

## DISEÑO ACÚSTICO ÓPTIMO DE RECINTOS CONTEMPLANDO BAJA Y ALTA FRECUENCIA

Víctor H. Cortínez<sup>a,b</sup> y Martín E. Sequeira<sup>a</sup>

<sup>a</sup> *Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada (CIMTA), Universidad Tecnológica Nacional (FRBB), 11 de Abril 461, 8000, Bahía Blanca, Argentina, <http://www.frbb.utn.edu.ar>*

<sup>b</sup> *Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas, (CONICET), Argentina, <http://www.conicet.gov.ar>*

**Palabras Claves:** diseño óptimo iterativo, modelo de difusión acústica, algoritmo de recocido simulado.

El diseño de sistemas de control acústico se basa en la utilización de modelos predictivos a los efectos de estimar la eficiencia de diferentes soluciones técnicas para lograr un ambiente acústico adecuado. Los autores han desarrollado una metodología para el diseño óptimo de recintos industriales buscando minimizar el costo económico y a la vez asegurando que el nivel sonoro global no supere un valor admisible previamente establecido. La técnica desarrollada se ha basado en la combinación de un modelo de difusión acústica no uniforme y en una técnica heurística de optimización matemática. Sin embargo, dada las características del modelo acústico, dicha metodología solo es aplicable en el rango de medias y altas frecuencias. Considerando la importancia de las bajas frecuencias en recintos industriales, en el presente trabajo, se pretende generalizar el procedimiento anteriormente descrito a los efectos de modelar el campo sonoro utilizando un enfoque mixto que contemple las bajas frecuencias mediante la ecuación de Helmholtz y las medias y altas a partir del modelo de difusión establecido. Ambas ecuaciones son resueltas mediante el MEF y se combinan con el método de “recocido simulado” para realizar el diseño acústico óptimo propuesto.

## 1 INTRODUCCIÓN

El control de ruido en recintos industriales constituye una actividad de creciente importancia. En consecuencia, la correcta caracterización de los niveles sonoros es relevante a fin de evitar efectos indeseados en los operarios, asociados al enmascaramiento de señales de alarma, dificultad en la comunicación, molestia general, etc. (Gerges y Arenas, 2004).

En muchos casos, las soluciones técnicas involucradas poseen un alto costo, motivo por el cual se hace necesario diseñar cuidadosamente los sistemas de control. A partir de la utilización de un modelo de predicción sonora adecuado, es posible abordar el problema de diseño mediante una exploración exhaustiva de las distintas variaciones de los parámetros de diseño involucrados. Sin embargo, esta práctica de “prueba y error” tiene un costo computacional muy alto. Con el fin de realizar esta tarea en una forma racional, se puede emplear el concepto de diseño óptimo. Este último requiere la definición de las variables de diseño junto con una función objetivo y un conjunto de restricciones que deben cumplirse. La mejor solución (óptima) se obtiene minimizando la función objetivo, sin violar las expresiones matemáticas correspondientes a las restricciones.

En este trabajo, se pretende determinar el tratamiento acústico más adecuado en un recinto industrial multi-fuente, considerando estrategias tecnológicas tales como la incorporación de absorbentes multicapa en las superficies interiores (sistemas pasivos) y/o el encapsulamiento de las fuentes sonoras. Los primeros están asociados con diferentes configuraciones de capas de materiales porosos, cámara de aire y paneles perforados y los costos económicos por unidad de superficie están determinados de acuerdo a los espesores seleccionados. De manera similar, los encapsulamientos de las fuentes están asociados con diferentes pérdidas de transmisión sonora y el costo unitario de acuerdo con sus propiedades aislantes. De esta manera, la función objetivo considerada es el costo económico total correspondiente a la aplicación de las soluciones técnicas mencionadas. La principal limitación del diseño es procurar que el nivel de presión sonora  $L_p$  total no supere cierto valor límite establecido (en este caso,  $L_p < 90$  dBA).

Existen diversos métodos de optimización para efectuar el proceso de diseño mencionado (Cappelli D’Orazio and Fontana, 1999). El uso de enfoques de optimización clásicos, tales como aquellos basados en el gradiente, podrían no ser prácticos en el presente problema porque la función objetivo no es continua con respecto a las variables de diseño. En consecuencia, se propone utilizar el método de recocido simulado, que resulta especialmente apto para analizar problemas de optimización con variables discretas y varios mínimos locales (Chang et al., 2005; Cortínez y Sequeira, 2010). Aunque el método de recocido simulado permite una rápida convergencia a la solución óptima, aún es necesario realizar una gran cantidad de cálculos de la función objetivo y de las restricciones asociadas. Por lo tanto, es altamente deseable utilizar modelos acústicos no solo precisos, sino también con tiempos de cálculo relativamente bajos a fin de estimar los efectos (niveles de ruido) de las diferentes soluciones técnicas durante el proceso de optimización.

