

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE ELEMENTOS DE HORMIGÓN ARMADO SOMETIDOS A CARGAS CÍCLICAS REVERSIBLES

Daniela M. Scotta^a, Gonzalo Ruano^{a,b}, Bibiana Luccioni^{a,b}, Enrique E. Galindez^{a,c}

^a*Instituto de Estructuras, Universidad Nacional de Tucumán, Av. Independencia 1800, 4000 S.M. de Tucumán, Argentina, www.herrera.unt.edu.ar/iest*

^b*CONICET, Av. Rivadavia 1917, Cdad. Bs. As.*

^c*CIUNT-FACET- Universidad Nacional de Tucumán*

Palabras clave: Hormigón Armado, Cargas cíclicas.

Resumen. La simulación numérica de elementos de hormigón armado sometidos a cargas cíclicas está cobrando importancia en la evaluación de estructuras sometidas a acciones sísmicas. Para poder reproducir la respuesta estructural y el daño asociado de estas estructuras se requiere modelar de forma precisa las deformaciones inelásticas que ocurren en rótulas plásticas. En este trabajo se compara la respuesta obtenida numéricamente con dos tipos de modelos con la obtenida experimentalmente en un espécimen de hormigón armado sometido a cargas cíclicas reversibles. El elemento de hormigón armado en estudio consiste en una viga articulada en sus extremos, de sección transversal rectangular de 10x20cm y 2.3m de luz. En la mitad de la luz se dispone un elemento rígido que simula la unión a una columna. Una primera simulación se realizó con elementos de barra y la sección transversal se discretizó con un modelo de fibras. Para describir el comportamiento del hormigón y del acero se usaron modelos materiales uniaxiales. Se tuvo en cuenta el fenómeno de deslizamiento de la armadura longitudinal. Se realizó luego una simulación más detallada de la viga en estado plano de tensión, con un programa de elementos finitos no lineal. El hormigón armado se modeló mediante la teoría de mezclas modificada para materiales anisótropos. Para el hormigón se utilizó el modelo de daño plástico modificado y para la armadura un modelo elastoplástico. Para la obtención de los parámetros intervinientes en estos modelos se utilizaron los resultados experimentales de ensayos de caracterización de los materiales. En el trabajo se describen los modelos materiales, la calibración de los parámetros intervinientes, los resultados de las simulaciones numéricas de la viga y su comparación con los resultados experimentales. En general, los modelos numéricos utilizados presentan buen ajuste de la respuesta en términos de rigidez inicial y energía disipada en cada ciclo de histéresis. La comparación de los resultados de ambos modelos con los resultados experimentales permite identificar estrategias de simulación más adecuadas para elementos de ese tipo.

1 INTRODUCCIÓN

Luego de ocurrido un sismo destructivo, es de primordial importancia decidir acerca de la seguridad de las estructuras ante posibles réplicas por lo que se torna necesaria la evaluación cuantitativa del daño para estimar la capacidad sísmica residual e identificar las acciones a tomar respecto al edificio dañado. Del estudio de elementos de hormigón armado se determinó que el ancho de fisuras residuales está relacionado con la energía disipada y puede utilizarse como variable de daño (Maeda, et al., 2004). Por lo tanto, si se determina analítica o numéricamente la capacidad original de disipación de energía, es posible estimar la capacidad remanente del elemento dañado, a partir de la medición del ancho de fisuras residuales.

Para poder reproducir la respuesta estructural y el daño asociado de estas estructuras se requiere modelar de forma precisa las deformaciones inelásticas que ocurren en rótulas plásticas.

El análisis numérico de elementos de hormigón armado sometidos a cargas cíclicas reversibles ha sido encarado de distintas formas dependiendo del nivel de discretización y de la profundidad de análisis. Para el análisis global de estructuras de hormigón armado se han usado modelos sencillos en los cuales el comportamiento no lineal se obtiene con la incorporación de rótulas plásticas concentradas. Estos modelos representan los aspectos principales de la respuesta no lineal a gran escala y sus parámetros son calibrados en base a resultados experimentales y a algunas características del material, como es el caso del modelo de Takeda (1970) y sus modificaciones Maeda y Kang (2009). Por otra parte existen modelos más detallados como por ejemplo el modelo de fibras (Taucer, et al., 1991), en el cual se describe el comportamiento de cada uno de los materiales componentes del hormigón armado a través de su relación tensión deformación. En este caso el comportamiento no lineal se produce de forma distribuida en el elemento de análisis y el de la interfaz no se tiene en cuenta explícitamente sino que se deriva del acero longitudinal. Para análisis locales más detallados de nudos o singularidades geométricas es necesario usar modelos de elementos finitos con mallas más refinadas que involucran modelos constitutivos más completos de hormigón (modelos de daño, fisuración distribuida, ablandamiento), de acero (plasticidad) y de la interfaz entre ambos (adherencia). A medida que aumenta el nivel de detalle del modelo aumenta también el costo computacional.

En el presente trabajo se muestran dos maneras de modelar una viga de hormigón armado sometida a cargas cíclicas reversibles, con distintos niveles de detalle, y se analizan las ventajas de cada modelo. El objetivo de este análisis es obtener la curva carga-desplazamiento de forma numérica que permite analizar la capacidad de disipación de energía de elementos de hormigón armado de este tipo.

En el primer modelo se usaron elementos de barra y la sección transversal se discretizó con un modelo de fibras. El comportamiento del hormigón y del acero se describió con modelos materiales uniaxiales. Para poder reproducir adecuadamente la respuesta fue necesario tener en cuenta el deslizamiento de la armadura longitudinal en la zona de anclaje. En el segundo modelo se realizó una simulación más detallada de la viga en estado plano de tensión. El hormigón armado se modeló mediante la teoría de mezclas modificada para materiales anisótropos. Para el hormigón se utilizó el modelo de daño plástico modificado y para la armadura un modelo elastoplástico.

A continuación se describe brevemente el ensayo experimental, los modelos numéricos empleados y finalmente la comparación de los resultados numéricos con los experimentales.

2 ESTUDIO EXPERIMENTAL

Se construyó una viga de hormigón armado, de sección transversal 100x200mm y 2300mm de luz. En el tramo central se dispuso un nudo de carga de sección transversal 200x400mm y 300mm de longitud. Se adoptó armadura longitudinal simétrica de 2Ø12 en función de la cuantía máxima permitida por el [INPRES-CIRSOC 103 \(Julio 2005\)](#) para rótulas plásticas. Como armadura transversal se adoptaron estribos cerrados de Ø4.2c/50mm diseñados por capacidad, para asegurar una falla dúctil por flexión. En la [Figura 1](#) se muestra el detalle de la viga.

