

MODELO DE DAÑO ESCALAR PARA HORMIGÓN AFECTADO POR REACCIÓN ÁLCALI SÍLICE

Martín E. Almenar^{*}, Mariela Luege^{*} y Antonio Orlando

*Instituto de Estructuras “Arturo M. Guzmán”, FACET, UNT, Av. Independencia 1800, 4000, S.M. de Tucumán, Argentina, <http://www.herrera.unt.edu.ar/iest>, *CONICET*

malmenar@facet.unt.edu.ar, mluege@herrera.unt.edu.ar, aorlando@herrera.unt.edu.ar

Palabras Claves: Reacción álcali sílice, Reacción química, daño escalar.

Resumen. La reacción álcali sílice (RAS) es una reacción que se da entre los álcalis presentes en la pasta de cemento y la sílice reactiva de los agregados naturales. El producto de dicha reacción es un gel que se expande a través del tiempo provocando un proceso de micro fisuración que degrada paulatinamente el hormigón afectando la seguridad de la estructura a la cual pertenece.

En este trabajo se utiliza un modelo de daño macroscópico para simular la RAS. En dicho modelo se introduce una variable que mide el avance de la reacción mediante una ley cinética de primer orden. Esta variable de reacción afecta la parte volumétrica de la energía libre asociada al comportamiento del material e induce una expansión adicional debido a la evolución del proceso de reacción. Bajo la hipótesis de saturación total, la evolución en el tiempo de la reacción depende sólo de la temperatura. La degradación de las propiedades del material se tiene en cuenta mediante un modelo de daño bidisipativo que considera dos variables de daño escalar, una para tracción y otra para compresión.

El modelo se calibra en base a datos experimentales. Cuando el deterioro del hormigón implica un cambio pequeño en el valor de la resistencia máxima, lo cual depende del tipo de agregado presente en el hormigón, el modelo reproduce satisfactoriamente los resultados experimentales. Sin embargo, cuando la densidad de energía de fractura y la resistencia máxima disminuye considerablemente como consecuencia de la evolución de la reacción, el modelo ya no es capaz de reproducir tal situación.

1 INTRODUCCIÓN

En la microescala la RAS es una reacción química que ocurre entre la pasta de cemento altamente alcalina y las formas no cristalinas de dióxido de sílice. La reacción química que se produce depende principalmente de tres factores: la presencia de agregados reactivos, un elevado nivel de alcalinidad y suficiente humedad (no menos del 80% de humedad relativa en los poros del hormigón). El principal producto de la reacción es un gel que en presencia de agua se expande llenando los poros preexistentes del hormigón. Esta expansión puede producir micro fisuración tanto de la matriz como de los agregados, según la mineralogía de los agregados y la edad del hormigón al comenzar la reacción.

A pesar de conocerse las causas por las cuales la RAS puede presentarse, el mecanismo de expansión del gel y proceso de fisuración es aún discutido. El primero fue [Hansen \(1944\)](#) en proponer la teoría de la presión osmótica para describir el mecanismo de expansión. Esta teoría sugiere que la pasta de cemento circundante al agregado reactivo se comporta como una membrana semipermeable. En presencia de esta membrana, los iones silicatos alcalinos no pueden difundirse desde el sitio donde reaccionan hasta la pasta de cemento circundante, pero el agua de la solución de poros sí puede pasar. Luego, [McGowan y Vivian \(1952\)](#) propusieron una teoría mecánica para explicar la expansión del gel de la RAS. En esta teoría, una capa álcali-silicato sólida se forma sobre la superficie del agregado reactivo, esta capa absorbe humedad de la solución de poros transformándola en un gel sólido. El gel luego se expande e induce fisuración en la pasta de cemento. Los dos mecanismos explicados anteriormente son los más populares, pero estos sostienen que la fisuración se da en la pasta de cemento. Según [Ponce y Batic \(2006\)](#) quienes realizaron pruebas en laboratorio de hormigones elaborados con agregados de distinta mineralogía, llegaron a la conclusión de que: agregados tales como el ópalo y las rocas volcánicas vítreas producen gel en la interface entre agregado y pasta y causan fisuración de la pasta de cemento; agregados tipo granito triturado producen reacción en el interior del agregado causando fisuración tanto en el agregado como en la pasta de cemento.

La RAS juega un rol vital en la vida de la estructura de hormigón, esto lleva a que sea de gran interés tomar medidas para evitar la RAS o reducirla. Algunas de estas medidas consisten en identificar a los agregados reactivos ([Alasali, et al., 1991](#)) y/o añadir a la dosificación del hormigón adiciones tales como la ceniza volante ([Shehata y Thomas, 2000](#)). En la búsqueda de medidas más efectivas para la mitigación de la RAS es fundamental entender el mecanismo por el cual la reacción produce deterioro del hormigón. Para abordar este problema desde el punto de vista experimental se llevaron a cabo análisis petrográficos y la aplicación de la técnica SEM (Scanning Electron Microscopy) donde se investiga la microestructura del gel de la RAS y para detectar el inicio del proceso de micro fisuración y propagación en el hormigón. Una alternativa es estudiar los mecanismos de la RAS mediante los llamados modelos mesoscópicos. Los modelos mesoscópicos son modelos multifase donde se representan individualmente la fase agregado, pasta de cemento y gel, interactuando entre sí. De este modo la anisotropía puede ser representada explícitamente en el hormigón. En los modelos mesoscópicos existentes la expansión provocada por la RAS puede ser tenida en cuenta por simple expansión del agregado ([Comby-Peyrot, et al., 2009](#)) o por expansión del gel ubicado aleatoriamente en el agregado ([Dunant y Scrivener, 2010](#)).

Un gran número de estructuras han sido realizadas con agregados potencialmente peligrosos para producir RAS, el único modo de reducir el peligro es tomando medidas tales como la reparación o sellado de fisuras. Las medidas a tomar dependen fundamentalmente de predicciones del campo de tensiones y desplazamientos en el hormigón reactivo.

Numerosos modelos macroscópicos han sido formulados para una simulación realista de la

expansión inducida por la RAS en la estructura. Dichos modelos se formulan en el marco de los elementos finitos combinando la cinética de la reacción química con la mecánica constitutiva representando los mecanismos de expansión y degradación del hormigón afectado por RAS observados en estudios experimentales y modelos mesoscópicos.

Los aspectos fundamentales en la simulación del comportamiento de las estructuras afectadas por RAS son: 1) la modelación de la cinética de la reacción química y el proceso de difusión, y 2) la modelación del mecanismo de fractura que induce la expansión y deterioro del hormigón. El primer aspecto, es decir la cinética de la reacción, determina el grado de RAS y el potencial expansivo. El segundo aspecto, es decir el mecanismo de fractura, describe la degradación del material y de la estructura. La modelación se debe realizar combinando ambos, la cinética de la reacción y el mecanismo de fractura.

En este trabajo se utiliza el modelo macroscópico propuesto por [Comi et al. \(2009\)](#) para simular el comportamiento del hormigón afectado por RAS. El objetivo principal es reproducir numéricamente los ensayos de laboratorio sobre probetas afectadas por RAS presentadas en [Giaccio, et al. \(2008\)](#), donde las probetas de hormigón han sido realizadas con distintos tipos de agregados reactivos, y por lo tanto con distintos mecanismos de microfisuración. De este modo se puede testear el modelo ante distintas situaciones donde puede ocurrir RAS.

2 FORMULACIÓN DEL MODELO CONSTITUTIVO

En este trabajo se utiliza el modelo propuesto por [Comi et al. \(2009\)](#) para simular el comportamiento del hormigón afectado por RAS. Este modelo se inspira en los trabajos de [Ulm et al. \(2000\)](#) y [Ulm et al. \(2002\)](#), en los que el hormigón afectado por RAS se considera de acuerdo a la teoría de Biot de medios porosos saturados (ver [Coussy, 2004](#)). El modelo de [Comi et al. \(2009\)](#) tiene en cuenta el fenómeno químico que se produce dentro del hormigón a partir de la introducción de una nueva variable adimensional ξ ($0 \leq \xi \leq 1$) de extensión de la reacción química. De esta manera se puede medir el progreso de la reacción. Asumiendo que no existe flujo de masa entrante o saliente en el sistema y que la variable es monótona creciente, la misma vale cero cuando no ha iniciado la reacción y uno cuando se ha desarrollado completamente. La formación del gel y la expansión se consideran simultáneamente, de esta manera la deformación volumétrica es linealmente proporcional a la extensión de la reacción ξ . La degradación de las propiedades del material se tiene en cuenta mediante el modelo de daño bidisipativo propuesto por [Comi y Perego \(2001\)](#) que tiene en cuenta dos variables de daño escalar, una para tracción y otra para compresión.

