

PROCESOS DE INICIACIÓN Y PROPAGACIÓN DE FISURAS DE ORIGEN TÉRMICO EN ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN MASIVO

Rafael Lamattina^a, E. Ignacio Villa^a, María Paula Zappitelli^a y Claudio G. Rocco^a

^a*Departamento de Construcciones, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata.
Calle 48 y 115 s/n, (B1900TAG) La Plata, Buenos Aires, Argentina, eivilla@ing.unlp.edu.ar*

Palabras Clave: Modelo Termo-Mecánico Secuencialmente Acoplado, Modelo de Fisuración Cohesiva, Método de los Elementos Finitos.

Resumen. Uno de los requisitos esenciales en el diseño y construcción de estructuras de hormigón masivo es la realización de un análisis térmico, para establecer adecuadamente límites de seguridad que permitan evitar la aparición de fisuras debidas a las tensiones de tracción que se producen por el calor liberado durante la hidratación del cemento. Se han desarrollado numerosas técnicas para llevar a cabo dichos estudios, que van desde estimaciones groseras basadas en formulaciones empíricas desacopladas, a modelos más sofisticados y exactos desarrollados en el marco del Método de los Elementos Finitos, considerando el acoplamiento termo-mecánico. En todos los casos el valor de las tensiones se compara con la resistencia del material y se emplea un criterio pasa/no pasa para establecer si la estructura se encuentra o no en una condición de fisuración potencial. La mayor limitación de esta aproximación es que no es posible describir el mecanismo de iniciación y propagación de fisuras y en consecuencia no permite establecer niveles de tolerancia al daño, y tampoco determinar la condición de estabilidad de fisuras pre-existentes.

Este trabajo presenta un Modelo de Fisuración Cohesiva (MFC) con acoplamiento térmico para describir el proceso de localización y crecimiento de las fisuras asociadas con el fenómeno de generación interna de calor en estructuras de hormigón masivo. Se presentan las ecuaciones fundamentales así como las leyes constitutivas y las condiciones de borde que gobiernan el problema. Se describe la implementación del modelo en un código comercial de análisis por el Método de los Elementos Finitos, y finalmente se desarrolla un caso de aplicación correspondiente a una fundación de hormigón sujeta a la generación interna de calor con un flujo de disipación bidireccional y condición de deformación plana. Los resultados permiten predecir de forma precisa los mecanismos de iniciación y propagación de fisuras en este tipo de estructuras y mostrar patrones de fisuración consistentes con los observados en la práctica.

1 INTRODUCCIÓN

El hormigón es un material ampliamente utilizado en las construcciones civiles debido a las ventajas que posee en relación a otros materiales, como por ejemplo una elevada resistencia a compresión, una alta durabilidad, es relativamente económico, etc.

Este material se fabrica a través de la mezcla de cemento, agua, agregados de distinto tamaño y en general se incorporan aditivos para otorgarle alguna propiedad en particular. Al entrar en contacto los componentes del cemento y el agua, comienzan a producirse las reacciones de hidratación que tienen la característica de ser exotérmicas. De acuerdo a esto, durante el proceso de fraguado del hormigón, se genera calor debido a las transformaciones químicas que se producen en el material. Toda estructura de hormigón se encuentra en contacto con los fluidos del ambiente como pueden ser el aire o el agua que durante el fraguado se encuentran en general a menor temperatura que el material. Esto genera gradientes térmicos entre las zonas externas e internas de la estructura que se traducen en deformaciones y tensiones. Según sea el grado de restricción de la estructura, se producen tensiones de tracción que si superan la resistencia a tracción del material pueden dar lugar a la aparición de fisuras. Este fenómeno de fisuración de origen térmico tiene lugar en estructuras de hormigón masivo que se define como todo volumen de hormigón cuyas dimensiones son lo suficientemente grandes como para que sea necesario tomar medidas en relación a la generación del calor de hidratación del cemento y a los consiguientes cambios de volumen de forma tal de minimizar la fisuración (ACI, 2005).

Por otro lado, el hormigón es un material anisótropo y heterogéneo, con una relación entre tensiones y deformaciones que es lineal sólo para niveles de sollicitación bajos. Al evolucionar desde un estado semi-fluido durante su fabricación y puesta en obra, a un estado completamente endurecido, las propiedades mecánicas del mismo varían fuertemente. Esto es importante y debe ser tenido en cuenta al analizar los procesos de fisuración a edad temprana como es el caso de ciertas fisuras de origen térmico.

Por último, se debe mencionar el hecho de que el hormigón es un material con comportamiento cuasi-frágil, con lo cual no es aplicable la Mecánica de Fractura Elástica Lineal (MFEL).

En este trabajo se presentan los resultados acerca del origen y propagación de fisuras de origen térmico, utilizando el Método de los Elementos Finitos (MEF). Se consideran en el modelo propiedades mecánicas variables en el tiempo y un análisis no lineal del proceso de fisuración a través del Modelo de Fisura Cohesiva (MFC). En el inciso 2 se presenta el desarrollo matemático para la aplicación del MEF en los problemas de transferencia de calor. En el inciso 3 se describe en forma concisa el MFC. En el inciso 4 se presenta el modelo numérico desarrollado y sus características y por último en los incisos 5 y 6 se analizan los resultados y se transcriben las conclusiones.

2 ECUACIONES DE TRANSFERENCIA DE CALOR

2.1 Relación Constitutiva

Las observaciones experimentales indican que el flujo de calor es proporcional al gradiente de temperaturas, siendo el factor de proporcionalidad la conductividad térmica del material.

$$\bar{q} = -K \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (1)$$

Siendo q el vector de flujo de calor, K la matriz de conductividad y θ las temperaturas.

2.2 Ecuación de Balance Térmico -Forma Diferencial-

Se parte de una formulación Lagrangiana del problema (ABAQUS, 2011) analizando un volumen arbitrario de un sólido como el que se muestra a continuación:

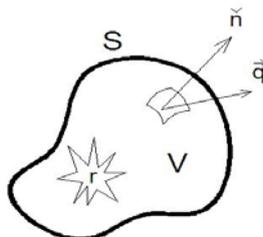


Figura 1: Formulación Lagrangiana

En la Figura 1 V es el volumen de control y S la superficie de control, obteniéndose el siguiente Balance de Energía Térmica:

$$\int_V \rho \cdot \dot{U} \cdot dV = \int_S q \cdot dS + \int_V r \cdot dV \quad (2)$$

en donde q es el flujo de calor superficial ingresando/egresando a través de la superficie de control, r es el calor generado en el volumen de control, \dot{U} es la variación temporal de la energía interna, y ρ es la densidad del material.

Para obtener la forma diferencial de la ecuación de balance térmico, primero se reemplaza el flujo de calor superficial por su forma de producto escalar de dos vectores. El signo negativo se refiere a un flujo de calor saliente.

$$q = -\vec{q} \cdot \hat{n} \quad (3)$$

Reemplazando la ec. (3) en la ec. (2) de Balance Térmico:

$$\int_V \rho \cdot \dot{U} \cdot dV = -\int_S \vec{q} \cdot \hat{n} \cdot dS + \int_V r \cdot dV \quad (4)$$

Para simplificar el desarrollo matemático, sin quitarle generalidad al planteo, se considerará de aquí en más un problema unidireccional de transferencia de calor.