Para campos acústico de alta frecuencia, se han aplicado distintas técnicas basadas en fórmulas analíticas simplificadas y en el método de trazado de rayos a fin de efectuar el enfoque de optimización mencionado (Cortínez et al, 2007; Cortínez y Sequeira, 2009). Un enfoque interesante de predicción acústica en alta frecuencia fue desarrollado hace algunos años por Picaut et al. (Picaut et al., 1997) bajo la denominación de modelo de difusión acústica (MDA). Esencialmente consiste en una extensión de la teoría de campo reverberante. Recientemente, los autores han desarrollado una formulación aproximadamente equivalente en dos dimensiones de dicho modelo, denominado modelo de difusión acústica simplificado (MDAS) (Sequeira and Cortínez, 2012). Dicho enfoque presenta tiempos de cómputo

aproximadamente 50 veces más rápidos y una precisión prácticamente equivalente al modelo tridimensional. Esto último lo hace especialmente atractivo para caracterizar el ruido en el contexto de diseño planteado. El MDAS presenta las mismas restricciones de los modelos energéticos, es decir, solo es válido en el rango de medias y altas frecuencias donde la influencia del comportamiento modal del recinto no es relevante (Billon et al., 2006).

En muchas ocasiones los campos acústicos existentes en recintos industriales presentan componentes significativas de baja frecuencia ( $< 200$  Hz). Las características de propagación en este rango son diferentes a las de alta frecuencia ya que no pueden despreciarse sus características ondulatorias (difracción, interferencias, etc.) (Gerges y Arenas, 2004). Consecuentemente, a los efectos de predecir adecuadamente tales características es necesario hacer uso de la ecuación de Helmholtz. En tal sentido, la estimación del campo sonoro se realiza a partir de la ecuación previamente mencionada para baja frecuencia y del MDAS para frecuencias superiores a 200 Hz. Ambos modelos se resuelven mediante el método de los elementos finitos.

En el presente trabajo, se propone la utilización de los modelos anteriormente descritos en conjunto con la técnica de recocido simulado para implementar la optimización del diseño acústico considerando señales de baja y alta frecuencia en un recinto industrial multi-fuente. Se muestra que tal metodología es simple en su utilización y precisa permitiendo abordar el problema de diseño considerando el rango completo de frecuencias de interés.

## 2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO

Se pretende mitigar el nivel sonoro existente en un recinto industrial generado por diversas fuentes acústicas emitiendo en alta y baja frecuencia. Esta tarea se plantea de manera de minimizar el costo económico de las soluciones técnicas involucradas procurando mantener los niveles totales por debajo de cierto valor prefijado.

Las soluciones tecnológicas adoptadas corresponden a la introducción de material absorbente en las superficies interiores y/o al encapsulamiento de las fuentes sonoras. Por consiguiente, se consideran como variables de diseño los coeficientes de absorción  $\alpha$  de las superficies del recinto, que dependerán del tipo de configuración absorbente multicapa utilizada y los valores de pérdida de transmisión sonora  $PT$ , que podrán variar en función del tipo de encapsulamiento adoptado para cada fuente. A los efectos de simplificar el problema de diseño, las fuentes sonoras involucradas se consideran como puntuales y se contempla encapsulamiento del tipo ideal (aislando totalmente la potencia sonora emitida en el rango completo de frecuencias de interés).

Asumiendo que el costo de cada absorbente multicapa es proporcional al área de cada superficie que se propone tratar y que el costo del encapsulamiento depende del grado de pérdida de transmisión que posee el cerramiento utilizado, el problema de optimización se formula de la siguiente manera

$$(PT^+, \alpha^+) = \arg \min FO, \quad (1)$$

donde la función objetivo  $FO$  (costo de instalación) se expresa en la forma

$$FO(PT, \alpha) = \sum_{i=1}^{Nm} C_m S_m + \sum_{j=1}^{Nj} \bar{C}_j, \quad (2)$$

siendo  $Nm$  es el número total de superficies  $S_m$  que se pueden tratar acústicamente,  $Nj$  es el cantidad de fuentes sonoras  $j$  factibles de acondicionar acústicamente mediante un encapsulamiento,  $C_m$  se define como el costo por unidad de superficie, en función del tipo de

absorbente multicapa utilizado, para tratar la superficie  $S_m$  y  $\bar{C}_j$  se define como el costo por unidad, para encapsular la máquina  $j$ . La minimización de tal función está sujeta a la siguiente restricción

$$L_p^{\text{tot}}(\mathbf{r}) = 10 \log_{10} \left[ \sum_{f=1}^{Nf} 10^{\frac{(L_{p_{jf}}(\mathbf{r}) - P_{onA_f})}{10}} \right] \leq 90 \text{ dB A}, \quad (3)$$

siendo  $L_p^{\text{tot}}(\mathbf{r})$  el nivel de presión sonora total, el cual se obtiene considerando, en cada punto receptor  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ , la contribución sonora debida a todas las fuentes para cada frecuencia  $f$ , donde  $Nf$  es el número total de frecuencias consideradas. El término  $P_{onA_f}$  hace referencia a los valores para ajustar el nivel sonoro a la ponderación  $A$  en función de la frecuencia.