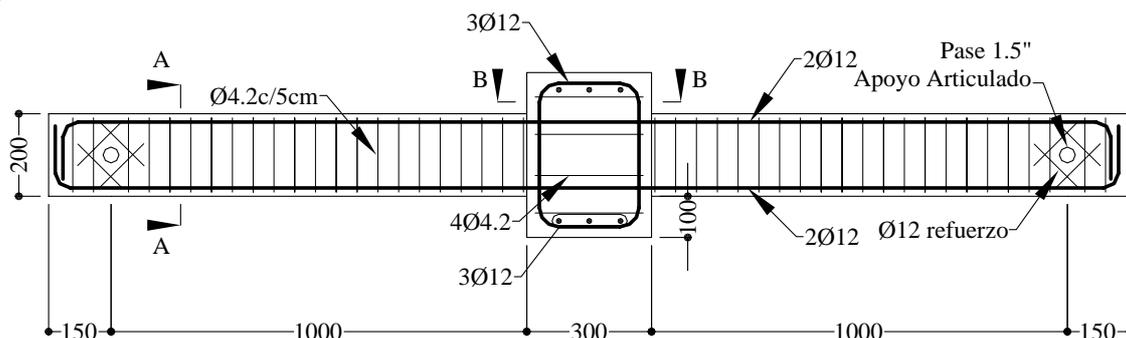


Figura 1: Vista longitudinal de la viga.

Junto con la viga se moldearon probetas cilíndricas de Ø100x200mm para la caracterización del hormigón. La resistencia a compresión promedio del hormigón fue de 42.1MPa. Se utilizaron barras nervuradas de acero conformado tipo ADN 420.

La viga fue ensayada a flexión cíclica reversible aplicando la carga en el nudo central con apoyos articulados y relación luz de corte / altura útil de 5. La carga se aplicó con control de desplazamientos y en cada ciclo se alcanzaron ductilidades de desplazamiento crecientes de 1 a 5, [Figura 2](#). Durante el ensayo se registró la carga y la flecha correspondiente al punto de aplicación de la carga. En la [Figura 3](#) se presenta la curva carga – flecha de la viga ensayada experimentalmente.

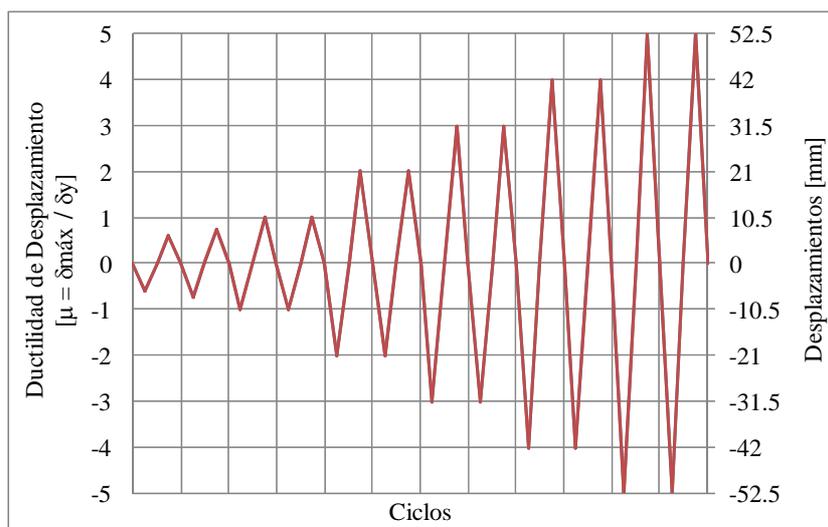


Figura 2: Historia de desplazamientos.

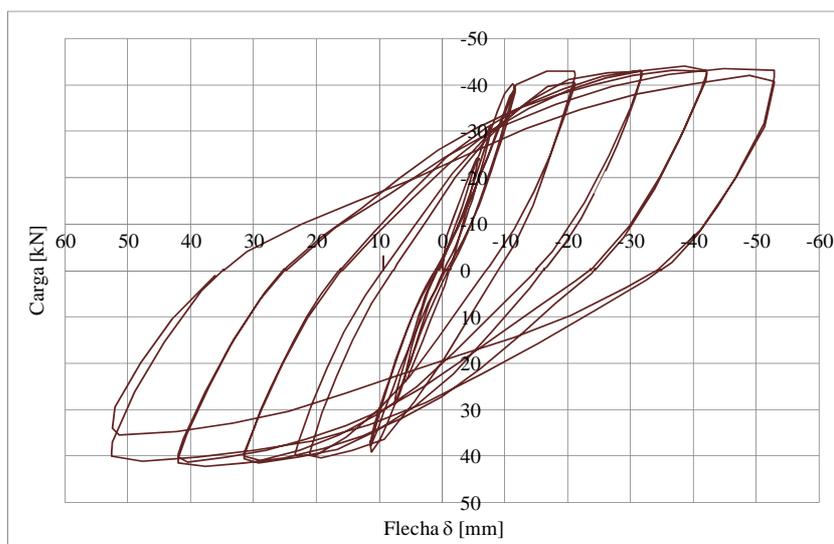


Figura 3: Respuesta carga-desplazamiento de la viga.

3 MODELO NUMÉRICO CON ELEMENTOS DE BARRA DISCRETIZADA EN FIBRAS

En este estudio se simuló la viga del ensayo experimental con el objetivo de reproducir la curva carga-desplazamiento. Se simuló numéricamente la viga con elementos de barra utilizando un modelo de fibras (Taucer, et al., 1991) adecuado para el análisis no lineal de estructuras de hormigón armado sometidas a flexión. En este modelo la barra se subdivide en un número discreto de secciones transversales. Estas secciones se ubican en los puntos de integración numérica y se dividen en fibras longitudinales. Las características geométricas de cada fibra son: las coordenadas según ejes locales, y el área A_{ifib} . La relación esfuerzo-deformación ($M - \varphi, N - \varepsilon$) de la sección no se especifica explícitamente, sino que se obtiene de la integración de la respuesta de las fibras. Estas últimas siguen el comportamiento uniaxial de tensión – deformación definido para los materiales que se les asignan.

3.1 Modelo uniaxial de hormigón

A las fibras de hormigón se les asignó el modelo uniaxial de Popovics (1973) que describe la relación entre la tensión y la deformación del hormigón para historias de carga cíclicas arbitrarias. El mismo considera degradación de la rigidez lineal en carga y descarga de acuerdo con el trabajo de Karsan y Jirsa (1969).

La curva tensión-deformación, para cargas de tracción, es lineal hasta la máxima resistencia a tracción, a partir de la cual tiene una caída exponencial. La descarga y la recarga del modelo en tracción, se define con la rigidez secante.

Las propiedades del hormigón usadas en el modelo se muestran en la Tabla 1. Para la determinación de algunos de los parámetros del hormigón se hicieron ensayos estándar de compresión (ASTM C 39, 86) y de módulo de elasticidad (ASTM C 469, 1987) de diez probetas cilíndricas. El resto de las propiedades fueron obtenidas indirectamente de forma tal de representar numéricamente la respuesta experimental. La resistencia a tracción máxima, se adoptó como el 10% de la resistencia a compresión. En la Figura 4 se muestra la relación tensión deformación del hormigón en compresión uniaxial. En línea punteada se presenta el resultado del ensayo experimental a compresión en zona elástica.