Aplicando el Teorema de la Divergencia en el primer término a la izquierda de la igualdad en la ec. (4):

$$\int_S \vec{q} \cdot \hat{n} \cdot dS = \int_V \frac{\partial q}{\partial x} \cdot dV \quad (5)$$

Reemplazando la ec. (5) en la ec. (2):

$$\int_V \rho \cdot \dot{U} \cdot dV = - \int_V \frac{\partial q}{\partial x} \cdot dV + \int_V r \cdot dV \quad (6)$$

Dado que el volumen es arbitrario, se puede derivar la expresión anterior, obteniéndose:

$$\rho \cdot \dot{U} = - \frac{\partial q}{\partial x} + r \quad (7)$$

Esta última la Forma Diferencial de la Ecuación de Balance Térmico.

2.3 Ecuación de Balance Térmico -Forma Variacional-

La expresión diferencial vista anteriormente (también denominada “fuerte”), no puede ser integrada numéricamente. Para ello se debe “relajar” la ecuación de la siguiente forma:

Se multiplica la ec. (7) por una temperatura variacional arbitraria $\delta\theta$ (válida para toda variación admisible compatible) y se integra en el volumen:

$$\int_V \delta\theta \cdot \rho \cdot \dot{U} \cdot dV = - \int_V \delta\theta \cdot \frac{\partial q}{\partial x} \cdot dV + \int_V \delta\theta \cdot r \cdot dV \quad (8)$$

Operando con el primer término a la derecha de la igualdad:

$$- \delta\theta \cdot \frac{\partial q}{\partial x} = - \delta\theta \cdot \frac{\partial q}{\partial x} - q \cdot \frac{\partial \delta\theta}{\partial x} + q \cdot \frac{\partial \delta\theta}{\partial x} \quad (9)$$

Aplicando la regla de la cadena en la ecuación anterior:

$$- \delta\theta \cdot \frac{\partial q}{\partial x} = - \frac{\partial(q \cdot \delta\theta)}{\partial x} + q \cdot \frac{\partial \delta\theta}{\partial x} \quad (10)$$

Reemplazando la expresión (10) en la ec. (8):

$$\int_V \delta\theta \cdot \rho \cdot \dot{U} \cdot dV = \int_V \left[- \frac{\partial(q \cdot \delta\theta)}{\partial x} + q \cdot \frac{\partial \delta\theta}{\partial x} \right] \cdot dV + \int_V \delta\theta \cdot r \cdot dV \quad (11)$$

Aplicando el Teorema de la Divergencia:

$$\int_V - \frac{\partial(q \cdot \delta\theta)}{\partial x} \cdot dV = \int_S - \hat{n} \cdot \vec{q} \cdot \delta\theta \cdot dS \quad (12)$$

Convirtiendo el flujo de calor superficial a la forma escalar dada por la ec. (3):

$$\int_S - \hat{n} \cdot \vec{q} \cdot \delta\theta \cdot dV = \int_S q \cdot \delta\theta \cdot dS \quad (13)$$

Reemplazando la expresión (13) en la ec. (11)

$$\int_V \delta\theta \cdot \rho \cdot \dot{U} \cdot dV = \int_S q \cdot \delta\theta \cdot dS + \int_V q \cdot \frac{\partial \delta\theta}{\partial x} \cdot dV + \int_V \delta\theta \cdot r \cdot dV \quad (14)$$

Reacomodando los términos de la ecuación anterior:

$$\int_V \delta\theta \cdot \rho \cdot \dot{U} \cdot dV - \int_V q \cdot \frac{\partial \delta\theta}{\partial x} \cdot dV = \int_S q \cdot \delta\theta \cdot dS + \int_V \delta\theta \cdot r \cdot dV \quad (15)$$

Esta última es la Forma Variacional de la Ecuación de Balance Térmico.

2.4 Aproximación a través del Método de los Elementos Finitos

El Método de los Elementos Finitos (MEF) se basa en la discretización espacial y temporal del problema y se procede integrando numéricamente las ecuaciones diferenciales que describen matemáticamente el fenómeno físico.

Para ello, se parte de la expresión débil hallada anteriormente y se discretiza el volumen en elementos finitos, de forma tal que la temperatura en cualquier punto del material se calcula utilizando funciones de interpolación:

$$\theta = N^N \cdot \bar{\theta}^N \quad (16)$$

Donde $N^N(x)$ son las funciones de interpolación y $\bar{\theta}^N$ las temperaturas nodales.

Utilizando la aproximación de Galerkin, las temperaturas variacionales también son interpoladas a partir de las mismas funciones:

$$\delta\theta = N^N \cdot \delta\bar{\theta}^N \quad (17)$$

Introduciendo las interpolaciones (16) y (17) en la Forma Variacional de la Ec. De Balance Térmico (15), resulta:

$$\int_V N^N \cdot \delta\bar{\theta}^N \cdot \rho \cdot \dot{U} \cdot dV - \int_V q \cdot \frac{\partial(N^N \cdot \delta\bar{\theta}^N)}{\partial x} \cdot dV = \int_S q \cdot N^N \cdot \delta\bar{\theta}^N \cdot dS + \int_V N^N \cdot \delta\bar{\theta}^N \cdot r \cdot dV \quad (18)$$

Reemplazando en el segundo término a la izquierda de la igualdad, la expresión del flujo de calor “q” dado por la Ley de Fourier (1):

$$\bar{q} = -K \cdot \frac{\partial\theta}{\partial x} = -K \cdot \frac{\partial(N^M \cdot \bar{\theta}^M)}{\partial x} \quad (19)$$

Introduciendo la ec. (19) en la ec. (18) y reacomodando los términos:

$$\delta\bar{\theta}^N \cdot \left\{ \int_V N^N \cdot \rho \cdot \dot{U} \cdot dV + \bar{\theta}^M \cdot \int_V K \cdot \frac{\partial N^M}{\partial x} \cdot \frac{\partial N^N}{\partial x} \cdot dV \right\} = \delta\bar{\theta}^N \cdot \left\{ \int_V N^N \cdot r \cdot dV + \int_S N^N \cdot q \cdot dS \right\} \quad (20)$$

Como las temperaturas variacionales son arbitrarias, se pueden simplificar obteniéndose como resultado:

$$\int_V N^N \cdot \rho \cdot \dot{U} \cdot dV + \bar{\theta}^M \cdot \int_V K \cdot \frac{\partial N^M}{\partial x} \cdot \frac{\partial N^N}{\partial x} \cdot dV = \int_V N^N \cdot r \cdot dV + \int_S N^N \cdot q \cdot dS \quad (21)$$

Esta ecuación es la base para la resolución de problemas termo-mecánicos desacoplados unidimensionales mediante elementos finitos. Cuando la energía interna del sólido no depende del campo de deformaciones o de tensiones, se puede escribir:

$$\dot{U} = \frac{dU}{dt} = \frac{dU}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{dU}{d\theta} \cdot \dot{\theta} = c \cdot \dot{\theta} \quad (22)$$

Siendo c el calor específico del material.