### 3 MODELOS ACÚSTICOS

#### 3.1 Modelo de difusión acústica completo (MDA)

Este modelo describe la distribución del campo reverberante no uniforme para alta frecuencia en recintos con superficies reflejantes difusivas asumiendo que la propagación sonora es comparable con el movimiento de una partícula en un medio difusivo (Picaut et al., 1997).

Tal modelo se describe a partir de la densidad de energía sonora estacionaria reverberante  $u_f(\mathbf{r})$ , debido a fuentes sonoras emitiendo a la frecuencia  $f$ , que se obtiene a partir de la solución del siguiente sistema de ecuaciones (Billon et al., 2006; Jing and Xiang, 2008)

$$D \nabla^2 u_f(\mathbf{r}) - \sigma_f u_f(\mathbf{r}) + w_f(\mathbf{r}) = 0 \text{ en } V, \quad (4)$$

$$D \frac{\partial u_f(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{n}} + A_f c u_f(\mathbf{r}) = 0 \text{ sobre } S, \quad (5)$$

donde  $\nabla^2$  es el operador laplaciano;  $V$  es el volumen del recinto;  $S$  es la superficie interior;  $D$  es el coeficiente de difusión acústica;  $\sigma_f$  es un término de absorción volumétrica;  $w_f$  representa la potencia sonora por unidad de volumen generada por la fuente sonora considerada;  $\mathbf{n}$  es el vector normal exterior a cada superficie;  $A_f$  es un factor de absorción de las superficies y  $c$  es la velocidad del sonido. Cada término del modelo adopta diferentes expresiones en función de la configuración seleccionada. Para el caso de recintos vacíos, el coeficiente de difusión  $D = \lambda c/3$  considera la morfología del recinto de superficie interior  $S$  a través de la expresión clásica del camino libre medio  $\lambda = 4V/S$ . El término de absorción ( $\sigma$ ) tiene en cuenta la atenuación atmosférica (no considerada en este trabajo). La ecuación (5) corresponde a las condiciones de borde sobre las superficies interiores, donde  $A_f$  puede adoptar diferentes expresiones a fin de modelar cada superficie interior con el rango completo de posibles coeficientes de absorción. En este trabajo, se utiliza un factor de absorción modificado (Jing and Xiang, 2008).

El nivel de presión sonora total  $L_p^{\text{tot}}(\mathbf{r})$  se determina sumando las contribuciones del campo directo y del reverberante, este último obtenido a partir de la solución numérica estacionaria de  $u_f(\mathbf{r})$  (Valeau, 2006)

$$L_{p_f}(\mathbf{r}) = 10 \log_{10} \left\{ \rho c \left[ \int_{V_j} \frac{w_f}{4\pi r^2} dV_j + c u_f(\mathbf{r}) \right] / p_{\text{ref}}^2 \right\} \text{ en dB}, \quad (6)$$

donde  $r = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_j\|$  expresa la distancia entre un punto receptor y un punto arbitrario de la fuente  $\mathbf{r}_j$  en el subdominio de la fuente  $V_j$ ,  $\rho$  es la densidad del aire y  $p_{ref} = 2 \times 10^{-5}$  Pa.

El término correspondiente al campo directo (primer término) de la ecuación (6) está formulado de manera general. En este trabajo, se considera cada fuente sonora como puntual con una potencia constante  $W_{jf}$  ( $W_0 = 10^{-12}$  vatios). De esta manera la potencia sonora volumétrica, para la frecuencia  $f$ , queda expresada de la siguiente manera

$$w_f = \sum_j^{N_j} W_{jf} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) = \sum_j^{N_j} \left[ 10^{(L_{wjf} - PT_{jf})/10} \times W_0 \right] \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j), \quad (7)$$

donde  $L_{wjf}$  corresponde al nivel de potencia sonora de la fuente  $j$  para la frecuencia  $f$  y  $PT_{jf}$  es la pérdida de inserción de la fuente  $j$  para la frecuencia  $f$  debido a un posible encapsulamiento.

### 3.2 Modelo de difusión acústico simplificado (MDAS)

El modelo simplificado de difusión acústica se obtiene a partir del enfoque anterior mediante la aplicación de un método tipo Kantorovich de reducción de ecuaciones diferenciales (Kantorovich and Krylov, 1964). Esta metodología presenta la ventaja de que sólo parte de la solución es escogida “a priori” mientras que el resto de la misma es determinada de acuerdo con el carácter del problema (Sequeira and Cortínez, 2012).

En tal sentido, se decidió representar la variación de la densidad de energía reverberante, dependiente de dos funciones, una correspondiente a la variación en el plano  $P_f(x, y)$  y la otra considerando la variación en altura  $F_f(z)$ . De acuerdo a lo expresado, se tiene

$$u_f(\mathbf{r}) = P_f(x, y) \times F_f(z), \quad (8)$$

donde la función  $P_f$  se obtiene mediante el método de elementos finitos y la función  $F_f$  se construye a partir de un polinomio de segundo orden de la forma  $F_f(z) = 1 + a_{f1}z + a_{f2}z^2$ .

