, ver la [Figura 1\(b\)](#), en donde frecuentemente se hace uso de software para optimización para tener en cuenta objetivos y restricciones no tenidos en cuenta en la etapa conceptual, y si resulta factible, se construyen prototipos completos -virtuales y reales- (V) para su prueba intensiva (VI).

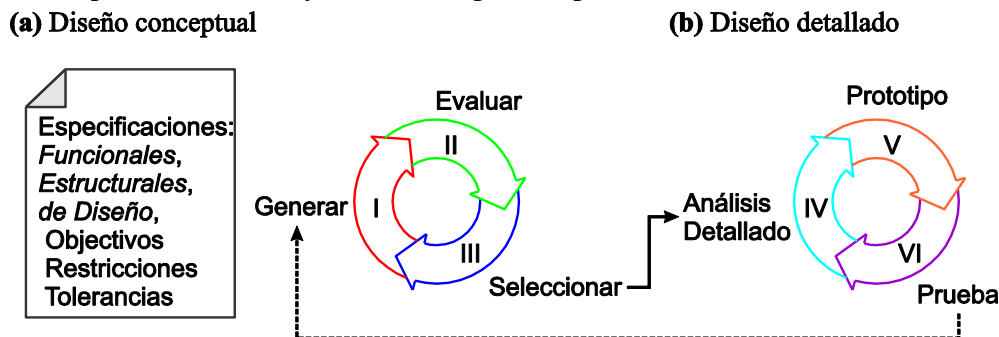


Figura 1: Naturaleza cíclica del proceso de diseño partiendo desde cero dividido en dos etapas.

El proceso de diseño es naturalmente cíclico e iterativo. Entre las primeras etapas del diseño, denominadas de diseño conceptual, se utilizan iterativamente la síntesis y el análisis con el objetivo de alcanzar una –y en lo posible “la mejor”– solución válida que satisfaga la mayor cantidad posible de los requerimientos. La automatización de estas etapas mediante el auxilio de técnicas computacionales debe conducir al diseñador a: (i) sistematizar la definición del problema y la carga de datos entre las etapas de diseño, (ii) reducir los tiempos de cálculo, y (iii) facilitar la interpretación de resultados, y consecuentemente, permitir enfocar su labor intelectual y creativa sólo en aquellas decisiones de vital importancia para el éxito del diseño. Estas decisiones impactarán en los tiempos y costos del diseño detallado y las etapas subsiguientes.

La metodología utilizada en la síntesis topológica está basada en una representación computacional de las partes a mover y de los mecanismos disponibles mediante grafos y se ha aplicado exitosamente para diseñar eslabonamientos rígidos con grados de libertad fijo ([Pucheta y Cardona, 2007](#)) o variable ([Pucheta et al., 2011a,b,c](#)).

En este trabajo se presenta una metodología de síntesis dimensional de mecanismos de eslabonamientos que permite incluir restricciones del espacio de trabajo del mecanismo y una combinación de síntesis exacta y síntesis aproximada. Para la síntesis aproximada se emplean análisis cinemáticos, utilizando el método propuesto por [Geradin y Cardona \(2001\)](#), en forma iterativa. Partiendo desde un listado de topologías que satisfacen los requerimientos estructurales para un problema dado, el principal objetivo del trabajo es dimensionar cada topología en forma automática, y proveer criterios para la selección del mecanismo óptimo para la tarea dada. Para la síntesis dimensional, se utilizan ecuaciones de posiciones precisas en combinación con una aproximación que tiene en cuenta el error cinemático de la

tarea. Para minimizar el error cinemático y satisfacer las restricciones de diseño se utilizó un algoritmo genético. La selección se realiza en forma automática utilizando indicadores de comportamiento provistos por la síntesis dimensional.

Se muestran resultados de aplicación de la metodología para el diseño de eslabonamientos planos para una tarea cinemática de generación de trayectoria sujeta a una compleja restricción de espacio pero podría extenderse a tareas cinemáticas múltiples requeridos por mecanismos metamórficos. Por ello, se introducen los desarrollos a futuro para abordar múltiples condiciones de operación.

2 METODOS.

2.1 Antecedentes en la síntesis mecanismos de eslabonamientos

En 1979, [Freudenstein y Maki](#) propusieron la “separación” de la estructura cinemática de un mecanismo (para generar alternativas) de los requerimientos funcionales (para evaluar las alternativas generadas). Este concepto fue utilizado por [Tsai \(2001\)](#) quien también remarcó que “mientras más requerimientos funcionales sean traducidos e incorporados en el generador, menor trabajo se necesitará en el evaluador. Sin embargo, esto puede conducir a que el generador se torne muy complejo de desarrollar. Generalmente, si un requerimiento funcional puede escribirse en una forma matemática, éste debería incluirse en el generador”. En 2003, [Pucheta y Cardona](#) expresaron la tarea deseada, el espacio de soluciones topológicas y los requerimientos estructurales en términos de Teoría de Grafos, desarrollando un generador automático de topologías para un problema dado ([Pucheta y Cardona, 2003](#)). La potencia de las computadoras de escritorio actuales ha permitido que el problema de enumeración exhaustiva de estructuras diferentes (sin isomorfismos) sea abordable en un tiempo razonable, ver [Chen y Pai \(2005\)](#) y [Pucheta y Cardona \(2007\)](#). La enumeración exhaustiva y ordenada evita que queden alternativas potenciales sin ser exploradas.

2.2 Antecedentes en la síntesis automática

Si se consideran los antecedentes en generación automática de mecanismos involucrando la síntesis topológica y dimensional en forma conjunta, se pueden mencionar pocos trabajos ([Fang, 1994](#); [Liu y Mc Phee, 2007](#); [Oliva y Goodman, 2010](#); [Pucheta y Cardona, 2010, 2012](#)). Esto puede deberse a que las disciplinas abarcan especialidades diferentes del área de la teoría de máquinas y mecanismos y de las ciencias de la computación que han estado disociadas. La disciplina relativa a la síntesis topológica hace empleo de conocimientos de matemáticas discretas, análisis combinatorio, Teoría de Grafos y Teoría de Grupos mientras que la relativa a la síntesis dimensional requiere del empleo de geometría y cinemática computacional, y de la resolución de sistemas no-lineales resultantes de las ecuaciones de desplazamientos en donde las incógnitas son las dimensiones de los eslabones, que en general son trascendentes y pueden tener soluciones múltiples ([Sandor y Erdman, 1984](#)).

3 ANALISIS TOPOLOGICO: ENUMERACION Y SINTESIS.

El análisis topológico de mecanismos comprende la enumeración de topologías y la síntesis, en donde se selecciona una topología para satisfacer una tarea dada bajo restricciones topológicas o discretas establecidas para las partes existentes del mecanismo (o partes iniciales) y para los mecanismos que se quieren obtener ([Pucheta y Cardona, 2003](#); [Chen y Pai, 2005](#); [Yan, 1998](#), [Tsai, 2001](#)). Para esto se utiliza la representación de grafos de los mecanismos que se presenta a continuación.

3.1 Representación de mecanismos y submecanismos.

El grafo $G(V, E)$ de una cadena cinemática se obtiene representando cada eslabón por un vértice v_i y cada unión cinemática por una arista e_{ij} que conecta los vértices correspondientes $\{v_i, v_j\}$. El tamaño del conjunto de vértices se denota por $n = |V|$ y el tamaño del conjunto de aristas por $j = |E|$. El conjunto de vértices sin etiquetas se numera en base cero como $V = \{v_0, v_1, \dots, v_{n-1}\}$. Adicionalmente, sobre el grafo G se definen dos niveles de información necesarios para definir un mecanismo:

- *Etiquetas*: identificando el significado funcional de cada eslabón o unión.
- *Tipos*: identificando el tipo estructural (ó comportamiento físico) de cada eslabón o unión.

