

## INTEGRACIÓN DE UN MODELO TÉRMICO DE PARÁMETROS CONCENTRADOS A UN SIMULADOR CON SEIS GRADOS DE LIBERTAD

Marcos A. Brito<sup>a</sup>, Santiago A. Rodríguez<sup>a</sup>, Eduardo N. Zapico<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Centro de Investigaciones Aplicadas, Instituto Universitario Aeronáutico, Fuerza Aérea 6500,  
X5010JMX, Córdoba, Argentina, [ma.brito@gmail.com](mailto:ma.brito@gmail.com)

<sup>b</sup>Depto. Aeronáutica, FCFyN, Universidad Nacional de Córdoba, Vélez Sarsfield 1611, X5016GCA,  
Córdoba, Argentina, <http://www.efn.uncor.edu>

**Palabras clave:** Nanosatélite, modelo térmico, factores de vista, simulador 6DoF.

**Resumen.** La simulación en seis grados de libertad se realizará sobre un vehículo que orbita alrededor del globo terrestre. Esta simulación permitirá predecir la dinámica del vuelo, no obstante será primordial también predecir el comportamiento térmico del vehículo a consecuencia de las cargas del ambiente espacial que la nave encuentra en su trayectoria. Por lo tanto en este trabajo, no solo se presentará el procedimiento para completar la integración al código de simulación de un modelo térmico basado en la técnica de parámetros concentrados, sino también y como exposición de resultados, lograr visualizar en tiempo real la evolución de las temperaturas para cada nodo asociado a un volumen finito del mismo. El modelo tridimensional desarrollado en OpenGL contará también con los modelos de la tierra y del sol, los cuales definirán los tipos de cargas térmicas que el vehículo recibirá para cada instante durante la simulación.

## 1 INTRODUCCIÓN

Este artículo contempla la posibilidad de integración de un modelo térmico basado en la técnica de parámetros concentrados a un simulador de seis grados libertad, el cual predice la actitud y la trayectoria de un nanosatélite en su órbita alrededor del globo terrestre. Para ello se desarrolló un programa en lenguaje C++ que resuelve el sistema de ecuaciones previsto y en concordancia con la red térmica construída especialmente para el vehículo en cuestión. Éste es un satélite de una masa máxima de 5 kilogramos (ver **Figura 1**) que será lanzado a través de una catapulta electromagnética para lograr alcanzar una órbita de 500 kilómetros de altitud.

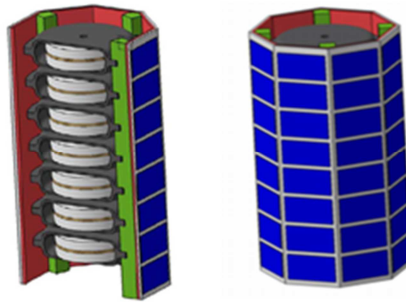


Figura 1: Configuración del vehículo

El proyecto  $\eta$ Sat-IE en el cual está enmarcada la construcción de este nanosatélite, se lleva a cabo conjuntamente entre la Universidad Nacional de Córdoba, el Instituto Universitario Aeronáutico, el DLR-AS (*Deutschen Zentrum für Luft und Raumfahrt - Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik*) y varios grupos de investigación y desarrollo. La misión primaria del  $\eta$ Sat-IE será la colecta de datos de estaciones terrenas de bajo costo que mantengan los protocolos de comunicación definidos para éste, y el objetivo secundario será servir como banco de desarrollo de tecnologías de componentes y sistemas miniaturizados capaces de soportar altas aceleraciones (**Zapico et al., 2005**).

## 2 CARACTERÍSTICAS DEL SIMULADOR 6DOF

### 2.1 Interfaz gráfica

Se ha desarrollado un simulador 6DoF (6 Degree of Freedom) de vehículos en vuelo hipersónico en trayectorias orbitales. Dicho simulador cuenta con interfaz gráfica para la rápida visualización de los resultados de simulación, permitiendo opcionalmente, la simulación en tiempo real.

El simulador presenta en pantalla gráficamente los resultados de la simulación, a medida que esta transcurre, permitiendo al usuario la selección de los parámetros de simulación a graficar (ver **Figura 2**).

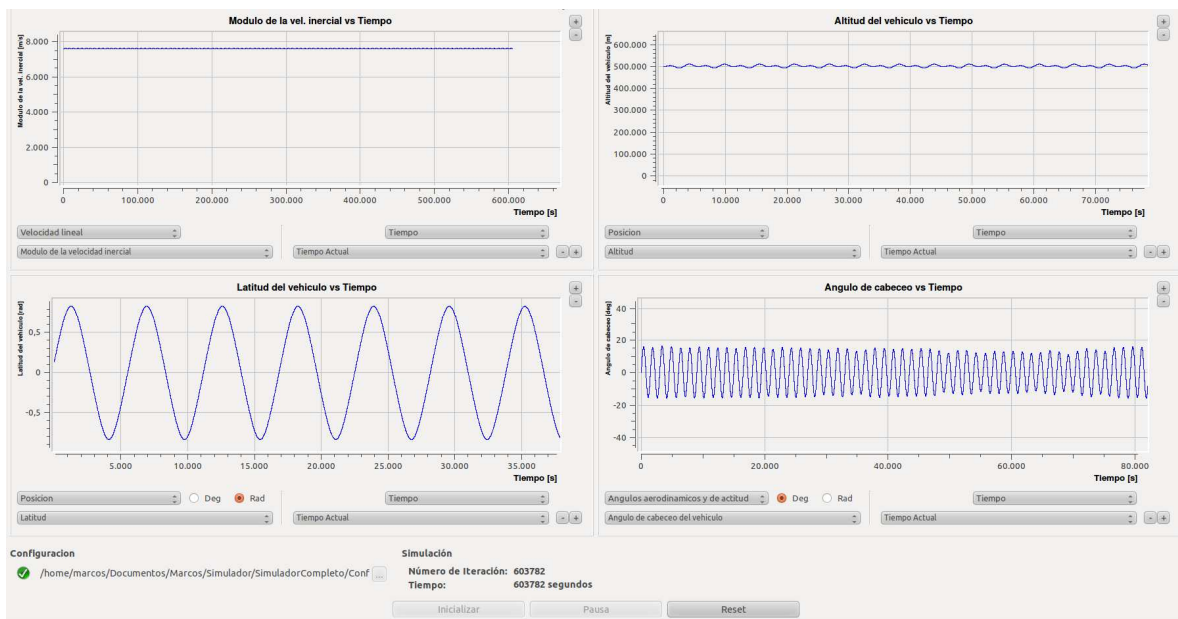


Figura 2: Captura de la interfaz gráfica del simulador.

Desarrollado en C++ y con un paradigma orientado a objetos y multi-hilo permite el correcto mantenimiento y expansión de funcionalidades. También proporciona una performance aceptable para simulaciones grandes y la posibilidad de funcionar a tiempo real con pasos de integración muy pequeños (Brito y Rodriguez, 2012). Como ya se mencionó en el apartado anterior, el objetivo es agregar al código un modelo de parámetros concentrados para poder de esta manera obtener y adicionar a la interfaz de resultados la performance térmica del vehículo en su trayectoria y a través de los distintos ambientes térmicos que encuentre en su camino.

## 2.2 Capacidad de cálculo

El modelo matemático y físico ha sido desarrollado en Fortran y las ecuaciones usadas están basadas en un sistema de referencia inercial alineado con la eclíptica del sol y moviéndose con el centro de la tierra, la cual se considera con geometría elipsoidal. Para la integración de las ecuaciones de movimiento se utiliza un esquema de *Runge-Kutta* de cuarto orden.