Tomando en cuenta la ec. (22), la ec. (21) puede escribirse en forma matricial:

$$C \cdot \dot{\theta} + K \cdot \theta = Q \quad (23)$$

Donde C , es la matriz de capacidad calórica:

$$C^{NM} = \int_V \rho \cdot c \cdot N^N \cdot N^M \cdot dV \quad (24)$$

K es la matriz conductividad, definida de la siguiente forma:

$$K^{NM} = \int_V K \cdot \frac{\partial N^M}{\partial x} \cdot \frac{\partial N^N}{\partial x} \cdot dV \quad (25)$$

Q es el vector de flujo de calor:

$$Q^N = \int_S N^N \cdot q \cdot dS + \int_V N^N \cdot r \cdot dV \quad (26)$$

y θ es el vector de temperaturas nodales.

Para condiciones estacionarias se tiene que $\dot{U} = 0$, con lo cual el primer término de la izquierda en la ec. (21) se anula.

Para problemas transitorios, además de espacialmente, se debe integrar la ecuación en forma temporal. Esto se consigue utilizando el siguiente algoritmo de diferencias regresivas:

$$\dot{U}_{t+\Delta t} = \frac{U_{t+\Delta t} - U_t}{\Delta t} \quad (27)$$

Reemplazando este algoritmo (27) en la ec. (21) resulta:

$$\frac{1}{\Delta t} \int_V N^N \cdot \rho \cdot \left(\dot{U}_{t+\Delta t} - \dot{U}_t \right) dV + \bar{\theta}_{t+\Delta t}^M \cdot \int_V k_{t+\Delta t} \cdot \frac{\partial N^M}{\partial x} \cdot \frac{\partial N^N}{\partial x} \cdot dV - \int_V N^N \cdot r_{t+\Delta t} \cdot dV + \int_S N^N \cdot q_{t+\Delta t} \cdot dS = 0 \quad (28)$$

Este es un sistema de ecuaciones no lineal que se resuelve a través del Método de Newton modificado. Se denomina modificado porque la matriz del jacobiano no se halla en forma exacta.

Una vez obtenido el campo de temperaturas nodales, se puede obtener el campo de

deformaciones del sólido a partir del coeficiente de expansión térmica del material α :

$$\varepsilon^{th} = \alpha \cdot (\theta - \theta^I) \quad (29)$$

Donde θ es la temperatura en el tiempo $t + \Delta t$, y θ^I es la temperatura inicial en el tiempo t .

Las deformaciones elásticas del material se obtienen por diferencia entre las deformaciones totales y las deformaciones de origen térmico:

$$\varepsilon_{el} = \varepsilon - \varepsilon_{th} \quad (30)$$

Conocido el campo de deformaciones, las tensiones pueden calcularse utilizando la relación constitutiva de Hooke:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_{el} \quad (31)$$

3 MODELO DE FISURA COHESIVA

Los materiales con comportamiento cuasi-frágil como el hormigón, en el proceso de fisuración se caracterizan por presentar una zona de microgrietas en el extremo de la fisura. El tamaño de esta zona puede llegar a ser importante en relación a las dimensiones del elemento estructural, es por esta razón que no es aplicable el Modelo de Fisura Elástica Lineal (MFEL). Para describir dicho proceso de fisuración, es necesario emplear criterios de segundo orden que tengan en cuenta el comportamiento no lineal, (Zappitelli et al., 2013)

El Modelo de Fisura Cohesiva (MFC) tiene sus orígenes en los trabajos de Barenblatt, (Barenblatt, 1962) y Dugdale, (Dugdale, 1960), los cuales utilizaron una zona cohesiva para describir el comportamiento no lineal que se produce en las proximidades de la punta de una fisura. Luego Hillerborg, (Hillerborg et al., 1976) produjo una extensión del modelo para que éste pudiese representar no sólo el comportamiento en la punta de una grieta preexistente, sino el comportamiento en cualquier punto de un sólido macroscópicamente continuo y sin grietas, (Planas, 2000).

3.1 Formulación Estándar de la fisura cohesiva

Se considera que el material es siempre elástico, lineal e isótropo salvo en los puntos pertenecientes a la fisura cohesiva.

Las condiciones de formación, orientación y propagación de la fisura se caracterizan por:

- La fisura cohesiva aparece en un punto inicialmente intacto, cuando la tensión principal mayor alcanza la resistencia a tracción del material f^t .
- La fisura así formada es perpendicular a la tensión principal mayor en dicho punto.
- Luego de su formación, la fisura cohesiva se abre, pero continúa transfiriendo tensión entre sus caras hasta alcanzar la apertura crítica.

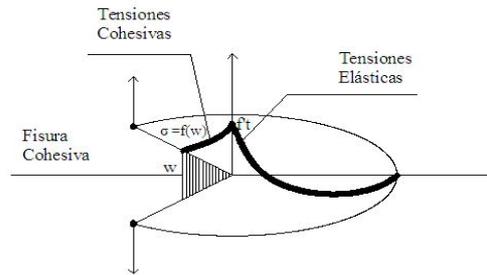


Figura 2: Fisura Cohesiva contenida en un sólido bidimensional

3.2 Curva de Ablandamiento

Se denomina de esta forma a la función unívoca que describe el comportamiento de la fisura, que para fisuración en Modo I y apertura monótona creciente resulta:

$$\sigma = f(w) \quad (32)$$

Siendo σ las tracciones transmitidas por las caras de la fisura y w la apertura de la misma. Esta curva se caracteriza por llegar a un valor máximo de la tensión igual a la resistencia a tracción del material, para luego decrecer hasta anularse al alcanzar el valor de apertura crítica w_c . En este punto se genera una fisura real que constituye una discontinuidad del material.

Además de w_c y $f't$, otro parámetro importante de la función es la Energía Específica de Fractura G_f que resulta ser el área encerrada bajo la curva. Ésta se define como el trabajo externo necesario para formar una superficie fisurada de área unitaria, (Planas, 2000).

La forma representativa de la curva de ablandamiento para un hormigón normal es la que se muestra a continuación:

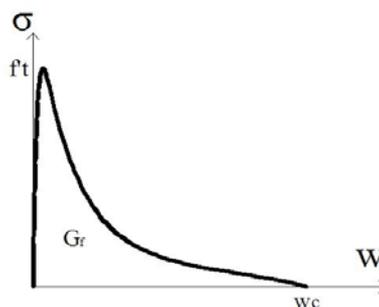


Figura 3: Curva de Ablandamiento del Hormigón

En general se trabaja con 3 aproximaciones de la función de ablandamiento que son la curva lineal, la bilineal y la exponencial lo cual simplifica la implementación del modelo sin quitarle rigurosidad:

