

## MODELADO NUMÉRICO DEL COMPORTAMIENTO DE LA INTERFASE EN MATERIALES COMPUESTOS

**Kristel N. Roshdestwensky, Javier L. Mroginski, Claudia A. Morel, Ricardo J. Barrios  
D'Ambra y Juan M. Podestá**

*Departamento de Mecánica Aplicada, Universidad Nacional del Nordeste.  
Av. Las Heras 727, Resistencia, Chaco, Argentina. <http://ing.unne.edu.ar/mecap>*

**Palabras Clave:** Método de elementos finitos, Ley cohesiva, UMAT, Ensayo pull-out

**Resumen.** Los materiales compuestos han surgido en la búsqueda de optimizar el desempeño de los materiales comunes logrando grandes mejoras en sus propiedades físicas, químicas, térmicas y/o mecánicas; convirtiéndolos en materiales muy útiles en la ingeniería civil, automotriz, aeroespacial, etc. Es por ello que el estudio de la mecánica de fractura de materiales compuestos se ha convertido en el objeto de infinitud de estudios, los cuales son ineludiblemente a nivel micro-mecánico, siendo de difícil utilización la experimentación física, por lo que la mecánica computacional se presenta como una herramienta de potencial aplicación para el estudio del comportamiento de este fenómeno de falla. Una forma útil y sencilla de modelar numéricamente la falla de materiales compuestos es mediante leyes cohesivas. En el presente trabajo se modela el comportamiento de la interface fibra-matriz de materiales compuestos en un ensayo de extracción de fibra utilizando el método de los elementos finitos, a través del software comercial Abaqus v6.9, representando la interfase mediante una capa de elementos cohesivos que sigue una ley cohesiva desarrollada en una subrutina de usuario (UMAT), expandiendo las propiedades de los materiales por defecto del programa .

## 1. INTRODUCCION

La sociedad moderna se basa en la utilización de una amplia gama de materiales con propiedades claramente diferentes. Para lograr una utilización más segura y más eficiente de los materiales son necesarios estudios cada vez más profundos (más detallados y a menores escalas) de sus propiedades (Sorensen, 2010).

Los materiales compuestos han surgido en la búsqueda de mejorar el desempeño de los materiales comunes, logrando grandes mejoras en sus propiedades físicas, químicas, térmicas y/o mecánicas. Esto los convierte en materiales muy útiles en la ingeniería civil, automotriz, aeroespacial, etc.

Uno de los materiales compuestos más utilizados es el del tipo Fibra-Matriz, que se compone de dos materiales o fases distintas, una constituye la fase continua o dispersante llamada matriz y la otra, que se halla en general en forma de fibra, dispersa dentro de la matriz como refuerzo. Estos materiales son utilizados en muchas estructuras con el fin de disminuir su peso propio y mejorar su comportamiento pos-pico aumentando su ductilidad, etc. Se emplean habitualmente en estructuras aeroespaciales, lanchas, automóviles o palas de turbinas eólicas, como se puede apreciar en la Fig. 1.



Figura 1: Algunos ejemplos sobre el empleo de materiales compuestos: Turbinas eólicas, automóviles, lanchas, raquetas, cañas de pescar (matriz polimérica con fibras de vidrio o carbono), Chalecos antibalas (matriz polimérica con fibras aramídicas), Puntales transbordador espacial (matriz metálica con fibras de boro), Árbol de levas (matriz metálica con fibras cerámicas), Parantes o paneles (matriz cerámica, hormigón, con fibras de vidrio), etc.

Para el desarrollo y perfeccionamiento de su eficiencia y su seguridad se debe caracterizar su comportamiento, siendo indispensable estudiar las propiedades mecánicas de cada fase componente y de la interface entre las mismas. Dentro de los compartimientos mecánicos a estudiar, el más importante es el estudio del modo de falla. Se distingue en general tres formas:

1. Falla en la matriz por nucleación, crecimiento y fusión de vacíos.

2. Falla en la fibra o refuerzo.
3. Falla por despegado y fractura a lo largo de la interface entre la fibra y la matriz.

La falla a lo largo de la interface, comúnmente llamada falla interfacial, es generalmente la más importante, ya que si la interface es débil se minimiza la transmisión de cargas de la matriz a la fibra, por lo que la matriz deberá soportar los esfuerzos fallando con una carga mucho menor a la esperada; o bien se producirán fisuras entre la matriz y la fibra que llevarán a la rotura al material. Lograr una buena adhesión entre la matriz y la fibra no resulta sencillo, porque depende del contacto íntimo de los átomos de los materiales, que generalmente son de distintas familias. Para el estudio de esta falla surgen los ensayos de extracción de fibra por tracción y compresión (ensayos pull-out y push-out), donde puede determinarse la resistencia al despegue. Estos ensayos de fractura a nivel micro-mecánico son de difícil realización utilizando la experimentación física (la extracción de una fibra que por lo general es milimétrica) y los instrumentos requeridos son muy onerosos, por lo que la simulación numérica se presenta como una herramienta de potencial aplicación para el estudio del comportamiento de este fenómeno de falla. En consecuencia la tendencia llevada a cabo por la comunidad científica internacional es utilizar modelos o simulaciones numéricas combinadas con ensayos experimentales, con el fin de minimizar el número de pruebas de laboratorio y validar los resultados computacionales.

El modelado de la falla de materiales compuestos puede efectuarse mediante el uso de los conceptos de *Micro-mecánica* o a través de *Leyes Cohesivas*. Las leyes cohesivas pertenecen al grupo de modelos fenomenológicos, esto quiere decir que para su estudio no se requieren conocimientos detallados del proceso físico. Emplean un modelo material el cual es representado por una *Ley de Tracción-Separación* que describe la pérdida de capacidad de carga del material en función de la separación. Esta ley es independiente del daño que tiene lugar tanto en la matriz como en la fibra (Schwalbe et al., 2009).

En virtud de lo expuesto anteriormente, para el presente trabajo se ha elegido estudiar la falla interfacial en materiales compuestos del tipo Fibra-Matriz en un ensayo de extracción de fibra por tracción (pull-out), modelando computacionalmente el comportamiento de la interface a través de leyes cohesivas mediante el método de los elementos finitos. Para el modelado del comportamiento constitutivo del material de interface se implemento una rutina de usuario (UMAT) en el software comercial Abaqus v6.9.

## 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 2.1. Modelos con zonas cohesivas

La interface entre dos materiales se representa por medio de una capa cohesiva tal como se observa en la Fig. 2.

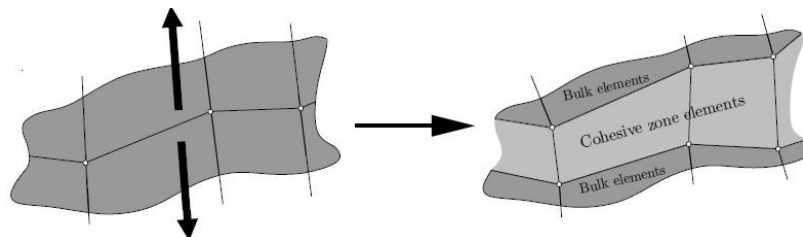


Figura 2: Zona de elementos cohesivos a lo largo de la interface entre dos materiales (Kregting, 2005)

En modelado numérico, existen tres técnicas para modelar la capa cohesiva (Högberg, 2006).