Algunas de las variables de estado que el simulador brinda en tiempo real son, por ejemplo, las graficadas en la Figura 2: módulo de la velocidad inercial, latitud del vehículo, altitud del vehículo, todas en función del tiempo. Además y como requerimiento para el desarrollo de este trabajo, se pueden obtener los ángulos aerodinámicos y de actitud como variables del tiempo, entre otros, los ángulos de cabeceo, rolido y guiñada.

## 3 MODELO TÉRMICO

En este punto se introducirá la técnica de parámetros concentrados utilizada, como así también la manera en la que ha sido construida la red térmica según la estructura del  $\eta$ Sat-IE. Conjuntamente se expresa el sistema de ecuaciones resultante y se describe el procedimiento de resolución del mismo.

### 3.1 Definición de la red térmica

Para esta definición haremos uso de las características de la red de *Oppenheim* (Brown,

2002). Siendo  $Cp$  el calor específico del nodo material conectando cada nodo con una conductancia térmica  $K$  o una radiación térmica  $R$ , según las características de nuestro sistema (ver Figura 3).

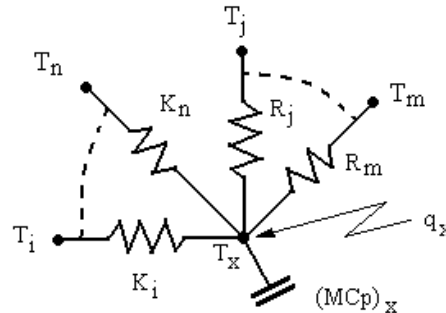


Figura 3: Red térmica generalizada.

Para determinar la temperatura del nodo en estudio  $T_x$  se realizará el balance térmico considerando todos los nodos  $i$  y  $j$  adyacentes al nodo  $x$  y en el caso que corresponda, la carga térmica externa  $q_x$  (ver Ec. (1)).

$$(MCp)_x \frac{dT_x}{dt} = \sum_i^n K_i(T_i - T_x) + \sum_j^m R_j(T_j - T_x) + q_x \quad (1)$$

La expresión anterior puede replantearse considerando dos nodos cualesquiera  $i$  y  $j$ , reformulándose la ecuación de balance térmico, ahora para un nodo  $i$  y generalizarla así para todos los nodos  $N$  del sistema en estudio (Brito et al., 2011) (ver Ec. (2)).

$$(MCp)_i \frac{dT_i}{dt} = \sum_j^N K_{ij}(T_j - T_i) + \sum_j^N R_{ij}(T_j - T_i) + q_i \quad (2)$$

Para el modelo completo del satélite se utilizó un total de 169 nodos, los cuales fueron repartidos a través de la estructura del cuerpo de la siguiente manera (ver Figura 4):

- Celdas solares: Se han colocado ocho celdas solares por cada una de las ocho caras del octógono. Disponiendo 8 nodos por cara (64 nodos).
- Cofia: La repartición es idéntica al caso anterior, solo que los nodos se ubicaron sobre la cofia (64 nodos).
- Columnas de aluminio: Se dispusieron 8 nodos por columna (32 nodos).
- Módulos electrónicos: Se asignó un nodo por cada módulo (7 nodos).
- Tapas: Un nodo por tapa (2 nodos).

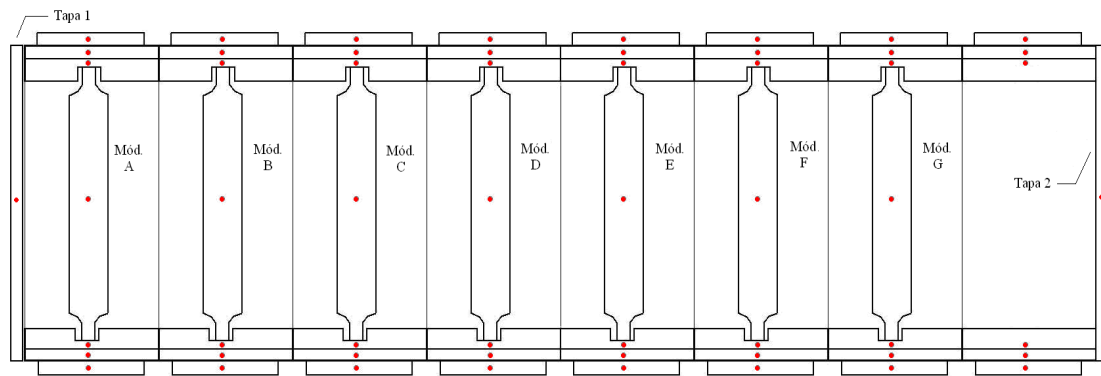


Figura 4: Distribución de nodos para cada sección.

Quedará así definido un sistema de 169 ecuaciones diferenciales no lineales cuya solución numérica dará como resultado la evolución de los valores de temperatura en función del tiempo de órbita.

### 3.2 Esquema matricial del sistema de ecuaciones

El sistema de ecuaciones diferenciales puede ser presentado de manera matricial (ver Ec. (3)) respetando la expresión de balance térmico planteada en la subsección 3.1.

$$[C] \times \left( \frac{d}{dt} [T] \right) = [A] \times [T] + [Q] \quad (3)$$

$$[A] = [K] + [R] + [D]$$

En donde  $[C]$  es una matriz diagonal cuyos elementos son todos los valores del producto de la masa por el calor específico de cada nodo.  $[T]$  es una matriz columna conteniendo la temperatura a determinar de los  $N$  nodos y  $[Q]$  es otra matriz columna con los valores de carga térmica externa o energía interna generada por alguno de los componentes del satélite. A su vez,  $[A]$  es una matriz de conexión siendo ésta, la suma de las matrices de conducción y radiación  $[K]$  y  $[R]$  más una matriz diagonal  $[D]$ , compuesta por la suma de los elementos fila correspondiente a los coeficientes de conductancia y radiación.

### 3.3 Resolución de la red térmica

Para la resolución del sistema de ecuaciones se construyó un código en lenguaje C++ en el cual se predefinen las características termo físicas del vehículo, es decir la masa de cada volumen finito del sistema y su respectivo calor específico asociado. Con lo cual cualquier cambio en el diseño de la estructura durante las fases del proyecto permitirá cambiar fácil y rápidamente dichas propiedades sin necesidad de modificar cada una de las ecuaciones de la red. De igual manera pueden variarse las matrices de coeficientes tanto de radiación como de conducción del mapa térmico construido. Las cargas internas generadas por la disipación de energía sobre cada uno de los módulos también han sido contempladas, con la posibilidad de definir la cantidad de watts producidos en el seno de cada componente electrónico del satélite.

Por otra parte se pueden establecer las condiciones iniciales de temperatura para la partida y la condición de contorno, esto es, la temperatura de los nodos de contorno asociados al espacio exterior. Como así también, el tiempo real de simulación y el paso de integración a utilizar.

Los parámetros antes mencionados pueden ser ingresados en un mismo *script* de

configuración compartido con, los datos de geometría del vehículo, características gravimétricas, condiciones de lanzamiento, posición, velocidad y actitud inicial, fuerzas aerodinámicas, necesarios para lograr la simulación según el perfil de misión estipulado.