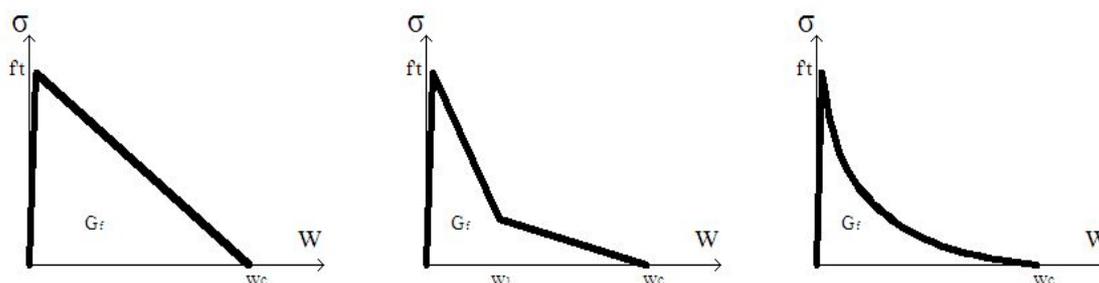


Figura 4: Aproximaciones de la Curva de Ablandamiento

4 MODELO NUMÉRICO

4.1 Generalidades

El problema a resolver consiste en una base de hormigón de forma rectangular de 3,075 m de ancho por 1,50 m de alto. El elemento estructural está sometido al calor de hidratación del cemento durante el fraguado y la duración del análisis es de 100 días hasta alcanzar el equilibrio térmico con el exterior, si bien para el análisis que se realiza en este trabajo son relevantes los primeros días del proceso. Los tipos de transferencia de calor que se tuvieron en cuenta en el sólido son la conducción y la convección hormigón-aire. El modelo intenta reproducir el estado de fisuración de la base a edad temprana por efectos térmicos, utilizando un MFC con ablandamiento lineal implementado en un código comercial de análisis por el MEF (ABAQUS, 2011).

4.2 Tipo de Análisis

El programa cuenta con dos tipos de procedimientos para problemas termo-mecánicos. Uno de ellos es el denominado “Fully Coupled Analysis” (Análisis Totalmente Acoplado), en el cual el campo de tensiones depende del campo de temperaturas y a su vez el campo de temperaturas depende del campo de tensiones. Este es el caso de problemas de deformación plástica de metales por ejemplo. El segundo tipo de análisis es el “Sequentially Coupled Analysis” (Análisis Secuencialmente Acoplado), en donde el campo de tensiones depende del campo de temperaturas en el material, pero las temperaturas no dependen de las tensiones. (ABAQUS, 2011). Este es el caso del hormigón masivo sometido al calor de hidratación.

El primer tipo de análisis requiere un esfuerzo de preproceso menor, pero los costes computacionales son mayores. Por otro lado, el segundo tipo de análisis requiere mayor esfuerzo de preproceso, pero los costes computacionales son mucho menores.

Este modelo se resolvió con un Análisis Secuencialmente Acoplado. Para ello se generó un primer modelo partiendo de las propiedades térmicas del material y las condiciones de borde térmicas del problema con el objetivo de obtener las temperaturas nodales en función de la posición y del tiempo: $\theta^N = f(x,y,t)$. Luego se desarrolló un modelo en donde se introdujeron las propiedades mecánicas del material, las condiciones de borde mecánicas y las temperaturas obtenidas del caso anterior, con el objetivo de obtener las tensiones, deformaciones y esquemas de fisuración del elemento.

Tanto el modelo de transferencia de calor como el modelo mecánico fueron considerados bidimensionales, siendo el modelo mecánico de deformación plana.

4.3 Condiciones de Borde

En el modelo de transferencia de calor se consideró un flujo de calor bidireccional con intercambio de calor entre el hormigón y el aire en todas las caras excepto en la inferior, en donde se establecieron condiciones adiabáticas. Se consideró una temperatura ambiente constante de 25 °C y una temperatura de colocación del hormigón también de 25 °C.

Como las temperaturas del fluido del medio y las temperaturas del sólido son distintas (ver Figura 5), existe un flujo de calor que está gobernado por la siguiente ecuación:

$$q = -h \cdot (\theta - \theta_{\infty}) \quad (33)$$

En donde θ es la temperatura de la superficie, θ_{∞} es la temperatura ambiente y h es el coeficiente de convección hormigón-aire que depende entre otras cosas de las características de la superficie, la velocidad del aire, etc.

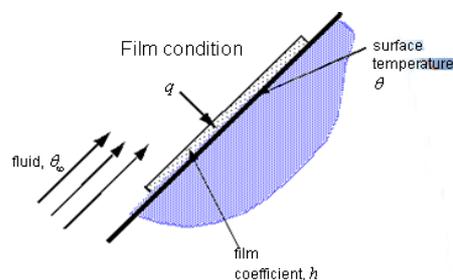


Figura 5: Transferencia de calor en la superficie

Debido a este flujo de calor superficial, se produce un gradiente de temperaturas entre las zonas externas e internas de la estructura.

Para el modelo mecánico se consideró que la base está empotrada en la cara inferior.

4.4 Malla

Se consideró un mallado refinado en las zonas de las fisuras (ver Figura 6) para que exista un funcionamiento adecuado del modelo.

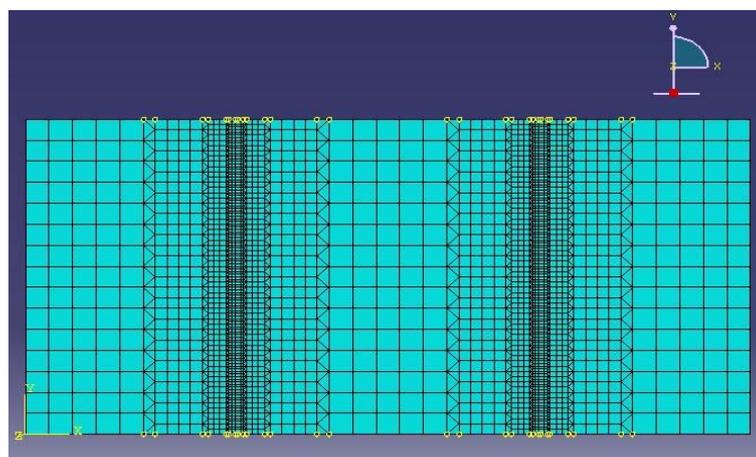


Figura 6: Malla utilizada en el modelo

Las fisuras están ubicadas a 0,90 m de los bordes. Esta posición no es arbitraria sino que se dedujo de un análisis previo en el cual se trabajó con un modelo mecánico diferente.

Este modelo previo se desarrolló con la misma geometría y con el mismo tipo de análisis secuencialmente acoplado. Pero en este caso, se le incorporó una malla regular con elementos de 100 mm de lado, y el análisis mecánico fue lineal y elástico.

El objetivo de este modelo fue observar el perfil de tensiones en la zona de iniciación de las fisuras a edades tempranas (entre 1 y 24 horas). De esta forma es posible precisar la posición que deberían tener las fisuras de origen térmico. En el apartado de resultados, se detallan los perfiles tensionales de este modelo.

La malla tiene elementos que decrecen en relación de dos y van desde los 100 mm de lado hasta los 12.5 mm de lado en la franja de elementos cohesivos. El tamaño inferior utilizado para los elementos cohesivos se seleccionó para obtener un buen funcionamiento de los mismos (Planas, 1998). Este tamaño máximo viene dado por las siguientes ecuaciones:

$$e \geq 0,08 \cdot L_{ch} \quad (34)$$

Siendo L_{ch} la longitud característica, que es una propiedad del material y se calcula a partir de la expresión que sigue:

$$L_{ch} = \frac{E \cdot G_f}{f_t^2} \quad (35)$$

Donde se tomó como hipótesis de trabajo, que E , G_f y f_t son el módulo de elasticidad, la energía específica de fractura y la resistencia a tracción a la edad de 28 días.