La idea de este enfoque es que la distribución vertical de la energía reverberante resulta en general más simple que la variación en el plano. Los coeficientes del polinomio se obtienen a partir de las condiciones de borde aproximadamente definidas en los dos planos extremos (piso y techo) mediante la siguiente expresión

$$D \frac{dF_f(z)}{dz} = \pm A_f F_f(z). \quad (9)$$

Sustituyendo la expresión (9) en la ecuación (4) se obtiene la función residual  $\varepsilon(\mathbf{r}, u)$ . Haciendo tal función ortogonal con respecto a  $F_f$  se consigue la siguiente expresión:

$$\int_0^H D F_f^2 dz \nabla_p^2 P_f + \int_0^H D \left( \frac{d^2 F_f}{dz^2} \times F_f \right) dz P_f - \int_0^H \sigma_f F_f^2 dz P_f + \int_0^H w_f F_f dz = 0, \quad (10)$$

donde  $H$  es la altura de recinto y el término  $\nabla_p$  representa el laplaciano en el plano. A partir de la expresión (10) se efectúan las siguientes definiciones

$$D_{fz1} = \int_0^H D F_f(z)^2 dz, \quad (11)$$

$$D_{fz2} = \int_0^H D \left( \frac{d^2 F_f(z)}{dz^2} \times F_f(z) \right) dz, \quad (12)$$

$$\sigma_{fz} = \int_0^H \sigma_f F_f(z)^2 dz, \quad (13)$$

$$\bar{w}_\varepsilon = \int_0^H w_f F_f(z) dz, \quad (14)$$

$$A_{fz} = \int_0^H A_f F_f(z)^2 dz. \quad (15)$$

Luego, la expresión simplificada en dos dimensiones del modelo de difusión junto con las nuevas condiciones de borde queda expresada de la forma

$$\begin{aligned} D_{fz1} \nabla_P^2 P_f + (D_{fz2} - \sigma_{fz}) P_f + \bar{w}_\varepsilon &= 0 \quad \text{en } \Omega, \\ D_{fz1} \frac{\partial P_f}{\partial n} &= -A_{fz} c P_f \quad \text{en } \Gamma, \end{aligned} \quad (16)$$

donde  $\Omega$  representa el dominio en el plano y  $\Gamma$  es el perímetro. Finalmente, el nivel de presión sonora se obtiene de la misma manera que en el MDA, a partir de la expresión (6).

### 3.3 Ecuación de Helmholtz

Para analizar la distribución de campos acústicos armónicos en bajas frecuencias ( $< 200$  Hz), se hace uso de la ecuación de Helmholtz. Tal ecuación permite obtener la distribución de la amplitud de la presión sonora  $p_f(\mathbf{r})$  para la frecuencia  $f$  y en el punto  $\mathbf{r}$ , y viene dada por (Kuttruff, 2000)

$$-\nabla^2 p_f(\mathbf{r}) - k_f^2 p_f(\mathbf{r}) = i\rho\omega_f q_f(\mathbf{r}) \quad \text{en } V, \quad (17)$$

$$\frac{\partial p_f(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{n}} = -i \frac{\rho c}{Z_{mf}} k_f p_f(\mathbf{r}) \quad \text{sobre } S_m, \quad (18)$$

donde  $k_f = \omega_f/c$  es el número de onda;  $\omega_f$  es la frecuencia circular;  $i$  es la unidad imaginaria;  $q_f(\mathbf{r})$  representa la distribución de velocidad volumétrica de la fuente y  $Z_{mf}$  es la impedancia acústica uniforme de cada superficie interior  $m$ . En el caso de considerar las fuentes sonoras como puntuales (caso ideal), la velocidad volumétrica queda definida de la siguiente manera

$$q_f = \sum_j^{N_j} Q_{jf} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j), \quad (19)$$

siendo  $Q_{jf}$  la amplitud de la velocidad de volumen para la fuente  $j$  a la frecuencia  $f$ . Para las fuentes puntuales consideradas es posible expresar esta última en términos de la potencia sonora  $W_{jf}$  de la fuente  $j$  a la frecuencia  $f$  en la forma (Kuttruff, 2000)

$$Q_{jf} = \sqrt{\frac{8\pi c W_{jf}}{\rho \omega_f^2}}. \quad (20)$$

Por su parte, la impedancia de los materiales está relacionada con el coeficiente de absorción  $\alpha$  mediante la siguiente expresión (Kuttruff, 2000)

$$\alpha_{m_f} = 1 - \left| \frac{Z_{m_f} - \rho c}{Z_{m_f} + \rho c} \right|^2 \quad (21)$$

Finalmente, el nivel de presión sonora  $L_p(\mathbf{r})$  se determina mediante

$$L_{p_{jf}}(\mathbf{r}) = 20 \log_{10} \left| \frac{p_{rms_{jf}}}{p_{ref}} \right| \text{ en dB,} \quad (22)$$

donde  $p_{rms}$  es la raíz cuadrática media de la presión sonora.