Para la resolución del sistema de ecuaciones no lineales se usó un clásico esquema de *Runge-Kutta* de cuarto orden a partir del cual se obtiene la evolución de las temperaturas de cada nodo a lo largo de la misión del vehículo.

### 3.4 Cargas térmicas externas

Debido a la ausencia de convección atmosférica en el espacio, el control térmico queda reducido en su totalidad a un correcto balance térmico entre la energía emitida por la nave como energía infrarroja y la energía disipada por los componentes eléctricos internos, más la energía absorbida por el entorno espacial (ver **Figura 5**). Es de suma importancia conocer este último término del balance energético para un adecuado control de temperaturas (**Brito, 2011**).

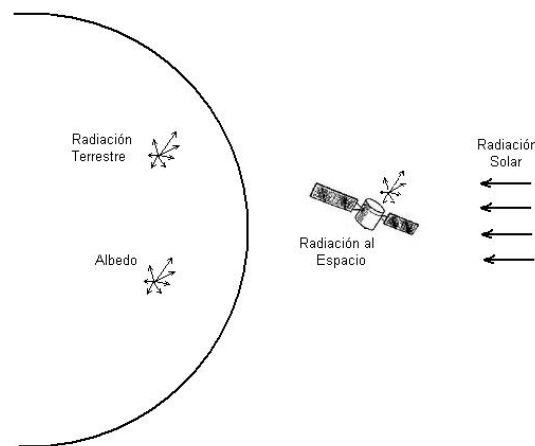


Figura 5: Resumen de cargas térmicas en el ambiente espacial.

Las principales formas de cargas externas son: la solar, tanto la directa como la reflejada por la tierra y la energía emitida propia de la tierra. El tiempo de exposición a una u otra carga externa quedará determinado por el tipo de órbita que cumplirá en su misión el vehículo y la variación de sus valores energéticos por la actitud del cuerpo con respecto a la tierra y al sol. Por ende, será menester una adecuada vinculación del sistema de ecuaciones (ver Ec. (3)) a la subrutina del simulador encargada de la determinación de la actitud del nanosatélite.

En particular, el término de carga externa  $q_e$  para cada ecuación será la sumatoria de la carga térmica por irradiación solar  $q_s$ , la carga por albedo  $q_a$  y la correspondiente a la irradiación terrestre  $q_t$  (ver Ecs. (4) y (5)). A su vez  $q_s$  está en función del factor de absorción  $\alpha_s$ , el área expuesta  $A_s$ , el valor de irradiación  $G_s$  y el ángulo  $\gamma$  comprendido entre la normal a la cara expuesta y la dirección del vector solar;  $q_e$  dependerá nuevamente de  $\alpha_s$ ,  $A_s$ ,  $G_s$  y adicionalmente del porcentaje de albedo  $a$ , el factor de corrección de albedo  $K_a$  y el factor de vista entre la cara y la tierra  $F_E$ ; por su parte  $q_t$  será función del factor de emisividad  $\epsilon_s$ ,  $A_s$  y el valor de la irradiación terrestre  $q_{IR}$ .

$$q_e = q_s + q_a + q_t \quad (4)$$

$$q_e = G_s A_s \alpha_s \cos \gamma + G_s A_s \alpha_s a K_a F_E + q_{IR} A_s \epsilon_s F_E \quad (5)$$

El factor de vista de la cara con respecto a la tierra se determina a través de la **Figura 6**.

Para incluir esta curva en el programa se aproximó la misma por medio de un polinomio de ajuste de grado 13 basado en una lista de  $n$  elementos obtenidos mediante inspección gráfica. Ingresando con el ángulo  $\rho$  comprendido entre el cénit local y la normal a la cara y tomando la altura de la órbita correspondiente se obtiene el valor buscado en cada instante de tiempo, lo cual nos proveerá de la variación del segundo y tercer término de la Ec. (5). De igual manera la variación del ángulo  $\gamma$  modificará para cada instante en su trayectoria el valor del primer término.

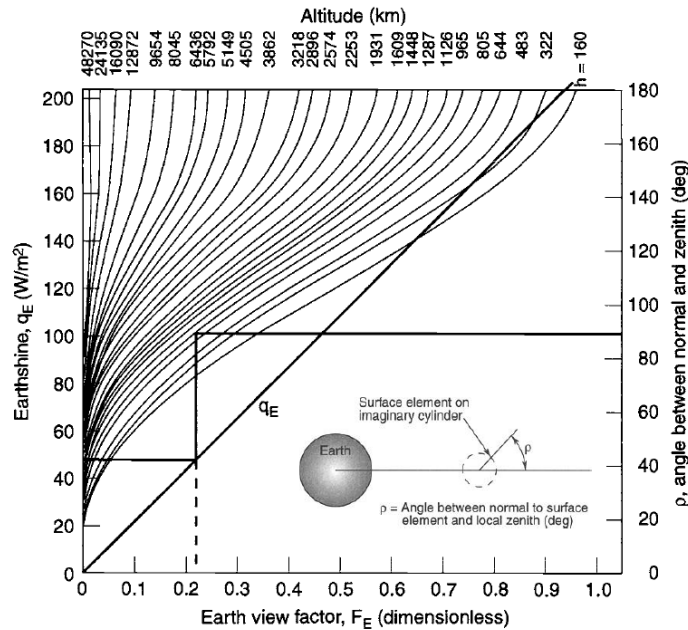


Figura 6: Determinación del factor de vista (Gilmore, 2002).

## 4 ACOPLAMIENTO AL SIMULADOR

### 4.1 Factores de vista

Para la determinación de la actitud del satélite se emplea una formulación clásica de cuaterniones (Zipfel, 2000). Siendo las componentes del cuaternión de rotación como se expresan a continuación

$$\mathbf{q} = q_0 + \mathbf{i}q_1 + \mathbf{j}q_2 + \mathbf{k}q_3 \quad , \quad (6)$$

se pueden obtener a partir de ellas, y a requerimiento, los ángulos de Euler  $\psi$ ,  $\phi$  y  $\theta$  correspondientes a la guiñada, rolido y cabeceo del vehículo (ver Ecs. (7), (8) y (9)) con respecto al sistema de referencia geodésico.

$$\tan \psi = \frac{2(q_1q_2 + q_0q_3)}{q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2} \quad (7)$$

$$\tan \phi = \frac{2(q_1q_3 + q_0q_1)}{q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2} \quad (8)$$

$$\sin \theta = -2(q_1q_3 - q_0q_2) \quad (9)$$

En una primera etapa de cálculo, a partir de los ángulos de *Euler* iniciales conocidos se definen las componentes del cuaternión de partida. Los cuaterniones se determinan instante a instante para obtener los ángulos de actitud y, partir de ellos los ángulos entre la normal a cada cara del satélite y el cénit local, para los factores de vista  $F_E$ , y el ángulo que se genera entre la normal de cada cara y la dirección del vector solar para el porcentaje de  $G_s$  sobre cada cara. Esto último implica que será necesario incluir en el simulador un modelo de un tercer cuerpo simulando el sol, alrededor del cual orbitará la tierra.

Para obtener los factores de vista  $F_E$ , se necesita en un instante dado el ángulo  $\rho$  para cada una de las 8 caras donde se ubican las celdas solares y ambas caras laterales 9 y 10 (ver **Figura 7**).