1. La capa cohesiva es modelada como una interfase (superficie entre dos cuerpos, los cuerpos comparten este límite inicialmente) entre cuerpos unidos. En este caso la ley cohesiva considera solo la energía de fractura intrínseca debido a la separación. De esta forma el efecto debido al espesor de la capa es ignorado (Pantano y Avrill, 2004).
2. La capa cohesiva es modelada como un continuo elastoplástico con parámetros de fractura. Esta técnica de modelado usa los parámetros materiales del adhesivo como un material de volumen. La ley cohesiva está basada en las propiedades de fractura del adhesivo voluminoso y el proceso de fractura se supone que inicia en una fisura introducida en el adhesivo (Tvergaard y Hutchinson, 1996).
3. La capa cohesiva es modelada como una interfase (es una combinación de fases) con un espesor. Se usa una ley cohesiva que describe la respuesta macroscópica de la capa (Salomonsson, 2002).

La primer técnica empleada para modelar la interfase se emplea comunmente para describir materiales compuestos laminados o en capas. En estos estudios, el efecto de los materiales unidos frecuentemente domina la respuesta general de la pieza. La segunda técnica emplea la mecánica del continuo y las predicciones obtenidas son mucho más precisas. El inconveniente que presenta es el alto grado de complejidad numérica; los parámetros de fractura del adhesivo deben ser complementados con parámetros elásticos y plásticos; la gran variación en el tamaño de los elementos debido al espesor de la capa provoca dificultades en el mallado; el número de los elementos por longitud unida es tan alta que simulaciones de estructuras más grandes son costosas y consumen mucho tiempo. Un buen equilibrio entre las técnicas 1 y 2 es la técnica de capa 3, que es mucho más simple que la técnica de continuo, pero el resultado es más preciso que la técnica de capa (Högberg, 2006).

## 2.2. Leyes cohesivas

Las leyes cohesivas son relaciones constitutivas entre la tracción actuante en la interfase de dos materiales y la correspondiente separación interfacial. Podemos distinguir entre una separación normal a la superficie de la interface  $\delta_n$  y una separación tangencial a la superficie de la interface  $\delta_t$ , para problemas tridimensionales existen dos direcciones tangenciales, que se denotan  $\delta_t$  y  $\delta_s$ . Al igual que las separaciones, las tensiones  $t$  pueden también actuar en una dirección normal  $\sigma$  y otra tangencial  $\tau$  (Brocks et al., 2003). Como se observa en la Fig. 3.

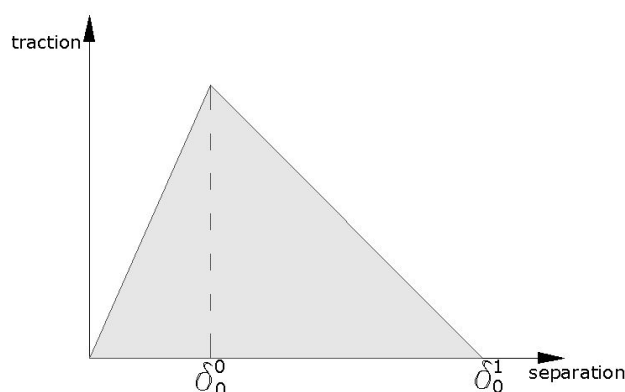


Figura 3: cohesiva o curva traccion-separacion típica (ABAQUS, 2009)

Las separaciones  $\delta_n$  y  $\delta_t$  dependen en general de las tensiones normales  $t_n$  y tangenciales  $t_t$  actuantes sobre la superficie de la interface. Cuando  $\delta_n$  solo depende de la tensión normal  $t_n$ , entonces tenemos un modo de apertura, modo de separación normal o comúnmente conocido como modo de falla I (ver Fig. 4). Por otro lado, cuando  $\delta_t$  solo depende de la tensión tangencial  $t_t$ , entonces tenemos un modo de deslizamiento o torsión, modo de separación tangencial o comúnmente conocido como modo de falla II o III. Si los dos modos de separación, normal y tangencial, ocurren simultáneamente existe una influencia de la separación normal sobre la tangencial y viceversa. La descripción de este caso, se lo denomina como *modo combinado*.

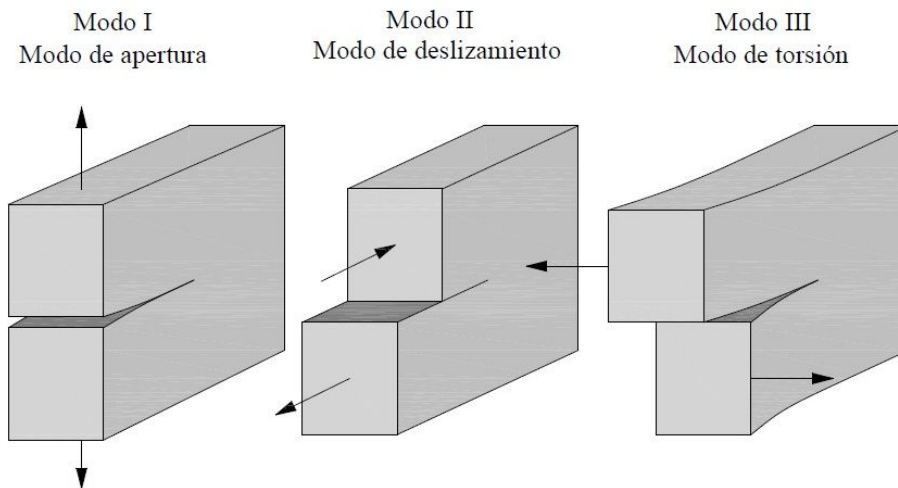


Figura 4: Descripción de los modos de falla

Cuando la componente normal o tangencial de separación alcanza un valor crítico  $\delta_n^c$  o  $\delta_t^c$  respectivamente, los elementos continuos inicialmente conectados por los elementos cohesivos se desconectan, lo cual implica que el material ha fallado en este punto. Además de las separaciones críticas, la tracción máxima  $t^0$  (tensión en la superficie del elemento continuo) se usa como otro parámetro de fractura, llamado resistencia cohesiva. Este valor indica cuando comienza la falla de la interfase, y es el valor máximo de la curva *Tracción-Separación*,  $t(\delta)$  o *Ley Cohesiva*, según la Fig. 3.

La fisuración del material se describe mediante los elementos de interfase o capa cohesiva, mientras que los elementos de la fibra y de la matriz permanecen en el campo elástico. Usando esta técnica el comportamiento del material se divide en dos partes, el continuo libre de daños con una ley constitutiva elástica y las interfases cohesivas, que especifican solo el daño del material, (Brocks et al., 2003).

### 2.3. Tipos de leyes cohesivas

Para analizar procesos de fractura de modo combinado se puede utilizar dos aproximaciones:

- Mediante una ley cohesiva desacoplada: la tracción normal es independiente de la separación tangencial y la tracción tangencial es independiente de la separación normal (Van den Bosch et al., 2006; Tijssens et al., 2000; Hanson et al., 2004).
- Mediante una ley cohesiva acoplada: ambas tracciones normales y tangenciales dependen de las dos separaciones.