4.5 Tipos de Elementos

Para el análisis térmico se trabajó con los siguientes tipos de elementos (ABAQUS, 2009):

DC2D4: Elementos de transferencia de calor, lineales, cuadriláteros, de 4 nodos.

DC2D3: Elementos de transferencia de calor, lineales, triangulares, de 3 nodos.

Para el análisis mecánico se incluyeron los tipos de elementos:

CPE4: Elementos de deformación plana, integración completa, bilineales, cuadriláteros, de 4 nodos

CPE3: Elementos de deformación plana, integración completa, lineales, triangulares, de 3 nodos.

COH2D4: Elementos cohesivos bidimensionales de 4 nodos.

4.6 Propiedades Térmicas del Material

Las propiedades térmicas adoptadas (USACE, 1997; Colegio de Ingenieros, Caminos y Puertos 1997; Furnas Centrais Eletricas, 1997); se consideraron constantes en el tiempo y las mismas figuran en la Tabla 1:

PROPIEDAD	SÍMBOLO	VALOR	UNIDADES
CONDUCTIVIDAD	k	5.79E-07	kcal/mm ² .s.°C
CALOR ESPECÍFICO	c	0.23	kcal/kg.°C
COEFICIENTE DE CONVECCIÓN HORMIGÓN-AIRE	h	3.33E-09	kcal/mm ² .s.°C
CONTENIDO UNITARIO DE CEMENTO	C.U.C.	3.80E-07	kg/mm ³
DENSIDAD	ρ	2.51E-06	kg/mm ³

Tabla 1: Propiedades térmicas del hormigón

El calor asociado a la hidratación del cemento depende de factores como el contenido

unitario de cemento, los compuestos que forman el cemento como el aluminato tricálcico, etc. Esta carga térmica se ingresa en el modelo como un flujo de calor por unidad de volumen. En general se parte de la Curva de Elevación Adiabática de Temperatura obtenida de un ensayo denominado “Q Drum Test” y se la transforma en Curva de Flujo de Calor Volumétrico a través de la siguiente expresión (San Jose State University, 2007):

$$\frac{dH}{dT} = \frac{dT}{dt} \cdot (\rho \cdot c) \quad (36)$$

Siendo H, el calor generado por unidad de volumen, T la temperatura, ρ la densidad del material y c el calor específico.

En este trabajo se utilizó una expresión, para el cálculo del calor de hidratación que viene dada por la siguiente ecuación (USACE, 2007):

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\left(\frac{\tau}{t+12}\right)^\alpha} \quad (37)$$

En donde Q(t) es el calor generado por kilogramo de cemento, Q_0 es la capacidad calórica del cemento, t es la edad en días y α, τ , parámetros de ajuste obtenidos experimentalmente. En la Tabla 2 figuran los parámetros antes mencionados:

PARÁMETRO	SÍMBOLO	VALOR	UNIDAD
CAPACIDAD CALÓRICA DEL CEMENTO	Q_0	596.20	KJ/kg
COEFICIENTE DE AJUSTE	ζ	116.00	hs
COEFICIENTE DE AJUSTE	α	0.40	-

Tabla 2: Parámetros de la función de generación de calor

En la Figura 7 se muestran las curvas que se mencionan en este apartado:

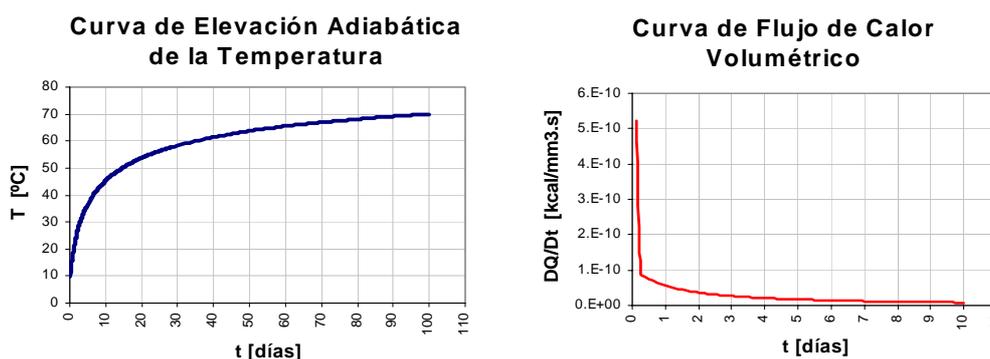


Figura 7: Curva de Elevación Adiabática y Curva de Flujo de Calor Volumétrico

4.7 Propiedades Mecánicas del Material

En la Tabla 3 se resumen las propiedades mecánicas adoptadas (CIRSOC, 1983) para el hormigón endurecido:

PROPIEDAD	SÍMBOLO	VALOR	UNIDADES
RESISTENCIA MEDIA A LA COMPRESIÓN A 28 DÍAS	f_{cm28}	37.00	MPa
RESISTENCIA MEDIA A LA TRACCIÓN A 28 DÍAS	f_{tm28}	3.60	MPa
MÓDULO DE ELASTICIDAD ESTÁTICO A 28 DÍAS	E_{c28}	33100.00	MPa
COEFICIENTE DE EXPANSIÓN TÉRMICA	α	1.05E-05	1/°C
COEFICIENTE DE POISSON	ν	0.20	-
PESO DE LA UNIDAD DE VOLUMEN	P.U.V.	2.51E-05	N/mm ³

Tabla 3: Propiedades Mecánicas del Hormigón

Se trata de un hormigón clase H-30. El módulo de elasticidad se estimó a partir de la siguiente expresión (EHE, 1996):

$$E_{c28} = 21,5 \cdot \left(\frac{f'_{cm28}}{10} \right)^{0,33} \quad (38)$$

La resistencia a tracción, por otro lado, se obtuvo a partir de la expresión que figura a continuación (Mehta y Monteiro, 1998):

$$f'_{tm28} = 1,7 \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{f'_{cm28}}{12}} \right)^2 \quad (39)$$

En ambas, f'_{cm28} es la resistencia media a compresión del hormigón a la edad de 28 días.

En este trabajo se consideró que para evaluar procesos de fisuración temprana, era necesario incorporarle al modelo la variación de ciertas propiedades mecánicas que son clave en el desarrollo del fenómeno como son la resistencia a tracción del material y el módulo de elasticidad.

La evolución de la resistencia a tracción depende directamente de la resistencia a compresión que va ganando el material durante el proceso de fraguado. La resistencia a compresión crece de acuerdo a la siguiente ley (Mehta y Monteiro, 1998):

$$f'_{cm}(t) = f'_{cm28} \cdot e^{\left\{ 0,26 \cdot \left[1 - \left(\frac{28}{t/t_1} \right)^{0,5} \right] \right\}} \quad (40)$$

siendo f'_{cm28} la resistencia a compresión media a la edad de 28 días, t la edad del hormigón en días y t_1 un parámetro de ajuste tomado igual a 1 día. En la Figura 8 se muestra la evolución de la resistencia a compresión con la edad del hormigón:

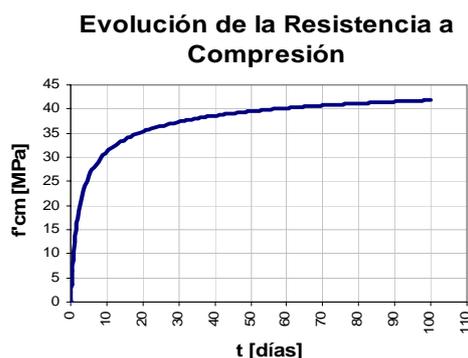


Figura 8: Curva de evolución de la Resistencia a Compresión del Hormigón

La resistencia a tracción, entonces sigue la fórmula que sigue (Mehta y Monteiro, 1998):

$$f'_{tm}(t) = 1,7 \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{f'_{cm}(t)}{12}} \right)^2 \quad (41)$$

en donde $f'_{cm}(t)$ es la resistencia a compresión del hormigón a la edad de “t” días.