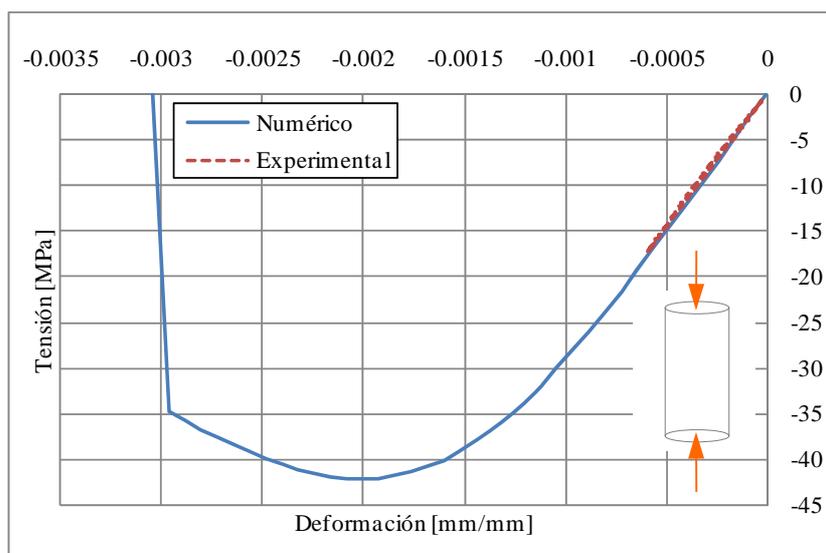


Figura 4: Relación tensión-deformación del hormigón.

Propiedades	
Módulo de elasticidad E_c [MPa]	29761
Resistencia a compresión promedio f_{cm} [MPa]	42.1
Deformación para la máxima resistencia ε_{c0} [mm/mm]	0.002
Deformación última ε_{cu} [mm/mm]	0.003
Resistencia a tracción del hormigón f_t [MPa]	4.21
Deformación específica máxima a tracción ε_t [mm/mm]	0.001

Tabla 1: Propiedades del hormigón.

3.2 Modelo uniaxial de acero

A las fibras de acero se les asignó el modelo uniaxial de [Chang y Mander \(1994\)](#) con algunas modificaciones. Si bien éste modelo tiene la opción de considerar fenómenos como pandeo entre estribos, rotura y degradación de la rigidez por fatiga, en este estudio esos fenómenos no se tuvieron en cuenta, ya que no se trata de un ensayo de fatiga, y el pandeo de las barras registrado sólo afecta la respuesta de los ciclos de mayor desplazamiento. Esto permitió obtener un modelo más sencillo, con suficiente aproximación de la respuesta.

El fenómeno de deslizamiento de la armadura longitudinal respecto del hormigón, en la unión con el núcleo de carga, se tuvo en cuenta a través del modelo de [Zhao y Sritharan \(2007\)](#), que introduce la relación tensión – deslizamiento de las barras de refuerzo en el modelo de fibras, usando un elemento de longitud cero.

El elemento de longitud cero, está definido por una sección discretizada en fibras, [Figura 5](#). Las coordenadas del nodo i coinciden con las del nodo j , es decir que la distancia entre nodos es nula. El vínculo transversal del nodo j se define como esclavo del vínculo del nodo i , para evitar desplazamientos transversales, ya que el elemento no tiene resistencia al corte.

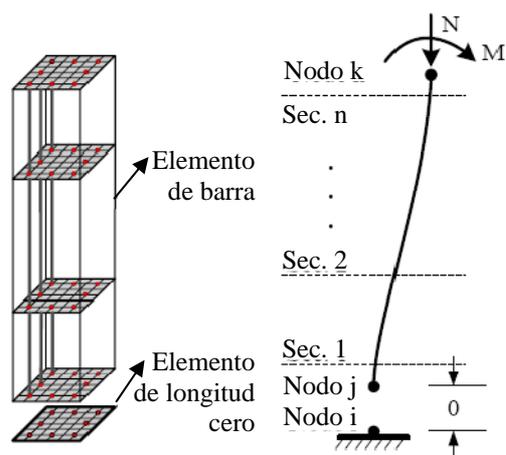


Figura 5: Elemento de longitud cero.

El elemento de longitud cero puede ser usado para modelar las rotaciones producidas por el deslizamiento de la armadura longitudinal, ya que numéricamente se supone que tiene longitud unitaria, de tal forma que las deformaciones en el elemento, son iguales a las deformaciones en la sección (rotación = curvatura).

En este elemento se introduce el modelo del hormigón de anclaje en las fibras de hormigón y el modelo de deslizamiento en las fibras de acero.

Los parámetros empleados en el modelo numérico de deslizamiento, definen la curva tensión – deslizamiento para cargas cíclicas arbitrarias.

El deslizamiento de fluencia s_y correspondiente al momento en que la armadura longitudinal alcanza la tensión de fluencia f_y en la zona de anclaje. Éste parámetro se determinó según la ecuación (1).

$$s_y = 0.4 \left(\frac{d_b}{4} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} (2\alpha + 1) \right)^{1/\alpha} + 0.34 \quad (1)$$

Donde d_b es el diámetro de la armadura longitudinal anclada y α es el parámetro usado en la determinación de la distribución de tensiones de adherencia $\tau = f(s, \alpha)$ que según recomendaciones del autor del modelo se adoptó igual a 0.4.

El deslizamiento último s_u correspondiente al momento en que la armadura longitudinal alcanza la tensión última f_{su} y se determinó como 35 veces el deslizamiento de fluencia. Las expresiones de s_y y s_u fueron determinadas como correlación lineal de los resultados de ensayos experimentales de barras ancladas en hormigón sometidas a arrancamiento (Zhao y Sritharan, 2007).

Para la determinación de las propiedades del acero se ensayaron a tracción cinco barras $\emptyset 12$, correspondientes a la misma partida de la armadura longitudinal del ensayo de la viga. La longitud de las barras ensayadas fue de 50cm. Las propiedades del acero adoptadas en el modelo numérico se presentan en la Tabla 2.

En la Figura 6 se muestra la curva tensión deformación de la simulación de una barra sometida a tracción y la misma se compara con la obtenida del ensayo experimental.

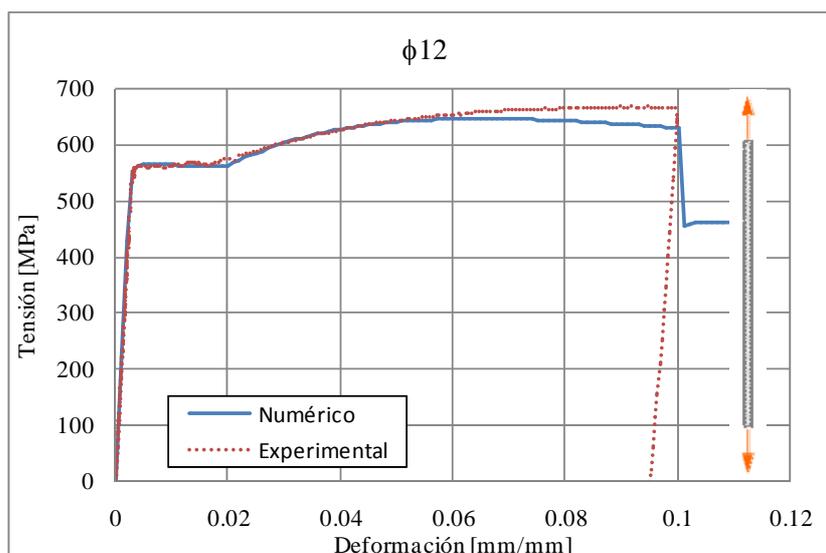


Figura 6: Relación tensión-deformación del acero.