Una vez que las etiquetas y los tipos son asignados sobre el grafo, la estructura topológica de un mecanismo queda completamente definida.

El modelo del mecanismo se completa con la ayuda de una representación matricial. Un grafo tiene varias representaciones matriciales que expresan cómo los vértices están conectados mediante aristas. Una representación es la *Matriz de Adyacencia* vértice a vértice. La matriz de adyacencia A de un grafo G es una matriz de tamaño n por n en la cual la entrada a_{ij} es el número de aristas en G con vértices extremos $\{v_i, v_j\}$ y $a_{ii} = 0$.

Una Matriz de Adyacencia de Tipos T se sigue (Pucheta, 2008):

$$T_{ii}(v_i) = \begin{cases} 0, & \text{si } v_i \text{ es la fundación,} \\ 1, & \text{si } v_i \text{ es un eslabón rígido,} \\ 2, & \text{si } v_i \text{ es un eslabón flexible.} \end{cases}$$

$$T_{ij}(e_{ij}) = \begin{cases} 0, & \text{si } e_{ij} \text{ es una unión rotoidal,} \\ 1, & \text{si } e_{ij} \text{ es una unión prismática,} \\ 2, & \text{si } e_{ij} \text{ es una unión flexible,} \\ 3, & \text{si } e_{ij} \text{ es una unión fija.} \end{cases}$$

Nótese que esta definición se puede extender fácilmente a un mayor número de tipos de eslabones y uniones. Además, las entradas se definen intencionalmente como números enteros positivos en acuerdo con el identificador de isomorfismos utilizado.

3.1.1 Codificación de diferentes atlas de mecanismos.

Para enumerar mecanismos se realiza la asignación de tipos de eslabones y uniones sobre una cadena cinemática en todos los modos posibles, sin repetición (no isomórficos). Cada mecanismo se identifica en forma única mediante un número entero en base decimal, o más eficientemente, mediante un vector de números enteros expresados en una base no decimal. Este proceso conduce a obtener miles de mecanismos desde unas pocas cadenas cinemáticas.

Para dar un ejemplo de la explosión combinatoria resultante en la generación de mecanismos, en Pucheta (2008) se presenta una asignación sobre la matriz de adyacencia de cadenas cinemáticas de un grado de libertad de 4, 6 y 8 eslabones mostrados en la Figura 2 utilizando dos tipos de eslabones $\{0=\text{fundación}, 1=\text{rígido}\}$ y dos tipos de uniones cinemáticas $\{1=\text{rotoidal}, 2=\text{prismática}\}$. Los resultados se muestran en la segunda columna de la [Tabla 1](#). En la primer fila se muestran los resultados obtenidos si solamente se consideran uniones rotoidales; en la segunda, si se permiten uniones prismáticas; en la tercera, si se restringe el número de uniones prismáticas a satisfacer ciertas reglas heurísticas (**R1**: ningún circuito posee menos de dos pares no prismáticos; **R2**: ningún circuito posee tres o más pares prismáticos consecutivos); y en la última fila, si sólo se permite una unión prismática, que en general se utiliza como actuador.

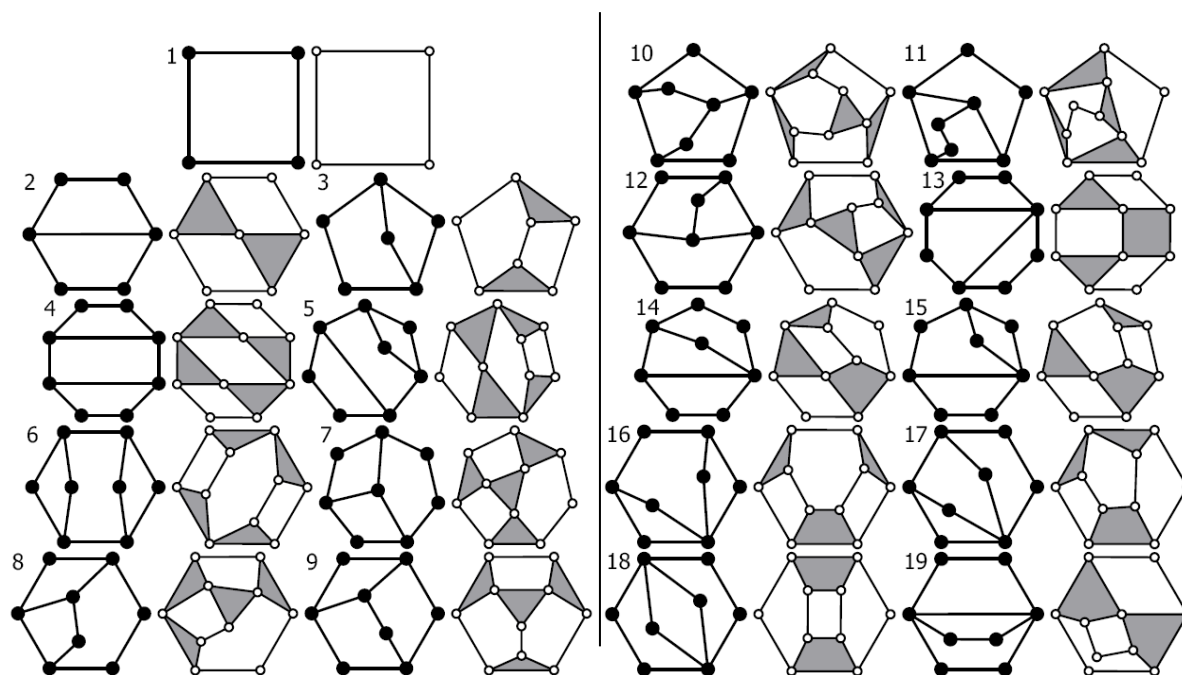


Figura 2: Atlas de cadenas cinemáticas (grafos y esquemas) de un grado de libertad de 4, 6 y 8 eslabones.

Atlas	Rigido	Flexible
1GDL R	77	102985
1GDL RP	54222	908886
1GDL R1P	679	362974

Tabla 1: Algunos mecanismos de un grado de libertad.

Si además se consideran elementos flexibles, el número de mecanismos obtenidos desde las cadenas cinemáticas de 4 y 6 eslabones (cadenas 1 a 3 de la Figura 2) es el de la segunda columna, con opciones de eslabón $\{0=\text{fundación}, 1=\text{rígido}, 2=\text{flexible}\}$ y de uniones $\{1=\text{rotoidal}, 2=\text{prismática}, 3=\text{unión_flexible}, 4=\text{fija}\}$. Además de las reglas heurísticas anteriores, se agregan las siguientes reglas triviales: **M1**: al menos un eslabón es rígido (la fundación). **M2**: Una conexión fija no puede unir dos o más cuerpos fijos. Nótese, comparando estas dos columnas, el crecimiento del número de mecanismos cuando se considera flexibilidad.

El mismo procedimiento se puede utilizar para cadenas cinemáticas de dos y tres grados de libertad, y para mecanismos espaciales partiendo de las cadenas cinemáticas correspondientes.

3.1.2 Descripción del problema y restricciones topológicas.

Utilizando una descripción de Elementos Finitos en donde se ubica una terna de referencia por nodo, se definen las partes iniciales de un mecanismo: uniones cinemáticas pre-existentes y puntos ó cuerpos a mover; el problema de la Figura 3 es expresado con la descripción MEF de la Figura 4(a).