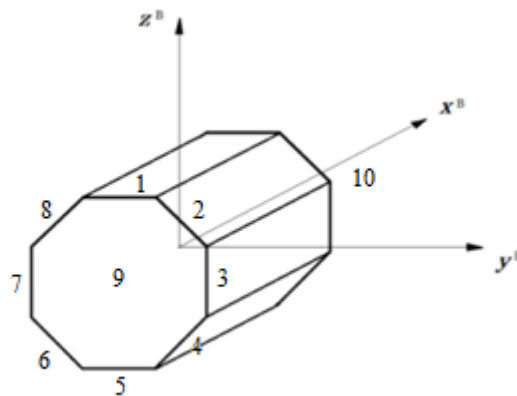


Figura 7: Enumeración de las caras del vehículo.

Los ángulos  $\rho$  correspondientes a cada cara serán función de  $\phi$ ,  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\alpha_c$ ,  $\alpha_t$  y el tiempo, en donde  $\alpha_c$  es el ángulo comprendido entre la normal de la cara de referencia 1 y la adyacente, y  $\alpha_t$  es el ángulo comprendido entre la normal de la cara de referencia 1 y las cara lateral (ver **Figura 8**). Por lo tanto para el caso plano se tiene que

$$\begin{aligned}
 \rho_1 &= \phi \\
 \rho_2 &= \phi + \alpha_c \\
 \rho_3 &= \phi + 2\alpha_c \\
 \rho_4 &= \phi + 3\alpha_c \\
 \rho_5 &= \phi + 4\alpha_c \\
 \rho_6 &= \phi + 5\alpha_c \\
 \rho_7 &= \phi + 6\alpha_c \\
 \rho_8 &= \phi + 7\alpha_c
 \end{aligned} \tag{10}$$

y para las tapas laterales:

$$\begin{aligned}
 \rho_9 &= \psi + \alpha_t \\
 \rho_{10} &= \psi + 3\alpha_t
 \end{aligned} \tag{11}$$

La geometría del vehículo, el cual es un prisma octogonal de base regular, define el valor de los segundos términos de las Ecs. (10) y (11), siendo  $\alpha_c = 45^\circ$  y  $\alpha_t = 90^\circ$ .



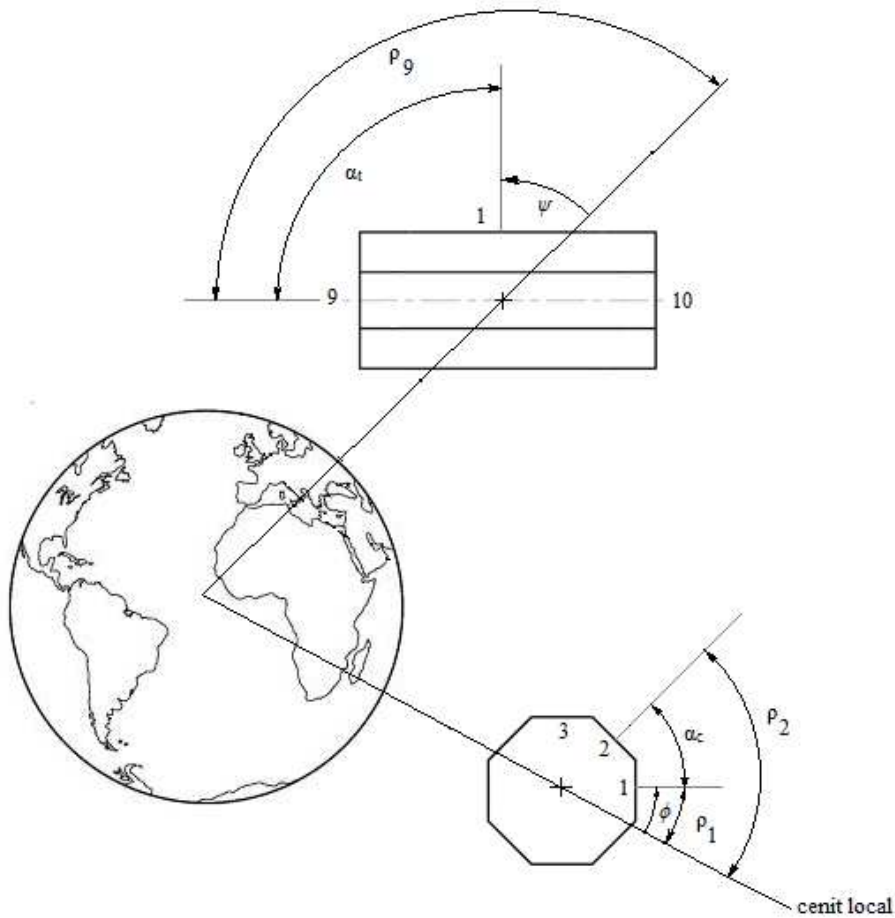


Figura 8: Definición de los ángulos de roldo, guiñada y  $\rho$ .

Sin embargo, en el caso más general, el ángulo  $\rho$  se determina como el producto escalar entre los vectores normales a cada cara según el sistema de referencia geodésico  $[\mathbf{n}_c]^G$  y el vector correspondiente a la dirección del nadir local  $\mathbf{n}_n$  (ver Ec. (12))

$$\cos \rho = [\mathbf{n}_c]^G \cdot \mathbf{n}_n \quad (12)$$

determinando  $[\mathbf{n}_c]^G$  (ver Ec. (13)) a partir del vector que define la normal a cada cara según el sistema de referencia cuerpo  $[\mathbf{n}_c]^B$  (el cual es conocido por la geometría del cuerpo) (ver Figura 7) y la matriz de transformación que relaciona estos dos sistemas  $[\mathbf{T}]^{BG}$  (ver Ec. (14))

$$[\mathbf{n}_c]^G = [\mathbf{T}]^{BG} [\mathbf{n}_c]^B \quad (13)$$

siendo,

$$[\mathbf{T}]^{BG} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ \cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (14)$$

Para determinar el ángulo  $\gamma$  se debe contar con las expresiones de  $\psi^{BI}$ ,  $\phi^{BI}$  y  $\theta^{BI}$ , es decir los ángulos de actitud en función de los cuaterniones obtenidos como elementos de la matriz de cosenos directores  $[\mathbf{T}]^{BI}$  (ver Ec. (15)) que relaciona los sistemas de referencia del cuerpo con respecto al inercial (alineado con la eclíptica del sol y rotando con la tierra).

$$[\mathbf{T}]^{BI} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Luego,

$$\begin{aligned} \psi^{BI} &= a \cos\left(\frac{q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2}{\cos \theta^{BI}}\right) \operatorname{sgn}(2q_1q_2 + q_0q_3) \\ \phi^{BI} &= a \cos\left(\frac{q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2}{\cos \theta^{BI}}\right) \operatorname{sgn}(2q_2q_3 + q_0q_1) \\ \theta^{BI} &= a \cos(-2(q_1q_3 - q_0q_2)) \end{aligned} \quad (16)$$

## 4.2 Adaptación del código

Para obtener la variación de temperatura sobre cada punto del satélite se resuelve el sistema de ecuaciones diferenciales planteado para la red térmica (ver Ec. (2)). Este sistema se soluciona aplicando el método clásico de *Runge-Kutta* de cuarto orden, mediante el cual se obtiene la temperatura para un punto nodal  $n$  en un instante de tiempo  $t$  en función de la temperatura en el instante anterior (ver Ec. (17)) (McCracken y Dorn, 1966).

$$T_{m+1}^n = T_m^n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (17)$$

En donde  $T_{m+1}^n$  es la temperatura en un instante de tiempo y  $T_m^n$  en el instante anterior.

$$\begin{aligned}
 k_1 &= f(t, T_m^n) \\
 k_2 &= f\left(t + \frac{1}{2}h, T_m^n + \frac{hk_1}{2}\right) \\
 k_3 &= f\left(t + \frac{1}{2}h, T_m^n + \frac{hk_2}{2}\right) \\
 k_4 &= f(t + h, T_m^n + hk_3)
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

Los valores de los coeficientes  $k$  son a su vez función de las temperaturas correspondientes solo al número de  $n$  nodos involucrados en cada ecuación del sistema, el cual será distinto para cada subconjunto de la estructura. Por su parte  $h$  es el paso de tiempo fijo elegido por el usuario del código (ver Ec. (18)). Se debe realizar este cálculo para cada ecuación y para cada instante de tiempo, no obstante el número de ecuaciones presentadas en el código puede reducirse considerablemente realizando llamadas de funciones para aquellos grupos de expresiones algebraicamente similares, las cuales corresponderán a subconjuntos de la configuración estructural del vehículo.