2.1 Función de energía libre y ecuaciones de estado

Se asume la energía libre de Helmholtz Ψ como la suma de tres contribuciones energéticas: la energía elástica de un medio poroso dañable, la energía debido al cambio de temperatura y la energía libre del enlace químico. Siendo ε_{ij} el tensor de deformación macroscópica, $\vartheta = T - T_0$ la temperatura relativa (con T_0 la temperatura local de referencia), D y ξ las variables internas de daño y de extensión de la reacción química, respectivamente, se tiene

$$\begin{aligned}\Psi &= \Psi(\varepsilon_{ij}, \vartheta | D, \xi) \\ &= \frac{1}{2}(1-D) \left[2Ge_{ij}e_{ij} + K\varepsilon_{kk}^2 + Mb^2 \left(\varepsilon_{kk} - \frac{\varepsilon_\infty}{Bb} \xi \right)^2 \right] \\ &\quad + \frac{1}{2}(1-D) \left[\left(-\frac{\varphi}{T_0} + M\alpha_g^2 \right) \vartheta^2 - 2K\varepsilon_{kk}\alpha\vartheta - 2Mb \left(\varepsilon_{kk} - \frac{\varepsilon_\infty}{Bb} \xi \right) \alpha_g \vartheta \right] \\ &\quad + \frac{1}{2}A_0(1-\xi)^2,\end{aligned}\quad (1)$$

donde $D = 1 - (1 - D_t)(1 - D_c)$ es una variable de daño escalar, con D_t ($0 \leq D_t < 1$) la variable de daño en tracción y D_c ($0 \leq D_c < 1$) la variable de daño en compresión; e_{ij} es la componente ij del tensor desviador de deformaciones; G y K denotan los módulos de corte y volumétrico del esqueleto de hormigón homogeneizado, respectivamente; M y b con ($0 \leq b \leq 1$) denotan el módulo de Biot y el coeficiente de Biot respectivamente; $B = Mb/(Mb^2)$ es el coeficiente del esqueleto; ε_∞ es la expansión volumétrica asintótica debido a la RAS (expansión volumétrica libre para el tiempo $t \rightarrow \infty$); α y α_g indican el coeficiente volumétrico de dilatación térmica del esqueleto de hormigón homogeneizado y del gel de la RAS, respectivamente; φ es la capacidad calorífica volumétrica; A_0 es la afinidad química inicial, es decir, el estado inicial de desequilibrio químico.

Las variables termodinámicamente conjugadas a ε_{ij} , ϑ , D y ξ son: la tensión macroscópica total σ_{ij} , la entropía S , el cambio de energía libre de deformación Y y la afinidad química A relacionada a la RAS. Ellas se definen a partir de la derivación parcial de la densidad de energía libre Ec. (1) como sigue

$$\sigma_{ij} = -\frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_{ij}} = (1-D) \{ 2Ge_{ij} + [(K + Mb^2)(\varepsilon_{kk} - \varepsilon_\infty \xi) - (K\alpha + Mb\alpha_g)\vartheta] \delta_{ij} \}, \quad (2)$$

$$A = -\frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = (1-D) \left[Mb^2 \left(\varepsilon_{kk} - \frac{\varepsilon_\infty}{Bb} \xi \right) \frac{\varepsilon_\infty}{Bb} - \frac{M\varepsilon_\infty}{B} \alpha_g \vartheta \right] + A_0(1-\xi), \quad (3)$$

$$S = -\frac{\partial \Psi}{\partial \varphi}, \quad Y = -\frac{\partial \Psi}{\partial D}, \quad (4)$$

donde δ_{ij} es la componente ij del tensor delta de Kronecker.

A continuación se define la presión del gel p de la siguiente manera

$$p = -(1-D)M \left[b\varepsilon_{kk} - \left(\frac{\varepsilon_\infty \xi}{B} + \alpha_g \vartheta \right) \right]. \quad (5)$$

Trabajando con la Ec. (3) y la Ec. (5) y despreciando uno de los términos, se deduce que la reacción no depende del estado de tensiones (Ulm, et al., 2000), y por lo tanto resulta

$$A \cong A_0(1-\xi), \quad (6)$$

2.2 Ecuaciones del modelo de daño

Como se propone en Comi y Perego (2001), la respuesta del esqueleto de hormigón se asume determinada por mecanismos de disipación diferentes según sea para estados donde prevalece tracción o compresión. Se asocia a cada mecanismo una variable de daño escalar, denotada por D_t y D_c , respectivamente. La evolución de cada variable está gobernada por las condiciones de carga y descarga (Ec. (8)) definidas en término de la tensión macroscópica σ_{ij}

y de la presión p , a través de la tensión efectiva inelástica σ''_{ij} , definida como

$$\sigma''_{ij} \equiv \sigma_{ij} + \beta p \delta_{ij} = \sigma'_{ij} + (\beta - b) p \delta_{ij}. \quad (7)$$

El parámetro adimensional β , con $\beta \leq b$, gobierna el nivel de daño en el hormigón bajo expansión libre debido a RAS. El enfoque que da Comi et al. (2009) del parámetro β es puramente fenomenológico, y se obtiene en base a calibración con ensayos.

Las condiciones de carga y descarga están dadas por

$$f_t \leq 0 \quad \dot{D}_t = 0 \quad f_t \dot{D}_t = 0; \quad f_c \leq 0 \quad \dot{D}_c = 0 \quad f_c \dot{D}_c = 0, \quad (8)$$

donde f_t y f_c son las funciones de daño para tracción y compresión, respectivamente, y se definen de la siguiente forma

$$f_t(\sigma''_{ij}, D_t) = J_2 - a_{t0} I_1^2 + a_{t1} I_1'' h_t - a_{t2} h_t^2, \quad (9)$$

$$f_c(\sigma''_{ij}, D_c) = J_2 + a_{c0} I_1^2 + a_{c1} I_1'' h_c - a_{c2} h_c^2, \quad (10)$$

con J_2 es el segundo invariante de σ_{ij} , e I_1'' es el primer invariante de σ''_{ij} . Las condiciones $f_t \leq 0$ y $f_c \leq 0$ definen el dominio elástico en el espacio de tensiones efectivas inelásticas. El lugar geométrico con ecuación $f_t = 0$ define un hiperboloide, mientras que $f_c = 0$ define un elipsoide, ambas en el espacio principal de tensiones efectivas inelásticas σ''_{ij} . Las cónicas se encuentran alineadas con el eje hidrostático. La forma y posición de estas figuras en el espacio dependen de los coeficientes a_{i0} , a_{i1} , a_{i2} (con $i = t, c$), que deben satisfacer las condiciones especificadas en Comi y Perego (2001) para que el dominio elástico resulte admisible.

La evolución del dominio elástico con el crecimiento del daño está gobernado por las funciones endurecimiento-ablandamiento h_i (con $i = t, c$) definidas a continuación

$$h_i(D_i) = \begin{cases} 1 - \left[1 - \left(\frac{\sigma_{ei}}{\sigma_{0i}} \right) \right] \left(1 - \frac{D_i}{D_{0i}} \right)^2 & \text{si } D_i < D_{0i} \\ \left[1 - \left(\frac{D_i - D_{0i}}{1 - D_{0i}} \right)^{\gamma_i} \right]^{0.75} & \text{si } D_i \geq D_{0i} \end{cases} \quad i = t, c \quad (11)$$

En la Ec. (11), la rama superior gobierna el endurecimiento mientras que la rama inferior gobierna el ablandamiento en un ensayo uniaxial. En ella intervienen: σ_{ei}/σ_{0i} que es la relación entre la tensión en el límite elástico y la tensión pico en un ensayo uniaxial; D_{0i} define el nivel de daño en el pico del ensayo uniaxial; γ_i gobierna la forma de la curva en un ensayo uniaxial durante el ablandamiento (pos pico), como se ve en la Figura 1.

En una formulación de elementos finitos el parámetro γ_i se usa para escalar la densidad de energía de fractura g_i en el material de tal forma que cada elemento finito disipe la cantidad correcta de energía, independientemente de su tamaño. Esto es lo que se conoce en la literatura como “regularización de la energía de fractura” independizando la respuesta global de la estructura de la malla. El valor de g_i se calcula como el área bajo la curva de un ensayo uniaxial (ver Figura 1) como sigue

$$g_i = \int_{\varepsilon_{0i}}^{\varepsilon_{ui}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon + \frac{1}{2} \sigma_{0i} \varepsilon_{0i} \quad i = t, c \quad (12)$$

donde $\sigma(\varepsilon)$ se obtiene de la curva tensión-deformación de un ensayo uniaxial; σ_{0i} y ε_{0i} son respectivamente la tensión y deformación pico del ensayo uniaxial y ε_{ui} es la deformación en

rotura.

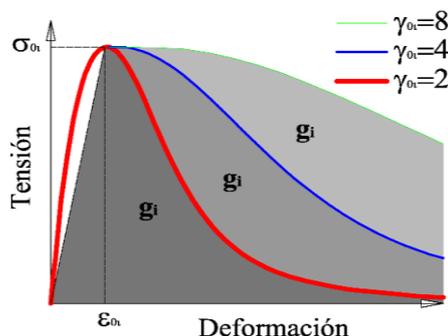


Figura 1: Variación de la energía específica de fractura g_i conforme varía el parámetro γ_i en un ensayo uniaxial.