#### 4 TÉCNICA DE OPTIMIZACIÓN: MÉTODO DE SIMULATED ANNEALING

Es una técnica heurística de optimización combinatoria basada en la generación aleatoria de soluciones factibles cuya principal característica es la de evitar convergencia local en problemas de gran escala (Burkard and Rendl, 1988). La optimización basada en esta técnica permite determinar diseños cuasi-optimales buscando la mejor solución sin necesidad de asegurar la correcta elección de un punto inicial de búsqueda como se requiere en los algoritmos basados en descenso del gradiente. El concepto general de este enfoque fue desarrollado inicialmente en la década de 80 (Kirkpatrick et al., 1983).

El algoritmo comienza definiendo una configuración inicial de las variables de diseño  $X_0 = \{\mathbf{a}_0, \mathbf{PT}_0\}$  dentro de la región factible del problema y genera sucesivamente una nueva configuración  $X'$  determinada en un dominio reducido  $N(X)$  del entorno de la configuración actual  $X$ . La región factible se establece a partir del conjunto de configuraciones que cumplen con la restricción impuesta  $L_p^{tot}(\mathbf{r}) < 90$  dBA en cada punto receptor  $\mathbf{r}$  dentro del recinto analizado. En cada iteración, la nueva configuración  $X'$  es aceptada como actual de acuerdo a la evaluación del cambio en la función objetivo (costo de instalación)  $\Delta FO = FO(X') - FO(X)$ . Si el cambio es negativo ( $\Delta FO \leq 0$ ), la nueva configuración será admitida como la solución actual. En caso contrario ( $\Delta FO > 0$ ), la aceptación del incremento será determinada en función de un cierto criterio probabilístico definido como

$$\text{prob}(\Delta FO, T) = \exp(-\Delta FO / T) > \varphi, \quad (23)$$

donde  $T$  es un parámetro de control de convergencia conocido como temperatura (el nombre se este último deriva de la analogía física del método) y  $\varphi$  es un número aleatorio generado dentro del intervalo (0,1). Esto significa que las configuraciones con un costo de instalación ( $FO$ ) muy bajo son aceptadas incondicionalmente mientras que las configuraciones con un costo mayor son aceptadas con más probabilidad al principio, cuando la temperatura es alta, pero a medida que avanza el proceso (y la temperatura va disminuyendo), se hacen menos probables. Así, el algoritmo permite aceptar configuraciones peores que la actual, con el fin de “escapar” de los mínimos locales.

La función que determina y controla el descenso de la temperatura (parámetro de convergencia), juega un rol fundamental en la eficiencia del método. En este trabajo, se utiliza la estrategia propuesta por Vidal (Vidal, 2003) para controlar la convergencia cuyo principal objetivo es logra reducir la temperatura más rápidamente al inicio del algoritmo, evitando aceptar en un comienzo la mayoría de las soluciones factibles y en consecuencia reducir el elevado costo inicial. El esquema general del algoritmo ha sido presentado por los autores en

otro trabajo (Cortínez y Sequeira, 2009).

## 5 APLICACIÓN NUMÉRICA

A los efectos de presentar el enfoque de diseño óptimo, se eligió una configuración hipotética de un recinto industrial multi-fuente con una altura de 3 m. Se consideraron 3 fuentes sonoras puntuales omnidireccionales ubicadas a una altura de 1 m cada una y 12 puntos receptores  $\mathbf{r}$  para evaluar la restricción impuesta durante el proceso de optimización ( $L_p^{tot}(\mathbf{r}) < 90$  dBA). Los puntos receptores se ubicaron a una altura de 1.5 m. En la Figura 1 se observa el esquema del recinto analizado junto con las ubicaciones de las fuentes sonoras y los receptores mencionados. Las características acústicas de las fuentes sonoras se muestran en la Tabla I. Es importante observar que a los efectos de simplificar el cálculo numérico en baja frecuencia, se supone que las tres fuentes acústicas están emitiendo en fase a un tono puro de 125 Hz.

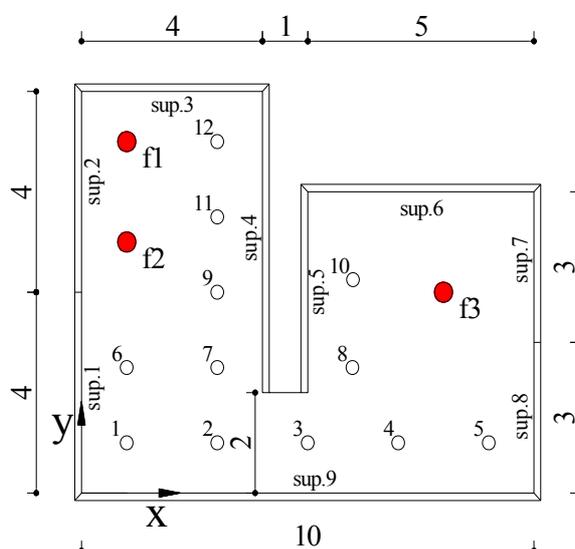


Figura 1: Esquema del recinto multi-fuente analizado con la ubicación de las fuentes sonoras (●) y los puntos receptores (○) utilizados