Esta resolución es simple en cuanto a la concepción del código si se toman las cargas externas e internas constantes en el tiempo. Pero el caso de mayor interés reside en tomar estas cargas variables en el tiempo, con lo cual el código debe tomar otra forma.

La rutina que realiza el cálculo de variación de temperaturas, se encuentra compilada en una librería que interactúa con el programa principal. El programa principal realiza el cálculo de los tiempos de simulación, y en cada iteración hace el llamado a la rutina de cálculo de la librería.

En cada iteración, antes de realizar el cálculo de las temperaturas, se pasa a la librería los ángulos de actitud del satélite. Con estos ángulos, la librería realiza el cálculo de las cargas  $q_e$ . Posteriormente, se calcula una nueva iteración con los nuevos valores de  $q_e$  para cada nodo del sistema.

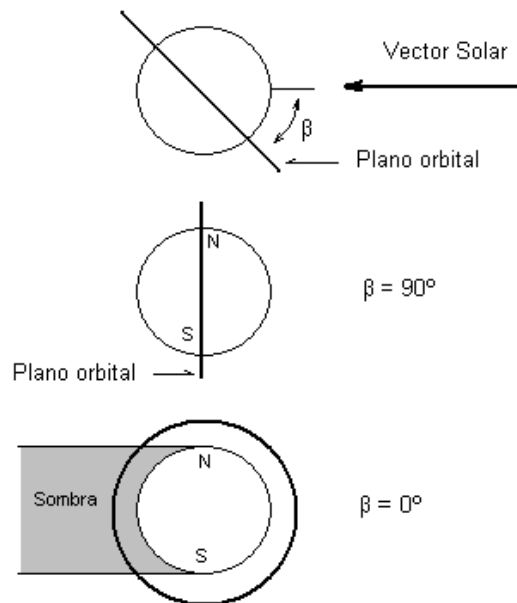
Al tratarse de un sistema si bien no tan complejo en términos geométricos pero si con un número de componentes que obligan a definir una gran cantidad de nodos, se crea una estructura de datos de tipo matricial, para poder manejar la información involucrada de temperaturas en los nodos, con punteros, para así evitar la sobrecarga de información en un sistema de tiempo real. La matriz contiene en cada fila, los nodos de cada sección del satélite (de A hasta H (ver Figura 4)) agregando dos secciones más correspondientes a las tapas laterales, y en sus columnas, todos los nodos correspondientes a cada entidad estructural, como ser, paneles, cofia, columnas y módulos (ver Figura 9). En el elemento  $ij$  de la matriz, se almacena la temperatura del nodo  $j$  para la sección  $i$  del satélite. Esta matriz correspondiente a una iteración, será tomada por el programa principal, como el elemento  $k$  de una matriz tridimensional  $i, j, k$ , donde se almacenará la información de todos los nodos de todas las caras, en todos los instantes de simulación.

$$\mathbf{mT} = \begin{bmatrix} T_{c9} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{s1A} & T_{s2A} & \dots & T_{s8A} & T_{c1A} & T_{c2A} & \dots & T_{c8A} & T_{b1A} & T_{b2A} & T_{b3A} & T_{b4A} & T_{mA} & 0 \\ 0 & T_{s1B} & T_{s2B} & \dots & T_{s8B} & T_{c1B} & T_{c2B} & \dots & T_{c8B} & T_{b1B} & T_{b2B} & T_{b3B} & T_{b4B} & T_{mB} & 0 \\ 0 & T_{s1C} & T_{s2C} & \dots & T_{s8C} & T_{c1C} & T_{c2C} & \dots & T_{c8C} & T_{b1C} & T_{b2C} & T_{b3C} & T_{b4C} & T_{mC} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & T_{s1G} & T_{s2G} & \dots & T_{s8G} & T_{c1G} & T_{c2G} & \dots & T_{c8G} & T_{b1G} & T_{b2G} & T_{b3G} & T_{b4G} & T_{mG} & 0 \\ 0 & T_{s1H} & T_{s2H} & \dots & T_{s8H} & T_{c1H} & T_{c2H} & \dots & T_{c8H} & T_{b1H} & T_{b2H} & T_{b3H} & T_{b4H} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_{c10} \end{bmatrix}$$

Figura 9: Matriz de temperaturas  $\mathbf{mT}$ .

## 5 DEFINICIÓN DE ÓRBITA

Se simuló un caso de órbita polar de altitud 500 km. con una inclinación del plano orbital con respecto al vector solar  $\beta = 90^\circ$  (ver Figura 10). Se tomaron 28384 seg. de tiempo de órbita (equivalente a aproximadamente 5 órbitas). Para este caso no habrá tiempo de eclipse con lo cual, existirán constantemente cargas externas asociadas al albedo e irradiación terrestre y a la irradiación solar. Por parte de las cargas internas, se consideró que cada módulo disipa 1 watt y se considera como hipótesis que las cargas externas no varían en el tiempo como resultado de una condición particular de actitud del satélite.

Figura 10: Definición del ángulo  $\beta$ .

Se consideró que la posición de inyección en órbita se ubica en las coordenadas geodésicas correspondientes a la frontera franco-alemana, es decir: de longitud  $7.5616^\circ$  y de latitud  $47.5916^\circ$ . Para la determinación de la presión y la temperatura atmosférica en la altitud de inyección se utilizó el modelo ARDC de 1959 (Mizner et al., 1959), que define la atmósfera terrestre hasta los 700 km. Para iniciar la simulación se necesita determinar la velocidad geográfica  $v_{geo}$ . Se establece en primer lugar la velocidad orbital  $v_{orb}$  que para la altura  $h$  dada es (ver Ec. (19)):

$$v_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{Re+h}} \quad , \quad (19)$$

donde  $GM$  es la constante gravitacional de la tierra y  $Re$  el radio del planeta. Además se calcula la velocidad tangencial de rotación de la tierra  $v_{tan}$  debido a la rotación terrestre (ver Ec. (20)), teniendo en consideración el valor de la velocidad de rotación terrestre  $w_e$ :

$$v_{tan} = w_e (Re+h) \quad (20)$$

Las velocidades obtenidas en las Ecs. (19) y (20) deben componerse vectorialmente (ver Ec. (22)) para obtener el valor de velocidad geográfica y el ángulo de azimut  $\varphi$ . Para órbita polar se tiene:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{v_{tan}}{v_{orb}}\right) \quad (21)$$

$$v_{geo} = \sqrt{v_{tan}^2 + v_{orb}^2} \quad (22)$$

## 6 RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados de la simulación de trayectorias y del modelo térmico para la órbita propuesta.