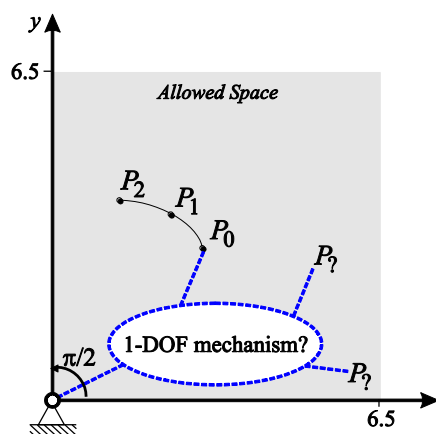


Figura 3: Definición de un problema de síntesis simple: movimiento de entrada prescrito, trayectorias deseadas (salida), espacio deseado, etc.

Sobre estas partes se declaran diversas restricciones del movimiento en forma discreta utilizando conjuntos de desplazamientos D sobre un nodo dado, rotaciones de eslabones L y restricciones del movimiento sobre uniones cinemáticas J , o sea, rotaciones sobre uniones rotoidales ó deslizamientos sobre uniones prismáticas. Estas especificaciones se expresan convenientemente en coordenadas relativas a las posiciones iniciales de cada nodo o eslabón.

Para la tarea de seguimiento de trayectoria de la Figura 3 se desea que el nodo N_5 de un mecanismo desconocido pase por tres posiciones precisas de una trayectoria. Estos desplazamientos se declaran como tripletes de nodo–tiempo–vector desplazamiento, p. ej. como $D = \{N_5, 0, (0, 0)^T; N_5, 1, \mathbf{d}_1; N_1, 2, \mathbf{d}_2\}$. Si la simultaneidad con la actuación es prescrita (“prescribed timing”), los parámetros de la unión de entrada del movimiento pueden declararse como tripletes de elemento–tiempo–valor, por ejemplo, como $J = \{E_1, 0, 0; E_5, 2, \pi/2\}$, la posición intermedia 1 se deja libre, a ser propuesta o calculada.

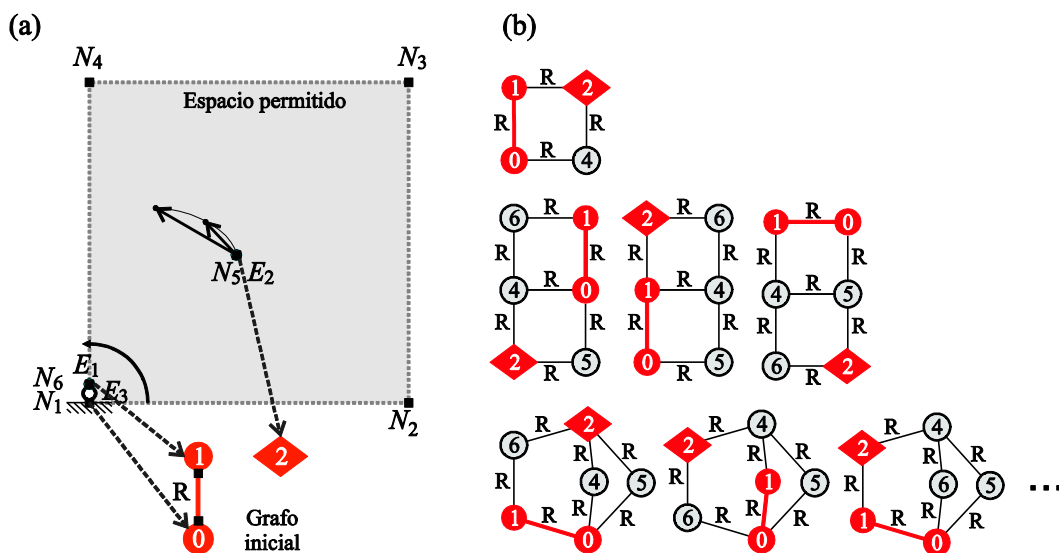


Figura 4: (a) Grafo de un problema cinemático de generación de trayectoria: Los nodos y cuerpos se convierten en vértices del grafo, las uniones cinemáticas se convierten en aristas. (b) Soluciones topológicas no isomórficas.

En base a la descripción nodo a nodo y las restricciones D , L y J , se utilizan reglas (Pucheta, 2008) para construir un grafo etiquetado y con tipos de elementos definidos, denominado grafo inicial G_{ini} , ver Figura 4.

Este grafo modela en forma implícita las restricciones estructurales iniciales de conectividad entre cuerpos existentes. Otras restricciones y características útiles para las etapas subsiguientes se extraen de la definición geométrica y se almacenan en estructuras de datos auxiliares:

- **Nodos de Trayectoria:** Cada nodo de trayectoria se almacena en un vector denotado \mathbf{N}_{tray} y su vértice objetivo asignado (mostrado con forma de rombo en la Figura 4(a)) se almacena en un vector separado denominado \mathbf{V}_{obj} .
- **Nodos Ignorados:** Estos nodos son ignorados para los propósitos de la síntesis de tipo. Éstos se almacenan en un multimapa auxiliar \mathbf{M}_{ign} que permite mapear múltiples nodos a un mismo eslabón. Estos nodos que no pertenecen a ninguna unión cinemática y no tienen movimientos prescriptos.
- **Grado de Conectividad de los eslabones prescriptos:** Después de la construcción del grafo inicial, se llena un vector llamando grado mínimo de vértices $\mathbf{deg}_{\text{min}}$ que se utilizará como restricción para acelerar y/o personalizar la búsqueda de subgrafos.
- **Área prescrita:** Se define por un polígono mediante una secuencia de nodos, ver N_1 a N_4 de las Figuras 3 o 4. Se desea que el mecanismo trabaje dentro de esta área, lo cual es un requerimiento muy común.

Como se observa en el grafo inicial de la Figura 4, el mismo es desconexo. Para este ejemplo, en la matriz de adyacencia del grafo se considera una fila y una columna nula para el vértice objetivo:

$$\begin{aligned} B(V_{\text{ini}}) &= [0 \quad 1 \quad 2]; \\ A_{\text{ini}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad T_{\text{ini}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

En el proceso de síntesis topológica que se detalla en la próxima subsección, el grafo inicial se detecta, por ejemplo, dentro del mecanismo de 4 barras mostrado a la derecha de la Figura 4, que denominamos Alternativa 0 y sus vértices se etiquetan como:

$$B(V_{\text{Alt } 0}) = [0 \quad 1 \quad 2 \quad 4];$$

donde B es una función de etiquetado de eslabones. Las matrices de adyacencia y de tipo resultan ser:

$$A_{\text{Alt } 0} = \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad T_{\text{Alt } 0} = \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

En estas matrices se remarcó en **negrita** las uniones y cuerpos nuevos sintetizados. Nótese además que la submatriz del grafo inicial está incluida en la submatriz 3×3 del grafo de la Alternativa 0.