Las energías de fractura $G_i = g_i w_i$ (con $i = t, c$), con w_i la longitud característica, son propiedades del material y se obtienen por métodos especiales para evitar la localización de la falla. Valores típicos de w_i son: $w_t \cong 3d_a$ (Bazant y Pijaudier-Cabot, 1989) y $w_c \cong 30d_a$ (Hansen, 1944), siendo d_a el tamaño medio del agregado. En una malla de elementos finitos, la longitud característica w_i está asociada a la longitud característica del elemento l^e , la cual depende de la geometría del elemento y mide el ancho efectivo de la zona de proceso de fractura. De esta manera la densidad de energía de fractura g_i puede calcularse para cada elemento como $g_i l^e = G_i$. En el cálculo de γ_i (Ec. (12)) se asume que la tensión desciende a cero asintóticamente, es decir $\epsilon_{ui} \rightarrow \infty$, por lo cual, fijando los parámetros restantes del modelo de daño y mediante G_i y l^e , se tiene la siguiente ecuación no lineal en γ_i

$$H(\gamma_i) = g_i l^e - G_i = 0 \quad i = c, t. \quad (13)$$

2.3 Ecuaciones de la reacción química

Asumiendo una ley cinética de primer orden, es decir que la extensión de la reacción química ξ es proporcional a la afinidad química A tal que $\xi = A/k_d$, e introduciendo el tiempo intrínseco de reacción \tilde{t} como función de ξ y de la historia local de temperatura $T(t)$, según los resultados experimentales propuestos por Larive (1998), la Ec. (6) resulta

$$\tilde{t} \frac{d\xi}{dt} = 1 - \xi \quad \text{con} \quad \tilde{t} = \tau_{ch} \frac{1 - \exp\left(-\frac{\tau_{lat}}{\tau_{ch}}\right)}{\xi + \exp\left(-\frac{\tau_{lat}}{\tau_{ch}}\right)}, \quad (14)$$

siendo τ_{lat} y τ_{ch} el tiempo de latencia y característico, respectivamente. Experimentalmente se observó que estos parámetros son funciones de la temperatura corriente T y de la temperatura a la que se realizó el ensayo isotérmico en laboratorio \bar{T} , respondiendo a la ley de Arrhenius

$$\begin{aligned} \tau_{lat}(T) &= \tau_{lat}(\bar{T}) \exp[U_{lat}(1/T - 1/\bar{T})], \\ \tau_{ch}(T) &= \tau_{ch}(\bar{T}) \exp[U_{ch}(1/T - 1/\bar{T})], \end{aligned} \quad (15)$$

donde U_{lat} y U_{ch} son las energías de activación de Arrhenius. Valores típicos de las energías de activación son: $U_{ch} = 5400 \pm 500$ y $U_{lat} = 9400 \pm 500$, medidas en Kelvin.

La evolución en el tiempo de la extensión de la reacción ξ se obtiene por integración ordinaria de la Ec. (14), que para el caso de condiciones isotérmicas resulta

$$\xi(t, \bar{T}) = \frac{1 - \exp(-t/\tau_{ch}(\bar{T}))}{1 + \exp[-(t - \tau_{lat}(\bar{T}))/\tau_{ch}(\bar{T})]}. \quad (16)$$

2.4 Resumen de los parámetros del modelo

El modelo requiere la identificación de tres tipos de parámetros:

- parámetros elásticos del esqueleto de hormigón y del gel (K, G, M, b);
- parámetros que gobiernan la respuesta del daño ($a_{i0}, a_{i1}, a_{i2}, D_{0i}, \gamma_i, \sigma_{ei}/\sigma_{0i}$), con $i=t, c$;
- parámetros que definen la expansión debido a la RAS ($U_{lat}, U_{ch}, \tau_{lat}, \tau_{ch}, \epsilon_{\infty}, \beta$)

3 PROCESO DE AJUSTE DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO

Con el objeto de determinar el valor de los parámetros que ajustan el modelo presentado en la sección anterior, se han tomado los ensayos experimentales publicados en [Giaccio, et al. \(2008\)](#). En este trabajo se presentan ensayos de expansión libre, compresión uniaxial, flexión en vigas entalladas y observaciones con microscopio, de hormigones afectados por RAS. Los hormigones elaborados tuvieron idéntica dosificación pero se constituyeron por agregados, gruesos y finos, de distinta naturaleza. En particular, se utilizaron tres tipos de agregados gruesos, dos de los cuales eran reactivos, mientras que el restante no lo era. En cuanto a los agregados finos, se utilizó una arena reactiva y otra no reactiva. Estos agregados se utilizaron en la dosificación de 4 tipos de hormigones, uno no reactivo y otros tres reactivos designados estos últimos con R2, R3 y R4 respectivamente (ver el trabajo de [Giaccio, et al. \(2008\)](#) para más detalles). El objetivo que se persiguió en [Giaccio, et al. \(2008\)](#) fue poner en evidencia las diferencias en las propiedades mecánicas en hormigones, a pesar de presentar niveles similares de expansión por la RAS. Esta diferencia se atribuye a los distintos mecanismos por los cuales la RAS produce micro fisuración en el hormigón, causadas en este caso por la distinta mineralogía en los agregados.

Para el ajuste de los parámetros elásticos y del modelo de daño se debe contar con datos referidos al hormigón en una etapa en la que no se encuentre afectado RAS. Los parámetros del módulo de Young E y coeficiente de Poisson μ se obtienen directamente de los datos experimentales, mientras que los parámetros correspondientes al modelo de daño se determinan de ensayos uniaxiales y de flexión. Los parámetros de M, b, U_{ch} y U_{ch} se pueden adoptar siguiendo las recomendaciones dadas en [Comi et al. \(2009\)](#). El valor de estos, junto con los parámetros restantes del modelo se detallan en la [Tabla 2](#).

Todos los especímenes realizados por [Giaccio, et al. \(2008\)](#), se mantuvieron a temperatura constante de $T = 21 \pm 1^{\circ}\text{C}$. Por esta razón, resulta $\vartheta = 0$, y los efectos térmicos no se tienen en cuenta en los desarrollos posteriores. Esto también permite realizar el cálculo del progreso de la reacción ξ mediante la Ec. (16). Cabe mencionar que las probetas se mantuvieron en condición de saturación, cumpliendo con una de las hipótesis del modelo de [Comi et al. \(2009\)](#).

Se resume a continuación el procedimiento para ajustar estos parámetros:

- Obtención de los parámetros (τ_{lat}, τ_{ch} y ϵ_{∞}) mediante las curvas del ensayo de expansión libre.
- Obtención de los parámetros ($a_{t0}, a_{t1}, a_{t2}, \sigma_{ei}/\sigma_{0t}, D_{0t}$ y G_t) mediante las curvas del ensayo de flexión. De este ensayo se determina también el parámetro β , de tal forma que se obtenga el daño dado por la diferencia de módulos de Young en un determinado período.

- Obtención de los parámetros (a_{c0} , a_{c1} , a_{c2} , σ_{ec}/σ_{0c} , D_{0c} y γ_c) mediante las curvas del ensayo de compresión uniaxial.

En las siguientes secciones se describirá detalladamente el proceso de obtención de cada parámetro.

3.1 Ajuste de parámetros a partir de las curvas del ensayo de expansión libre

El ensayo de expansión libre realizado en [Giaccio, et al. \(2008\)](#), según las normas ASTM, utiliza dos tipos de probetas prismáticas, unas de $75 \times 75 \times 300$ mm y otras de $75 \times 105 \times 430$ mm. En este ensayo se obtiene en el tiempo la deformación denominaremos ε , idéntica en toda dirección.

Las condiciones de tensión y deformación que se tienen para el ensayo de expansión libre son

$$\sigma_{ij} = \theta_{ij} ; \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon \delta_{ij}, \quad (17)$$

donde θ_{ij} es la componente ij del tensor nulo. Sustituyendo la Ec. (17) en la Ec. (2), se tiene

$$\varepsilon = \frac{\epsilon_{\infty}}{3} \xi, \quad (18)$$

y reemplazando Ec (16) en la Ec. (18) se obtiene

$$\varepsilon = \frac{\epsilon_{\infty}}{3} \frac{1 - \exp(-t/\tau_{ch})}{1 + \exp[-(t - \tau_{lat})/\tau_{ch}]}. \quad (19)$$

La Ec. (19) expresa la deformación ε en función del tiempo t para el ensayo de expansión libre. Conociendo las curvas de los ensayos de expansión libre se puede ajustar con el procesamiento de mínimos cuadrados los parámetros τ_{lat} , τ_{ch} y ϵ_{∞} de la Ec. (19). Conociendo estos valores se puede calcular, antes de resolver el problema mecánico, la extensión de la reacción ξ para cada tiempo mediante la Ec. (16).

3.2 Ajuste de parámetros a partir de las curvas del ensayo de flexión

Los parámetros del modelo de daño deberían ajustarse, primeramente, a resultados experimentales obtenidos en hormigones donde aún el proceso de RAS no haya comenzado. Sin embargo, los resultados experimentales presentados en [Giaccio, et al. \(2008\)](#) no muestran la historia completa del diagrama tensión-deformación de los hormigones reactivos R2, R3 y R4 de la [Tabla 1](#) para edades tempranas, es decir, cuando aún no ha comenzado la RAS. La alternativa propuesta en este trabajo es ajustar los parámetros del modelo de daño, asumiendo una cierta evolución de la reacción según la edad de la viga al momento del ensayo. Cabe aclarar que los datos publicados para el hormigón no reactivo, no resultan de utilidad para ajustar los parámetros de los hormigones potencialmente reactivos R2, R3 y R4, debido a claras diferencias de comportamiento.

El ensayo experimental de flexión se llevó a cabo según la norma RILEM 50-FMC en vigas entalladas de $75 \times 105 \times 430$ mm para distintas edades de modo tal de poder estudiar los efectos de la RAS. Las curvas elegidas del ensayo de flexión para realizar el ajuste de los parámetros son las curvas carga-desplazamiento. Estas curvas se obtuvieron mediante el modelo de elementos finitos mostrado en la [Figura 2](#). Para la discretización espacial se utilizaron elementos triangulares de tres nodos y un punto de Gauss en estado plano de tensiones.