Podemos observar en la **Figura 11**, la altitud se mantiene alrededor de los 500 km de altura con una oscilación de aproximadamente un 2% de la altitud de la órbita debido al modelo de tierra con geometría elipsoidal.

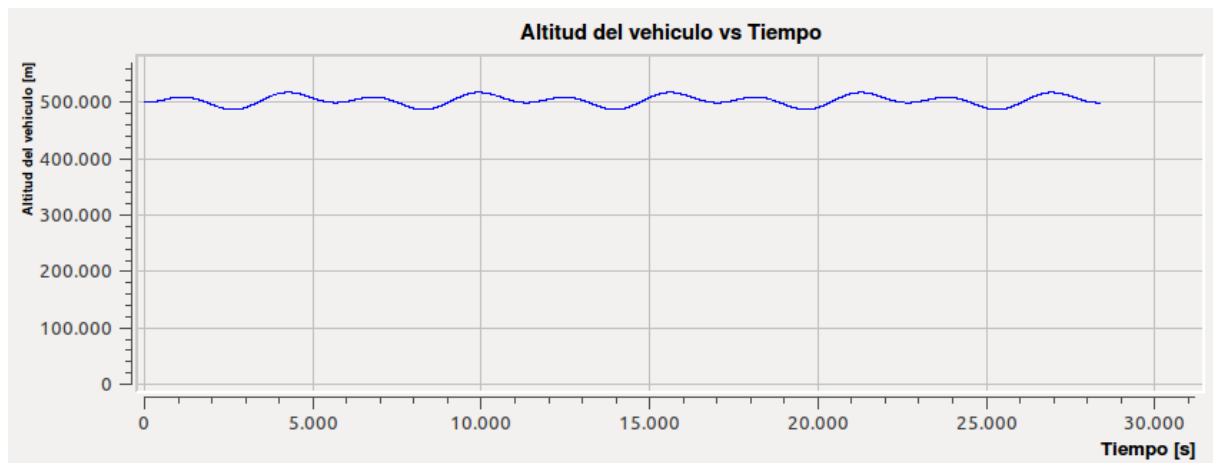


Figura 11: Resultados de la simulación. Altitud.

También se puede ver en la **Figura 12** que el simulador ha calculado de manera correcta la trayectoria, donde puede apreciarse que el período orbital ( $T_{orb} = 5650$  seg) obtenido en la simulación se corresponde con el período calculado analíticamente para este caso. La latitud máxima en su trayectoria corresponde a la latitud sobre los polos, esto es, 90 grados. En la **Figura 13**, se presenta la velocidad geográfica (componente norte) a lo largo de un día simulación alrededor de la tierra, en donde se distingue el cambio de signo cuando se llega a los polos.

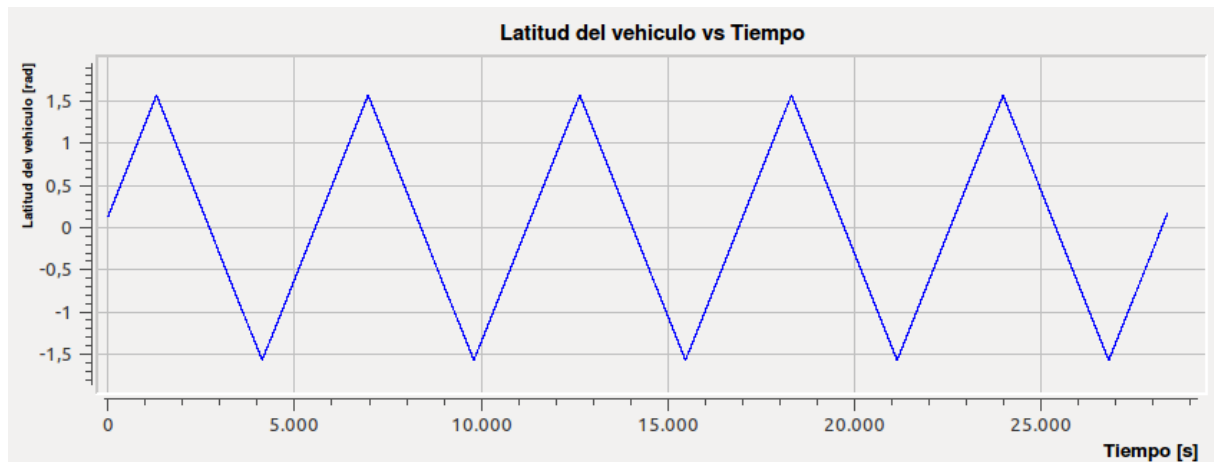


Figura 12: Resultados de la simulación. Latitud.

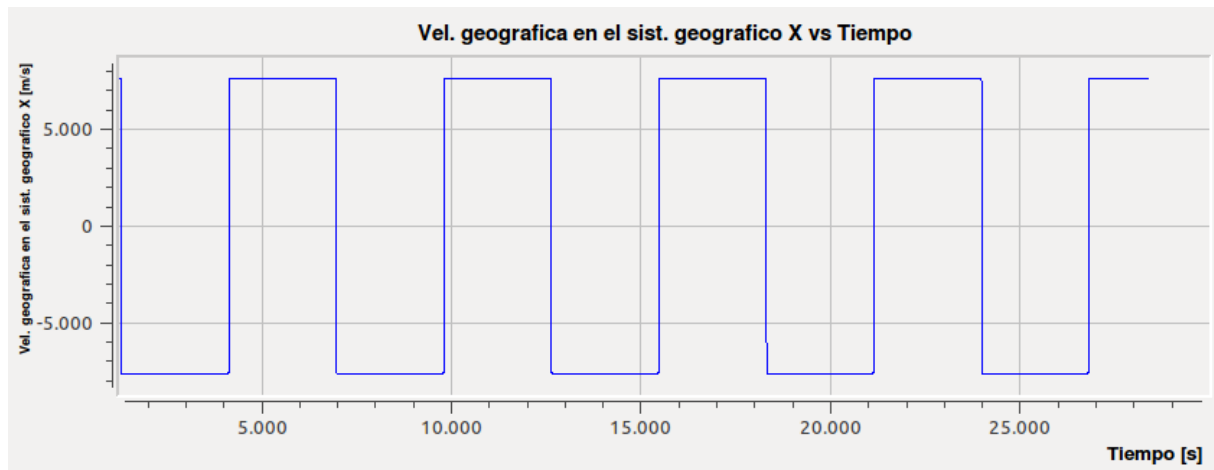


Figura 13: Resultados de la simulación. Velocidad geográfica.

En los siguientes gráficos se pueden observar los resultados del modelo térmico para esta misión. Vemos que las temperaturas de los nodos correspondientes a la cara 1 de la cofia aumentan continuamente hasta estabilizarse a partir de la cuarta órbita (ver [Figura 14](#)). Los nodos más calientes son Tc1E y Tc1D, aquellos que se encuentran en la sección central de vehículo, y el más frío el Tc1H correspondiente al nodo que se encuentra sobre la sección del vehículo alejada de los módulos. Luego, en la [Figura 15](#) se observa la evolución de las temperaturas de los módulos, llegando a una máxima temperatura de 332 °K para el nodo TmA, correspondiente al módulo más cercano a la tapa lateral (ver [Figura 4](#)).