Para restringir la búsqueda de subgrafos se definen dos herramientas que relacionan el grafo inicial G_{ini} y uno tomado del atlas G_A :

Distancia desde la fundación hasta el vértice objetivo: para tareas de seguimiento de trayectoria o guiado de cuerpo rígido, el vértice objetivo v_{obj} , que contiene a un nodo que desarrolla una tarea, se elige de modo tal que posea cierta distancia desde la fundación v_0 . Esta distancia se define como el mínimo número de vértices necesarios para ir desde la fundación al vértice objetivo: $\min(d(v_0, v_{\text{obj}}))$. La cota inferior se fija en 2 mientras que la superior es especificada por el usuario ó, por defecto, calculada como el número de puntos de paso de la tarea, n_{pp} , menos uno:

$$2 \leq \min(d(v_0, v_{\text{obj}})) \leq n_{\text{pp}} - 1. \quad (3)$$

Matriz de Adyacencia de Síntesis $S(G_{\text{ini}}, G_A)$: utilizada para considerar a cada parte del

grafo inicial, que aparece como subgrafo del grafo del mecanismo, como funcionalmente diferente:

$$S_{ii}(v_i) = \begin{cases} T_{ii} & \text{si } v_i \text{ es un v\u00e9rtice sintetizado,} \\ k & \text{si } v_i \text{ es un v\u00e9rtice prescripto} \end{cases}$$

$$S_{ij}(e_{ij}) = T_{ij} \forall e_{ij} \quad (4)$$

donde $k = b + j, j = 0, 1, \dots, n_{\text{ini}} - 1$, con $n_{\text{ini}} = |V_{\text{ini}}|$ la cardinalidad del conjunto de v\u00e9rtices prescripto y b el n\u00famero de colores en T . El n\u00famero de colores para codificar S es el n\u00famero de eslabones m\u00e1s el n\u00famero de colores de los grafos tomados del atlas, o sea, $n_{\text{ini}} + b$. Para identificar isomorfismo se utiliza un c\u00f3digo \u00fanico en base b construido con los elementos de la diagonal m\u00e1s la submatriz triangular superior de la matriz T \u00f3 S , seg\u00fan el prop\u00f3sito: (i) identificar mecanismos diferentes \u00f3 (ii) identificar diferentes ocurrencias del subgrafo G_{ini} en un grafo tomado del atlas G_A . Este c\u00f3digo se denotar\u00e1 como $DC(T)$ \u00f3 $DC(S)$ y su c\u00e1lculo puede encontrarse extensamente explicado en (Pucheta, 2008).

3.2 Enumeraci\u00f3n autom\u00e1tica de topolog\u00edas factibles.

El grafo inicial representa la situaci\u00f3n inicial. Para obtener un mecanismo que se corresponda con esta situaci\u00f3n, el grafo inicial debe ser un subgrafo de cualquier mecanismo v\u00e1lido del atlas de mecanismo seleccionado. Las repeticiones se evitan mediante el agregado de restricciones a cumplir.

El problema consiste en buscar el mecanismo m\u00e1s simple en el atlas para el cual el grafo inicial es un subgrafo:

$$G_{\text{ini}} \cong H_A \text{ con } H_A \text{ subgrafo de un grafo } G_A \text{ del atlas.} \quad (5)$$

Sin embargo, tambi\u00e9n deben satisfacerse las siguientes restricciones:

1. la restricci\u00f3n de igualdad

$$a. T(G_{\text{ini}}) \subseteq T(H_A), \quad (6)$$

2. esto es, los tipos de eslabones y uniones en G_{ini} deben corresponderse exactamente con los del subgrafo H_A en G_A ;

3. la restricci\u00f3n de distancia para cada v\u00e9rtice objetivo dada por la ecuaci\u00f3n (3)

4. la restricci\u00f3n de isomorfismo, requiere que $DC(S)$ debe ser diferente de todas las respuestas previas; y

5. la restricci\u00f3n de pseudo isomorfismo; ninguna soluci\u00f3n tiene a una previa como subgrafo.

6. las restricciones especiales, como ser, la no inclusi\u00f3n de subcadenas con cierto grado de libertad conteniendo ciertas partes; \u00fatiles para mecanismos metam\u00f3rficos.

El algoritmo que ejecuta esta b\u00fasqueda lo hace en forma exhaustiva, evitando perder alguna soluci\u00f3n factible. En la Figura 4(b) se muestran ejemplos de soluciones factibles.

4 SINTESIS DIMENSIONAL

Para la s\u00edntesis dimensional se propone utilizar m\u00e9todos geom\u00e9tricos exactos (ya existentes) para dar dimensiones a cada topolog\u00eda abstracta resultante de la s\u00edntesis de tipo desarrollando computacionalmente estos pasos:

1. Discretizar la tarea en posiciones precisas.
2. Descomponer la topolog\u00eda en cadenas abiertas.
3. Buscar el ordenamiento \u00f3ptimo de las cadenas.
4. Resolver anal\u00edticamente las cadenas utilizando n\u00fameros complejos para representar los eslabones.
5. Reensamblar las cadenas para reconstruir la topolog\u00eda.
6. Calificar el cumplimiento de las restricciones.

Los pasos están íntimamente vinculados dado que la resolución de una cadena es dependiente de las restricciones que le impone una previa (Sandor y Erdman, 1984). La resolución resulta ser jerárquica y las múltiples soluciones hacen que el reensamble también lo sea. En las etapas 4 a 6 se utilizan Algoritmos Genéticos para los casos en que hay parámetros libres (Pucheta, 2008).

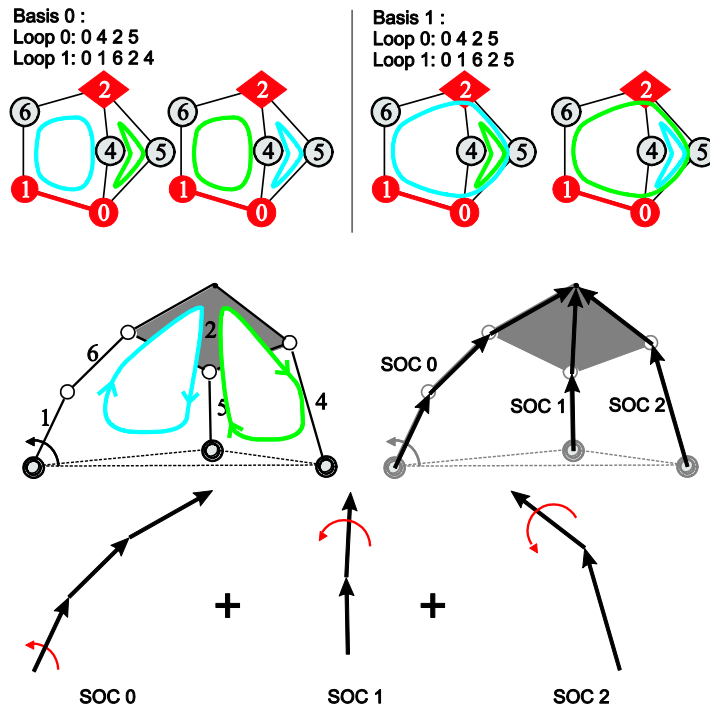


Figura 5: Descomposición de una cadena cinemática en ciclos cerrados mínimos utilizados para calcular las cadenas abiertas que permiten dimensionar el eslabonamiento.

En la Figura 5(arriba) se muestra que la descomposición en lazos mínimos no es única, mostrándose dos posibles soluciones. En la Figura 5(abajo) se muestra un ejemplo para una cadena de Stephenson para la primer base de lazos mínimos. Nótese que el orden de las cadenas abiertas resultantes es importante, ya que existe un orden óptimo que permite reducir las incógnitas a un mínimo; otros ordenamientos de las cadenas pueden conducir a un exceso o sobredeterminación de los datos que no pueden satisfacerse simultáneamente.

