

PREDICCIÓN DEL PUNTO DE IMPACTO INSTANTÁNEO DE VEHÍCULOS LANZADORES

Gustavo J. Krause^{a,c}, Luis A. Murgio^b y Eduardo Zapico^a

^a*Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Vélez Sársfield 1611, 5000 Córdoba, Argentina, <http://www.efn.uncor.edu>*

^b*Centro de Investigaciones Aplicadas, Instituto Universitario Aeronáutico*

^c*gustavojavierkrause@gmail.com*

Palabras Clave: punto de impacto instantáneo, simulador 3DoF, vehículos lanzadores

Resumen. El punto de impacto instantáneo (PII) indica la posición del impacto terrestre de un vehículo en vuelo, cuando se produce la interrupción repentina del empuje. El conocimiento del PII es un requisito fundamental para garantizar la seguridad durante los procesos de lanzamiento y vuelo atmosférico de cohetes en general, para lo cual es necesario disponer de un elemento que permita calcular en tiempo real y de manera precisa la posición del PII. En este trabajo se presenta un predictor del PII basado en un modelo de tres grados de libertad (3 DoF) para la integración de las ecuaciones de movimiento. Los datos de posición del vehículo se asumen provenientes de las mediciones de un radar, por lo tanto se implementa un filtro recursivo de un paso para la determinación de los vectores posición y velocidad. Para evaluar el desempeño del algoritmo, se cotejan los resultados obtenidos con un simulador de vuelo de seis grados de libertad para un vehículo lanzador de dos etapas.

1. INTRODUCCIÓN

El punto de impacto instantáneo (PII) indica el punto de contacto con la tierra de un vehículo en vuelo bajo la suposición de una inmediata detención del sistema propulsor. Este punto representa una situación en la cual, para el caso particular de vehículos lanzadores, el motor cohete es instantáneamente desactivado ya sea por el centro de control de la misión o por algún error durante la fase de combustión. Como parte de las regulaciones de seguridad en la operación de lanzamiento, un predictor en tiempo real del PII es desarrollado para monitorear el punto de impacto esperado en caso de la paralización del empuje. El cálculo y representación del PII permite al oficial de mando discernir si el cohete podría eventualmente impactar fuera del área de seguridad establecida y de esa manera decretar el aborto de la misión o incluso la destrucción del vehículo.

El sistema de seguimiento y evaluación del PII involucra principalmente tres aspectos básicos: el sistema de rastreo del vehículo, el cual permite conocer la posición y eventualmente la velocidad del mismo; el predictor del PII que realiza el cálculo de la posición esperada del impacto propiamente dicho; y el sistema de alerta y respuesta, el cual define las acciones a seguir de acuerdo a la señal recibida. En este trabajo la atención se fija en el algoritmo predictor del PII.

Para el cálculo del PII es necesario conocer las componentes del vector de estado del vehículo, es decir, las componentes de posición y velocidad del mismo, las cuales se determinan a partir de los datos provistos por el sistema de rastreo. Debido a los requerimientos de seguridad y operatividad, estos datos deben estar disponibles en tiempo real, por lo tanto el sistema de rastreo debe tener la capacidad de proveer estos datos a intervalos de tiempo pequeños.

Actualmente existen diferentes sistemas de rastreo disponibles. Los radares tradicionales determinan la posición del vehículo a través de los ángulos de azimut y elevación, y de la distancia, y requieren de métodos de filtrado adecuados para obtener el vector velocidad. Los sistemas de posicionamiento global (GPS) a bordo del vehículo permiten mediciones más precisas con menores costos, y aunque actualmente se utilizan como un suplemento, en el futuro se estima que reemplacen los sistemas de rastreo tradicionales. Más allá de las bondades del sistema GPS, en este trabajo se asume que los datos de posición provienen de un radar porque este aspecto conlleva la necesidad de implementar, además del predictor del PII propiamente dicho, un algoritmo de filtrado para el cálculo de la velocidad. En ese sentido, se utiliza un filtro recursivo de un paso y además se considera que las mediciones son afectadas por la presencia de ruido.

El esquema de integración de las ecuaciones de movimiento se basa en un modelo de tres grados de libertad (3DoF), el cual asume que el vehículo es un objeto puntual con su masa concentrada en el centro de gravedad, cuyos grados de libertad son solamente traslacionales. Esto lleva a un sistema de seis ecuaciones diferenciales ordinarias que se derivan de las ecuaciones de Newton, cuyas variables de estado son la posición y la velocidad. Para la integración temporal se utiliza un esquema de Runge-Kutta de cuarto orden tradicional. En las secciones siguientes se muestra los fundamentos teóricos del algoritmo de predicción del PII aquí presentado.