Dado que el modelo cohesivo es un modelo fenomenológico, no hay evidencia sobre la forma que debe tomar la ley cohesiva  $t(\delta)$ . De esta manera la ley cohesiva debe suponerse independiente de un material específico como modelo para el proceso de separación. Muchos autores toman su propia formulación para la relación tracción-separación. La mayoría de ellas puede ser categorizada en los siguientes grupos (Van den Bosch et al., 2006):

1. Ley cohesiva polinomial: Needleman (1987) utilizó una función polinomial de tercer grado para materiales dúctiles para modo normal puro y fue ampliada por Tvergaard (1990) para carga mixta. Ver Fig. 5a.
2. Ley cohesiva lineal fragmentada, multilineal o trapezoidal: Es la más utilizada para todo tipo de materiales por ser la más versátil, fue utilizada por Scheider (2000); Tvergaard y Hutchinson (1992); Chowdhury y Narasimhan (2000). Ver Fig. 5b.
3. Ley cohesiva exponencial: Fue utilizada por Siegmund y Brocks (1998) para materiales dúctiles y por Xu y Needleman (1993) para materiales frágiles. Ver Fig. 5c.
4. Ley cohesiva rígido-lineal, bilineal o lineal decreciente: Es muy utilizada en materiales frágiles como el hormigón y la roca, de forma puramente decreciente utilizada por Hillerborg et al. (1976); Geubelle y Baylor (1998). Ver Fig. 5d.

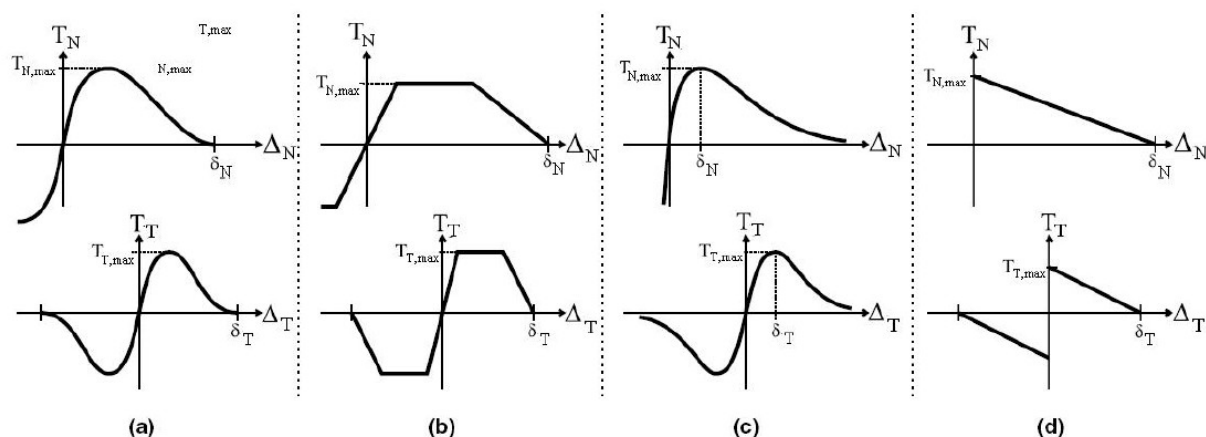


Figura 5: Principales grupos de leyes cohesivas: a) Leyes cohesivas polinomiales; b) Leyes cohesivas multilineales o trapezoidales; c) Leyes cohesivas exponenciales; d) Leyes cohesivas rígido-lineal

## 2.4. Ley cohesiva o ley tracción-separación según Abaqus v6.9

Según Abaqus v6.9 la ley cohesiva o ley tracción-separación que define la respuesta constitutiva de elementos cohesivos se divide en las siguientes zonas (Ver Fig. 6):

**Comportamiento lineal elástico:** Inicialmente la ley cohesiva siempre sigue un comportamiento lineal elástico, quedando caracterizada por la siguiente relación constitutiva:

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{nn} & C_{ns} & C_{nt} \\ C_{sn} & C_{ss} & C_{st} \\ C_{tn} & C_{ts} & C_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_t \end{bmatrix} = \mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

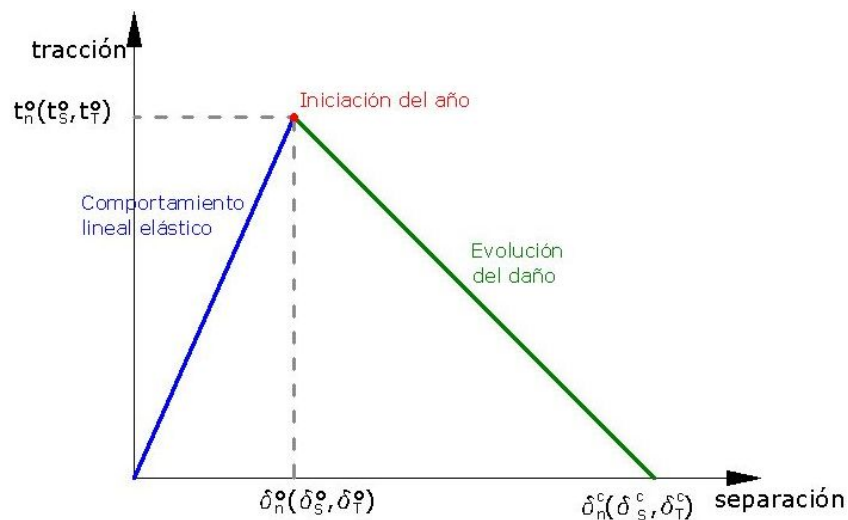


Figura 6: ley cohesiva o curva tracción-separación definidas por Abaqus v6.9

donde  $\mathbf{t}$  es el vector de tensiones,  $\mathbf{C}$  es la matriz de elasticidad y  $\boldsymbol{\varepsilon}$  es el vector de deformaciones específicas, definido según

$$\varepsilon_i = \frac{\delta_i}{T_0} \quad (2)$$

siendo  $T_0$  el espesor del elemento cohesivo. La matriz de elasticidad de la relación constitutiva contiene todos sus componentes en leyes cohesivas acopladas, y solo los componentes de la diagonal principal en leyes cohesivas desacopladas.

**Iniciación del daño:** Es el punto donde el elemento cohesivo comienza a fallar al alcanzarse un límite, definido en el criterio de falla adoptado. Entre otros los criterios de falla normalmente más utilizados son:

$$\text{Criterio de la máxima tensión} \rightarrow \max \left( \frac{t_n}{t_n^0}, \frac{t_s}{t_s^0}, \frac{t_t}{t_t^0} \right) = 1 \quad (3)$$

$$\text{Criterio del cuadrado de las tensiones} \rightarrow \left( \frac{t_n}{t_n^0} \right)^2 + \left( \frac{t_s}{t_s^0} \right)^2 + \left( \frac{t_t}{t_t^0} \right)^2 = 1 \quad (4)$$

**Evolución del daño:** Comienza el daño o debilitamiento del elemento cohesivo (decrecimiento de las tensiones) al sobrepasarse el punto de iniciación del daño (ver Fig. 7). Esto se logra mediante una variable de daño  $D$ , escalar que varía entre 0 y 1 (0 si el elemento no está dañado, 1 cuando el elemento está completamente dañado). La evolución del daño puede basarse en criterios de energía de fractura o de desplazamiento, tal como se aprecia en la Fig. 8. En este sentido, las tensiones se determinan mediante la siguiente expresión:

$$\mathbf{t} = (1 - D) \mathbf{t}^* \quad (5)$$

siendo  $\mathbf{t}^*$  la tensión de tracción en el punto sin daño (siguiendo el tramo elástico lineal inicial).

Por otro lado, la evolución del daño en la relación tracción-separación puede adoptar diferentes configuraciones. El software Abaqus v6.9 permite elegir tres diferentes formas de evolución, permitiendo escoger entre lineal, exponencial o tabular (ver Fig. 9).