Propiedades	Acero Ø12
Tensión de fluencia f_y [MPa]	563
Tensión última f_{su} [MPa]	668
Módulo de elasticidad E_s [MPa]	215993
Módulo de elasticidad de endurecimiento E_{sh} [MPa]	5184
Deformación específica al final del plafon ϵ_{sh} [mm/mm]	0.02
Deformación específica última ϵ_{su} [mm/mm]	0.1
Deslizamiento de fluencia s_y [mm]	0.33
Deslizamiento último s_u [mm]	11.55

Tabla 2: Propiedades del acero.

3.3 Discretización

Se simuló la mitad de la viga aprovechando las ventajas de la simetría del ensayo. La viga se discretizó en cinco elementos, con cinco puntos de Gauss cada uno (puntos en los cuales se hace el control seccional según el modelo de fibras), adicionalmente se definió un elemento de longitud cero para tener en cuenta el fenómeno de deslizamiento de las barras longitudinales. En el esquema de la Figura 7 puede verse la geometría del modelo numérico y la discretización de los elementos adoptada. En cada elemento se adoptaron cinco puntos de Gauss, dos de los cuales coinciden con los nodos extremos del elemento. En la figura se identifican los puntos de Gauss intermedios con líneas verticales. El modelo numérico presentado es equivalente al ensayo experimental realizado.

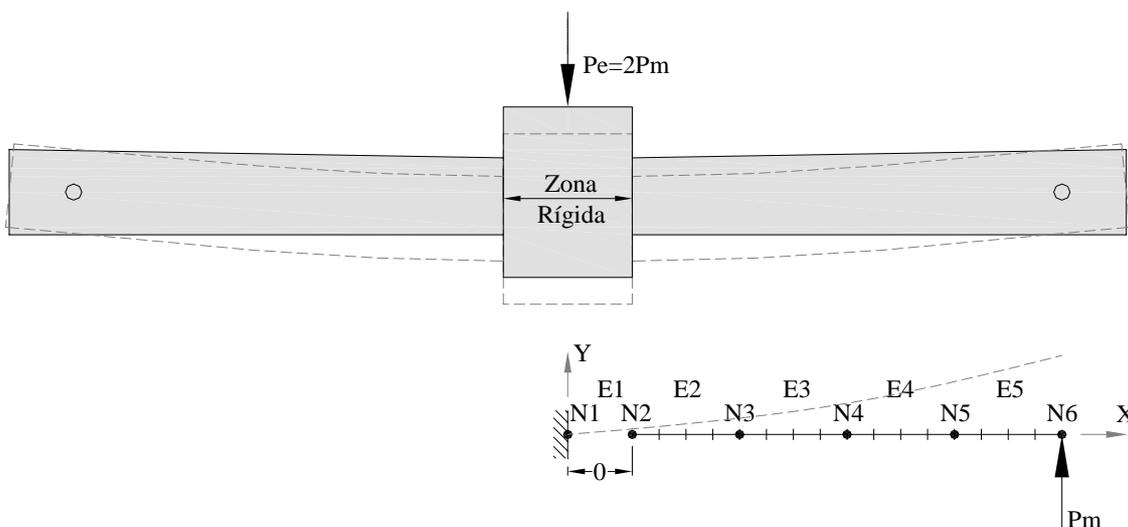


Figura 7: Modelo numérico con elementos de barra.

La zona del nudo de carga central es lo suficientemente rígida a flexión en relación a la sección transversal de la viga, por lo tanto, se asume que la flecha medida en el eje de simetría es igual a la flecha medida en cualquier punto del nudo central. Dicho en otras palabras el nudo central se considera como una zona rígida y su incorporación en el modelo numérico no es necesaria. Según este esquema, la carga del ensayo experimental se obtiene como el doble de la carga del modelo numérico.

A cada punto de Gauss se le asignó la sección rectangular de la viga, discretizada según la Figura 8.

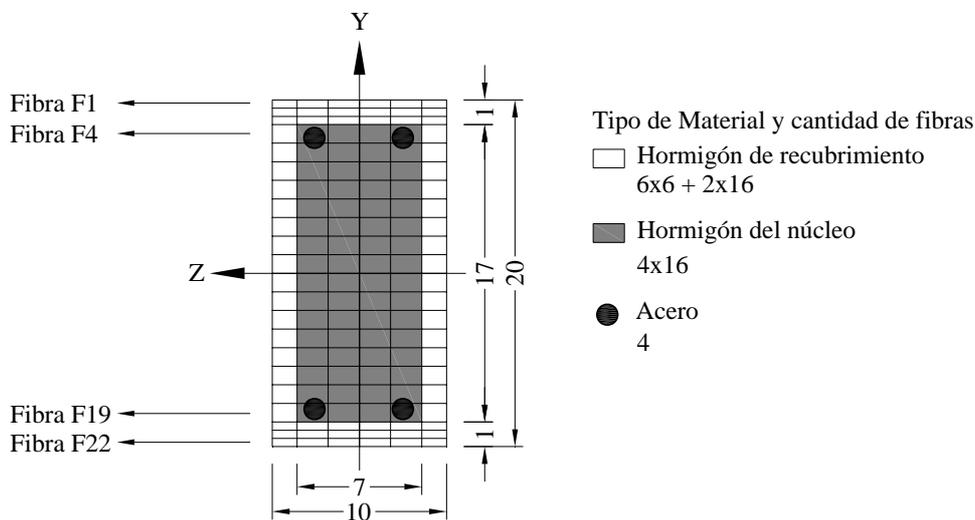


Figura 8: Modelo de fibras de la sección.

Los materiales que definen el comportamiento de cada fibra son los previamente descriptos. El hormigón del recubrimiento se adoptó igual al hormigón del núcleo.

4 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS PLANOS

En este punto se presenta la modelación numérica de la viga ensayada con elementos finitos planos. La misma se realizó con un programa de elementos finitos planos no lineal

desarrollado en el equipo de investigación. La armadura no se modela explícitamente sino que se utilizó la teoría de mezclas para considerar que los elementos planos incluyen hormigón y armadura

El modelo fue sometido a ciclos de desplazamiento de acuerdo a la historia de desplazamientos utilizada en el ensayo, [Figura 2](#).

4.1 Modelo constitutivo utilizado para el hormigón

Para el hormigón se utilizó el modelo de daño plástico modificado ([Luccioni y Rougier, 2005](#)), ([Rougier y Luccioni, 2007](#)) que permite simular el comportamiento de materiales friccionales del tipo hormigón sometidos a altos niveles de confinamiento.

Es un modelo que deriva de una generalización de la teoría clásica de la plasticidad ([Oller, 1988](#)); ([Lubliner, et al., 1989](#)); ([Luccioni, et al., 1996](#)). La adopción de una función de fluencia de segundo grado en las componentes del tensor de tensiones, obtenida a partir de una modificación del criterio de fluencia de Lubliner-Oller ([1988](#)), permite alcanzar valores de resistencia última muy próximos a los resultados obtenidos experimentalmente para hormigón simple.

El proceso plástico se describe a partir de una generalización de la teoría de la plasticidad clásica que permite tener en cuenta algunos aspectos del comportamiento de geomateriales.