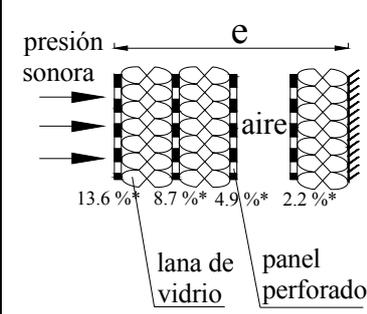
Fuentes sonoras	Coordenadas (m)		$L_w$ (dB) por banda de octava				
	x	y	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz
f1	1	7	99	91	96	84	81
f2	1	5	103	93	97	89	91
f3	8	4	106	96	101	94	92

Tabla 1: Niveles de potencia sonora  $L_w$  y coordenadas de las 3 fuentes consideradas.

Se adoptaron tres tipos diferentes de tratamientos acústicos posibles sobre las superficies interiores (paredes y techo), a partir de considerar diferentes espesores de un absorbente multicapa montado con paneles perforados, lana de vidrio y una cámara de aire. La elección de dicha configuración se debió al hecho de que presenta un buen rendimiento en la frecuencia de 125 Hz. Para la obtención del coeficiente de absorción se aplicó la fórmula de matriz de transferencia para materiales isotrópicos y homogéneos (Munjal, 1987; Lee and Chen, 2001), considerando el modelo empírico de Delany and Bazley para calcular la impedancia normal específica del material fibroso (Delany and Bazley, 1970) y el modelo de Beranek y Ver para estimar la impedancia de las placas perforadas (Beranek and Vér, 1992).

Las características geométricas y acústicas del absorbente multicapa seleccionado se presentan en la Tabla 2. Por otro lado, como se comentó previamente, el tratamiento sobre las fuentes sonoras contempla un encapsulamiento “ideal”, es decir, la aislación total en función de las bandas consideradas. En la Tabla 3 se muestra la relación entre el costo económico de cada tipo de tratamiento acústico y el correspondiente a 1 m<sup>2</sup> de absorbente multicapa con bajo rendimiento.

Superficie	Grado de rendimiento/ material utilizado	Coeficiente de absorción $\alpha$ por banda de octava				
		125 Hz	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz
Pared, techo y piso	Sin tratamiento acústico/bloques de hormigón pintado	0.09	0.09	0.08	0.08	0.1
Pared y techo	Bajo/ absorbente multicapa (e=80 mm)	0.12	0.46	0.93	0.85	0.95
Pared y techo	Medio/ absorbente multicapa (e=120 mm)	0.35	0.76	0.89	0.95	0.95
Pared y techo	Alto/ absorbente multicapa (e=160 mm)	0.54	0.79	0.81	0.96	0.96



\*Porcentaje de perforación

Tabla 2: Coeficientes de absorción  $\alpha$ , por bandas de octava, en función de los diferentes grados de absorción del material acústico empleado.

Tipo de tratamiento acústico	Rendimiento bajo	Rendimiento medio	Rendimiento alto
Absorbente multicapa(1m <sup>2</sup> )	1	3	5
Encapsulamiento (100 %)	-----	-----	300

Tabla 3: Costo económico hipotético de cada tratamiento acústico con relación al correspondiente a 1 m<sup>2</sup> de panel con baja absorción.

El enfoque completo de diseño se implementó integrando Matlab® y Flex-PDE®. Mediante la herramienta computacional de elementos finitos Flex-PDE® se resuelve la ecuación de difusión acústica simplificada (para las frecuencias de 250, 500, 1000 y 2000 Hz) y la ecuación de Helmholtz (para la frecuencia de 125 Hz) juntos con las correspondientes condiciones de borde en función del grado de absorción de cada superficie interior del recinto.

El proceso de optimización se realizó en entorno Matlab® vinculando iterativamente las soluciones de ambos modelos y la técnica de recocido simulado. Dado el carácter heurístico de esta última, se realizaron varias simulaciones previas a efectos de verificar la correcta convergencia del algoritmo en función de los parámetros de control empleados.

### 5.1 Diseño acústico óptimo

Los resultados del proceso de optimización se muestran en la Tabla 4. En la Figura 2, se muestra la evolución de la función objetivo  $FO$  en función del número de iteraciones. Se aprecia que la solución óptima se alcanza alrededor de las 100 iteraciones. El valor del costo de instalación es de  $FO = 8170$ . En la Tabla 5, se muestra una comparación entre los niveles totales en cada punto receptor antes y después de la optimización. Se observa que dichos niveles no superan el límite preestablecido ( $L_p^{\text{tot}} < 90$  dBA) una vez implementado el tratamiento acústico.