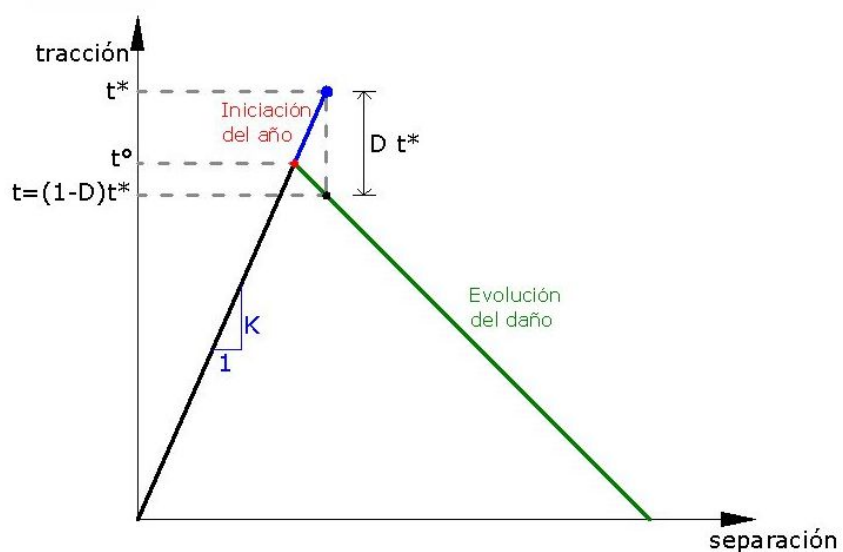


Figura 7: Evolución del daño: Tensiones correspondientes a zona de ley cohesiva dañada

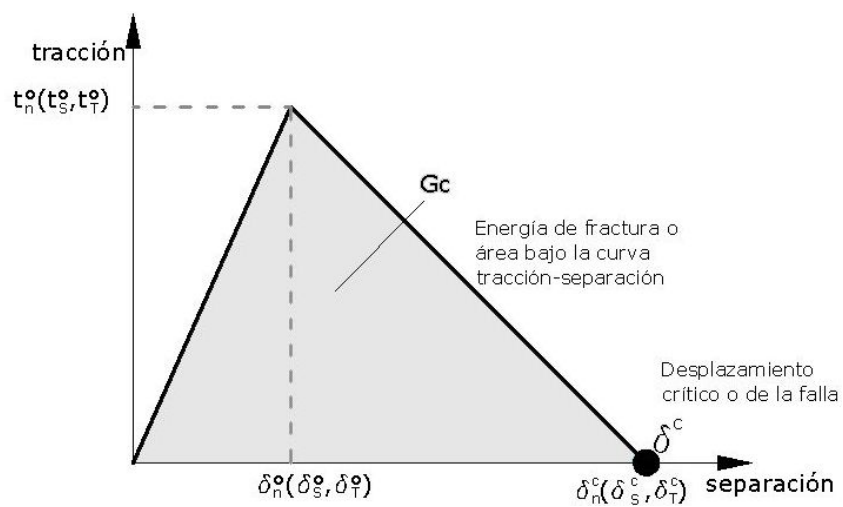


Figura 8: Criterios de evolución del daño

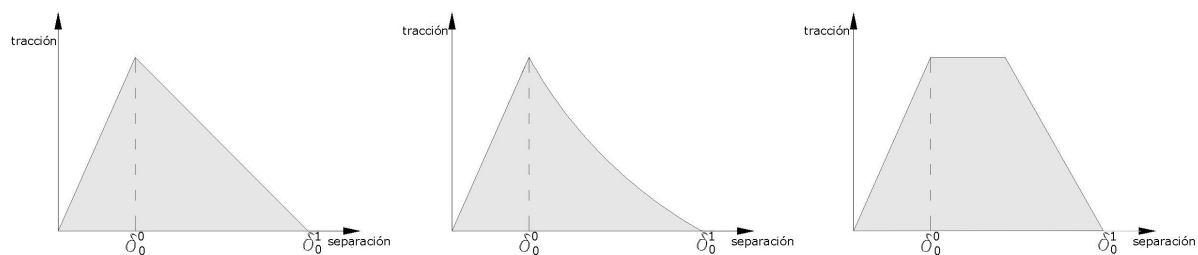


Figura 9: Curvas tracción-separación en la zona de evolución del daño disponibles en Abaqus v6.9



## 2.5. UMAT - Subrutina de usuario de Abaqus v6.9

UMAT es una subrutina de usuario del software comercial Abaqus v6.9 capaz de extender las prestaciones del módulo de integración implícito Abaqus/Standard con el fin de contemplar comportamientos constitutivos de materiales más complejos, es decir, permite al usuario implementar ecuaciones constitutivas cuando no existen materiales, incluidos en la biblioteca de materiales de Abaqus, que represente exactamente las características del material a ser modelado, (ABAQUS, 2009). La posición de esta subrutina dentro de un análisis en el modulo Abaqus/Standard puede observarse en las Figuras 10 y 11.

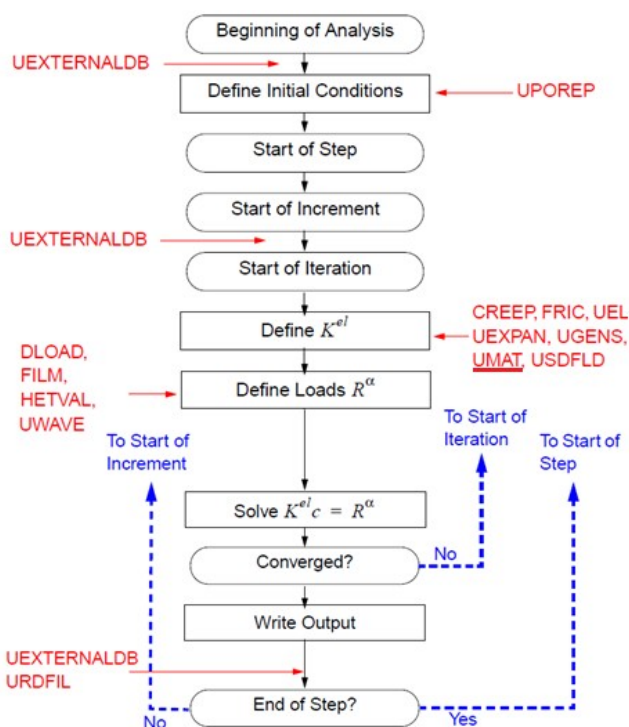


Figura 10: Diagrama de flujo en Abaqus/Standard

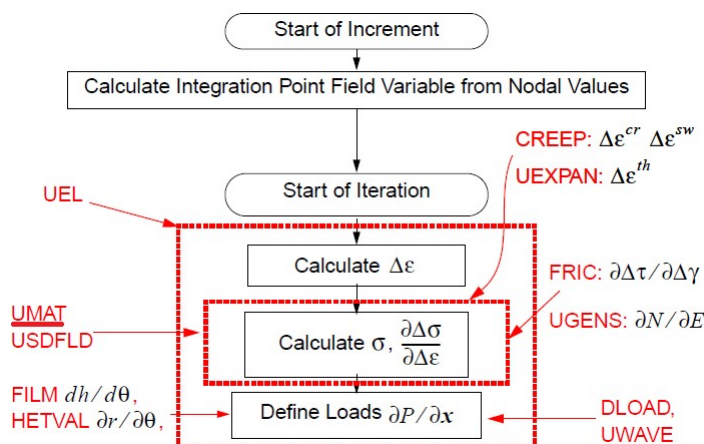


Figura 11: Diagrama de flujo en Abaqus/Standard con mayor detalle del comienzo de iteración

### 3. MODELO SIMULADO

El objetivo del presente trabajo es el de desarrollar una rutina de usuario del tipo UMAT, y su posterior implementación en el software comercial Abaqus v6.9 (Standard), capaz de representar una ley cohesiva que gobierna la interfase en materiales heterogéneos. Si bien este software incorpora elementos de interfase que han sido suficientemente probados, una de las principales motivaciones para la elaboración de esta rutina de usuario radica en el hecho que Abaqus no permite simular comportamientos de interfase desacoplados, en cuyo caso para extender las capacidades de dicho software una alternativa consiste en desarrollar una UMAT.