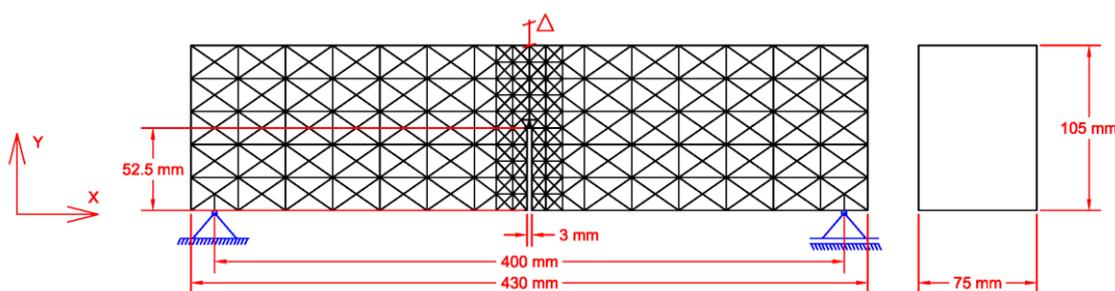


Figura 2: Ensayo de flexión, Condiciones de borde y discretización espacial mediante una malla de 435 elementos triangulares.

A continuación se describen en forma ordenada los pasos a seguir para obtener los parámetros a partir de las curvas carga-desplazamiento del ensayo de flexión:

- Proponer valores tentativos de los parámetros a_{t0} , a_{t1} , a_{t2} , σ_{ei}/σ_{0t} , D_{0t} y G_t . Para tener una idea del orden de magnitud de estos parámetros se pueden ver los valores adoptados en los ejemplos realizados por [Comi y Perego \(2001\)](#) y [Comi et al. \(2009\)](#).
- Cálculo de los coeficientes γ_t : Estos coeficientes deben calcularse para cada elemento finito de la malla a partir de resolución de la Ec. (13), no lineal en γ_t . Para facilitar el cálculo, se adopta una malla en la que hay muchos elementos finitos con igual longitud característica l^e . La longitud característica para el elemento triangular se tomó igual a la raíz cuadrada del área del elemento, al igual que en [Comi y Perego \(2001\)](#), $l^e = \sqrt{A^e}$. La Ec. (13) se resuelve usando el método de Broyden (método para resolución de ecuaciones no lineales), debido a que en este método no se requiere del cálculo de las derivadas. En la Ec. (13) interviene la Ec.(12), la cual requiere el cálculo de una integral impropia (deformación última $\varepsilon_{ut} \rightarrow \infty$) de una curva tensión-deformación de un ensayo de tracción uniaxial. Si se observa la [Figura 1](#), la tensión axial decrece asintóticamente al eje de las abscisas, por lo que numéricamente la integral puede realizarse hasta una deformación en la que el aumento del área bajo la curva sea despreciable. En la [Sección 3.2.2](#) se explica cómo obtener la curva del ensayo de tracción uniaxial.
- Una vez obtenido el valor de todos los parámetros antes mencionados, se está en condiciones de resolver el problema utilizando el método de elementos finitos. El ensayo se realiza en dos etapas. En la primera etapa se simula el paso del tiempo hasta el momento en el que se llevó a cabo el proceso de carga. En esta etapa la probeta experimenta expansión libre debido a la evolución del proceso de reacción solamente. La tensión efectiva inelástica σ_{ij}'' dada por la Ec. (7) puede ser no nula y provocar evolución del daño en tracción. El daño en tracción al final de la primera etapa puede calcularse de los datos experimentales ([Tabla 1](#)) en función de los módulos de Young E_0 y E_f , al comienzo y al final del período, respectivamente, según la expresión $1 - E_f/E_0$. Conociendo el daño al final de la etapa de expansión libre, se ajusta el parámetro β de tal forma que la etapa finalice con el daño en tracción calculado. En la segunda etapa se lleva a cabo el ensayo de flexión propiamente dicho. Aquí se puede corroborar si los parámetros adoptados en los dos pasos anteriores y β son los correctos simplemente verificando que el ajuste de la curva numérica coincida con la experimental. De no ser así hay que volver a los dos pasos anteriores para proponer nuevos valores de los parámetros. Tanto para el proceso de expansión libre, como para el proceso de carga, se asume que

evoluciona sólo la variable de daño en tracción. Ello puede verificarse al finalizar el proceso de ajuste de todos los parámetros. Detalles de la resolución numérica e implementación en un código de elementos finitos se da en la [Sección 3.2.1](#).

3.2.1 Detalles de la implementación en elementos finitos

Como se explicó en la sección anterior, durante la simulación se distinguen dos etapas. La primera es el paso de tiempo desde el inicio hasta el momento en el que se llevó a cabo el ensayo (expansión libre). La segunda es el ensayo de flexión propiamente dicho. Cada etapa se divide en pasos de carga. En la primera etapa un paso de carga está dado por un paso de tiempo, y la sollicitación de la estructura está dada por la evolución del parámetro ξ que puede calcularse mediante la Ec. (16). En la segunda etapa un paso de carga está dado por un incremento en el desplazamiento del punto de aplicación de carga de la viga.

Se dividen cualquiera de las etapas mencionadas en el párrafo anterior en un número finito de pasos de carga. Al inicio del paso, t_h , todas las cantidades son conocidas y la solución se calcula al final de dicho paso, es decir a t_{h+1} , para un dado incremento de la acción externa. El problema se resuelve verificando el equilibrio y la compatibilidad al final de cada paso e integrando la ley constitutiva de acuerdo al [Esquema 1](#), que es un esquema de integración implícito según el método de Euler-Backward. En el esquema predictor-corrector para la resolución de la ecuación no lineal, en la fase predictor se utiliza la matriz de rigidez secante $[K]^{(e)}$ del elemento (e) actualizada.

$$[K]^{(e)} = \iint_{A^{(e)}} [B]^T [D] [B] t \, dA, \quad (20)$$

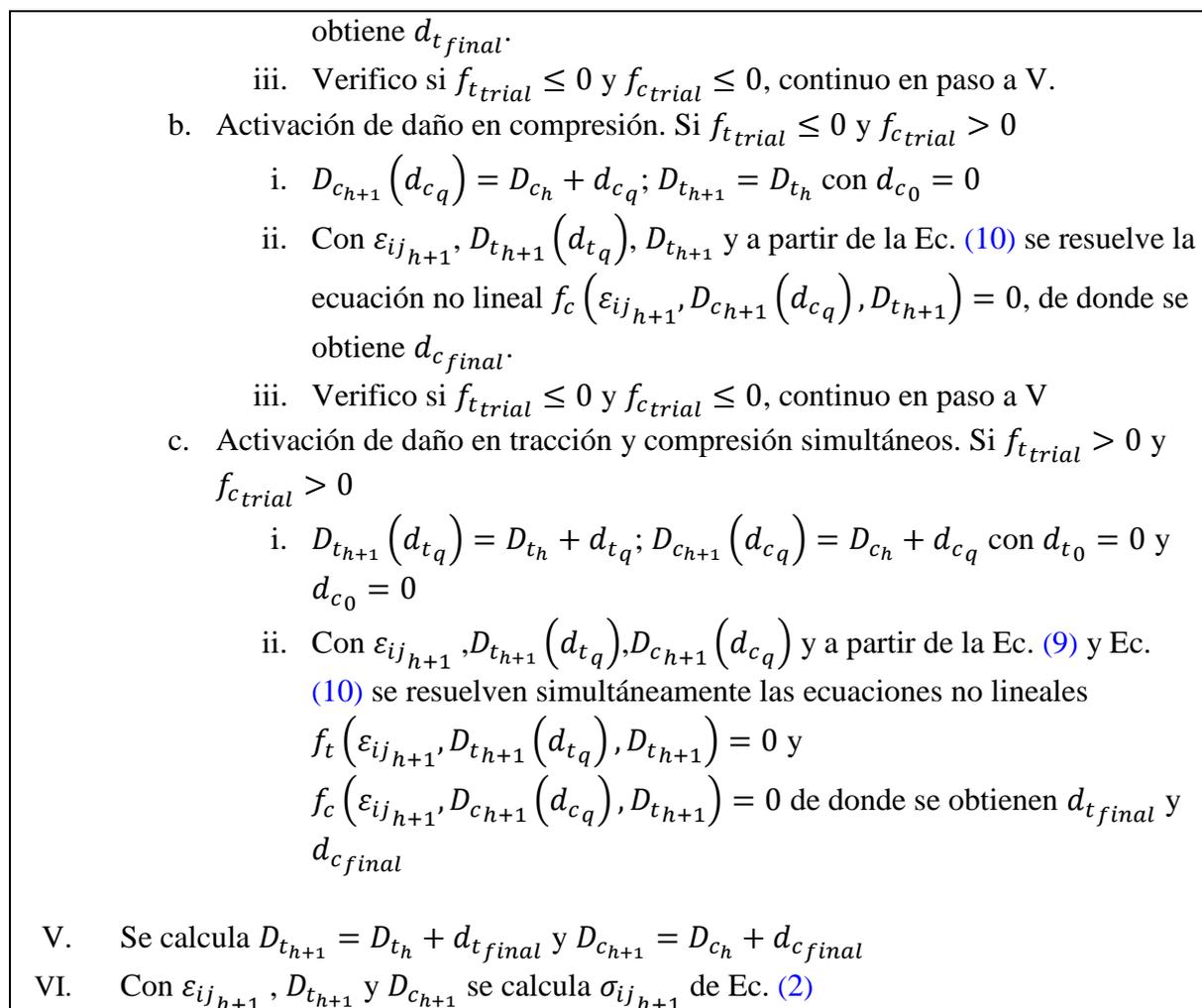
donde $[B]$ es la matriz de compatibilidad, t es el espesor del elemento y $[D]$ es la matriz constitutiva del elemento, que para este caso resulta

$$[D] = (1 - D) \begin{bmatrix} C_1 + 2G & C_1 & 0 \\ C_1 & C_1 + 2G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$\text{con } C_1 = \frac{\left(\frac{2G}{\bar{K}-3}\right)\left(\frac{2G}{3+\bar{K}}\right)}{\left(\frac{4G}{3+\bar{K}}\right)} \quad \text{y} \quad \bar{K} = K + Mb^2.$$