Variable	Valores obtenidos por banda de octava					Tipo de tratamiento acústico
	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz	
$PT_{f1}$	83	82	93	84	80	encapsulamiento
$PT_{f2}$	87	84	94	89	90	encapsulamiento
$PT_{f3}$	0	0	0	0	0	sin tratamiento
$\alpha_{\text{techo}}$	0.12	0.46	0.93	0.85	0.95	abs. multicapa (e=80 mm)
$\alpha_{\text{sup. 1}}$	0.12	0.46	0.93	0.85	0.95	abs. multicapa (e=80 mm)
$\alpha_{\text{sup. 2}}$	0.35	0.76	0.89	0.95	0.95	abs. multicapa (e=120 mm)
$\alpha_{\text{sup. 3}}$	0.35	0.76	0.89	0.95	0.95	abs. multicapa (e=120 mm)
$\alpha_{\text{sup. 4}}$	0.09	0.09	0.08	0.08	0.1	sin tratamiento
$\alpha_{\text{sup. 5}}$	0.09	0.09	0.08	0.08	0.1	sin tratamiento
$\alpha_{\text{sup. 6}}$	0.12	0.46	0.93	0.85	0.95	abs. multicapa (e=80 mm)
$\alpha_{\text{sup. 7}}$	0.12	0.46	0.93	0.85	0.95	abs. multicapa (e=80 mm)
$\alpha_{\text{sup. 8}}$	0.54	0.79	0.81	0.96	0.96	abs. multicapa (e=160 mm)
$\alpha_{\text{sup. 9}}$	0.09	0.09	0.08	0.08	0.1	sin tratamiento

Tabla 4: Tipo de tratamiento acústico seleccionado.

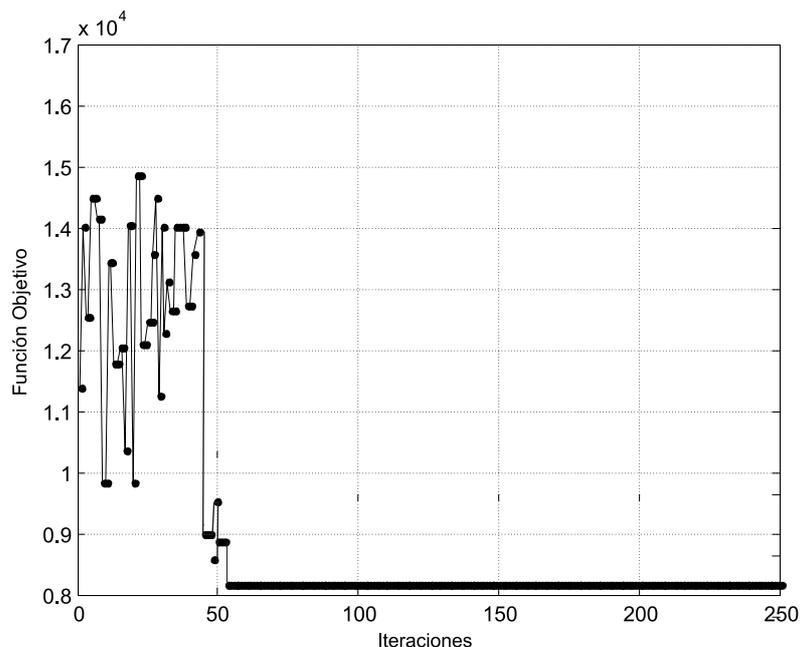


Figura 2: Evolución de la Función Objetivo durante el proceso de optimización

Puntos receptores	Coordenadas (m)		Nivel sonoro total $L_p^{\text{tot}}$ (dBA)	
	x	y	Sin tratamiento acústico	Con tratamiento acústico
<b>1</b>	1	1	99.4	80.4
<b>2</b>	3	1	98.9	84.7
<b>3</b>	5	1	99.9	86.2
<b>4</b>	7	1	102.8	89.7
<b>5</b>	9	1	109.5	88.2
<b>6</b>	1	2.5	98.8	81.1
<b>7</b>	3	2.5	98.8	80.9
<b>8</b>	6	2.5	104.7	88.9
<b>9</b>	3	4	100.4	79.4
<b>10</b>	6	4.25	99.6	89.1
<b>11</b>	3	5.5	100.5	78.1
<b>12</b>	3	7	102.2	80.2

Tabla 5: Niveles sonoros totales anteriores y posteriores a la implementación de los tratamientos acústicos.

## 6 CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un enfoque de optimización para realizar el diseño acústico en un recinto industrial multi-fuente, procurando minimizar los costos de implementación de soluciones técnicas y manteniendo los niveles sonoros totales ponderados por debajo de cierto valor límite. Para ello, se utilizó el método heurístico de recocido simulado en conjunto con el modelo de difusión acústica simplificado MDAS a fin de contemplar las altas frecuencias y la ecuación de Helmholtz para las bajas frecuencias.