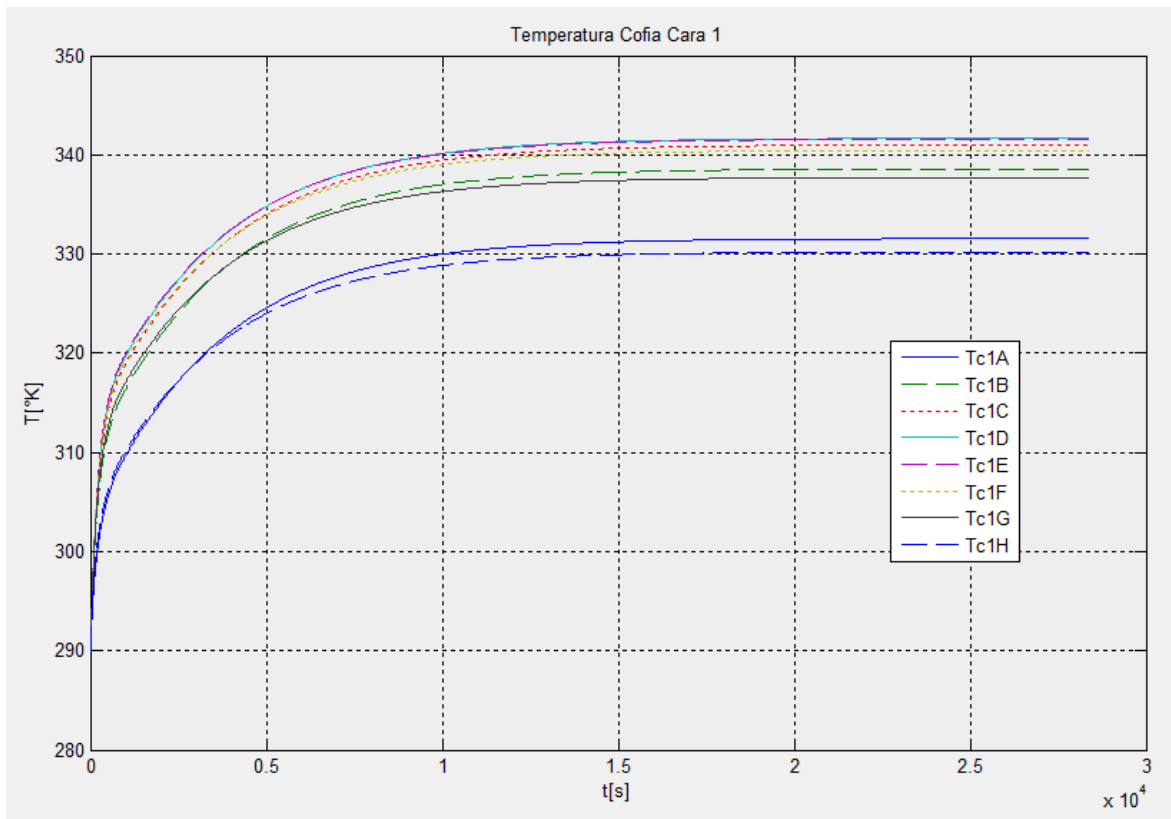


Figura 24: Resultados del modelo térmico. Cara 1 de la cofia.

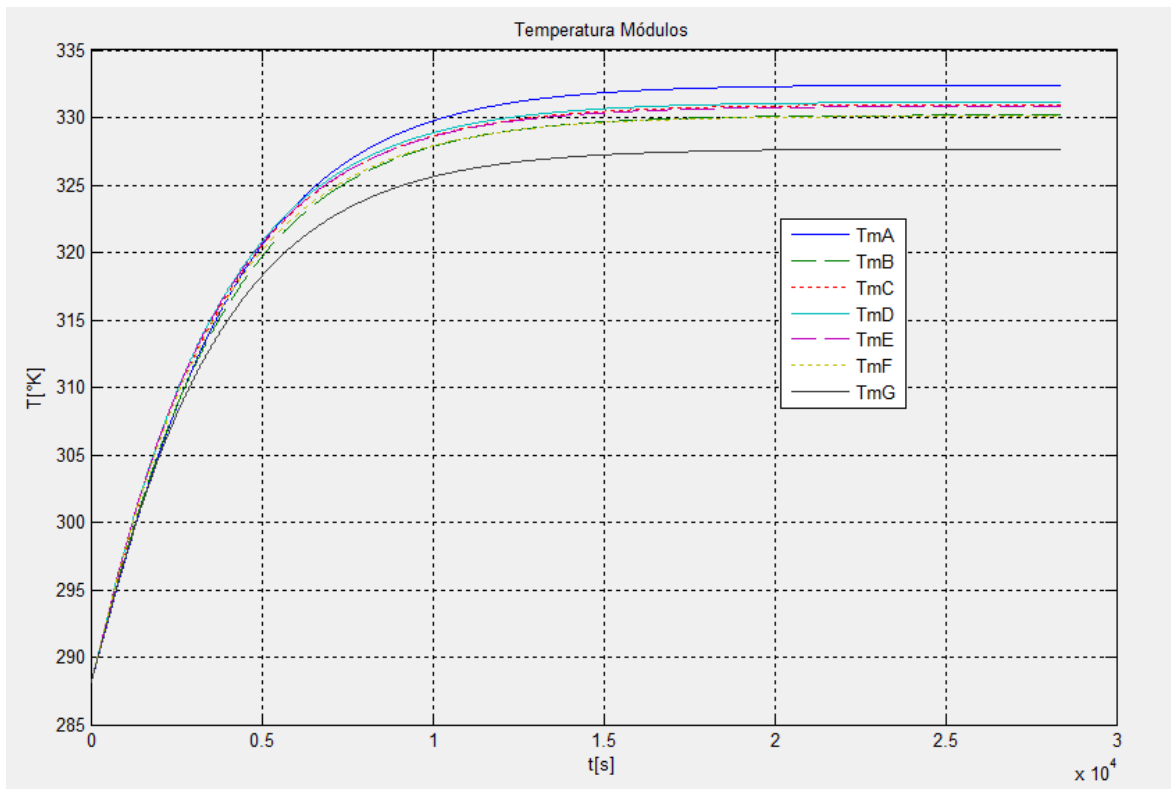


Figura 35: Resultados del modelo térmico. Módulos.

La **Figura 16** corresponde a los nodos de la cara 1 de las celdas, mientras que la **Figura 17** son los resultados de los mismos nodos pero obtenidos con otro código computacional.