En este sentido, para corroborar la correcta implementación de la rutina de usuario UMAT se realizaron dos análisis del mismo modelo cuya diferencia es la definición del material de interfase. El primer caso consiste en emplear como material de interfase uno correspondiente a la biblioteca de Abaqus y el otro mediante la subrutina de usuario UMAT acoplada considerando las mismas leyes cohesivas de los elementos cohesivos, de tal manera de corroborar los resultados obtenidos y validar la implementación.

Se ha elegido la modelación, mediante el método de los elementos finitos, de un ensayo de extracción de fibra por tracción (Pull-Out) en materiales compuestos del tipo Fibra-Matriz, en cuya interface trabajaremos con una capa cohesiva que se rigen por leyes tracción-separación o leyes cohesivas modelada mediante la técnica 3 definida por Högberg (2006), donde la capa es una interfase que posee un espesor finito, cuyas ventajas se han definido anteriormente.

#### 3.1. Ensayo de extracción de fibra por tracción (Pull-Out)

Las características geométricas, propiedades mecánicas y ley cohesiva del modelo simulado se pueden observar en la Fig. 12 y Tabla 1, siguiendo trabajos de Lin et al. (2001) quien simuló un modelo cilíndrico bidimensional bajo condiciones de simetría radial mediante el método de los elementos finitos y Morel (2011) quien simuló un modelo prismático y tridimensional mediante el método de los elementos discretos (Kosteski et al., 2012, 2011).

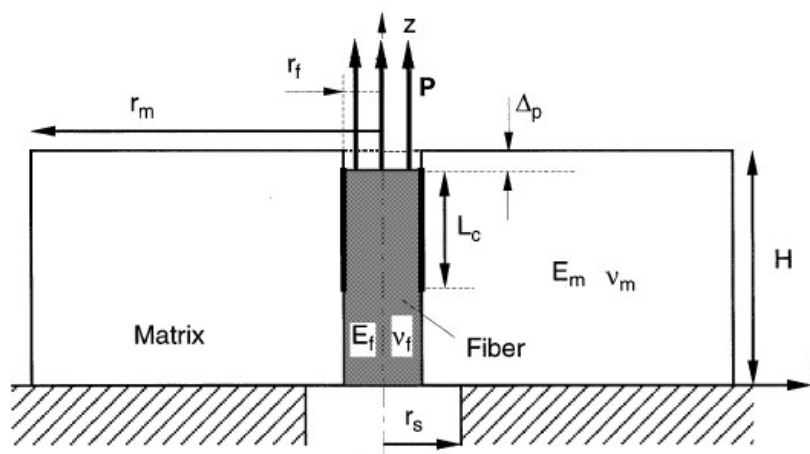


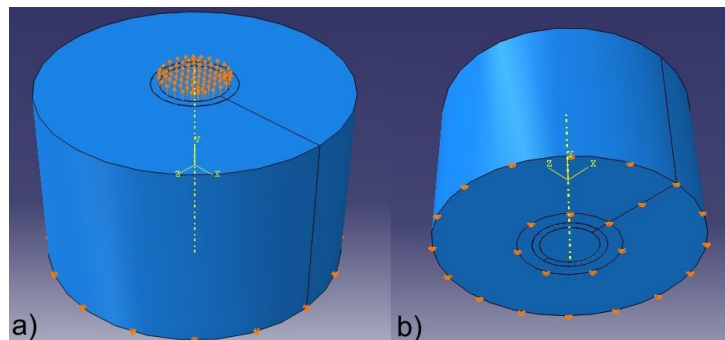
Figura 12: Esquema de un ensayo de pull-out de un material compuesto fibra-matriz (Lin et al., 2001)

La ley cohesiva de los elementos interfaciales consiste en una ley multilínea desacoplada, idéntica a la Fig. 3 tanto para la dirección normal como para las tangenciales, cuyos parámetros de resistencia cohesiva son la separación crítica  $\delta_n^c = \delta_t^c = 0,01mm$  y la resistencia de tracción máxima de  $t_n^0 = t_t^0 = 11MPa$ .

Características geométricas		
Radio matriz, $r_m$	4.50 mm	4.50e-3 m
Radio fibra, $r_f$	1.00 mm	1.00e-3 m
Radio libre de apoyo inferior, $r_s$	1.60 mm	1.60e-3 m
Altura, $H$	5.50 mm	5.50e-3 m
Propiedades Mecánicas		
Matriz Epoxy: Modulo de elasticidad, $E_m$	4000 N/mm <sup>2</sup>	4.00e+9 N/m <sup>2</sup>
Matriz Epoxy: Coeficiente de Poisson, $\nu_m$		0.33
Fibra Poliéster: Modulo de elasticidad, $E_f$	2500 N/mm <sup>2</sup>	2.50e+9 N/m <sup>2</sup>
Fibra Poliéster: Coeficiente de Poisson, $\nu_f$		0.35
Interfase: Modulo de elasticidad, $E_i$	3250 N/mm <sup>2</sup>	3.25e+9 N/m <sup>2</sup>
Interfase: Coeficiente de Poisson, $\nu_i$		0.34
Interface: Separaciones críticas, $\delta_n^c = \delta_t^c$	0.01mm	1.00e-5 m
Interface: Resistencias máximas, $t_n^0 = t_t^0$	11 N/mm <sup>2</sup>	11e+6 N/m <sup>2</sup>

Tabla 1: Características geométricas y propiedades mecánicas

El ensayo de tracción de fibra pull-out modelado en este trabajo consiste en una probeta cilíndrica tridimensional en la cual se distinguen tres elementos: la matriz, la fibra y la interfase. Sobre el extremo superior de la fibra se aplica un desplazamiento prescrito  $\Delta u$  con sentido positivo del eje  $y$ , tal como se observa en las Figuras 12 y 13. La malla se ha formado con nodos en el plano  $xy$  (al cual se les aplica una revolución de 360° para formar un cuerpo tridimensional) cada 0.25mm en ambas direcciones y una separación de aproximadamente 0.25mm en el perímetro exterior de la matriz y de la fibra (ver Fig. 14). De esta forma la malla quedo compuesta por 1720 nodos y 1863 elementos en total de los cuales las proporciones y tipos de elementos correspondientes a la matriz, a la fibra y a los elementos cohesivos se pueden observar en la Tabla 2.