La integración de la ecuación constitutiva realizada en cada punto de Gauss resulta de la siguiente forma:

- I. Fijo $D_{t_{h+1}} = D_{t_h}$ y $D_{c_{h+1}} = D_{c_h}$
- II. Con $\varepsilon_{ij_{h+1}}$, $D_{t_{h+1}}$ y $D_{c_{h+1}}$ de Ec. (9) y Ec. (10) calculo $f_{t_{trial}}$ y $f_{c_{trial}}$
- III. Si $f_{t_{trial}} \leq 0$ y $f_{c_{trial}} \leq 0$ continuo en V, de lo contrario continuo en IV.
- IV. Ingreso al loop q
 - a. Activación de daño en tracción. Si $f_{t_{trial}} > 0$ y $f_{c_{trial}} \leq 0$
 - i. $D_{t_{h+1}}(d_{t_q}) = D_{t_h} + d_{t_q}$; $D_{c_{h+1}} = D_{c_h}$ con $d_{t_0} = 0$
 - ii. Con $\varepsilon_{ij_{h+1}}$, $D_{t_{h+1}}(d_{t_q})$, $D_{c_{h+1}}$ y a partir de la Ec. (9) se resuelve la ecuación no lineal $f_t(\varepsilon_{ij_{h+1}}, D_{t_{h+1}}(d_{t_q}), D_{c_{h+1}}) = 0$, de donde se



Esquema 1: Algoritmo de integración de la ecuación constitutiva.

Notas:

- El [Esquema 1](#) se presenta completo para poder determinar D_t y D_c . Para el caso del ensayo de flexión se supuso sólo la activación del daño en tracción. Por lo que sólo se considera esta parte del esquema.
- Las ecuaciones no lineales se pueden resolver con cualquier método de resolución de ecuaciones no lineales. Sabiendo que la solución de las ecuaciones conducen a valores $0 \leq D_t < 1$ y $0 \leq D_c < 1$, es aconsejable utilizar un método de intervalo cerrado tipo bisección, en el caso de tener que resolver sólo una ecuación ([IV-a](#) y [IV-b](#)). Para el caso de tener que resolver las dos ecuaciones en forma simultánea se utilizó en este trabajo el método de Broyden ([IV-c](#)).

3.2.2 Obtención de la curva del ensayo de tracción

El ensayo de tracción uniaxial se realizará a nivel punto de Gauss (se analiza un solo punto), ya que todos los puntos tienen el mismo estado de deformación y tensión. El ensayo se realiza con control de desplazamiento, es decir se da una deformación axial ε_a y se calcula una tensión axial σ_a . En el siguiente desarrollo ε_r es la deformación transversal.

Teniendo en cuenta que para el ensayo de tracción uniaxial $D_c = 0$, las condiciones que deben cumplirse son

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_a & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_r & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_r \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Remplazando en la Ec. (2) se tiene:

$$\varepsilon_r = \frac{\frac{1}{3} - \frac{\bar{K}}{2G}}{\frac{1}{3} + \frac{\bar{K}}{G}} \varepsilon_a. \quad (23)$$

Debe notarse que en la Ec. (23), ε_r no depende de D_t por lo cual, dado ε_a ya se tiene el estado final de deformaciones ε_{ij} de la Ec. (22), independientemente del daño calculado.

Utilizando la parte correspondiente a la activación del daño en tracción del [Esquema 1](#) puede determinarse la evolución de D_t .

3.3 Ajuste de parámetros a partir de las curvas del ensayo de compresión uniaxial

Al llegar a este punto ya se tienen todos los parámetros de la reacción química y los parámetros de la parte de tracción del modelo de daño. Sólo quedan por ajustar los parámetros de daño de la parte de compresión a_{c0} , a_{c1} , a_{c2} , σ_{ec}/σ_{0c} , D_{0c} y γ_c . Esto se logra mediante la curva de los ensayos de compresión presentada en [Giaccio, et al. \(2008\)](#), la cual fue obtenida ensayando probetas de $300 \times 150 \text{ mm}$ a distintas edades. Por no poseer datos experimentales del hormigón en una etapa inicial se sigue un procedimiento similar al ensayo de flexión ([Sección 3.2](#)) para poder obtener los parámetros. En este caso no se hizo un análisis mediante elementos finitos sino que se analizó un solo punto pues todos los puntos en el ensayo de compresión tienen el mismo estado de tensión y deformación.

En la etapa de expansión libre el estado que se tiene esta expresado por la Ec. (17). Luego la evolución del daño D_t puede obtenerse mediante la parte correspondiente a la activación del daño en tracción del [Esquema 1](#). En la etapa de carga el estado que se tiene esta expresado en la Ec. (22) y luego la obtención del daño D_c puede obtenerse mediante la parte correspondiente a la activación del daño en compresión del [Esquema 1](#).

4 PRESENTACION DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN FINAL

Los resultados experimentales del ensayo de compresión se resumen en la [Tabla 1](#), mientras que el resto de los resultados experimentales correspondientes a los ensayos de expansión, compresión y flexión pueden apreciarse junto con los numéricos, obtenidos en este trabajo, en las figuras presentadas a continuación. En todos los casos el coeficiente de Poisson utilizado fue $\mu = 0.2$.

Hormigón	Días trascorridos	$f'c$ [MPa]	E [GPa]
R2	28	27.8	27.8
	200	37.8	37.8
	250	29.1	29.1
R3	28	30.2	30.2
	75	30.8	30.8
	120	32.8	32.8
R4	28	36.5	36.5
	485	51.2	51.2
	745	48.2	48.2

Tabla 1: Resultados del ensayo de compresión, [Giaccio et al. \(2008\)](#).

4.1 Ajuste de parámetros a partir de las curvas del ensayo de compresión uniaxial

A continuación se presenta los resultados experimentales y los ajustes del ensayo de expansión libre. El procedimiento de ajuste fue descrito en la [Sección 3.1](#).

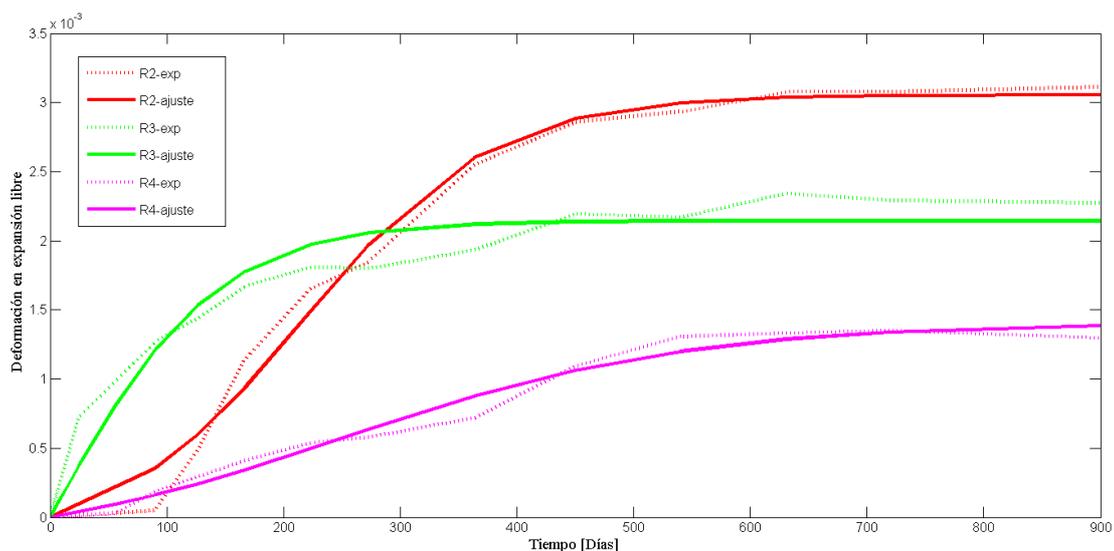


Figura 3: Ensayo de expansión libre

En la [Figura 3](#) se muestra en líneas llenas las curvas obtenidas numéricamente y en líneas punteadas las curvas experimentales para los tres hormigones R2, R3 y R4. Se puede observar que el ajuste ha sido satisfactorio pudiéndose reproducir la expansión en el tiempo de los tres hormigones RAS.

4.2 Resultados de ensayo de flexión

El procedimiento para la obtención de parámetros a partir de las curvas carga desplazamiento del ensayo de flexión se explicó en la [Sección 3.2](#).

En el caso del hormigón R2 se tomó como base para el ajuste la curva correspondiente a los 200 días. Luego se intentó reproducir la curva correspondiente a los 250 días (ver [Figura 4](#)). También se muestra la respuesta numérica a los 0 días y a los 1000 días con el objeto de analizar los casos extremos del modelo numérico. En el hormigón R3 se observa dificultad

para reproducir los resultados experimentales. Este presentó mayor pico en el ensayo de flexión a los 120 días que a los 75 días, atribuible a los efectos de fraguado. A pesar de esto, se tomó como referencia para el ajuste los resultados correspondientes a los 120 días (ver Figura 5). Luego se predijo numéricamente la respuesta a los 75 días, 250 días, y 1000 días. Finalmente, para el hormigón R4 se tomó como referencia la curva de 485 días y luego se intentó reproducir la curva de 745 días (ver Figura 6). También se predijo numéricamente la respuesta a los 0 días y a los 1500 días.