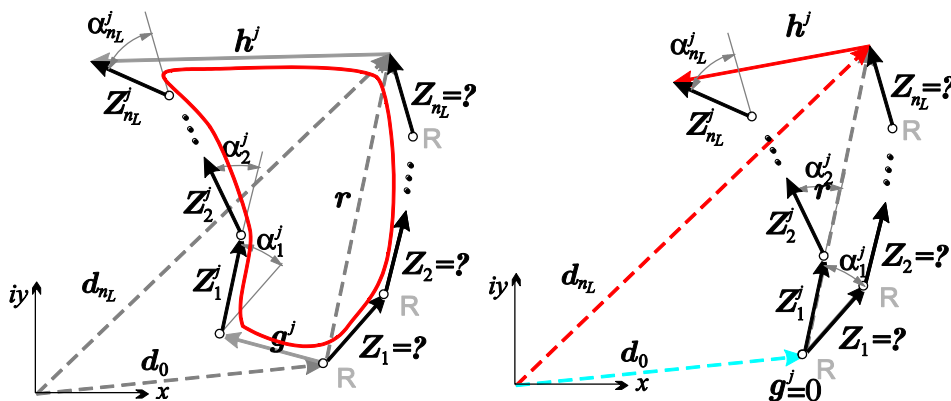


Figura 6: Dimensionamiento de cadenas abiertas utilizando lazos cerrados (izq.): el inicio y el fin de la cadena tiene desplazamientos impuestos; (der.) el inicio de la cadena rota alrededor de un pivot fijo.

4.1 Síntesis dimensional

El dimensionamiento de las cadenas abiertas puede realizarse con el álgebra de los números complejos (Sandor y Erdman, 1984; Pucheta, 2008) para modelar los eslabones y facilitar el desacople de las rotaciones. Un número de n_L eslabones se conecta en secuencia y recibe el nombre de díada ($n_L = 2$), tríada ($n_L = 3$), cuadríada ($n_L = 4$), etc. Un número de n_{pp} posiciones precisas se definen para la tarea cinemática, cada posición j describe la configuración o estado de los miembros.

En la Figura 6 (izq.) se muestra la nomenclatura típica de una cadena en la posición inicial, y en la posición j -ésima, transformada por el movimiento. Las incógnitas son la geometría de los eslabones $Z_k (k = 1, \dots, n_L)$ representados por números complejos, una o ambas posiciones absolutas del inicio d_0 y fin d_{n_L} de la cadena son datos, estos extremos de la cadena se desplazan vectores g^j y h^j respectivamente. En la posición j , el ángulo α_j^k denota que el eslabón k rota como $Z_k^j = Z_k e^{i\alpha_j^k}$ con respecto a su posición inicial. Estos ángulos α_j^k s, son calculables para ciertos casos, en otros casos, deben proponerse y se denominan parámetros libres.

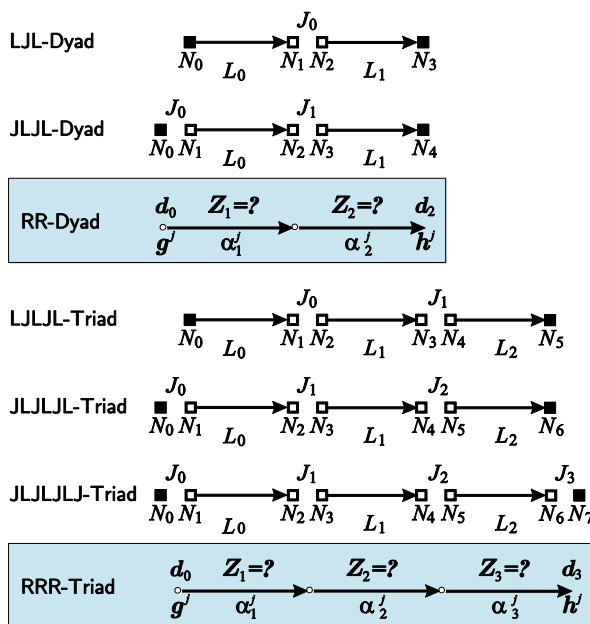


Figura 7: Módulos que permiten calcular cadenas abiertas provenientes de la descomposición con diferentes configuraciones de nodos y elementos (eslabones y uniones cinemáticas).

Las ecuaciones a resolver tienen la siguiente forma (Sandor y Erdman, 1984):

$$Z_1 e^{i\alpha_j^1} + Z_2 e^{i\alpha_j^2} + \dots + Z_{n_L} e^{i\alpha_j^{n_L}} = h_j - g_j = \delta_j \quad \text{con } j = 1, \dots, n_{pp} - 1 \quad (7)$$

Si los desplazamientos de un extremo son nulos, por ejemplo, si $g_j = 0$, y la posición de d_0 es una incógnita, la misma puede calcularse luego, como:

$$d_0 = d_{n_L} - \sum_{k=1}^{n_L} Z_k \quad (8)$$

Si ambas posiciones de los extremos de la cadena son conocidos, se agrega una ecuación de restricción al sistema (7), resultando en:

$$\begin{cases} Z_1 e^{i\alpha_j^1} + Z_2 e^{i\alpha_j^2} + \dots + Z_{n_L} e^{i\alpha_j^{n_L}} = h_j - g_j = \delta_j & \text{con } j = 1, \dots, n_{pp} - 1 \\ Z_1 + Z_2 + \dots + Z_{n_L} = r \end{cases} \quad (9)$$

Dependiendo del número de ecuaciones, el sistema de ecuaciones complejas (7) ó la (9) puede conducir a sistemas de ecuaciones lineales que se pueden resolver por regla de Cramer o no lineales en donde se pueden utilizar estructuras especiales de eliminación que se pueden utilizar cuando el número de posiciones es bajo, de 3 a 5 posiciones. Los datos deben cumplir ciertos requerimientos detallan en Pucheta, (2008). Para ciertos números de posiciones, es compatible resolver y acoplar díadas y tríadas, por esto se programaron los módulos mostrados en la Figura 7. Los nodos en blanco son incógnitas y los rellenos de negro son los que tienen los desplazamientos datos \mathbf{g}_j y \mathbf{h}_j .

4.2 Identificación de variables para la ejecución automática.

Para una ejecución automática, es necesario incorporar reglas que determinen, las variables, identificando su tipo y sus fronteras para luego aplicar un esquema de optimización. Como se mencionó anteriormente, la síntesis topológica y la descomposición en cadenas abiertas es automática. Estas cadenas se analizan y se determina algorítmicamente lo siguiente:

- Para las cadenas de resolución lineal, todos los movimientos del lado izquierdo de la Ecuación (8) deben estar definidos, los faltantes serán parámetros libres o variables del problema de optimización. Las fronteras de los movimientos angulares, se definen como el valor previo y el posterior si es que están prescritos, o bien, por defecto se definen por su configuración como su configuración como $[-j \text{ rad}, j \text{ rad}]$.
- Para las cadenas de resolución no lineal, los movimientos de un eslabón deben estar completamente indefinidos y el resto de los movimientos en los demás eslabones deben estar definidos, si faltan, se consideran variables.
- Las posiciones de pivotes sintetizados (no existentes en el problema inicial) son parámetros libres, se definirán las fronteras como cajas iguales al espacio permitido.
- Las componentes de un punto de la trayectoria también puede dejarse libre pero la definición automática de la frontera no es trivial.

A medida que se ejecutan estas reglas, se definen las variables variables $x_i \in X$ y sus fronteras X_{\min} y X_{\max} .