Figura 13: Modelo numérico, a) Carga: Desplazamiento prescrito en la parte superior de la fibra, b) Condiciones de borde: restricciones de desplazamiento en los ejes  $x, y, z$  en la parte inferior de la matriz

	Número de elementos	Tipo de elemento
Fibra	144	C3D8R
Matriz	1125	C3D8R
Capa cohesiva	594	COH3D8

Tabla 2: Número y tipo de elementos utilizados en el modelo

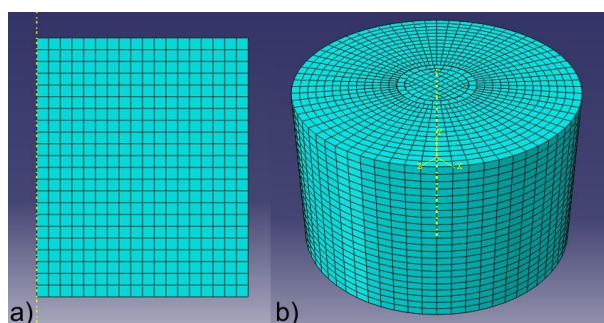


Figura 14: Mallado, a) Malla cuadrada de 0.25mm de lado en el plano, b) Malla tridimensional

### 3.2. Subrutina de usuario UMAT

La subrutina de usuario implementada es del tipo UMAT. Esta subrutina se diseñó con dos etapas claramente marcadas, la primera donde se define una relación constitutiva elástica al inicio (el material no presenta daño) y la siguiente, donde el módulo de elasticidad del material se ve modificado por efecto del daño en el material. En esta segunda etapa se empleó con una técnica de regulación viscosa para mejorar la convergencia del modelo.

#### 3.2.1. Regulación viscosa de la variable de daño

A partir de la teoría de daño continuo, en la rutina UMAT, las tensiones se determinan según la siguiente expresión,

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_d : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (6)$$

donde  $\mathbf{C}_d$  es la matriz de elasticidad dañada. La matriz Jacobiana se obtiene derivando la ecuación anterior respecto del campo cinemático

$$\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{C}_d + \frac{\partial \mathbf{C}_d}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} : \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{C}_d + \left( \frac{\delta \mathbf{C}_d}{\delta D} : \boldsymbol{\varepsilon} \right) \left( \frac{\partial D}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \right) \quad (7)$$

donde  $f$  es el criterio de daño adoptado en la variable de daño  $D$ : Para mejorar la convergencia, se implementó en la subrutina de usuario una técnica basada en la regulación viscosa de la variable de daño. Con esta técnica no utilizamos la variable de daño calculada a partir de las ecuaciones de evolución de daño comunes, anteriormente descriptas, sino que la variable de daño es regulada a través de la siguiente ecuación: (ABAQUS, 2009)

$$\dot{D}_\nu = \frac{1}{\eta} (D - D_\nu) \quad (8)$$

En la expresión anterior  $D$  es la variable de daño calculada de acuerdo con las leyes de evolución de daño presentadas anteriormente y  $D_\nu$  es la variable de daño regulada utilizada en los cálculos reales de la matriz de elasticidad dañada y la matriz Jacobiana,  $\eta$  es el parámetro de viscosidad que permite controlar la velocidad en la que la variable de daño regulada  $D_\nu$  se aproxima a la verdadera variable de daño  $D$ .

La discretización en el tiempo de la variable de daño regulada, para el tiempo  $t_0 + \Delta t$ , se obtiene de:

$$D_\nu|_{t_0+\Delta t} = \frac{\Delta t}{\eta + \Delta t} D|_{t_0+\Delta t} + \frac{\eta}{\eta + \Delta t} D_\nu|_{t_0} \quad (9)$$

De la ecuación anterior se puede observar que:

$$\frac{\partial D_\nu}{\partial D} = \frac{\Delta t}{\eta + \Delta t} \quad (10)$$

Por lo tanto la matriz Jacobiana de la Ec. (7) se puede reformular de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \Delta \boldsymbol{\sigma}}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{C}_d + \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{C}_d}{\partial D_\nu} : \boldsymbol{\varepsilon} \right) \left( \frac{\partial D}{\partial f} : \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \right) \right] \frac{\Delta t}{\eta + \Delta t} \quad (11)$$

Se debe tener cuidado de elegir un valor apropiado para  $\eta$  ya que un gran valor de la viscosidad puede provocar un retraso notable en la degradación de la rigidez.

Para estimar el efecto de la regulación viscosa, la cantidad aproximada de energía asociada con la regulación se integra progresivamente mediante la variable interna de Abaqus, SCD (Strain Creep Dissipation energy) de la siguiente manera:

$$\Delta E_{\text{SCD}} = \frac{1}{2} [(\mathbf{C}_d : \boldsymbol{\varepsilon})|_{t_0} + (\mathbf{C}_d : \boldsymbol{\varepsilon})|_{t_0 + \Delta t}] : d\boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{2} [(\mathbf{C}_d^0 : \boldsymbol{\varepsilon})|_{t_0} + (\mathbf{C}_d^0 : \boldsymbol{\varepsilon})|_{t_0 + \Delta t}] : d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (12)$$

En la expresión anterior  $\mathbf{C}_d^0$  es la matriz de elasticidad dañada usando la variable de daño  $D$  y  $\mathbf{C}_d$  es la matriz de elasticidad dañada usando la variable de daño regulada  $D_\nu$ . Para evitar resultados poco realistas debidos a la regulación viscosa, la energía SCD calculada debe ser pequeña en comparación con las otras energías de deformación reales del sistema.

### 3.2.2. Ley cohesiva implementada

La relación constitutiva desacoplada del elemento de interfase esta gobernada por

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{nn} & 0 & 0 \\ 0 & C_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & C_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_t \end{bmatrix} = \mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (13)$$

Siguiendo trabajos previos realizados por Höglberg (2006), tenemos:

$$C_{nn} = E^* = \frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad ; \quad C_{ss} = C_{tt} = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (14)$$

siendo  $E^*$  el módulo de elasticidad longitudinal efectivo de la capa cohesiva,  $E$  y  $G$  son los módulos de elasticidad longitudinal y transversal de la capa cohesiva y  $\nu$  es el coeficiente de Poisson de la capa cohesiva. Reemplazando la Ec. (6) se tiene,

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 - D_\nu^n) C_{nn} & 0 & 0 \\ 0 & (1 - D_\nu^t) C_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & (1 - D_\nu^t) C_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_t \end{bmatrix} = \mathbf{C}_d \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (15)$$

donde  $D_\nu^n$  y  $D_\nu^t$  son las variables de daño reguladas normal y tangencial, respectivamente, obtenidas a mediante la Ec. (9).

El criterio de iniciación de daño elegido consiste en el criterio del cuadrado de las tensiones (ver Ec. (4)), mientras que la evolución del daño sigue un comportamiento lineal basado en el desplazamiento crítico  $\delta^c$ , donde las variables de daño toman la siguiente forma:

$$D^n = \frac{\delta_n^c}{(\delta_n^c - \delta_n^0)} \left(1 - \frac{\delta_n^0}{\delta_n}\right) \quad ; \quad D^t = \frac{\delta_t^c}{(\delta_t^c - \delta_t^0)} \left(1 - \frac{\delta_t^0}{\delta_t}\right) \quad (16)$$

donde  $\delta_n$  y  $\delta_t$  son los desplazamientos normales y tangenciales actuantes.

## 4. RESULTADOS

### 4.1. Ley cohesiva de la interfase

Como se mencionó anteriormente se ha simulado un modelo con un material definido por Abaqus y otro mediante una subrutina de usuario UMAT, el cual se ha modelado con distintas viscosidades con el fin de manifestar las incidencias de este parámetro en la ley cohesiva de la interfase y en el costo computacional del análisis.