La idea de reproducir numéricamente curvas en edades tempranas (0 días para R2, 75 días para R3 y 0 días para R4) es poder observar el comportamiento en una etapa sin efectos de RAS, mientras que la idea de reproducir numéricamente curvas en edades avanzadas (1000 días para R2, 1000 días para R3 y 1500 días para R4) es poder observar el comportamiento en una etapa en la que ya se agotó la RAS.

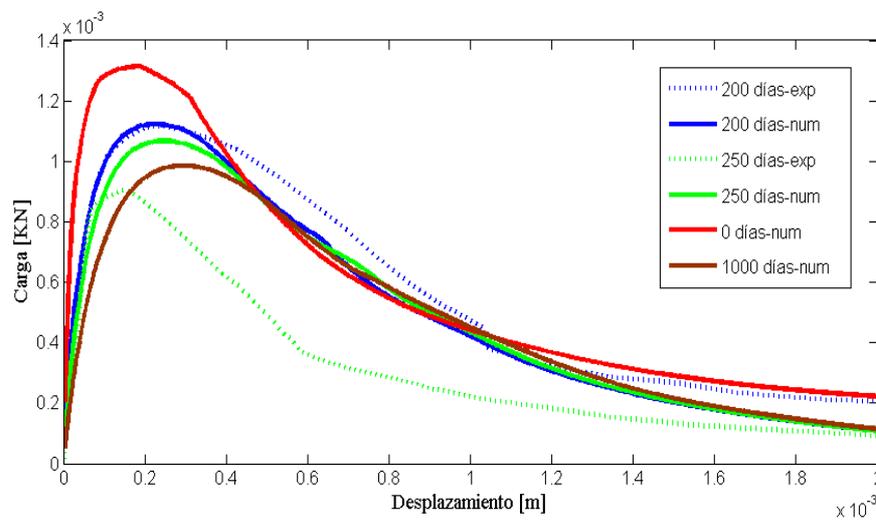


Figura 4: Curvas carga-desplazamiento del ensayo de flexión para el hormigón R2.

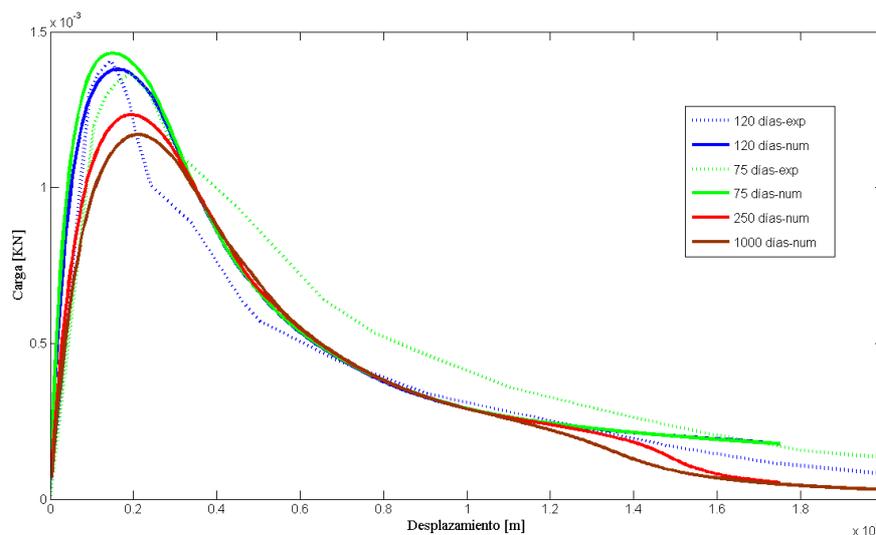


Figura 5: Curvas carga-desplazamiento del ensayo de flexión para el hormigón R3.

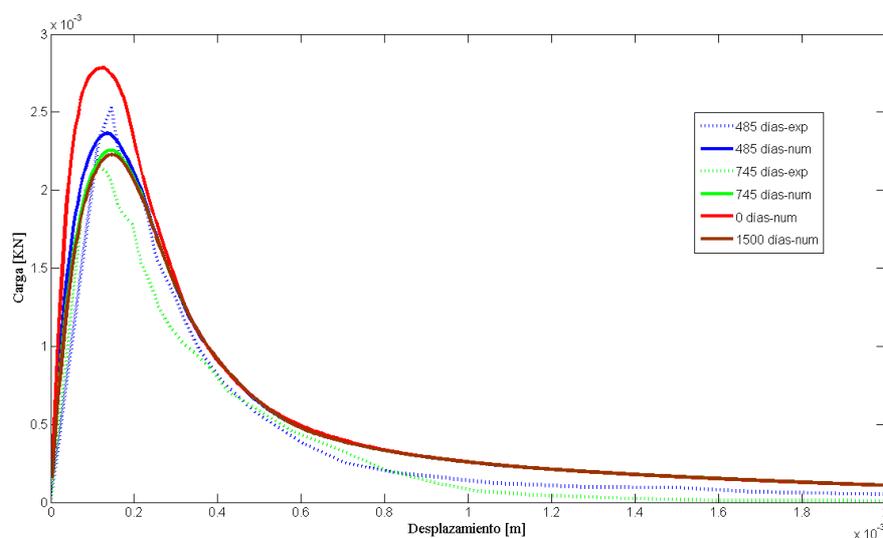


Figura 6: Curvas carga-desplazamiento del ensayo de flexión para el hormigón R4.

En todos los resultados numéricos exhibidos anteriormente se encuentran respuestas razonables. En las curvas numéricas el pico de la gráfica desciende, mientras que en la respuesta pos pico la gráfica de un período más avanzado se encuentra por debajo o a lo sumo pegada a la gráfica de un período menos avanzado. Como se explicó anteriormente, con los parámetros que se ajustaron mediante la gráfica correspondientes a un periodo, se reprodujo numéricamente el ensayo experimental a una edad más avanzada.

- Respecto al pico de las gráficas: la carga obtenida numéricamente ha sido sobreestimada por el modelo. Se observó que el modelo tiende a desplazar el pico a la derecha, mientras que en los resultados experimentales ese desplazamiento se da hacia la izquierda. La mejor reproducción se obtuvo en el hormigón R4.
- Respecto a la respuesta pos pico: no se aprecian grandes diferencias en la respuesta de un mismo hormigón a distintas edades. Para los hormigones R2 y R4 la carga en pos pico fue sobre estimada, mientras que para el hormigón R3 la carga en pos pico fue sub estimada. La mejor reproducción se obtuvo en el hormigón R4.
- Respecto a la respuesta pre pico: resultó adecuada para los hormigones R2 y R4, no siendo así para el hormigón R3.

Puede decirse entonces que el modelo puede capturar ciertos aspectos de la curva en cada caso mientras que en otros no. El modelo reproduce los ensayos experimentales satisfactoriamente sólo para el hormigón R4.

Como se explicó en la [Sección 3.2](#), las curvas numéricas aquí presentadas se obtienen con un modelo de elementos finitos. A continuación se presentan algunos resultados de la evolución del daño en tracción y la tensión horizontal durante la etapa de carga.

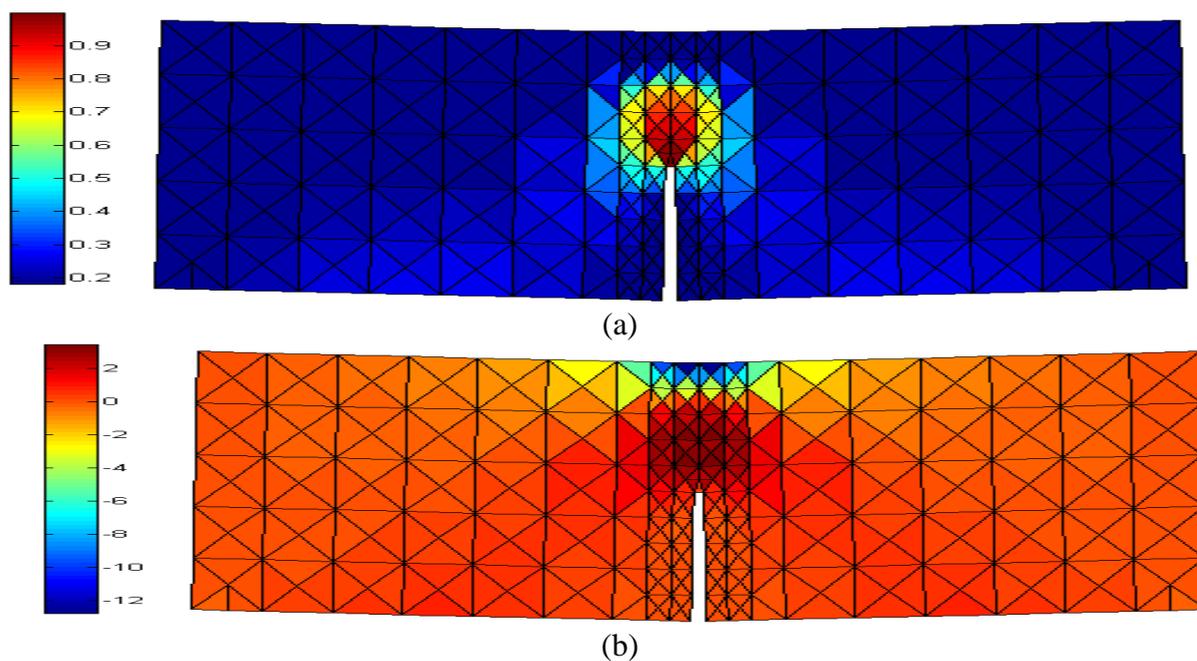


Figura 7: Ensayo a flexión usando hormigón R4 a los 485 días y para un desplazamiento de 0.13 mm del punto de aplicación de carga (a) distribución del daño en tracción D_t ; (b) tensión en la dirección x en MPa. Factor de amplificación de los desplazamientos $10^{1.5}$.