Los tiempos de cálculo empleados por el MDAS son significativamente menores que aquellos requeridos por el MDA y el método de trazado de rayos (Sequeira y Cortínez, 2012). Esto remarca la gran ventaja que presenta dicha simplificación en el contexto de optimización de diseño presentado, debido al gran número de simulaciones que es necesario efectuar.

Por otro lado, es necesario señalar que en la implementación del enfoque propuesto se han realizado algunas simplificaciones en el tratamiento acústico de las fuentes sonoras emitiendo en baja frecuencia. Sin embargo, las ideas presentadas en este trabajo pueden ser directamente extendidas para la consideración de fuentes no puntuales con emisiones fuera de fase contemplando los efectos de interferencia.

Si bien se ha presentado la aplicación de tal enfoque en un ejemplo simple, los resultados son alentadores y permiten suponer una eficiencia adecuada aún en problemas industriales más complejos. Los autores están trabajando en esta dirección.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es parte del proyecto “Modelos Matemáticos en Ingeniería Ambiental: Problemas Directos e Inversos” (Código: 25/B027, Director: Dr. V.H. Cortínez, Secyt, Universidad Tecnológica Nacional). Asimismo forma parte del trabajo de tesis desarrollado por M.E. Sequeira, bajo la dirección de V.H. Cortínez, para obtener el título de Dr. en Ingeniería en el departamento de Ingeniería de la Universidad Nacional del Sur. La participación de M.E. Sequeira en este trabajo se ha llevado a cabo gracias a una beca de posgrado otorgada por CONICET.

**REFERENCIAS**

- Beranek L.L. and Vér I.L., *Noise and Vibration Control Engineering*, New York: John Wiley and Sons, 1992.
- Billon A., Valeau V. and Sakout, A. On the use of a diffusion model for acoustically coupled rooms. *Journal of the Acoustical Society of America*, 120:2043–2054, 2006.
- Burkard R. and Rendl F. A thermodynamically Motivated Simulation Procedure for Combinatorial Optimization Problems. *European Journal of Operational Research*, 17: 169–174, 1988.
- Cappelli D’Orazio M. and Fontana D.M., Optimization of the acoustical absorption characteristics of an enclosure. *Applied Acoustics*, 57:139–162, 1999.
- Chang Y-C., Yeh L-J. and Chiu M-C., Optimization of constrained composite absorbers using simulated annealing. *Applied Acoustics*, 66:341–352, 2005.
- Cortínez V.H. Vidal M. y Girón P., Optimización de las condiciones acústicas en recintos industriales. *Mecánica Computacional*, Vol. XXVI, 59–73, ISSN: 1666-6070, 2007.
- Cortínez V.H. y Sequeira M.E. Un enfoque híbrido para el rediseño acústico óptimo de recintos industriales. *Mecánica Computacional*, Vol. XXVIII, 39–61, ISSN: 1666-6070, 2009.
- Cortínez V.H. y Sequeira M.E., Identificación de condiciones acústicas en recintos industriales. *Mecánica Computacional*, Vol. XXIX, 2155–2172, ISSN: 1666-6070, 2010.
- Delany M.E. and Bazley E.N., Acoustical properties of fibrous absorbent materials. *Applied Acoustics*, 3:105–116, 1970.
- Gerges, S.Y. y Arenas, J.P., *Fundamentos y control del ruido y vibraciones*, NR Editora, Florianópolis, 2004.
- Jing Y. and Xiang N. On boundary conditions for the diffusion equation in room-acoustic prediction: Theory, simulations and experiments. *Journal of the Acoustical Society of America*, 123(1):145–153, 2008.
- Kantorovich L.V. and Krylov V.I. *Approximate Methods of Higher Analysis*. 3rd ed. New York: Interscience Publishers, Groningen: Noordhoff; 1964.
- Kirkpatrick S., Gelatt C. and Vecchi M. Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 20:671-680, 1983.
- Kuttruff H. *Room Acoustics*, 4th ed. Spon Press, New York, 2000.
- Lee F-C. and Chen W-H., Acoustic transmission analysis of multi-layer absorbers, *Journal of Sound and Vibration*, 248(4): 621-634, 2001.
- Munjal M.L., *Acoustics of Ducts and Mufflers*, New York: John Wiley and Sons, 1987.
- Picaud J., Simon L., and Polack J.D. A mathematical model of diffuse sound field based on a diffusion equation. *Acta Acustica*, 83:614–621, 1997.
- Sequeira M.E. and Cortínez V.H., A simplified two-dimensional acoustic diffusion model for predicting sound levels in enclosures. *Applied Acoustics*, 73:842–848, 2012.
- Valeau V., Picaud J. and Hodgson M. On the use of a diffusion equation for room-acoustic prediction, *Journal of the Acoustical Society of America*, 119:1504–1513, 2006.
- Vidal M.C., Un procedimiento heurístico para resolver problemas de asignación cuadrática, Master Thesis, Universidad Nacional del Sur, Argentina, 2003.