2. MODELO DE TRES GRADOS DE LIBERTAD

En esta sección se presentan las ecuaciones de movimiento del modelo de tres grados libertad, en el cual se considera al cuerpo como una masa puntual concentrada en el centro de gravedad del mismo, evitando de esta manera las expresiones que del movimiento de rotación.

La segunda ley de Newton provee

$$m D_I \mathbf{v}_B^I = \mathbf{f}_{a.p.} + m \mathbf{g} \quad (1)$$

donde D_I es el operador de derivación con respecto al tiempo d/dt en el sistema de coordenadas inercial, v_B^I es el vector velocidad del centro de masa del cuerpo B con respecto al sistema de coordenadas inercial I , $f_{a.p.}$ es la resultante de las fuerzas aerodinámicas y propulsivas, m es la masa del vehículo y g es el vector aceleración de la gravedad.

Bajo la condición de empuje nulo, las fuerzas propulsivas se anulan y sólo prevalecen las acciones aerodinámicas. Por otro lado, para el cálculo del vector gravedad g se supone un modelo de Tierra esférica rotante. Según la ley de gravitación universal, puede escribirse en coordenadas geográficas:

$$[g]_G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{GM}{s_{BI}^2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde $GM = 3,986005 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ es la constante de gravitación terrestre y s_{BI} es la distancia al centro de la Tierra, que dada la definición del sistema de coordenadas inercial, orientado según la eclíptica del sol y con su origen en el centro de la Tierra, resulta igual al módulo del vector posición respecto al marco de referencia inercial s_{BI} .

Volviendo a la ecuación (1), el miembro izquierdo se expresa mejor en coordenadas inerciales, pero las fuerzas aerodinámicas en el lado derecho se formulan en el sistema de ejes viento, mientras que la aceleración de la gravedad se escribe en coordenadas geográficas como se vio en la ecuación (2), por lo tanto es necesario realizar las transformaciones correspondientes:

$$m [D_I v_B^I]_I = [\bar{T}]_{GI} ([\bar{T}]_{VG} [f_a]_V + m [g]_G) \quad (3)$$

donde $[\bar{T}]_{GI}$ es la matriz de transformación de coordenadas geográficas a inerciales, que por ortogonalidad es la traspuesta de la matriz de transformación inversa $[T]_{GI}$, al igual que $[\bar{T}]_{VG}$ es la traspuesta de la matriz de transformación de coordenadas geográficas a coordenadas en el sistema viento.

Para obtener las matrices de transformación hay que tener en cuenta la rotación terrestre. Si se considera el sistema de referencia fijo a la Tierra $[1]^E$, en el cual el eje $[1]^E$ está orientado según el meridiano de Greenwich y $[3]^E$ apunta al polo norte, la matriz de transformación entre este sistema y el sistema inercial depende únicamente de la rotación terrestre (Thomson, 1986; Mervart y Verdun, 2005; Zipfel, 2007; Curtis, 2010, entre otros):

$$[T]_{EI} = \begin{bmatrix} \cos l_G & \sin l_G & 0 \\ -\sin l_G & \cos l_G & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

siendo $l_G = l_{G0} - \omega_E (t - t_0)$ el ángulo entre el eje $[1]^E$ y $[1]^I$ (longitud inercial del meridiano de Greenwich), l_{G0} el ángulo inicial, $\omega_E = 7,292115 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ la velocidad angular terrestre, y $(t - t_0)$ el tiempo transcurrido desde el comienzo de la simulación.

Con la ecuación (4) puede escribirse el vector posición referido al sistema fijo a la Tierra:

$$[s_{BI}]_E = [\bar{T}]_{EI} [s_{BI}]_I \quad (5)$$

y con este vector es posible determinar la longitud y latitud geográficas (geocéntricas):

$$Lat = \arcsin \left(\frac{[s_{BE}]_{E3}}{|s_{BE}|} \right) \quad (6)$$

$$Lon = \arctan \left(\frac{[s_{BE}]_{E2}}{[s_{BE}]_{E1}} \right) \quad (7)$$

donde debe tenerse en cuenta la indeterminación que se produce cuando $Lon = \pi/2$, además de su signo en función del cuadrante en donde se encuentra el vehículo.