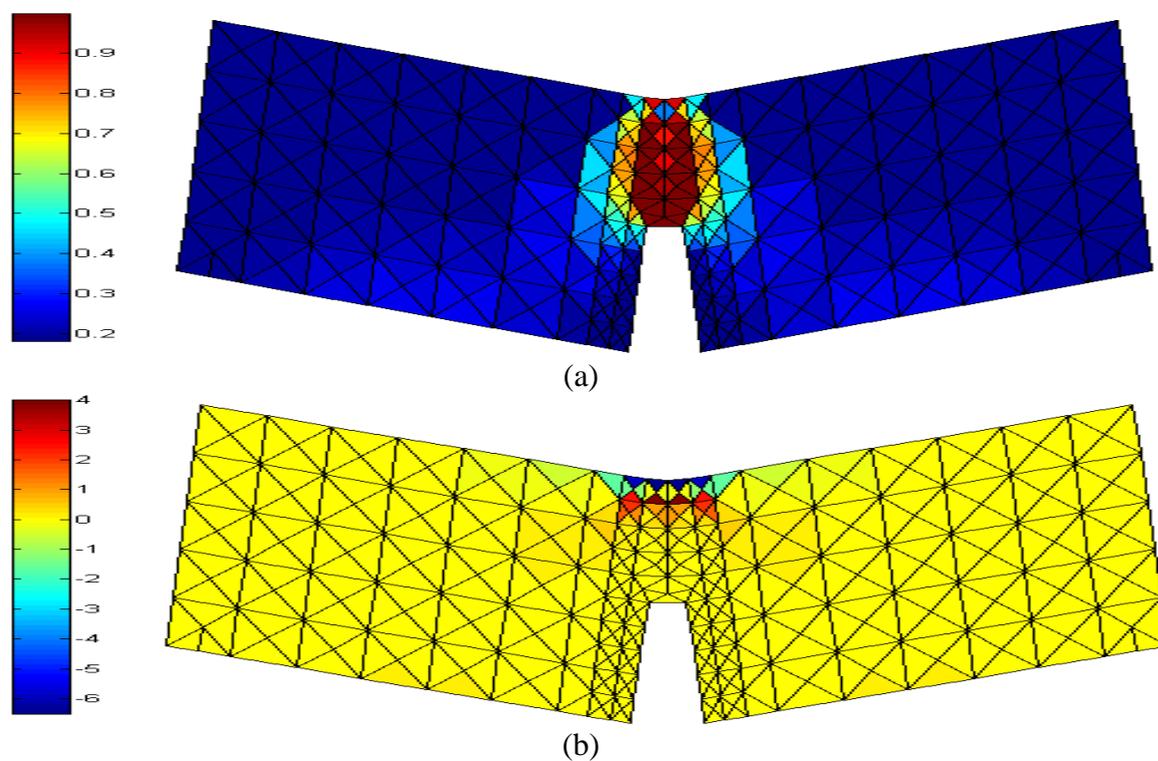


Figura 8: Ensayo a flexión usando hormigón R4 a los 485 días y para un desplazamiento de 1.00 mm del punto de aplicación de carga: (a) distribución del daño en tracción D_t ; (b) tensión en la dirección x en MPa. Factor de amplificación de los desplazamientos $10^{1.5}$.

Con los parámetros obtenidos es posible calcular la evolución del daño en tracción en el proceso de expansión libre, lo cual se presenta en la Figura 9.

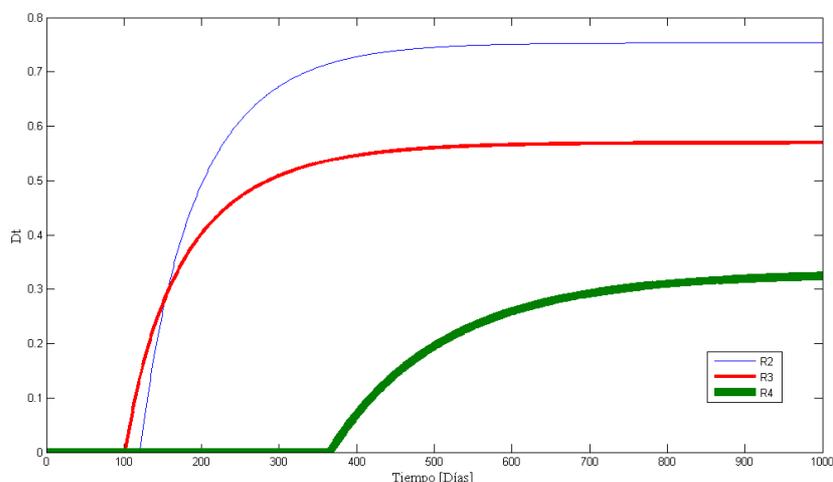


Figura 9: Evolución del daño en tracción D_t en función del tiempo.

Se observa que la Figura 9 tiene correspondencia con los resultados de la Figura 3. El hormigón R3 es el que presenta una reacción más veloz, esto se refleja iniciando la evolución del daño en tracción en una edad temprana. El hormigón R2 es el que presenta mayor expansión, esto se ve reflejado al obtener un mayor valor del daño en tracción al terminar la reacción. El hormigón R4 es el que presentó menos expansión y una reacción más lenta, esto se ve reflejado al iniciarse la evolución del daño en tracción a una edad más avanzada que en los otros hormigones y al obtener un menor valor de daño en tracción al terminar la reacción.

4.3 Resultados de ensayo de compresión uniaxial

La obtención de parámetros mediante en ensayo de compresión se explica en la Sección 3.3.

En este caso se dispone de una curva experimental para cada hormigón que fue obtenida cuando el hormigón alcanzó un nivel de expansión comprendido entre 0.135 y 0.145 %. Durante el ajuste de los parámetros se da primero el tiempo y luego los parámetros de compresión restantes para lograr ajustar la curva. Luego se reproduce numéricamente la respuesta a los mismos días que en el ensayo de flexión.

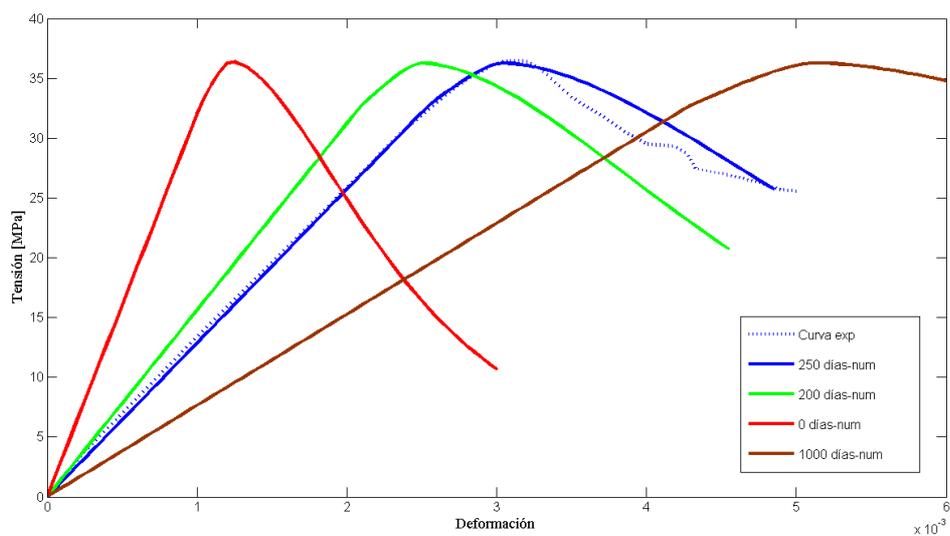


Figura 10: Curva tensión-deformación del ensayo de compresión para el hormigón R2.

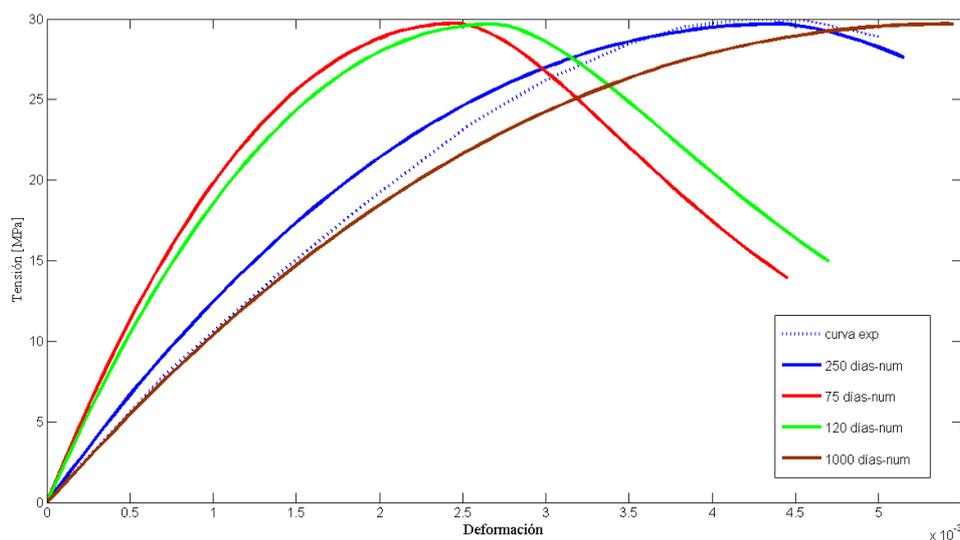


Figura 11: curva tensión-deformación del ensayo de compresión para el hormigón R3.