En la Fig. 15 pueden observarse las curvas tracción-separación para los modelos simulados en el presente trabajo y su comparación con los resultados obtenidos por Lin et al. (2001) y Morel (2011)

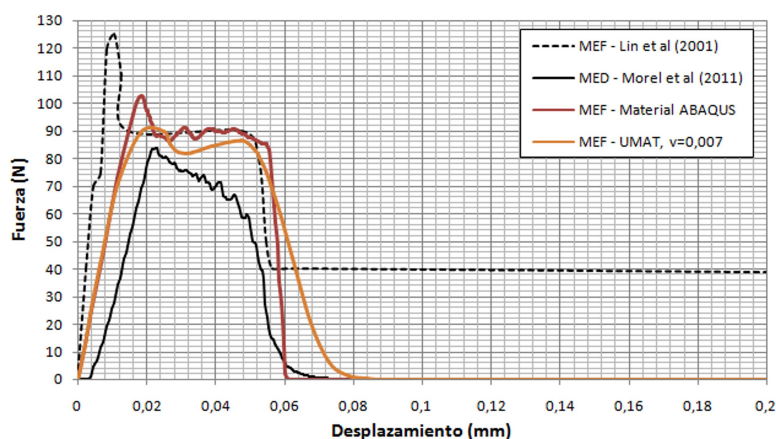


Figura 15: Comparación de leyes cohesivas de la interfase entre los distintos modelos.

### 4.2. Influencia de la técnica de convergencia de regulación viscosidad en la ley cohesiva

Como se ha mencionado anteriormente es común que existan problemas de convergencia cuando se trabaja con este tipo de simulaciones, por lo que el programa Abaqus recomienda la utilización de una técnica de regulación viscosa, mediante el parámetro de viscosidad  $\eta$ . A medida que aumenta  $\eta$  la convergencia es más veloz pero provoca un retraso notable en la degradación de la rigidez, directamente influenciada a la ley cohesiva de la interfase. Esto se puede observar en la Fig. 16 y en la Tabla 3, donde para valores elevados de  $\eta$  el ablandamiento o degradación de la rigidez se ve retardado e incluso puede no presentarse en el transcurso de la simulación, llegando a una fuerza de despegado máxima de la interfase muy elevada.

Por otro lado, la influencia del parámetro de viscosidad  $\eta$  no se limita a la mejora de la convergencia sino que actúa como un coeficiente de ajuste del modelo. Esto se aprecia en la Fig. 16, donde se observan los diferentes comportamientos Fuerza-Desplazamiento obtenidos para valores de  $\eta$  variables entre 0.001 y 0.009.

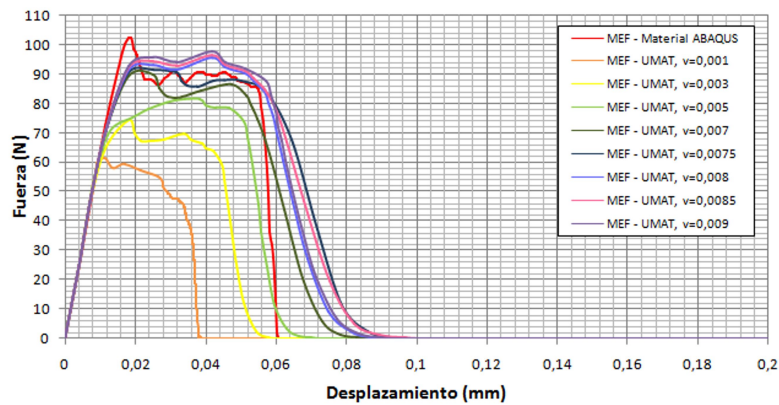


Figura 16: Influencia del parámetro de viscosidad  $\eta$ .

Modelo	Fuerza Máxima (N)	Número de Incrementos
Lin et al. (2001)	125	
Morel (2011)	84	
Material ABAQUS, $\eta = 0,001$	102	122
UMAT, $\eta = 0,001$	61	599
UMAT, $\eta = 0,003$	74	32
UMAT, $\eta = 0,005$	81	38
UMAT, $\eta = 0,007$	90	29
UMAT, $\eta = 0,0075$	91	26
UMAT, $\eta = 0,008$	96	29
UMAT, $\eta = 0,0085$	97	26
UMAT, $\eta = 0,009$	98	31

Tabla 3: Fuerza de despegue y cantidad de iteraciones de los distintos modelos

El efecto de la regulación viscosa puede ser estimado con la energía SCD que debe ser pequeña en comparación con las otras energías de deformación reales del sistema. En la Fig. 17 se presenta la comparación de energías de deformación de un elemento de la interface para una viscosidad de  $\eta = 0,001$  empleando un material de interfase definido por Abaqus. Por un lado se muestra la energía ELCD, que es la deformación disipada por fluencia, y por otro lado ELSE, que representa la energía total de deformación. Se observa que ELCD es aproximadamente un 20 % de ELSE, lo cual refleja que el valor de viscosidad adoptado es adecuado.