Teniendo en cuenta las definiciones anteriores y recordando que el sistema geográfico está orientado según una terna cuya componente $[3]_G$ apunta hacia el centro de la Tierra y $[1]_G$ hacia el norte, la transformación $[T]_{GE}$ se escribe:

$$[T]_{GE} = \begin{bmatrix} -\sin(Lat) \cos(Lon) & -\sin(Lat) \sin(Lon) & \cos(Lat) \\ -\sin(Lon) & \cos(Lon) & 0 \\ -\cos(Lat) \cos(Lon) & -\cos(Lat) \sin(Lon) & -\sin(Lat) \end{bmatrix} \quad (8)$$

con lo cual es posible obtener $[T]_{GI}$ mediante

$$[T]_{GI} = [T]_{GE} [T]_{EI} \quad (9)$$

Para el cálculo de la matriz de transformación $[T]_{VG}$, primero se define como ángulo de vuelo o de trayectoria γ al ángulo entre el vector velocidad y el horizonte (plano normal a $[3]_G$), y como rumbo ψ al ángulo formado por el vector velocidad y el eje $[1]_G$ (rumbo respecto al norte). Definiendo la velocidad geográfica como la velocidad con respecto a la Tierra en coordenadas del sistema geográfico

$$[v_B^E]_G = [T]^{GI} \left([v_B^I]^I - [\Omega]^{EI} [s_{BI}]^I \right) \quad (10)$$

donde

$$[\Omega]^{EI} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_E & 0 \\ \omega_E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Con $[v_B^E]_G$ es posible determinar los ángulos γ y ψ

$$\gamma = \arcsin \left(\frac{-[v_B^E]_{G3}}{|v_B^E|} \right) \quad (12)$$

$$\psi = \arctan \left(\frac{[v_B^E]_{G2}}{[v_B^E]_{G1}} \right) \quad (13)$$

donde debe tenerse en cuenta la indeterminación que se produce cuando $\psi = \pi/2$.

Con la obtención de los ángulos γ y ψ es posible determinar la matriz de transformación $[T]_{VG}$ de la siguiente manera:

$$[T]_{VG} = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \psi & \cos \gamma \sin \psi & -\sin \gamma \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ \sin \gamma \cos \psi & \sin \gamma \sin \psi & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (14)$$

Habiendo determinado todas las matrices de transformación involucradas en la ecuación (3), el conjunto de ecuaciones de movimiento se completa con las ecuaciones correspondientes a las coordenadas de la posición inercial $[s_{BI}]^I$:

$$\begin{aligned} \left[\frac{dv_B^I}{dt} \right]_I &= [\bar{T}]_{EI} [\bar{T}]_{GE} \left(\frac{1}{m} [\bar{T}]_{VG} [f_a]_V + [g]_G \right) \\ \left[\frac{ds_{BI}}{dt} \right]_I &= [v_B^I]_I \end{aligned} \quad (15)$$

Para la integración de las ecuaciones anteriores es necesario conocer las condiciones iniciales (posición y velocidad), las cuales se obtienen de los datos que entrega el radar. Finalmente se utiliza un esquema de Runge-Kutta de cuarto orden para la integración temporal hasta que se produzca el impacto del vehículo contra la superficie terrestre, es decir, que la altitud sea nula.

2.1. Modelo Aerodinámico

El cálculo de la fuerza aerodinámica tiene un desarrollo relativamente sencillo, ya que esta simulación corresponde a la determinación del punto de impacto para un vehículo no controlado con empuje nulo, por lo tanto se asume que el mismo se encuentra en una situación en la cual no es posible determinar la actitud del cuerpo y en consecuencia no se pueden obtener coeficientes aerodinámicos relacionados a estos ángulos.

La hipótesis que se emplea aquí es la de un vehículo representado por la posición de su centro de masa, cuya único coeficiente aerodinámico factible de utilizar es el de resistencia al avance en condición de vuelo inestable. En este trabajo se asume que la resistencia aerodinámica depende únicamente del número de Mach de vuelo, aunque configuraciones más complejas son simples de implementar. De esta manera las fuerzas aerodinámicas contribuyen únicamente a la aceleración en la dirección del vuelo.

Con las consideraciones anteriores, más allá de la complejidad para la obtención del coeficiente de resistencia aerodinámico C_D , el vector de fuerza aerodinámica en el sistema vuelo es:

$$[f_a]_V = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\rho (v_B^A)^2 C_D S \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

donde ρ es la densidad del aire, calculada según un modelo de atmósfera estándar, v_B^A es el módulo de la velocidad con respecto al aire y S es la superficie de referencia.