4.3 Optimización mediante el empleo de algoritmos genéticos.

La función $F(\mathbf{X})$ a minimizar, denominada función de “aptitud” en el algoritmo genético, es una suma ponderada del tamaño de mecanismo $F^*(\mathbf{X})$ y de las restricciones $Q(\mathbf{X})$:

$$F(\mathbf{X}) = F^*(\mathbf{X}) + Q(\mathbf{X}). \quad (10)$$

El tamaño F^* del mecanismo, se define como la sumatoria de los tamaños de los eslabones de la forma siguiente:

$$F^*(\mathbf{X}) = \sum_{k=1}^{n_E} s(\mathbf{L}_k) \quad (11)$$

donde n_E es el número de eslabones en el mecanismo. Luego, para un eslabón dado k , la función $s(\mathbf{L}_k)$ retorna una medida de su tamaño considerando la sumatoria de todas las distancias entre sus $n_k = n_k^c + n_k^p$ nodos, donde n_k^c nodos están conectados por uniones, y eventualmente, n_k^p nodos tienen movimientos prescritos. Se calculan todas las distancias entre pares de nodos n_k^c sin repetición.

Las restricciones se calculan como:

$$Q(\mathbf{X}) = w_L q_L + w_A q_A + w_T q_T \quad (12)$$

y tienen en cuenta:

- Mínima longitud de eslabón q_L : Esta restricción se agrega por razones constructivas y se calcula mientras se computan las distancias entre nodos conectados por uniones cinemáticas (mencionado arriba); si alguna de estas distancias es menor que un parámetro L_{\min} se acumula el valor absoluto de la diferencia en q_L .
- Espacio permitido q_A : En este escalar se acumula la máxima distancia de las posiciones de las uniones cinemáticas que estén fuera del área permitida.
- No inversión del ángulo de transmisión q_T : En este escalar se acumulan los ángulos entre dos eslabones si el movimiento pasa por una singularidad o alineamiento, eliminando el riesgo de atascamiento o bloqueo.

Los parámetros w_i se ajustan empíricamente en función de la dimensión máxima del problema. La función objetivo adquiere un alto valor de penalización si el mecanismo no se puede calcular exactamente para el conjunto de valores \mathbf{X} .

Los detalles de implementación del algoritmo genético fueron ampliamente detallados en la referencia Pucheta, (2008). Comparando este enfoque de síntesis con los existentes en la bibliografía, rara vez se incluye a la restricción de espacio permitido dentro del esquema de optimización. Ello justifica que se utilice un algoritmo sin derivadas.

4.3.1 Incorporación de síntesis aproximada.

La síntesis aproximada se aplica para casos en que la cantidad de puntos especificados es muy grande, o cuando el comportamiento entre puntos de la tarea es muy importante. Como ejemplo del campo de aplicaciones, la síntesis exacta se utiliza para operaciones de “pick-and-place” y la aproximada para el guiado de cuerpos por trayectorias en forma continua. Sin embargo, en tareas continuas, la síntesis exacta para unos pocos puntos provee de buenas condiciones iniciales para aplicar luego la síntesis aproximada. En este trabajo se combinan ambas cambiando la función objetivo.

La función objetivo concebida como se muestra en la Ec. (11) tiende a minimizar el tamaño del mecanismo y a hacerlo “entrar” en el área prescripta, tendiendo a satisfacer, entre otras, la restricción de espacio permitido $q_A = 0$. El mínimo valor del tamaño del mecanismo no se conoce de antemano y está limitado, en el transcurso de la optimización, mediante la restricción de mínima longitud de eslabón q_L .

Para incorporar la síntesis aproximada, el objetivo se expresa tradicionalmente como el error cinemático entre la curva deseada y la curva generada, y tiene como valor de meta el cero o una cierta tolerancia pequeña (relativa a una dimensión característica del problema para que no dependa de las unidades de longitud). La diferencia entre los valores de meta entre los dos objetivos perseguidos, la compacticidad y el mínimo error cinemático, hace que no puedan combinarse fácilmente como una suma ponderada en un único objetivo. Lo más conveniente resulta proponer al error cinemático como única función objetivo:

$$F^*(\mathbf{X}) = \sum_{t=1}^{n_T} \sum_{k=1}^{n_{app}} \left[\left(x_{d_k^t} - x_{g_k^t} \right)^2 + \left(y_{d_k^t} - y_{g_k^t} \right)^2 \right] \quad (13)$$

donde: n_T es el número de trayectorias especificadas en el mecanismo; n_{app} es el número de configuraciones aproximadas (de las mismas 3 ó 4 se toman como precisas para la síntesis exacta); $x_{d_k^t}$ y $x_{g_k^t}$ son las coordenadas x deseadas y las generadas por el punto t del mecanismo diseñado en la configuración k ; $y_{d_k^t}$ y $y_{g_k^t}$ tienen idéntica descripción para la componente y .

La técnica requiere de varios análisis cinemáticos, calculado sólo en el caso en que la síntesis exacta arroja resultados factibles, en donde se compara la tarea generada con la tarea deseada. Esto es más costoso que si se emplea síntesis exacta y un sólo análisis cinemático al final pero permite obtener mecanismos más precisos.

5 RESULTADOS.

Para resolver el problema mostrado en la Figura 2, los ajustes de la ejecución automática fueron los siguientes:

Síntesis topológica: El espacio topológico se fijó en mecanismos planos con uniones simples de tipo de rotoidal. Se incluyeron varias restricciones topológicas: distancia desde la fundación al eslabón objetivo igual a 2; se activó la eliminación de pseudo-isomorfismos y el límite de la búsqueda de ocurrencias de subgrafos se fijó en 20.

Síntesis dimensional: Las fronteras de los pivotes nuevos coincide con la caja de espacio permitido. Los parámetros del algoritmo genético fueron: probabilidad de cruce de 0.5 y la probabilidad de mutación 0.01. En función del número de variables $n_{var} = |X|$, la población se calcula como $p = 10 + 10n_{var}$ y el número de generaciones como $g = 30 + 10n_{var}$ si $n_{var} < 8$, de otro modo se fija $p = 90$ y $g = 120$, esto último limita al número de evaluaciones de funciones en 10800.