En la Figura 9, se puede observar la ganancia de resistencia a tracción del material con el tiempo:

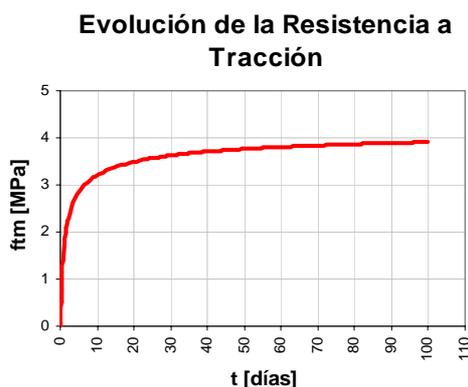


Figura 9: Curva de evolución de la Resistencia a Tracción del Hormigón

Para establecer la evolución del módulo de elasticidad del hormigón con la edad, se adopta la siguiente expresión (CEB, 1990):

$$Ec(t) = Ec_{28} \cdot \left[e^{\left\{ 0,26 \cdot \left[1 - \left(\frac{28}{t/t_1} \right)^{0,5} \right] \right\}} \right]^{0,5} \quad (42)$$

En la Figura 10 se muestra el incremento del módulo de elasticidad con el tiempo. Es sencillo observar que la evolución de las tres propiedades mencionadas sigue una ley similar.



Figura 10: Curva de evolución del Módulo de Elasticidad del Hormigón

En cuanto a los elementos cohesivos, las propiedades mecánicas y parámetros del modelo numérico figuran en la Tabla 4.

PARÁMETRO	SÍMBOLO	VALOR	UNIDADES
PESO DE LA UNIDAD DE VOLUMEN	P.U.V.	2.51E-05	N/mm ³
COEFICIENTE DE POISSON	u	0.20	-
COEFICIENTE DE EXPANSIÓN TÉRMICA	α	1.05E-05	1/°C
RESISTENCIA A LA TRACCIÓN A 28 DÍAS	ft	3.70	MPa
APERTURA CRÍTICA	wc	0.035	mm
RIGIDEZ	Knn/Kss/Ktt	3.31E+04	Mpa
VISCOSIDAD	v	1.00E-04	-
ENERGÍA ESPECÍFICA DE FRACTURA A 28 DÍAS	Gf	0.063	N/mm
LONGITUD CARÁCTERÍSTICA A 28 DÍAS	Lch	160.90	mm
TAMAÑO MÁXIMO DEL ELEMENTO A 28 DÍAS	e	12.87	mm

Tabla 4: Parámetros de los elementos cohesivos

La rigidez del elemento cohesivo no tiene ninguna realidad física, sin embargo su valor está acotado para cada tipo de problemas, debiendo ser lo suficientemente grande para no aportar flexibilidad a la estructura, y lo suficientemente pequeño para no generar problemas numéricos en el modelo (ABAQUS, 2011).

La viscosidad es un parámetro que se ingresa en el modelo para mejorar la convergencia del mismo. Su valor no debe ser muy elevado y al utilizarlo se debe verificar que la energía de disipación por creep “ALLCD”, sea menor al 10% de la energía interna total “ALLIE”.

Al incorporar en el modelo la resistencia a tracción del material variable con el tiempo, la curva de ablandamiento cambia para cada instante de tiempo, al igual que la energía específica de fractura. Como hipótesis de trabajo se decidió conservar el valor de la apertura crítica constante.

En la Figura 11 se esquematiza la variación de la Curva de Ablandamiento lineal:

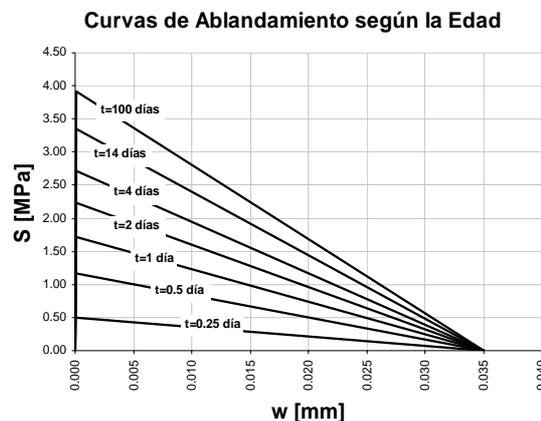


Figura 11: Evolución de la Curva de Ablandamiento

5 RESULTADOS

5.1 Modelo Termo-Mecánico Secuencialmente Acoplado Lineal Elástico

La Figura 12 muestra el estado térmico a la edad aproximada de 5 días:

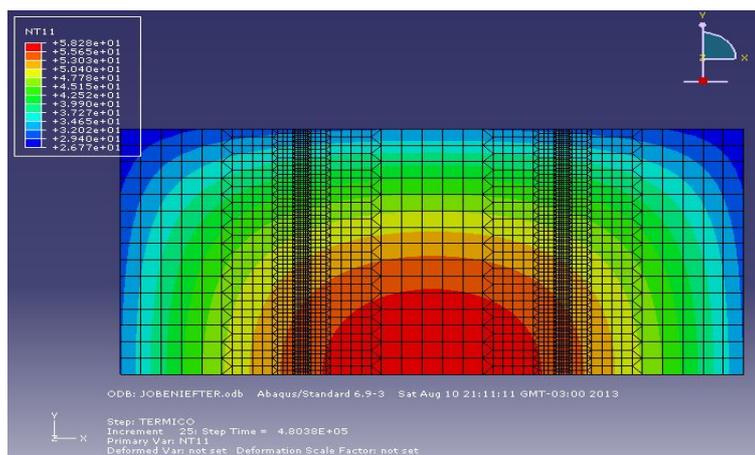


Figura 12: Estado de temperaturas del modelo

En la Figura 13 se muestra el perfil de temperaturas (horizontal) en la parte superior de la base, comparado con el perfil de tensiones en x para el modelo elástico.

En la Figura 14, se presenta el perfil de temperaturas en el eje vertical de simetría para distintos instantes de tiempo.