El límite del comportamiento elástico se describe a través de una función de fluencia:

$$F(\sigma_{ij}; \kappa^p) = f(\sigma_{ij}) - K(\sigma_{ij}; \kappa^p) \leq 0 \quad (2)$$

donde $f(\sigma_{ij})$ es la tensión equivalente definida en el espacio de tensiones. $K(\sigma_{ij}; \kappa^p)$ es el umbral de fluencia y κ^p es la variable de daño plástico o variable de endurecimiento isótropo. En este trabajo se utiliza el criterio de Lubliner-Oller modificado ([Luccioni y Rougier, 2005](#))

$$F(\sigma_{ij}; \kappa^p) = \sqrt{3}J_2 + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{\max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{\max} \rangle + \frac{\delta}{K(\kappa^p)} (1 - \alpha) I_1^2 - K(\sigma_{ij}; \kappa^p) (1 - \alpha) (1 + \delta) = 0 \quad (3)$$

donde α , β , γ y δ son parámetros materiales que determinan la forma de la función de fluencia. I_1 es el primer invariante del tensor de tensiones, J_2 es el segundo invariante del tensor desviador de tensiones, $K(\sigma_{ij}; \kappa^p)$ representa la evolución del umbral de fluencia equivalente y σ_{\max} es la tensión principal mayor: $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 = \sigma_{\max}$, cuya expresión es la siguiente

$$\sigma_{\max} = 2 \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \operatorname{sen} \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{I_1}{3} \quad (4)$$

donde θ es el ángulo de similaridad o ángulo de Lode

$$\operatorname{sen}(3\theta) = -\frac{3\sqrt{3}J_3}{2(J_2)^{3/2}} \quad (5)$$

y J_3 es el tercer invariante del tensor desviador de tensiones.

La determinación de los parámetros α , β , γ y δ se realiza de igual forma que en el modelo de [Luccioni y Rougier \(2005\)](#).

Se define la siguiente regla de evolución para las deformaciones plásticas:

$$\epsilon_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\sigma_{mn}; \kappa^p)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (6)$$

donde $\dot{\lambda}$ es el factor de consistencia plástica y G la función de potencial. En este trabajo se consideró flujo asociado $G = F$.

La variable de endurecimiento plástico κ^p se obtiene normalizando la energía disipada en el proceso plástico a la unidad y varía entre 0 para el material virgen y 1 cuando se ha disipado plásticamente la totalidad de la energía que el material es capaz de disipar de esta forma. La regla de evolución de la variable de endurecimiento plástico tiene en cuenta el comportamiento diferenciado en tracción y compresión y permite simular adecuadamente la disipación de energía en compresión triaxial de materiales como el hormigón (Rougier y Luccioni, 2007).

$$\kappa^p = \left[\frac{r}{g_f^{*p}} + \frac{(1-r)}{g_c^{*p}} \right] \sigma_{ij} \epsilon_{ij}^p \quad (7)$$

donde:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \sigma_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|} \geq 0 \quad \langle \sigma_i \rangle = \frac{1}{2} [\sigma_i + |\sigma_i|] \quad (8)$$

σ_i : son las tensiones principales

$$g_f^{*p} = \left(\frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i| R^{op}}{fp(\sigma_{ij})} \right)^{1+H(-r)} g_f^p \quad g_c^{*p} = \left(\frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|}{fp(\sigma_{ij})} \right)^{1+H(-r)} g_c^p \quad (9)$$

$$H(-r) \begin{cases} = 0 & \text{si } r > 0 \\ = 1 & \text{si } r = 0 \end{cases}$$

R^{op} es la relación entre los umbrales de fluencia en compresión uniaxial y en tracción uniaxial, g_f^p y g_c^p son las máximas densidades de energía disipadas por el proceso plástico en tracción uniaxial y compresión uniaxial respectivamente.

Estas energías pueden ser evaluadas como:

$$g_f^p = \frac{G_f}{l_c} \quad \text{y} \quad g_c^p = \frac{G_c}{l_c} \quad (10)$$

Donde G_f y G_c son las energías de fractura y aplastamiento respectivamente y l_c es un parámetro externo que depende del tamaño característico de la malla de elementos finitos y se introduce para obtener objetividad de la respuesta del sólido respecto del tamaño de la malla.

Se utiliza la siguiente regla de evolución para el umbral de fluencia equivalente:

$$K(\sigma_{ij}, \kappa^p) = r \sigma_t(\kappa^p) + (1-r) \sigma_c(\kappa^p) \quad (11)$$

Donde $\sigma_t(\kappa^p)$ y $\sigma_c(\kappa^p)$ representan la evolución de los umbrales de fluencia en ensayos de tracción y compresión uniaxial respectivamente.

Las condiciones de carga/descarga se derivan de las relaciones de Kuhn-Tucker formuladas para problemas con restricciones unilaterales:

$$\dot{\lambda} \geq 0 \quad F^P \leq 0 \quad \dot{\lambda} F^P = 0 \quad (12)$$

Las propiedades utilizadas para el hormigón se obtienen de los ensayos de caracterización y se resumen en la [Tabla 3](#).

Propiedades	
Módulo de elasticidad E [MPa]	29700
Coefficiente de Poisson ν	0.2
Resistencia última a compresión σ_{uc} [MPa]	42.1
Tensión umbral de fluencia en compresión σ_{fc} [MPa]	29.0
Relación de resistencia inicial (comp./trac.) R^{0p}	10.0
Relación resistencia (equibiaxial/uniaxial) compresión R^{bc}	1.16
Parámetro controlador del plano octahédrico γ	3.5
Curva de endurecimiento en tracción	Exponencial
Curva de endurecimiento en compresión	Exp. c/máximo
Variable de endurecimiento plástico para la tensión pico en compresión κ_{comp}^p	0.15
Egía de fractura G_f [MPa.mm]	0.07
Egía de aplastamiento G_c [MPa.mm]	6.6

Tabla 3: Propiedades Hormigones Simples, sin Fibras.

4.2 Modelo constitutivo utilizado para el acero

Para el acero se utilizó un modelo elastoplástico con endurecimiento clásico con criterio de fluencia de Von Mises y plasticidad asociada. Las propiedades mecánicas usadas para el acero se resumen en la [Tabla 4](#). Para tener en cuenta que la armadura trabaja en dirección axial se consideró a la misma con ortotropía elástica. En la dirección axial se consideró el módulo elástico del acero mientras que en la dirección transversal se considera 100 veces menor.

La curva de endurecimiento utilizada para el acero es la obtenida experimentalmente.

Propiedades	
Módulo de elasticidad E_{xx} [MPa]	200000
Coefficiente de Poisson $\nu_{xy}=\nu_{xz}=\nu_{zy}=\nu_{yz}$	0.2
Módulo de elasticidad $E_{yy}=E_{zz}$ [MPa]	10000
Coefficiente de Poisson $\nu_{yx}=\nu_{zx}$	0.01
Resistencia última dirección x σ_{ut} [MPa]	665.9
Resistencia última a compresión σ_{uc} [MPa]	665.9
Tensión umbral de fluencia en tracción y compresión σ_f [MPa]	554.3
La anisotropía de las fibras está definida en coordenadas locales, x representa la dirección axial	

Tabla 4: Propiedades mecánicas del acero.