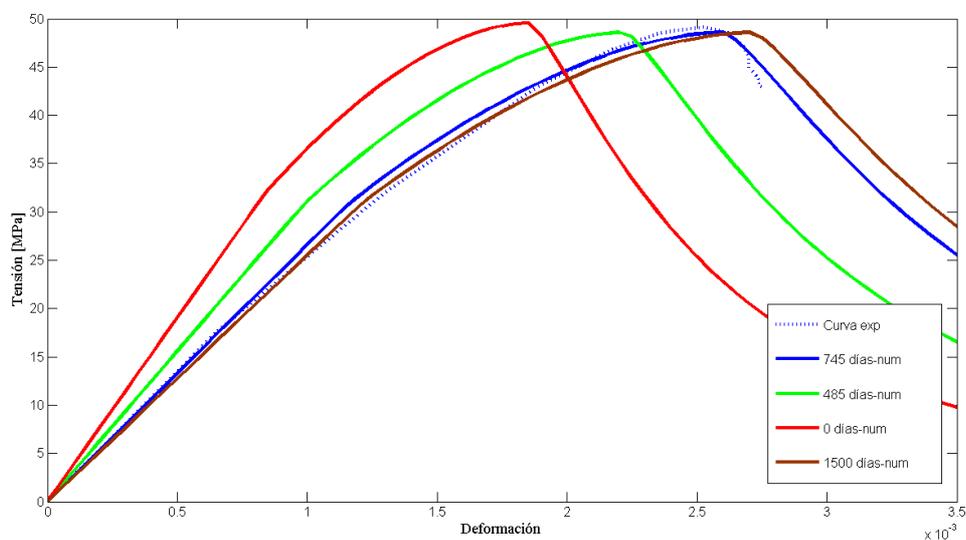


Figura 12: Curva tensión-deformación del ensayo de compresión para el hormigón R4.

El modelo presenta variaciones prácticamente imperceptibles en el pico de las gráficas a distintos días. Si se observa la [Tabla 1](#) esto puede llegar a justificarse por el hecho de que en una primera instancia la resistencia a compresión aumenta por efectos del fraguado, cuando comienza a actuar la RAS la resistencia disminuye pudiendo llegar a compensar en algunos casos el efecto del fraguado.

4.4 Parámetros obtenidos

A continuación se presenta en la [Tabla 2](#) todos los parámetros obtenidos ajustando al modelo numérico a los resultados experimentales.

	Unidad	R2	R3	R4
Parámetros elásticos				
K	MPa	17777.77	13388.88	21166.66
G	MPa	13333.33	10041.66	15875.00
M	MPa	6000.00	6000.00	6000.00
b	-	0.40	0.40	0.40
Parámetros de daño				
a_{t0}	-	0.30	0.23	0.12
a_{t1}	MPa	14.50	5	4.50
a_{t2}	MPa ²	25.00	11.5	24.25
D_{0t}	-	0.10	0.10	0.1
σ_{et}/σ_{0t}	-	0.90	0.90	0.9
γ_t para $l^e = 2.80 \text{ mm}$	-	349.70	127.05	54.59
γ_t para $l^e = 3.71 \text{ mm}$	-	263.88	95.86	41.28
γ_t para $l^e = 4.86 \text{ mm}$	-	201.69	73.13	31.67
γ_t para $l^e = 5.25 \text{ mm}$	-	186.57	67.68	29.33
γ_t para $l^e = 8.57 \text{ mm}$	-	114.44	41.42	18.06
γ_t para $l^e = 12.12 \text{ mm}$	-	80.89	29.25	12.83
γ_t para $l^e = 12.54 \text{ mm}$	-	78.16	28.26	12.40
a_{c0}	-	0.0033	0.0033	0.0033
a_{c1}	MPa	2.1	2.00	6.00
a_{c2}	MPa ²	370.00	240.00	530.00
D_{ct}	-	0.07	0.50	0.30
σ_{ec}/σ_{0c}	-	0.90	0.20	0.65
γ_c	-	1.7	1.50	1.10
Parámetros reacción				
τ_{lat}	Días	178	0	188.83
τ_{ch}	Días	87	110	161.89
ϵ_{∞}	-	0.0092	0.0044	0.0042
β	-	0.0060	0.0140	0.0153

Tabla 2: Parámetros materiales obtenidos ajustando el modelo a los resultados experimentales

Los parámetros γ_t se muestran para cada longitud característica de la malla propuesta. Mediante la curva del ensayo de flexión pudo ser obtenida en forma indirecta la energía de fractura G_t . Para el hormigón R2 resulta 0.12 N/mm , para R3 resulta 0.09 N/mm y para R4 resulta 0.10 N/mm . En el caso del ensayo de compresión se muestra sólo el parámetro γ_c que se obtuvo al ajustar la gráfica del ensayo de compresión.

5 CONCLUSIONES

En este trabajo se utiliza el modelo macroscópico propuesto por Comi et al. (2009) para simular el comportamiento del hormigón afectado por RAS. El objetivo principal es reproducir numéricamente los ensayos de laboratorio sobre probetas afectadas por RAS presentadas en Giaccio, et al. (2008), donde las probetas de hormigón han sido realizadas con distintos tipos de agregados reactivos, y por lo tanto con distintos mecanismos de microfisuración. De este modo se puede testear el modelo ante distintas situaciones donde puede ocurrir RAS.

El modelo numérico es capaz de reproducir algunos aspectos observados experimentalmente, como ser la expansión en el tiempo y en alguna medida la carga máxima alcanzada. Sin embargo, el comportamiento pos pico, o en otras palabras, la energía de fractura resultante en la estructura luego de que el hormigón ha sufrido un proceso de RAS, no ha podido ser reproducido numéricamente. Sólo el comportamiento del hormigón R4 pudo simularse en su totalidad, sin embargo en este caso el avance del proceso de fragüe observado experimentalmente contrarresta la pérdida de resistencia por RAS.

6 AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el soporte financiero del CONICET, Proyecto Préstamo BID PICT PRH 30 N° 94 y Proyecto CIUNT 26E/427.

REFERENCIAS

- Alasali, M. M., Malhotra, V., y Soles, J. A. Performance of various test methods for assessing the potential alkali reactivity of some Canadian aggregates. *ACI Materials Journal*, 88: 613-619, 1991.
- Bazant, Z. P., y Pijaudier-Cabot, G. Measurement of characteristic length of nonlocal continuum. *ASCE Journal of Engineering Mechanics* 115: 755-767, 1989.
- Comby-Peyrot, I., Bernard, F., Bouchard, P. O., Bay, F., y Garcia-Diaz, E. Development and validation of a 3D computational tool to describe concrete behaviour at mesoscale. Application to the alkali-silica reaction. *Computational Materials Science*, 46: 1163-1177, 2009.
- Comi, C., Fedele, R., y Perego, U. A chemo-thermo-damage model for the analysis of concrete dams affected by alkali-silica reaction. *Mechanics of Materials*, 41: 210-230, 2009.
- Comi, C., y Perego, U. Fracture energy based bi-dissipative damage model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 38: 6427-6454, 2001.
- Coussy, O. *Poromechanics*. John Wiley and Sons, 2004.
- Dent Glasser, L. S., y Kataoka, N. The chemistry of alkali-aggregate reaction. *Cement and Concrete Research*, 11: 1-9, 1981.
- Dormieux, L., Kondo, D., y Ulm, F. J. A micromechanical analysis of damage propagation in fluid-saturated cracked media. *Comptes Rendus Mécanique*, 334: 440-446, 2006.
- Dunant, C. F., y Scrivener, K. L. Micro-mechanical modelling of alkali-silica-reaction-induced degradation using the AMIE framework. *Cement and Concrete Research* 40: 517-525, 2010.
- Giaccio, G., Zerbino, R., Ponce, J. M., y Batic, O. R. Mechanical behavior of concretes damaged by alkali-silica reaction. *Cement and Concrete Research*, 38: 993-1004, 2008.
- Hansen, W. C. Studies relating to the mechanism by which the alkali-aggregate reaction produces expansion in concrete. *Journal of the American Concrete Institute*, 15: 213-227, 1944.
- Larive, C. *Apports combinés de l'alkali-reaction et de ses effets mécaniques*. Tesis, 1998.
- Lemarchand, E., Dormieux, L., y Ulm, F. J. E. Micromechanics investigation of expansive

- reactions in chemoelastic concrete. *Philosophical Transaction of the Royal Society*, 363: 2581-2602, 2005.
- McGowan, J. K., y Vivian, H. E. Studies in cement-aggregate reaction: Correlation between crack development and expansion of mortars. *Australian Journal of Applied Science*, 3: 228-232, 1952.
- Ponce, J., y Batic, O. Different manifestations of the alkali-silica reaction in concrete according to the reaction kinetics of the reactive aggregate. *Cement and Concrete Research* 36: 1148-1156, 2006.
- Shehata, M. H., y Thomas, M. D. A. The effect of fly ash composition on the expansion of concrete due to alkali-silica reaction. *Cement and Concrete Research*, 30: 1063-1072, 2000.
- Ulm, F. J., Peterson, M., y Lemarchand, E. Is ASR-expansion caused by chemo-poroplastic dilatation? *Journal of Concrete Science in Engineering*, 4: 47-59, 2002.
- Ulm, F. J., Coussy, O., Kefei, L., y Larive, C. Thermo-chemo-mechanics of asr expansion in concrete structures. *ASCE journal of Engineering Mechanics*, 126: 233-242, 2000.