3. IMPLEMENTACIÓN DEL CÓDIGO COMPUTACIONAL

El código de predicción del PII puede dividirse en dos partes, la primera encargada de recibir los datos de azimut, elevación y distancia provenientes del radar y procesarlos para obtener los vectores posición y velocidad del vehículo en coordenadas adecuadas; y la segunda consistente en el simulador de tres grados de libertad detallado anteriormente.

3.1. Descripción del procesamiento de señales

Para la determinación de los vectores posición y velocidad del vehículo, se considera que el sistema de rastreo consiste en un radar que proporciona los datos de azimut Az , elevación Ev y distancia al objeto d . Las transformaciones para obtener los vectores en coordenadas inerciales a partir de estos datos se describen a continuación.

El vector posición respecto a la Tierra en coordenadas de un sistema geográfico local fijo al radar $]_R$ se obtiene mediante:

$$[s_{BE}]_R = \begin{bmatrix} d \cos(Ev) \sin(Az) \\ d \cos(Ev) \sin(Az) \\ -d \sin(Ev) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Con este vector se calcula el vector posición en el sistema inercial

$$[s_{BI}]_I = [\bar{T}]_{EI} \left([\bar{T}]_{RE} [s_{BE}]_R + [s_{RE}]_E \right), \quad (18)$$

donde $[T]_{RE}$ es la matriz de transformación (8) en la cual se utilizan los valores de latitud y longitud correspondientes a la posición del radar R , y $[s_{RE}]_E$ es el vector posición del radar en coordenadas del sistema fijo a la Tierra.

Con el vector posición respecto al sistema inercial $[s_{BI}]_I$ se calcula el vector velocidad en coordenadas inerciales

$$[v_B^I] = [\bar{T}]_{EI} [\bar{T}]_{RE} [v_B^E]_R + [\Omega^{EI}] [s_{BI}]_I, \quad (19)$$

donde el vector velocidad en coordenadas del sistema fijo al radar $[v_B^E]_R$ se obtiene del procesamiento de las mediciones de posición, tal como se describe más adelante.

Considerando que las señales de azimut, elevación y distancia provistas por el radar están afectadas por la presencia de ruido, y que el radar no tiene la capacidad de medir velocidades, se implementa un filtro para obtener la posición y la velocidad del vehículo. Este filtro se describe como un filtro digital recursivo de un paso en tiempo real denominado Filtro QD. El algoritmo funciona de la siguiente manera:

1. El paso inicial es calcular las M constantes de filtrado, siendo M el ancho de banda de filtrado máximo

$$k_{1i} = \frac{60 i^2}{10 i^3 + 33 i^2 + 23 i - 6}$$

$$k_{2i} = \frac{2k_{1i}}{i \Delta t}$$

$$k_{3i} = \frac{k_{2i}}{i \Delta t}$$

2. Se recibe una colección de N datos de posición x_i obtenida de lecturas a intervalos de tiempo Δt
3. Se calculan la posición, velocidad y aceleración iniciales considerando los primeros n puntos de la muestra

$$\hat{x}_n = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad \dot{\hat{x}}_n = \frac{x_n - x_1}{n \Delta t}, \quad \ddot{\hat{x}}_n = 0$$

4. Se calculan $N - n$ posiciones, velocidades y aceleraciones corregidas utilizando el siguiente esquema

- a) Se obtiene la posición y velocidad aproximadas y se determina la diferencia entre la lectura real y el valor predicho

$$\hat{x}_i = \hat{x}_{i-1} + \dot{\hat{x}}_{i-1} \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{\hat{x}}_{i-1} \Delta t^2$$

$$\dot{\hat{x}}_i = \dot{\hat{x}}_{i-1} + \ddot{\hat{x}}_{i-1} \Delta t$$

$$\Delta x = x_i - \hat{x}_i$$

- b) Se compara el valor de Δx con un valor admisible α y en función de ello se ajusta el ancho de banda de filtrado mediante m

$$\text{Si } |\Delta x| < \alpha \text{ y } m < M \Rightarrow m = m + 1$$

$$\text{Si } |\Delta x| > \alpha \text{ y } m > \beta \Rightarrow m = m - 1$$

siendo β el ancho de banda mínimo de filtrado

c) Se calculan la posición, velocidad y aceleración corregidas

$$\begin{aligned}\hat{x}_i &= \hat{x}_i + \Delta x k_{1m} \\ \dot{\hat{x}}_i &= \dot{\hat{x}}_i + \Delta x k_{2m} \\ \ddot{\hat{x}}_i &= \ddot{\hat{x}}_{i-1} + \Delta x k_{3m}\end{aligned}$$

d) Se reinicia el ciclo para calcular los resultados del paso siguiente hasta alcanzar la condición $i = N$

En este trabajo se emplean los siguientes valores: $N = 100$, $n = 5$, $M = 55$, $\alpha = 0,1$ y $\beta = 10$. Los detalles y fundamentos del filtro QD aquí implementado pueden consultarse en las referencias (McCool, 1967; Pietrass, 1976).