4.3 Discretización

En la [Figura 9](#) se muestra la malla de elementos finitos utilizada. Nuevamente aprovechando la simetría del problema se modeló sólo la mitad del mismo. Se usaron elementos rectangulares en estado plano de tensiones, 4 nodos y 2x2 puntos de Gauss. Se

pueden distinguir distintos colores correspondientes a las distintas proporciones de hormigón y acero utilizadas para definir el hormigón armado que se detallan en la [Tabla 5](#).

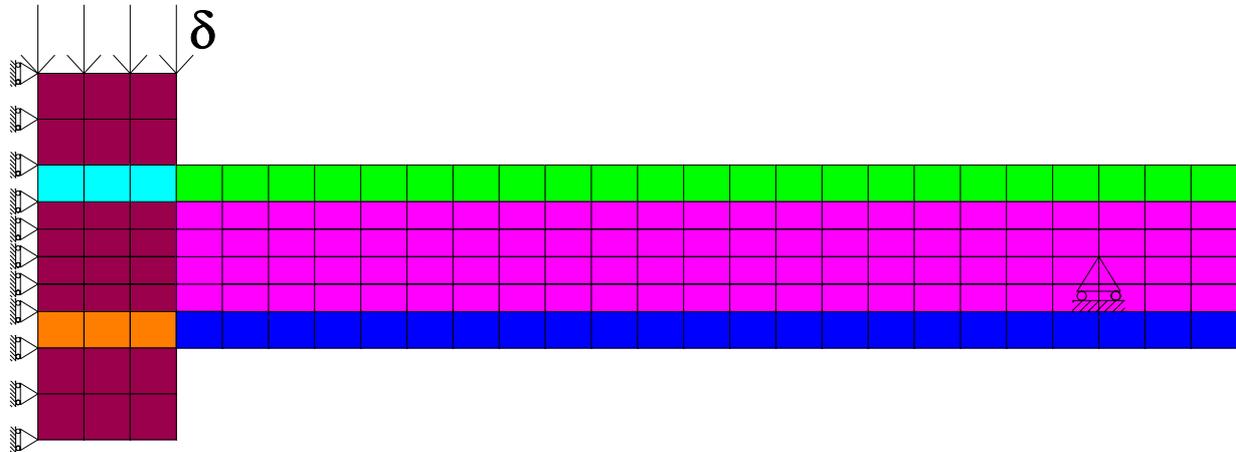


Figura 9: Malla de EF planos y condiciones de borde.

N° Compuesto	Descripción	Espesor [mm]	Hormigón %	Acero %
1	H°+ As superior Brazo	100	0.9435	0.0565
2	H°+ As inferior Brazo	100	0.9435	0.0565
3	H°+ Estribos Brazo	100	0.9945	0.0055
4	H°+ As superior Nudo	200	0.9717	0.0283
5	H°+ As inferior Nudo	200	0.9717	0.0282
6	H°+ Estribos Nudo	200	0.9972	0.0028

Tabla 5: Materiales y composición.

5 RESULTADOS NUMÉRICOS. COMPARACIÓN CON RESULTADOS EXPERIMENTALES

5.1 Modelo con elementos de barra discretizado en fibras

El modelo antes presentado, se sometió a cargas cíclicas con control de desplazamientos. La historia de desplazamientos adoptada puede verse en la [Figura 2](#), a diferencia de la adoptada en el ensayo experimental, en la simulación numérica no se realizó la repetición de cada ciclo.

En la [Figura 10](#) se presenta la curva carga – desplazamiento de la simulación numérica y se la compara con la experimental. La rigidez inicial se ajusta adecuadamente a la del ensayo experimental. Los ciclos de histéresis presentan un estrangulamiento similar al del ensayo, que se traduce en una mejor aproximación en la determinación de la energía disipada.

Numéricamente la carga del tercer ciclo correspondiente a la fluencia de la armadura es acertada. Sin embargo para los ciclos posteriores se observa una sobreestimación creciente llegando a una diferencia máxima de 4kN en el último ciclo. La rigidez de la rama de descarga de cada ciclo tiene una buena aproximación respecto a la experimental y los desplazamientos residuales obtenidos numéricamente son cercanos a los experimentales.

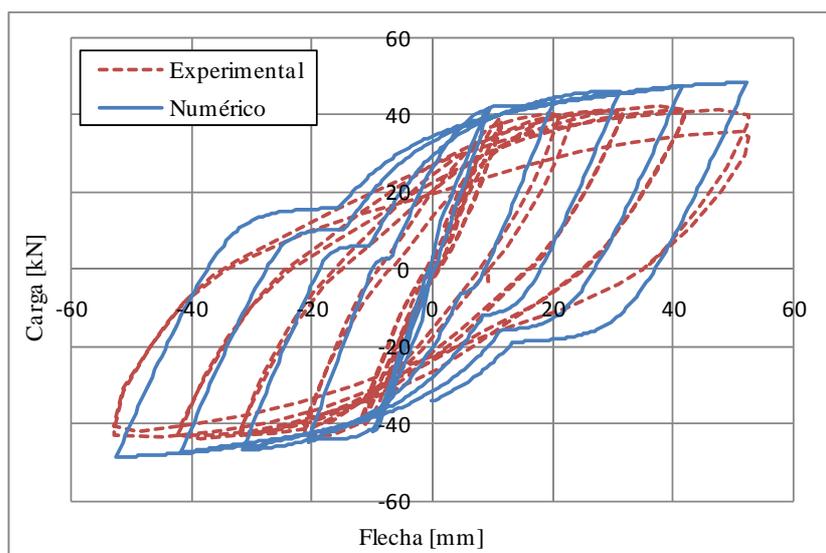


Figura 10: Análisis cíclico, relación carga-desplazamiento con deslizamiento.

5.2 Modelo con elementos planos

En la [Figura 11](#) se muestra la curva carga – desplazamiento obtenida numéricamente con el modelo de elementos finitos planos y su comparación con la curva obtenida en el ensayo. Nuevamente en la simulación numérica no se realizó la repetición de cada ciclo.

Se puede observar que el modelo reproduce adecuadamente el comportamiento registrado experimentalmente. Las cargas máximas y las formas de los ciclos son similares a las obtenidas en el ensayo. Se nota únicamente que en el primer ciclo de carga, el modelo alcanza cargas algo mayores y presenta un lazo un poco más abierto. A partir del segundo ciclo de carga/descarga las diferencias entre resultados numéricos y experimentales se reducen notablemente. Se observa que aunque el comportamiento de los materiales hormigón y acero es elastoplástico con descargas elásticas, al tratarse de una estructura compuesta, las descargas no son elásticas y evidencian estrechamiento de los ciclos y degradación de la rigidez del conjunto aún cuando los modelos de cada uno de los materiales no incluyen este fenómeno.