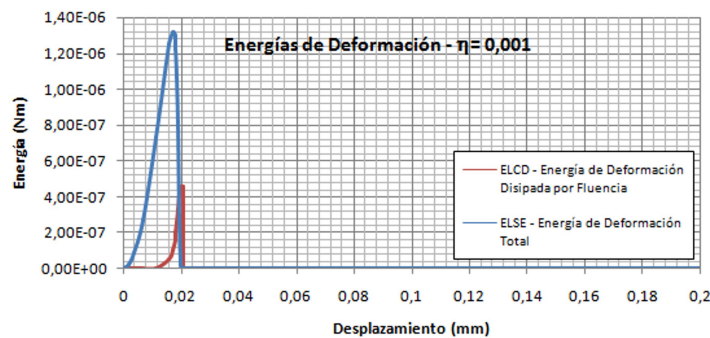


Figura 17: Comparación de energía de deformación

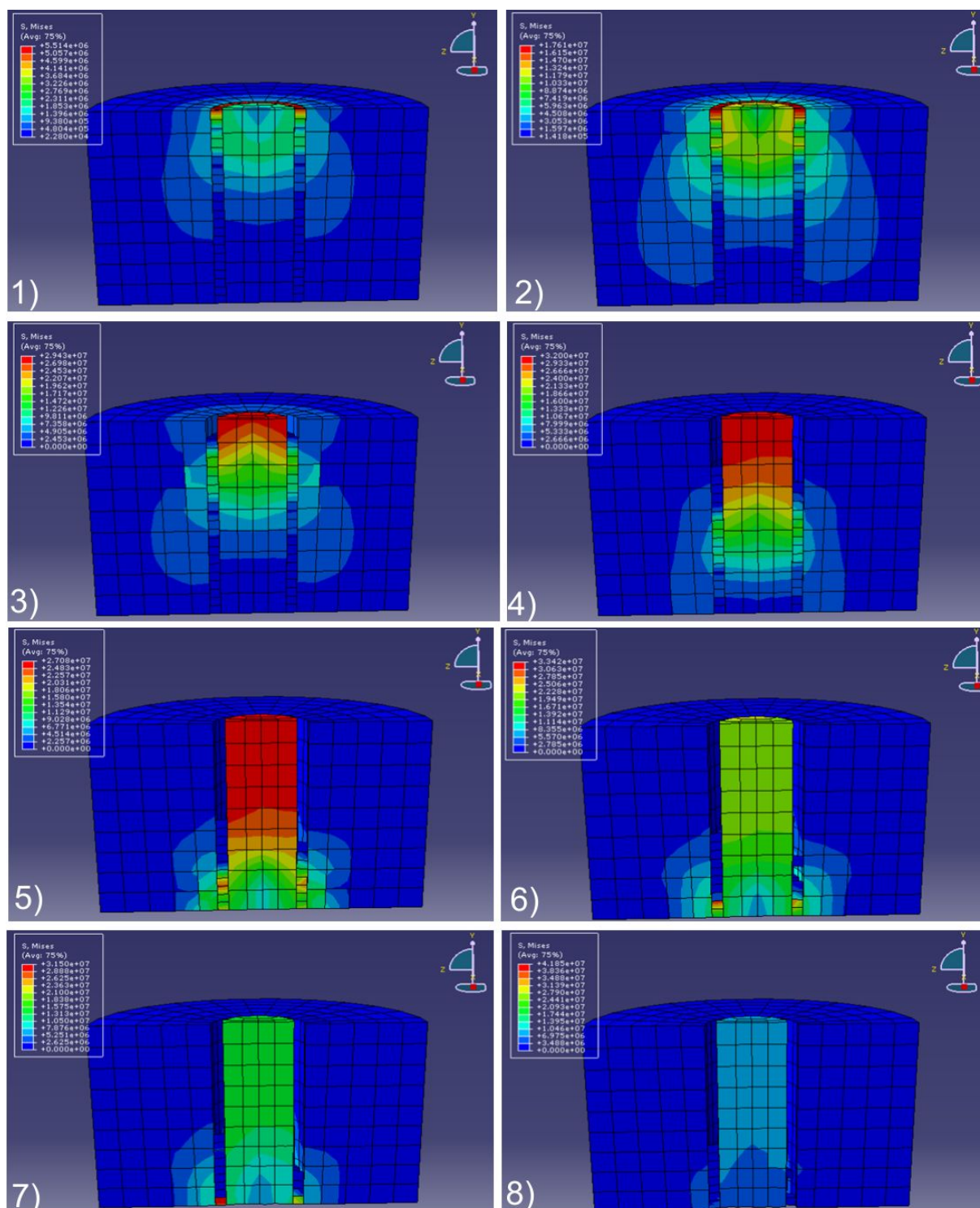


Figura 18: Resultados ensayo extraccion de fibra por traccion (pull-out) para un material compuesto del tipo Fibra-Matriz (Poliester-Epoxy). Historia de tensiones de Mises en distintos incrementos del modelo, correspondientes a distintos desplazamientos de la fibra, 1) 0.004 mm; 2) 0.011 mm; 3) 0.020 mm; 4) 0.044 mm; 5) 0.056 mm; 6) 0.057 mm; 7) 0.058 mm; 8) 0.059 mm



### 4.3. Historia de tensiones en el despegado de la fibra

En la Fig. 18 se observa la evolución de tensiones de Misses a medida que se produce el desplazamiento prescrito en las fibras superiores de la probeta del ensayo pull-out. En principio, se observa una concentración de tensiones en el extremo superior de la interfase (causada por los esfuerzos cortantes preponderantes en el modelo), lugar donde comienza la falla o despegado, propagándose hacia la base a medida que transcurre la simulación. Finalmente se llega al despegado total de la pieza, donde toda la interface ha fallado.

## 5. CONCLUSIONES

Se ha presentado una rutina de usuario UMAT y su implementación en el software comercial Abaqus v6.9 que permite extender las utilidades de dicho software, aprovechando a su vez de todo su potencial, para simular y describir el comportamiento no lineal de interfases cohesivas en materiales heterogéneos. La comparación de los resultados obtenidos tanto con resultados experimentales como con otros modelos numéricos es adecuada. Se realizó un análisis de la técnica de regulación viscosa de la variable de daño donde se observa que su influencia no se limita a mejorar la tasa de convergencia sino que actúa también como un parámetro de ajuste del modelo.

## REFERENCIAS

- ABAQUS. User's manual version 6.9. *Simula Dassault Systèmes Corp - USA*, 2009.
- Brocks W., Cornec A., y Scheider I. Computational aspects of nonlinear fracture mechanics. *Comprehensive Structural Integrity - Numerical and Computational Methods*, 3:127–209, 2003.
- Chowdhury S.R. y Narasimhan R. A finite element analysis of quasistatic crack growth in a pressure sensitive constrained ductile layer. *Eng. Fract. Mech.*, 66:551–571, 2000.
- Geubelle P. y Baylor J. Impact-induced delamination of laminated composites: a 2d simulation. *Composites B*, 29:589–602, 1998.
- Hanson J.H., Bittencourt T.N., y Ingraffea A.R. Three-dimensional influence coefficient method for cohesive crack simulations. *Engng Fract Mech*, 71:2109–24, 2004.
- Hillerborg A., Modeer M., y Petersson P.E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement Concrete Res.*, 6:773–782, 1976.
- Höglberg J. Mixed mode cohesive law. *Int. J. Fract.*, 141:549–559, 2006.
- Kosteski L., D'Ambra R.B., y Iturrioz I. Crack propagation in elastic solids using the truss-like discrete element method. *International Journal of Fracture*, 174:139–161, 2012.
- Kosteski L., Iturrioz I., Batista R.G., y Cisilino A.P. The truss-like discrete element method in fracture and damage mechanics. *Engineering Computations*, 28:765–787, 2011.
- Kregting R. Cohesive zone models towards a robust implementation of irreversible behaviour. *MT 05.11*, 2005.
- Lin G., Geubelle P.H., y Sottos N.R. Simulation of fiber debonding with friction in a model composite push-out test. *International Journal of Solids and Structures*, 38:8547–8562, 2001.
- Morel C.A. *Análisis numérico de la adhesión fibra matriz con un modelo de interfaces cohesivas acoplado*. Tesis de maestría, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Nordeste, 2011.
- Needleman A. A continuum model for void nucleation by inclusion debonding. *J. Appl. Mech.*, 54:525–531, 1987.

- Pantano A. y Avriil R.C. A mesh-independent interface technology for simulation of mixed-mode delamination growth. *Int. J. Solid Struct.*, 41:3809–3831, 2004.
- Salomonsson K. *Interphase elements connection structural finite elements formulation, implementation and verification*. Master thesis, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2002.
- Scheider I. *Bruchmechanische Bewertung von Laserschweißverbindungen durch numerische Rissfortschrittsanalysen mit dem Kohäsivzonenmodell*. Phd thesis, Technical University Hamburg-Harburg, 2000.
- Schwalbe K.H., Scheider I., y Cornec A. SIAM CM 09 - the SIAM method for applying cohesive models to the damage behavior of engineering materials and structures. *GKSS - Forschungszentrum Geesthacht GmbH - Geesthacht*, 2009.
- Siegmund T. y Brocks W. Tensile decohesion by local failure criteria. *Technische Mechanik*, 18:261–270, 1998.
- Sorensen B. *Cohesive laws for assessment of materials failure: Theory experimental methods and application*. Phd thesis, Technical University of Denmark, 2010.
- Tijssens M.G.A., Van der Giessen E., y Sluys L.J. Modeling of crazing using a cohesive surface methodology. *Mech Mater*, 32:19–35, 2000.
- Tvergaard V. Effect of fibre debonding in a Whisker-reinforced metal. *Mater Sci Engng A*, 125:203–213, 1990.
- Tvergaard V. y Hutchinson J. The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids. *J Mech Phys Solids*, 40:1377–1397, 1992.
- Tvergaard V. y Hutchinson J. On the toughness of ductile adhesive joints. *J Mech Phys Solids*, 44:789–800, 1996.
- Van den Bosch M.J., Schreurs P.J., y Geers M.G. An improved description of the exponential Xu and Needleman cohesive zone law for mixed-mode decohesion. *Engineering Fracture Mechanics*, 73:1220–1234, 2006.
- Xu X. y Needleman A. Void nucleation by inclusion debonding in a crystal matrix. *Modelling Simul. Sci. Engng.*, 1:111–132, 1993.