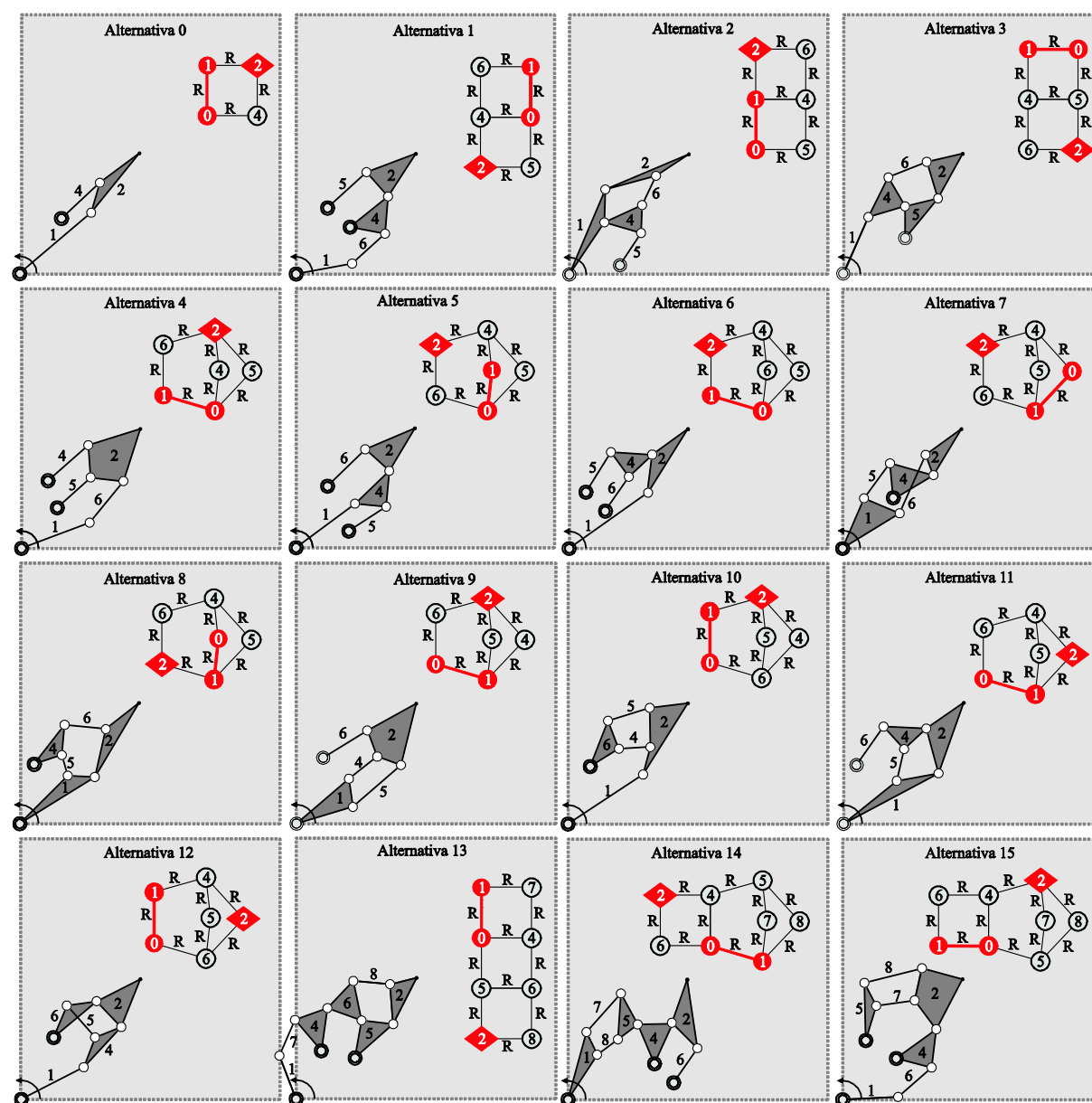


Figura 8: Resultados de la síntesis topológica automática.

Se ejecutó una búsqueda de subgrafos en el atlas de mecanismos rígidos Rígido1GDLR, con 77 candidatos a explorar provenientes de la asignación del eslabón fijo a las cadenas cinemáticas mostradas en la Figura 2. En la Figura 8 se pueden observar las soluciones topológicas en donde fue factible descomponer al problema en díadas y tríadas. Al lado de cada grafo se muestra más claramente el significado físico de la topología.

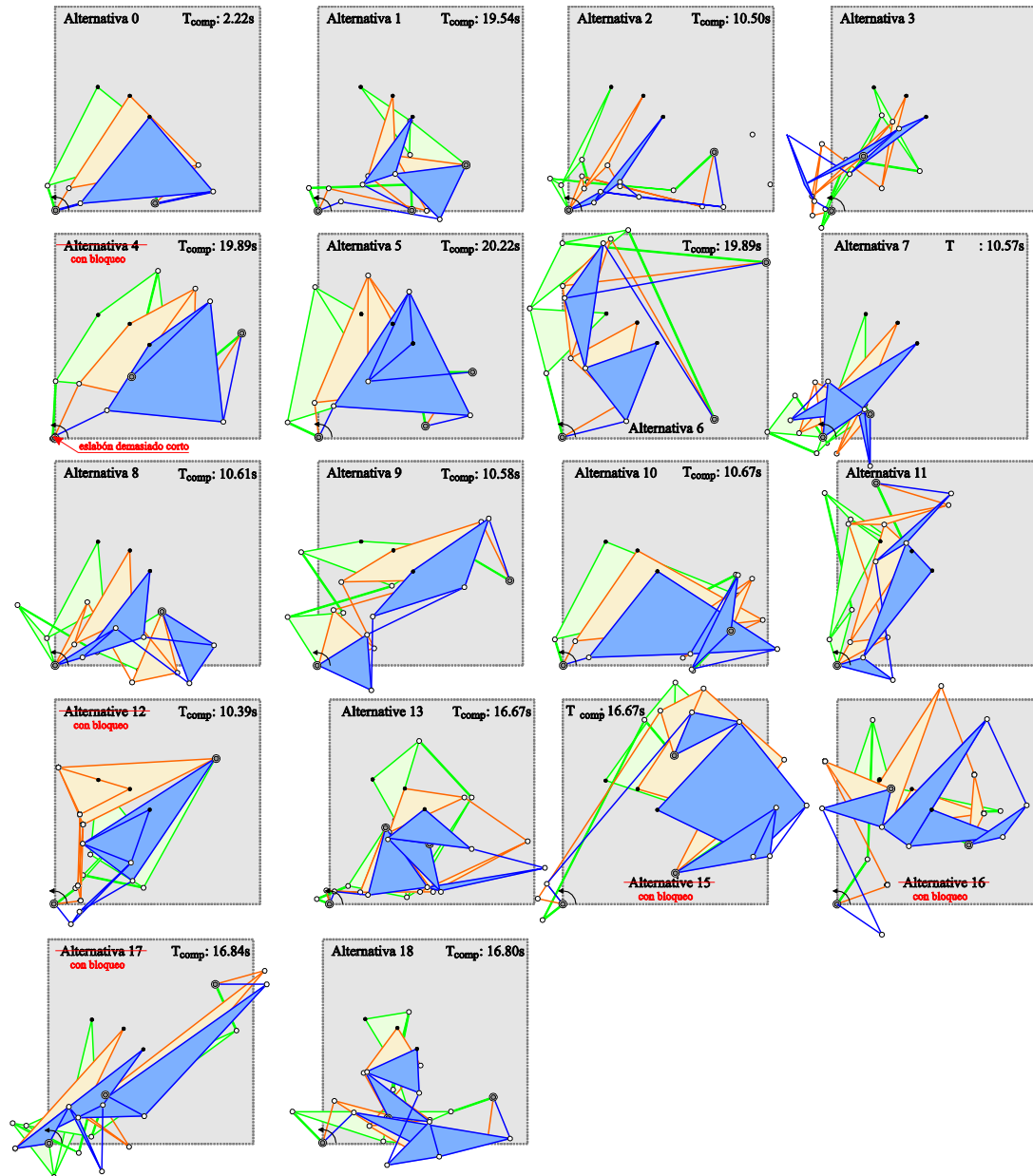


Figura 9: Resultados de la síntesis topológica automática.

En la Figura 9 se muestran los mecanismos dimensionados y los tiempos de cálculo. Los valores que adquieren la función objetivo y las restricciones permiten realizar un ranking de las mejores soluciones (no se presentan aquí por cuestiones de espacio) y tomar decisiones para determinar el mecanismo óptimo. En general, faltan más criterios de diseño a tener en cuenta, por lo que no es conveniente quedarse con una única solución, sino con un conjunto pequeño de mecanismos factibles ordenados por su comportamiento frente al criterio de optimalidad elegido.

5.1 Trabajos a futuro

Para el ejemplo mostrado la ejecución automática es posible y también lo será para múltiples tareas cinemáticas. Se han tratado problemas más complejos (Pucheta y Cardona, 2012) en donde la intervención del usuario del programa es requerida principalmente para definir las cajas de los pivotes sintetizados (fronteras mínimas y máximas de las componentes x e y de la posición de cada pivote). Actualmente, se está trabajando sobre el múltiple guiado de cuerpos, incorporando el error cinemático de la tarea como función objetivo primaria, dejando en segundo plano la compacticidad o tamaño del mecanismo, en la forma que se ha descrito en el presente trabajo.