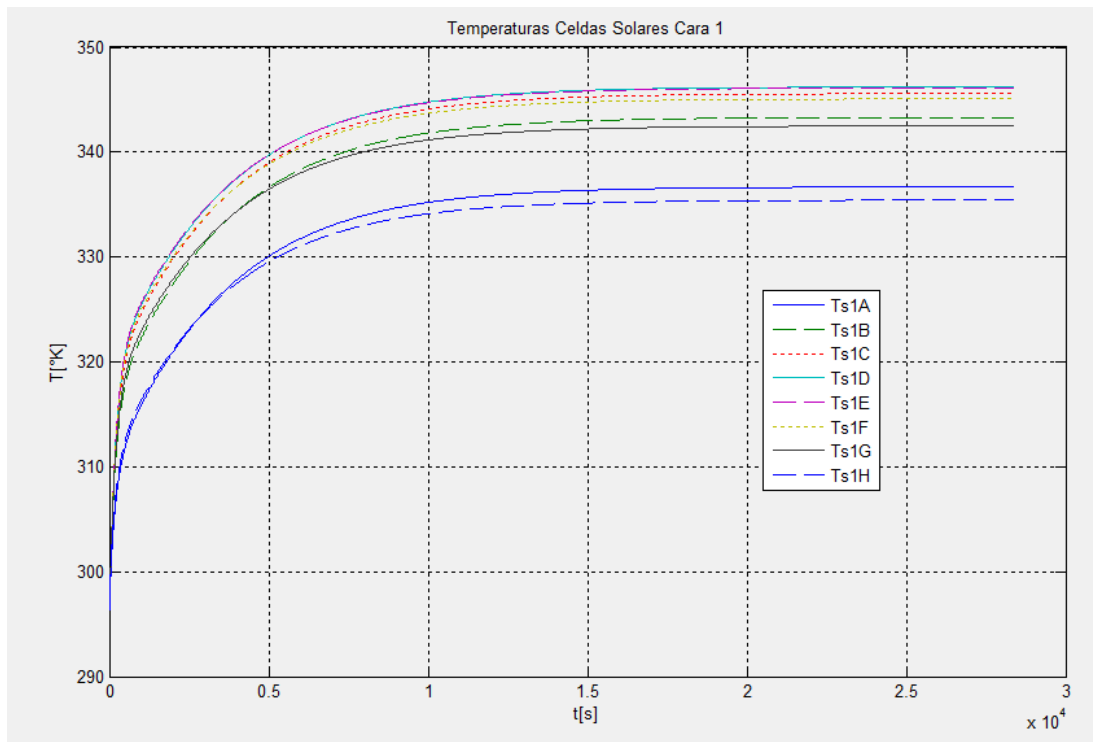


Figura 46: Resultados del modelo térmico. Cara 1 de las celdas.

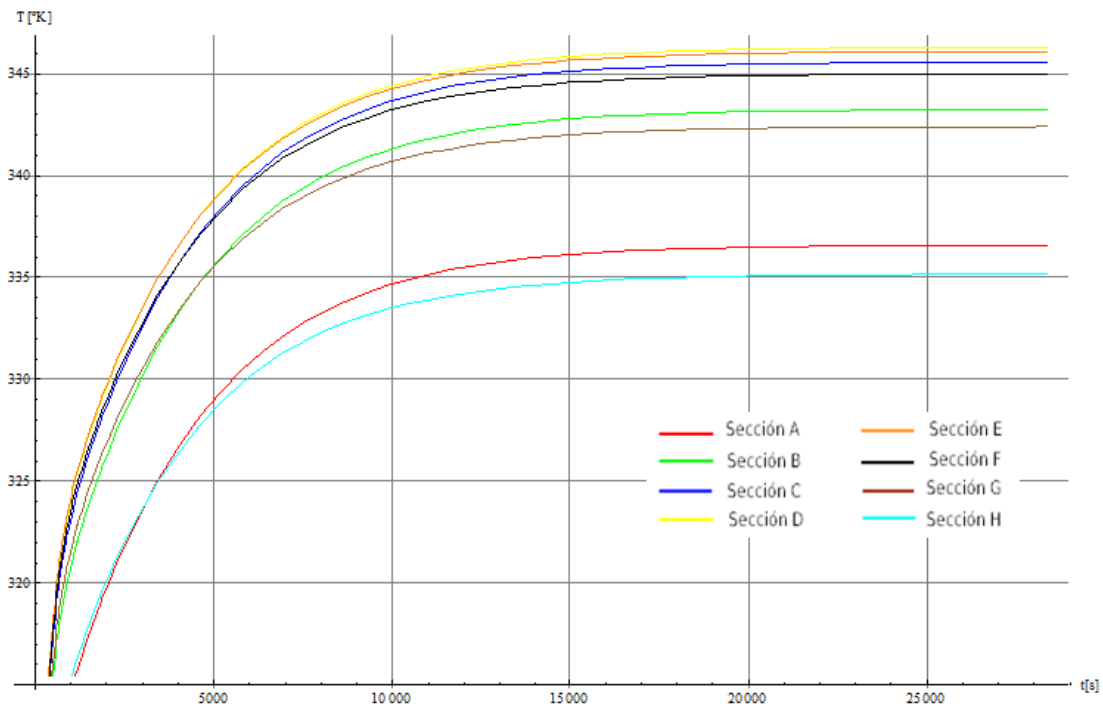


Figura 57: Resultados del modelo térmico. Cara 1 de las celdas.

Si se comparan los resultados de ambos códigos se puede afirmar que las temperaturas de los



odos para uno y otro caso son muy similares con una distribución idéntica de las temperaturas sobre esta cara del satélite. La diferencia entre los valores de uno y otro programa no supera los 0.09 °K.

## 7 CONCLUSIONES

Los valores obtenidos de la simulación de la dinámica del vuelo del vehículo arrojan valores correctos para el tipo de órbita en estudio, tal como se verificó en el punto anterior. Por su parte el modelo térmico, a pesar de no estar hasta el momento totalmente acoplado al simulador 6Dof, a partir de ciertas condiciones iniciales y de contorno brinda resultados coherentes y con un error mínimo cuando se lo compara con otro código computacional.

Por otro lado, en este trabajo se describió el procedimiento de acople del módulo térmico al simulador, con lo cual solo resta realizar algunas de las modificaciones al código del sistema de ecuaciones térmicas para lograr el funcionamiento coordinado y computar los resultados en tiempo real de la performance térmica del satélite en virtud de la actitud del  $\eta$ Sat-IE. El programa desarrollado con el método de parámetros concentrados permite expandir sus funcionalidades para que a futuro se pueda incluir además, un modelo matemático de control térmico (también desarrollado en C++), para que de esta manera se puedan cuantificar los cambios que se producen en las temperaturas mediante el uso de caloductos entre subsistemas del vehículo.

## REFERENCIAS

- Brito, M., Rodriguez, S., *Simulación 6DoF y Modelado 3D de un Nanosatélite*, Argencon 2012, Córdoba, 2012, pp. 1-2.
- Brito, M., *Análisis Térmico de un Nanosatélite con Estructura de Materiales Compuestos Mediante el Método de Parámetros Concentrados*. Tesis de grado. Departamento de Aeronáutica, FCEFYN, Córdoba, 2011, pp. 16-20.
- Brito, M., Zapico, E., Torresán, G., *Modelo Térmico del Nanosatélite EtaSat-IE Mediante el Método de Parámetros Concentrados*, ENIEF 2011, Rosario, 2011, pp. 3-4.
- Brown, C., *Elements of Spacecraft Design*, AIAA Education Series, Reston, Virginia, 2002, pp. 373-406.
- Gilmore, D., *Spacecraft Thermal Control Handbook*, The Aerospace Corporation, El Segundo, California, 2002, pp. 558-559.
- McCracken, D., Dorn, W., *Métodos Numéricos y Programación Fortran*, Limusa-Wiley, México, 1966, pp. 335-343.
- Mizner, R., Champion, K., Pond, H., *The ARDC Model Atmosphere*, Air Force Cambridge Research Labs Hanscom, 1959, pp. 35-50.
- Zapico, E., Torresán, G., Garay, R., *Análisis Estructural Preliminar de un Nanosatélite Lanzado por Cañon Electromagnético*, Mecánica Computacional, Vol. XXIV, Buenos Aires. 2005, pp. 1-2.
- Zipfel, P., *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*, AIAA Education Series, Gainesville, Florida, 2000, Ch. 8.