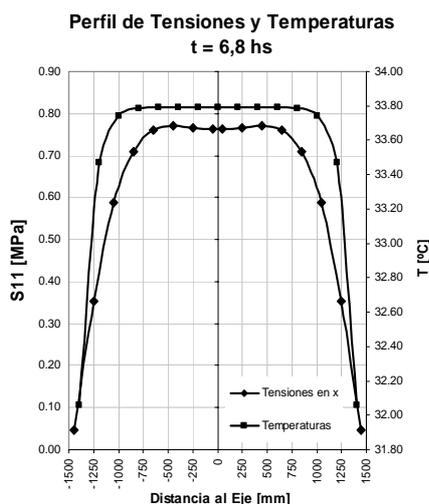


Figura 13: Perfil de Temperaturas y Tensiones en x

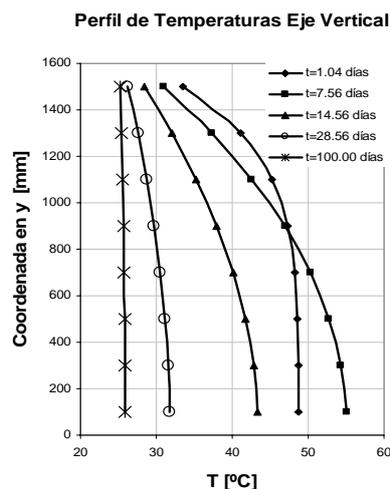


Figura 14: Perfil de Temperaturas en y

A continuación se muestran los perfiles de tensiones a edad temprana en dirección x en la zona superior de la base, debidas a la carga térmica del calor de hidratación del cemento, para el modelo lineal elástico. Estas tensiones son las que dan origen a las fisuras en sentido vertical y de su análisis surgió la posición seleccionada para las fisuras del modelo cohesivo.

Se puede observar que existen dos picos de tensiones equidistantes del eje medio de la base. Para edades superiores a las 7 horas, el perfil de tensiones se vuelve más uniforme.

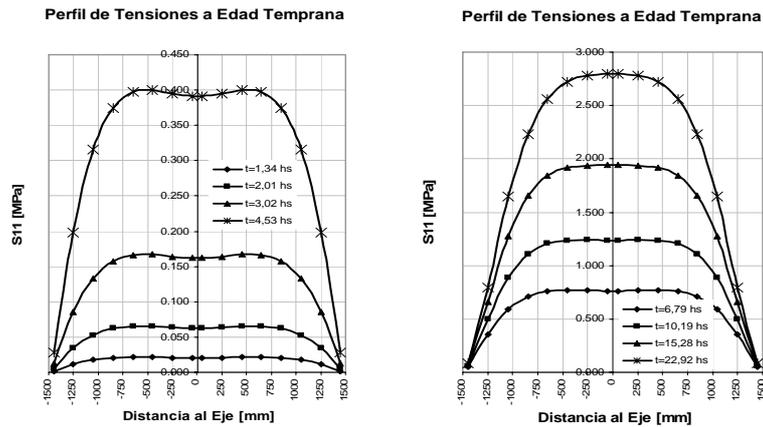


Figura 15: Perfil de Tensiones según x

En los gráficos de la Figura 16 se muestran perfiles de tensiones para distintas edades, comparados con la resistencia a tracción para dichos instantes de tiempo. Al ser un análisis lineal elástico, existen tensiones superiores a la resistencia a tracción, algo que en la realidad no ocurre. Se puede observar que para este modelo de primer orden, la resistencia a tracción del material se alcanza a las 7 horas aproximadamente.

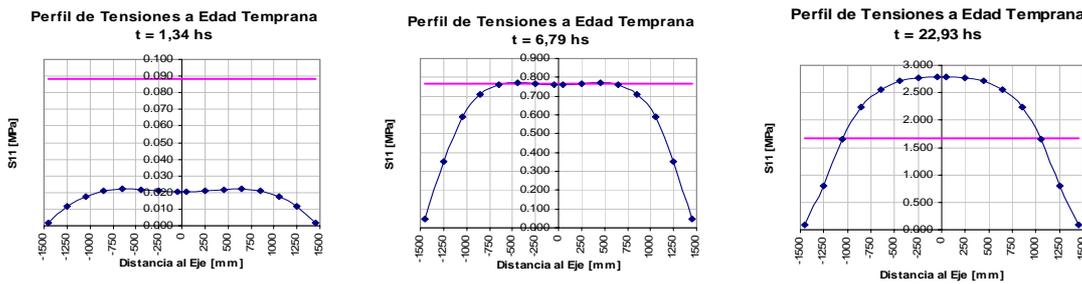


Figura 16: Perfil de Tensiones en relación a la resistencia a tracción

5.2 Modelo Termo-Mecánico Secuencialmente Acoplado con MFC

A continuación se muestra la deformada del modelo cohesivo para el final de la simulación.

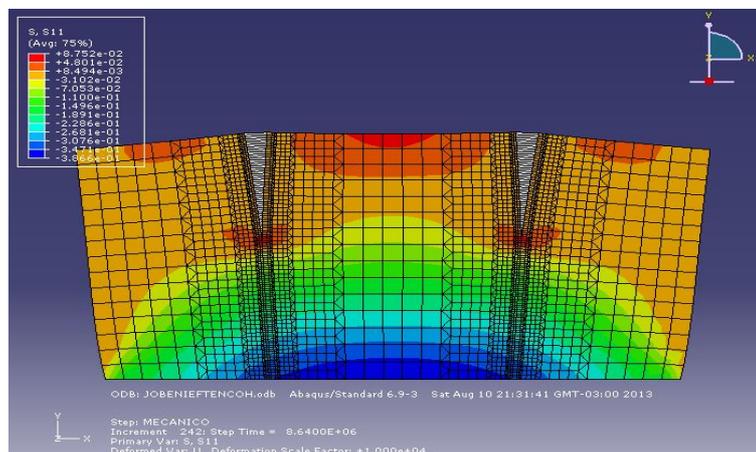


Figura 17: Deformada del modelo de Segundo Orden

La siguiente figura muestra la Curva de Ablandamiento resultado de la simulación. Se puede observar la forma curva en la parte superior que no se corresponde con las aproximaciones descritas en el apartado 3. Esta forma curva se debe a la variación de la resistencia a tracción con el tiempo introducida en el modelo, haciendo que para cada instante se tenga una pendiente distinta en la rama de descarga. El resultado es el correspondiente a la fisura de la izquierda, siendo idéntica la salida de la fisura derecha.

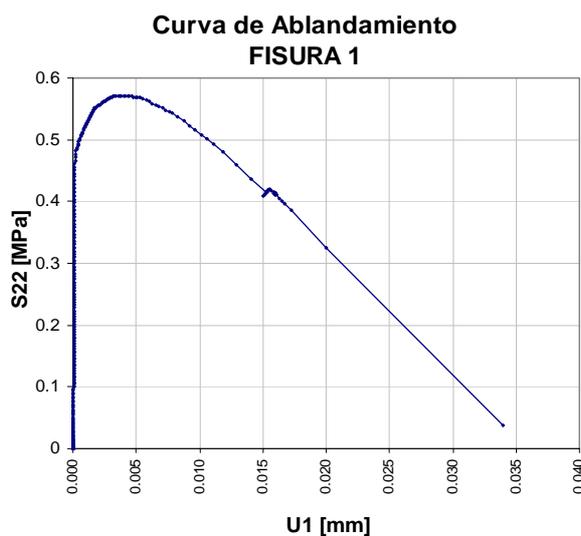


Figura 18: Curva de Ablandamiento para el modelo con propiedades mecánicas variables

Según el modelo cohesivo, la fisura en el extremo superior de la base alcanza la apertura crítica a la edad de 6,68 hs. En la Figura 19 se muestra el avance del frente de fisura en función del tiempo.