Otra extensión de la metodología es la aplicación al cálculo de mecanismos metamórficos. Un mecanismo metamórfico (MM), también llamado mecanismo reconfigurable (Zhang y Dai, 2009) o mecanismo con topología variable (Yan y Kuo, 2006), tiene la capacidad de cambiar de topología y de configuración bajo las diferentes condiciones de operación. Las transformaciones de eslabones y/o de uniones cinemáticas producen cambios sobre la movilidad de uno o más miembros preservando o cambiando los grados de libertad del mecanismo. Para el ámbito de los mecanismos de eslabonamientos, las transformaciones de conectividad en eslabones pueden obtenerse colapsando cuerpos, ya sea manteniéndolos en contacto o bien liberándolos de un contacto, de este modo un eslabón puede pasar de ser binario a ternario, o bien la unión puede cambiar de posición. Los eslabones pueden, además, cambiar de función, por ejemplo, de poseer movimiento de entrada pasar a ser pasivos o fijos. Las transformaciones de uniones cinemáticas pueden consistir de cambios de tipo (por ejemplo, de tipo leva a tipo rotoidal), o de cambios en una característica de la unión, por ejemplo, la orientación del eje de la unión puede pasar de estar en el plano a estar saliente del plano como es el caso de una unión prismática que se transforma a deslizador. La síntesis dimensional de estos mecanismos no es trivial y es de reciente y especial interés debido a las ventajas tecnológicas de este tipo de mecanismos (Pucheta y Cardona, 2011c).

6 CONCLUSIONES.

Se presentó un método adecuado para resolver problemas cinemáticos mediante el dimensionamiento automático de eslabonamientos planos. La metodología para enumerar mecanismos en forma no isomórfica para un problema dado permite incluir complejas restricciones topológicas y obtener resultados en orden de complejidad creciente para un espacio de diseño definido por un atlas de mecanismos pre enumerados. Para el dimensionamiento automático se utilizan algoritmos para descomponer cada topología en cadenas abiertas, identificar sus variables y fronteras, y dimensionar la secuencia de cadenas mediante el empleo de algoritmos genéticos con parámetros estándar para obtener un mecanismo inicial apto para su posterior optimización. Esto permite disminuir la intervención del usuario a un mínimo de modo que puede modificar las fronteras de las variables o los parámetros del algoritmo si desear repetir el dimensionamiento de un mecanismo dado extendiendo el espacio de diseño.

AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo desean agradecer el financiamiento de este estudio al CONICET, a la Universidad Nacional del Litoral (CAI+D 2009-PI65-330) y a la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (PICT Bicentenario 2010-1240).

REFERENCIAS

- Chen, D.-Z., y Pai, W.-M., A methodology for conceptual design of mechanisms by parsing design specifications. *ASME Journal of Mechanical Design*, **127**(6):1039–1044, 2005.
- Fang, W.E., Simultaneous type and dimensional synthesis of mechanisms by genetic algorithms. En actas de 23rd Biennial Mechanisms Conference, Mechanism Synthesis and Analysis, Vol. 70, ASME Design Engineering Division, pp. 35–41, 1994.
- Freudenstein, F. y Maki, E. R., Creation of mechanisms according to kinematic structure and function. *Journal of Environmental and Planning*, **B**, 6:375–391, 1979.
- Geradin, M. y Cardona, A. *Flexible Multi-Body Dynamics. A Finite Element Approach*. John Wiley & Sons, 2001.
- Li, D., Zhang, Z., y McCarthy, J.M., A constraint graph representation of metamorphic linkages. *Mechanism and Machine Theory*, **46**(2):228–238, 2011.
- Liu, C.-H., The Configuration-Function Transition Digraphs of Metamorphic Mechanisms or Variable Topology Mechanisms. En Actas de ASME/IFTToMM REMAR 2009 Conference, páginas 110–117, Londres, Reino Unido, junio 2009.
- Liu, Y., y McPhee, J., Automated kinematic synthesis of planar mechanisms with revolute joints. *Mechanics Based Design of Structures and Machines* **35**(4), 405–445, 2007.
- Martins, D., y Simoni, R., Enumeration of planar metamorphic robots configurations. En Actas de ASME/IFTToMM REMAR 2009 Conference, páginas 580–588, Londres, Reino Unido, junio 2009.
- Oliva, J.C., y Goodman, E.D. Simultaneous type and dimensional synthesis of planar 1dof mechanisms using evolutionary search and convertible agents. *ASME Journal of Mechanisms and Robotics* **2**(3), 1–9, 2010.
- Pucheta, M.A., Computational methods for design and synthesis of planar mechanisms. Tesis Doctoral, Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, Argentina, 2008.
- Pucheta, M.A., y Cardona, A., Síntesis de tipo y dimensional de mecanismos utilizando algoritmos genéticos y ecuaciones algebraicas exactas. En *Mecánica Computacional Vol. XXII*, pp. 1200-1216, actas del ENIEF 2003, Bahía Blanca, Argentina, 4-7 Noviembre, 2003.
- Pucheta, M.A., y Cardona, A., An automated method for type synthesis of planar linkages based on a constrained subgraph isomorphism detection. *Multibody System Dynamics*, **18**(2):233–258, 2007.
- Pucheta, M.A., y Cardona, A., Automated type and modular dimensional synthesis of planar linkages. En actas de conferencias ASME IDETC/CIE 2010, 15-18 de agosto, Montreal, Canadá, 2010.
- Pucheta, M.A., y Cardona, A., Topological and dimensional synthesis of planar linkages for multiple kinematic tasks. *Multibody System Dynamics*. (en imprenta), 2012.
- Pucheta, M., Butti, A., Tamellini, V., Ghezzi, L., y Cardona, A., A methodology for the topological synthesis of metamorphic mechanisms for circuit breakers. En Actas de *Multibody Dynamics 2011*, ECCOMAS Thematic Conference, J.C. Samin, P. Fisette (eds.), páginas, 2464-2844, Bruselas, Bélgica, 4-7 julio, 2011a.
- Pucheta, M., Butti, A., Tamellini, V., Ghezzi, L., y Cardona, A., Topological synthesis of metamorphic mechanisms for low-voltage circuit breakers. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, (en prensa), 2011b.
- Pucheta, M. y Cardona, A., Síntesis Topológica de Mecanismos Metamórficos. En *Mecánica Computacional Vol. XXX*, págs. 2929-2941, actas del ENIEF2011, Rosario, Argentina, 1-4 noviembre 2011c.
- Sandor, G. y Erdman, A., *Advanced Mechanism Design: Analysis and Synthesis*, volumen 2,

- Prentice-Hall, New Jersey, 1984.
- Tsai, L.-W., *Mechanism Design: Enumeration of Kinematic Structures According to Function*. CRC Press, Boca Raton, USA, 2001.
- Yan, H.-S., *Creative Design of Mechanical Devices*. Springer-Verlag, Singapur, 1998.
- Yan, H.-S., y Kuo, C.-H., Representations and identifications of structural and motion state characteristics of mechanisms with variable topologies. *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, **30**(1):19–40, 2006.
- Yan, H.-S. y Kang, C.-H., Configuration synthesis of mechanisms with variable topologies. *Mechanism and Machine Theory*, **44**(5):896–911, 2009.
- Zhang, L.-P., y Dai, J.-S., An overview of the development on reconfiguration of metamorphic mechanisms. En *Actas de ASME/IFTToMM REMAR 2009 Conference*, páginas 1–11, Londres, Reino Unido, junio 2009.