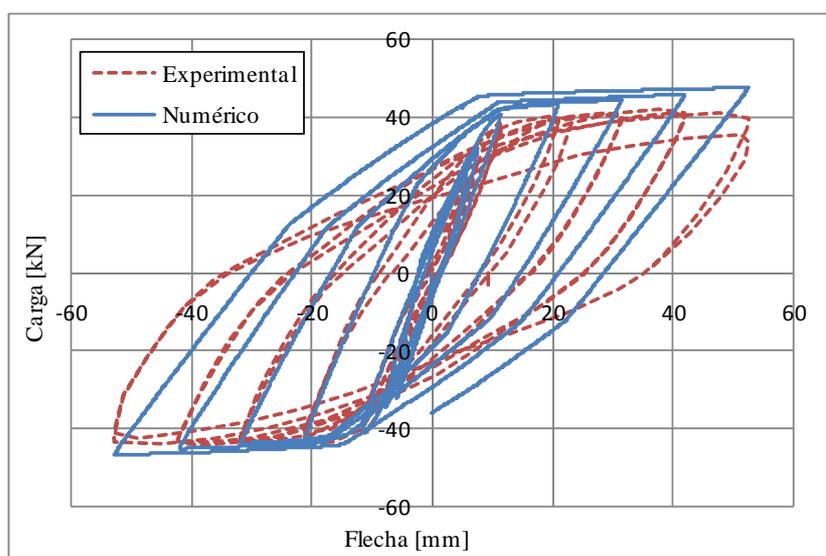


Figura 11: Curva carga desplazamiento obtenida con el modelo de elementos finitos plano.

El análisis numérico permite determinar la energía disipada como el área que encierra cada ciclo de histéresis. En la Figura 12 se presenta una comparación entre el resultado de dicha evaluación y la disipación en cada ciclo de desplazamiento calculada a partir de los resultados experimentales. En la figura, el 2do ciclo experimental se refiere a la repetición del 1er ciclo con el mismo desplazamiento máximo alcanzado. Se observa que el modelo con elementos planos reproduce con mejor aproximación la cantidad de energía disipada que el modelo con elementos de barra.

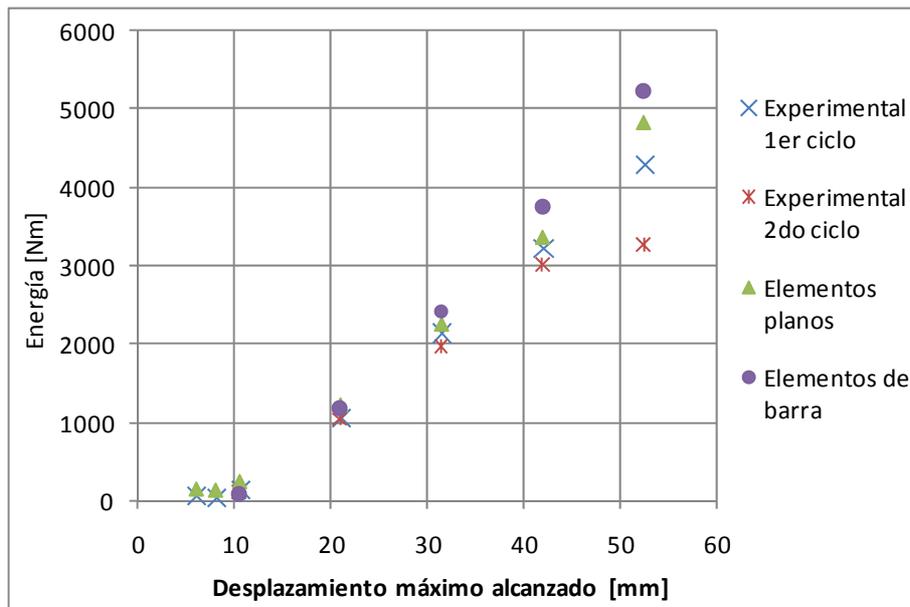


Figura 12: Energía disipada por ciclo.

5.3 Mecanismo de trabajo

Mediante el modelo de elementos planos es posible analizar el mecanismo de trabajo de la viga.

En Figura 13 se muestra un mapa de colores de la variable de endurecimiento plástico de los materiales hormigón Figura 13(a) y acero Figura 13(b) correspondiente al desplazamiento de 52.5mm. Se aprecia que mientras que el hormigón ha disipado energía en una gran longitud considerable, el acero lo ha hecho solo en adyacencia del nudo central. De hecho esta variable interna en el hormigón tiene un avance rápido para los primeros ciclos de carga en contraposición de lo que sucede en el acero.

En Figura 14 se muestran las deformaciones plásticas ε_{xx} en el hormigón para el desplazamiento máximo del último ciclo. Se puede apreciar que estas deformaciones se concentran en adyacencia del núcleo central. Esto se corresponde con lo observado durante el ensayo experimental.

En Figura 15 se muestra un mapa de colores de las tensiones en los materiales hormigón Figura 15(a) y acero Figura 15(b) correspondiente al mismo desplazamiento que la figura anterior. Debido a que para ese momento el hormigón ha disipado gran cantidad de energía las tensiones que soporta son bajas y el mecanismo resistente es mayormente proporcionado por el acero.

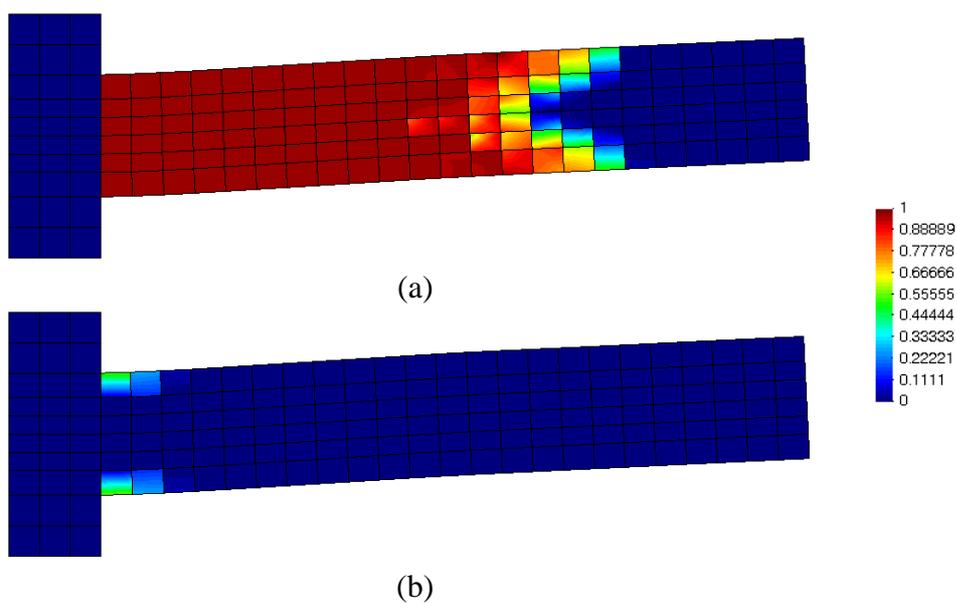


Figura 13. Variable de endurecimiento plástico. (a) hormigón. (b) acero.

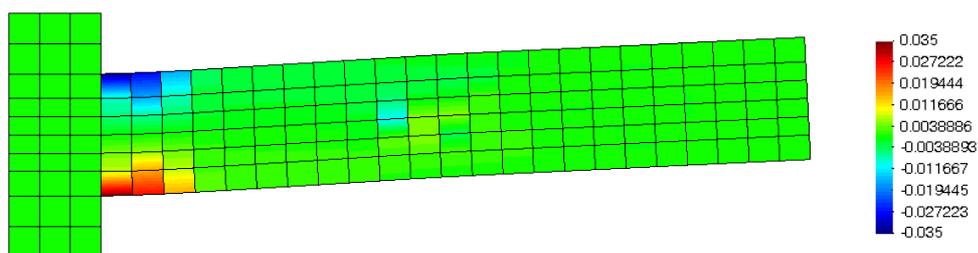


Figura 14: Deformaciones plásticas hormigón ϵ_{xx} .