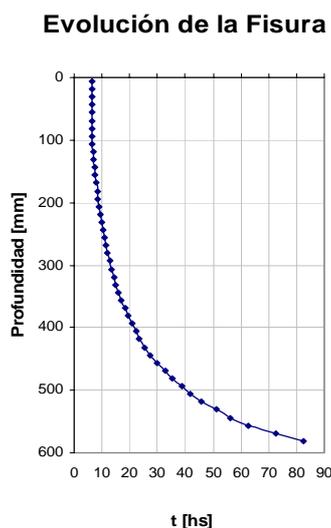


Figura 19: Frente de avance de la fisura en el tiempo

A continuación se muestran los perfiles de tensiones en dirección x en la parte superior de la base, para los modelos de primer y segundo orden, en el momento en que se alcanza la resistencia a tracción del material. Se puede observar que tras la fisuración, en el modelo cohesivo existe una redistribución de tensiones, algo que no sucede en el modelo lineal. En la

zona de las fisuras la tensión cae a valores muy bajos y existe por otro lado una concentración de tensiones en las zonas externas a las fisuras.

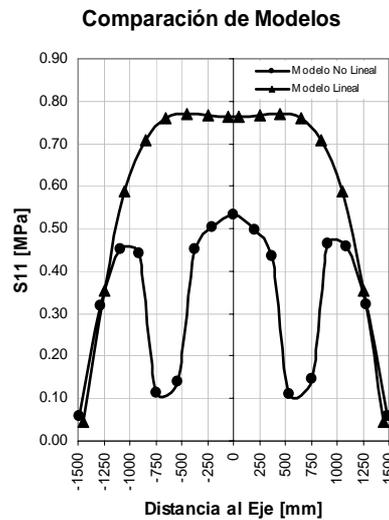


Figura 20: Perfil de tensiones en x para los modelos de 1^{er} y 2^{do} orden

También se realizó un modelo no lineal, con las propiedades mecánicas constantes en el tiempo. A continuación se muestra la salida correspondiente a la Curva de Ablandamiento, que en este caso sí se corresponde con la curva lineal discutida en el apartado 2. En este caso se observa que la fisura comienza a abrirse en la parte superior para una edad de 11,8 hs.

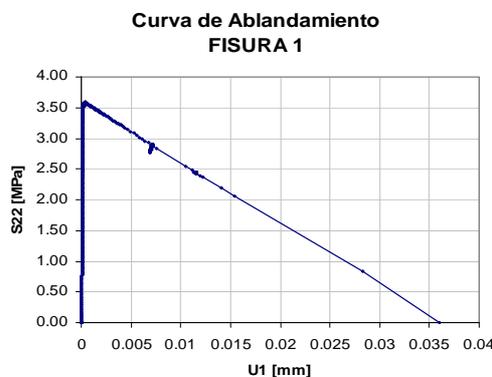


Figura 21: Curva de Ablandamiento para el modelo con propiedades mecánicas constantes

6 CONCLUSIONES

En este trabajo se logró implementar con éxito en un código comercial de análisis por el Método de los Elementos Finitos un Modelo de Fisura Cohesiva (MFC) para reproducir el problema de la fisuración térmica que se presenta en estructuras de hormigón masivo, a causa del calor de hidratación del cemento.

Partiendo de las hipótesis de trabajo indicadas en el trabajo se pudo introducir en la modelación la variación de propiedades mecánicas que intervienen en el proceso de fisuración a edad temprana. En particular, ha sido posible tener en cuenta la variación de la resistencia a tracción del material (y en consecuencia la función de ablandamiento, parámetro fundamental del MFC) y del módulo de elasticidad.

En la Tabla 5 se encuentran comparados los tres tipos de modelos que se realizaron, el

modelo de primer orden, el de segundo orden con propiedades variables y el de segundo orden con propiedades constantes. Se puede observar que éstos últimos poseen características similares en cuanto a la geometría de la fisura, pero los tiempos en que se producen las mismas no son coincidentes.

		MODELO LINEAL ELÁSTICO	MODELO COHESIVO CON PROPIEDADES MECÁNICAS VARIABLES	MODELO COHESIVO CON PROPIEDADES MECÁNICAS CONSTANTES
TIEMPO EN QUE SE ALCANZA f_t EN LA PARTE SUPERIOR	[hs]	6.79	4.11	8.8
TIEMPO EN QUE SE ALCANZA w_c EN LA PARTE SUPERIOR	[hs]	-	6.68	11.8
APERTURA MÁXIMA DE LA FISURA EN EL EXTREMO SUPERIOR	[mm]		0.45	0.47
APERTURA DE FISURA FINAL EN EL EXTREMO SUPERIOR	[mm]	-	0.012	0.012
PROFUNDIDAD ALCANZADA POR LA FISURA	[mm]	-	650.00	650.00

Tabla 5: Comparación de modelos

REFERENCIAS

- American Concrete Institute, Guide to Mass Concrete ACI 207.1R-05, *ACI Committee 207*, 2005
- ABAQUS, *Abaqus Theory Manual Version 6.11*, Dassault Systems Simulia Corp., 2011.
- Zappitelli, M. P., Rocco, C. G., Fernández-Sáez J. y Villa E. I., Aplicación del modelo de fisura cohesiva al estudio de inyección de fisuras en presas de hormigón. *Anales de Mecánica de la Fractura*, 2013.
- Planas J., Fractura de hormigón y fisura cohesiva. *Anales de Mecánica de la Fractura*, 2000
- ABAQUS, *Abaqus Analysis User's Manual Version 6.11*, Dassault Systems Simulia Corp., 2011.
- Salete Díaz, E., Lancha Fernández, J. C., Presas de Hormigón: Problemas Térmicos Evolutivos, *Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos*, 1997.
- U.S. Army Corps of Engineers, *Thermal Studies of Mass Concrete Structures*, Technical Letter No. 1110-2-542, 1997.
- Equipe de Furnas, Laboratorio de Concreto, Concretos massa, estrutural, projetado e compactado com rolo - Ensaios e Propriedades, 1997.
- San Jose State University, Department of Civil and Environmental Engineering, The effects of heat of hydration of mass concrete for cast-in-place concrete piles, 2007.
- CIRSOC, Datos Tecnológicos del Hormigón Normal, 1983.
- EHE, Instrucción de Hormigón Estructural, 1996.
- Mehta, K., Monteiro, P., Concreto, estructura, propiedades y materiales, *Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto*, 1998.
- CEB-FIP 90 Code Model.
- Bazant, Z. P., Planas, J., Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials, *CRC Press LLC*, 1998.
- American Concrete Institute, Cracking of Concrete Members in Direct Tension ACI 224-2R-92, *ACI Committee 224*, 1992.
- Barenblatt G.I. The mathematical theory of equilibrium of cracks in brittle fracture. *Adv. Appl. Mech.*, 7:55–129, 1962.

Dugdale D.S. Yielding of steel sheets containing slits. *J. Mech. Phys. Solids*, 8:100–108, 1960.

Hillerborg A., Modèer M., y Petersson P.E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement Concrete Res.*, 6:773–782, 1976.