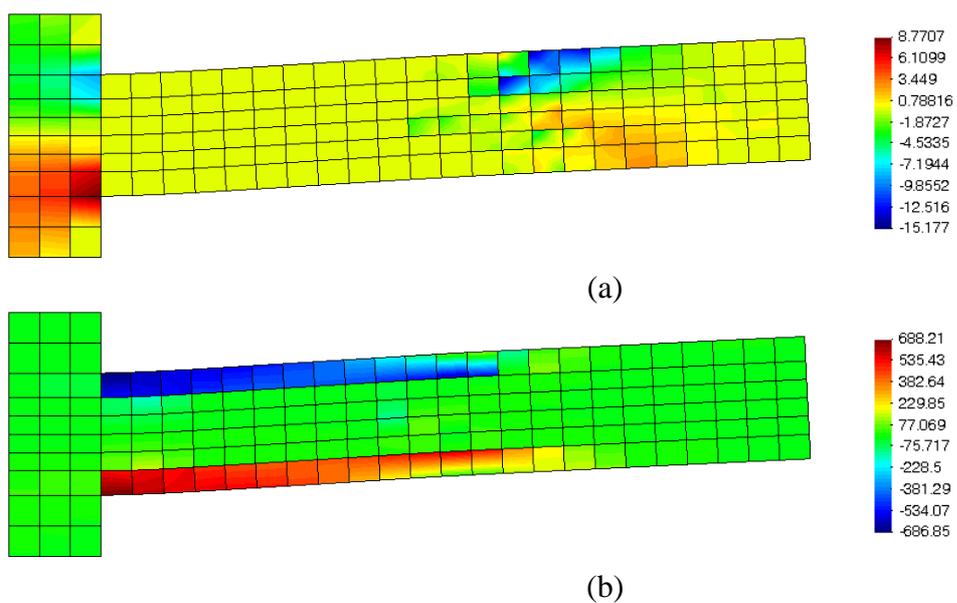


Figura 15: Tensiones σ_{xx} . (a) hormigón. (b) acero.

6 CONCLUSIONES

En el presente trabajo se realizó la simulación numérica de una viga de hormigón armado ensayada a flexión simple con cargas cíclicas reversibles. La geometría de la misma y la cuantía de armadura longitudinal permitieron un comportamiento dúctil con buena disipación de energía. La falla fue por flexión después de haber sometido a la viga a desplazamientos crecientes. La viga alcanzó un desplazamiento máximo de 52.5mm correspondiente a ductilidad de desplazamiento de cinco. Durante el ensayo se distinguió la formación de rotulas plásticas adyacentes al núcleo central de carga.

En el análisis numérico del ensayo experimental, se utilizó un modelo de elementos de barra discretizado transversalmente en fibras y un modelo de elementos en estado plano de tensiones. A continuación se resumen los aspectos más destacados del trabajo.

El modelo de elementos barras es sencillo y brinda una buena aproximación de los resultados experimentales. Es una herramienta numérica práctica y de bajo costo computacional. Representa de forma adecuada los ciclos de histéresis en términos de rigidez inicial de carga y la de descarga, y los desplazamientos residuales, sin embargo la curva carga desplazamiento presenta cambios bruscos de rigidez durante la recarga. Permite determinar con bastante aproximación la energía disipada de los primeros ciclos, pero para los últimos ciclos la sobreestima.

El modelo de daño plástico modificado del hormigón no había sido probado antes en carga cíclica y en este trabajo se muestra que es adecuado para reproducir el comportamiento del hormigón bajo ciclos de desplazamiento con inversión de signos de carga.

El modelo de elementos planos es rico en información y permite estudiar aspectos tales como la deformación plástica de los materiales componentes y su distribución. Brinda además una mejor estimación de los ciclos de cargas y la energía disipada con un costo computacional razonable. Representa por lo tanto una herramienta útil en la predicción del comportamiento de elementos de hormigón armado sometidos a flexión cíclica y facilita la comprensión de los mecanismos de trabajo.

7 AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Tucumán (CIUNT), y al Consejo Nacional de Investigaciones Científico Técnicas (CONICET) por el apoyo económico recibido.

REFERENCIAS

ASTM C 39, Test method for compressive strength of cylindrical concrete specimens. *Annual book of ASTM standards*, Volume 04.02 Concrete and Agegates(Section 4 Construction), 1986.

ASTM C 469, Standard test method for static modulus of elasticity and Poisson`s ratio of concrete in compression. . *Annual book of ASTM standards*, Volume 04.02 Concrete and Agegates.(Section 4 Construction), 1987.

Chang, G., and Mander, J., Seismic Energy Based Fatigue Damage Analysis of Bridge Columns: Part 1- Evaluation of Seismic Capacity. *NCEER Technical Report*, Issue 94-0006, 1994.

INPRES-CIRSOC 103, *Reglamento Argentino para las Construcciones Sismorresistentes*. s.l.:s.n., 2005.

Karsan, I. y Jirsa, J., Behavior of concrete under compressive loading. *Journal of*

Structural Division ASCE, 95:2543-2563, 1969.

Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S. y Oñate, E., A plastic damage model for concrete. *Int. J. Solids Struct.*, 3(25), pp. 299-326, 1989.

Luccioni, B., Oller, S. y Danesi, R., Coupled plastic damage model. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Issue 129, pp. 81-89, 1996.

Luccioni, B. y Rougier, V., A plastic damage approach for confined concrete. *Computer & Structures*, Issue 83, pp. 2238-2256, 2005.

Maeda, M. y Kang, D. E., Post-Earthquake Damage Evaluation of Reinforced Concrete Buildings. *Journal of Advanced Concrete Technology*, October, 7(3), pp. 327-335, 2009.

Maeda, M., Nakano, Y. y Lee, K. S., *Post-Earthquake Damage Evaluation for R/C Buildings Based on Residual Seismic Capacity*. Vancouver, B.C., Canada, s.n., 2004.

Oller, S., Un modelo de Daño Continuo para materiales Friccionales, Ph.D. Thesis. *Universitat Politecnica de Catalunya, Escola Técnica Superior D'Enginyers de Camins, Canals I Port*, 1988.

Popovics, S., A numerical approach to the complete stress strain curve for concrete. *Cement and concrete research*, 3(5), pp. 583-599, 1973.

Rougier, V. C. y Luccioni, B. M., Numerical assessment of frp retrofitting systems for reinforced concrete elements. *Engineering Structures*, Issue 29, pp. 1664-1675, 2007.

Takeda, T., Mete, A., Sozen, M. and Norby Nielsen, N., Reinforced concrete response to simulated earthquakes. *Journal of the Structural Division-ASCE*, 96(12), pp. 2557-2573, 1970.

Taucer, F. F., Spacone, E. y Filippou, F. C., *A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structures*. Earthquake Engineering Research Center, Report N° EERC 91-17, University of California, Berkeley, 1991.

Zhao, J. y Sritharan, S., Modeling of strain penetration effects in fiber-based analysis of reinforced concrete structures. *ACI Structural Journal*, Volume 104, pp. 133-141, 2007.