Durante la simulación del PII, se reciben los datos de posición provenientes de la transformación (17). Seguidamente se aplica el procedimiento a cada componente del vector posición, y los valores filtrados del último dato de la muestra \hat{x}_N y $\dot{\hat{x}}_N$, correspondientes al tiempo actual, son las componentes de los vectores $[s_{BE}]_R$ y $[v_B^E]_R$ que se utilizan para iniciar la integración de las ecuaciones de movimiento.

En el comienzo de la simulación, los datos se almacenan hasta alcanzar una colección de N elementos, para luego ejecutar el filtro QD y determinar la posición y velocidad. El PII obtenido de estos datos corresponde al instante de tiempo del último dato de posición recibido, es decir, $t = N \Delta t$, siendo Δt el intervalo de tiempo entre recepción de datos.

El siguiente instante de tiempo en el cual se calcula el PII viene dado por $t = N \Delta t + N_R \Delta t$, donde N_R es el número de datos a actualizar en la muestra, la cual conserva los últimos $N - N_R$ datos y necesita por lo tanto recibir N_R nuevos datos. El esquema se resume en la Figura 3.1.

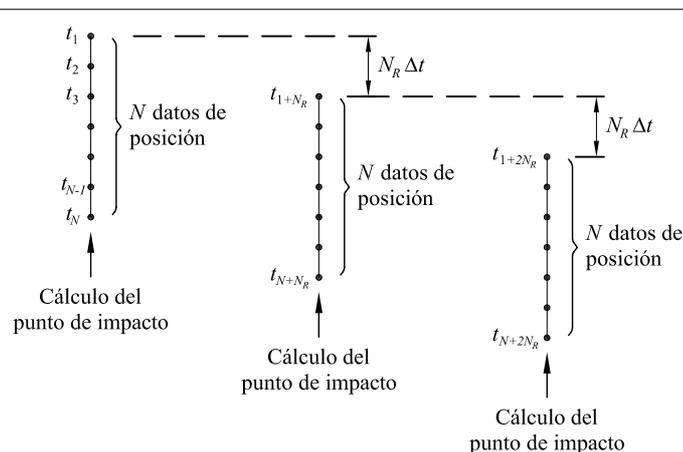


Figura 1: Esquema de tiempo para el cálculo del punto de impacto

La cantidad de puntos a renovar N_R se escoge en función del intervalo de tiempo entre recepción de datos Δt (aquí se toma igual a 0,01 s), de manera tal que el tiempo de procesamiento del cálculo del punto de impacto no supere el valor $N_R \Delta t$, cumpliendo de este modo el requisito de tiempo real.

4. RESULTADOS

En esta sección se presentan los resultados obtenidos con el predictor del PII. Primeramente se realiza la verificación del integrador de las ecuaciones de movimiento, para luego implementar el software en un simulador de seis grados de libertad utilizando el filtro QD.

4.1. Verificación del integrador de las ecuaciones de movimiento

Para evaluar el desempeño del algoritmo de integración de las ecuaciones de movimiento se analizan casos triviales que permiten verificar los valores obtenidos con resultados analíticos. Estos casos son los que se conocen como tiro vertical y tiro oblicuo, los cuales se implementan en el simulador asumiendo coeficientes aerodinámicos nulos.

Además de verificar la precisión de los resultados, este análisis permite evaluar la influencia del paso de tiempo δt en la integración de las ecuaciones de movimiento. La definición correcta de este parámetro es fundamental, ya que el mismo determina la duración del proceso de cálculo del PII: un paso δt muy pequeño no permitirá alcanzar los requerimientos de tiempo real, mientras que un δt demasiado grande probablemente no produzca resultados precisos.

En la Figura 4.1 se muestran los resultados para el movimiento de tiro vertical con una velocidad inicial de 100 m/s, con diferentes pasos de integración. Se observa en la figura el código responde de manera satisfactoria, casi independientemente del paso de integración utilizado, sin embargo, para velocidades menores aparecen diferencias en el valor de altitud máxima y en el tiempo de vuelo para pasos de integración mayores, por lo tanto se escoge $\delta t = 0,05$ s para las simulaciones siguientes, que para una computadora con un procesador de 3 GHz permite simular alrededor de 300 segundos de vuelo en 0,05 segundos de procesamiento.

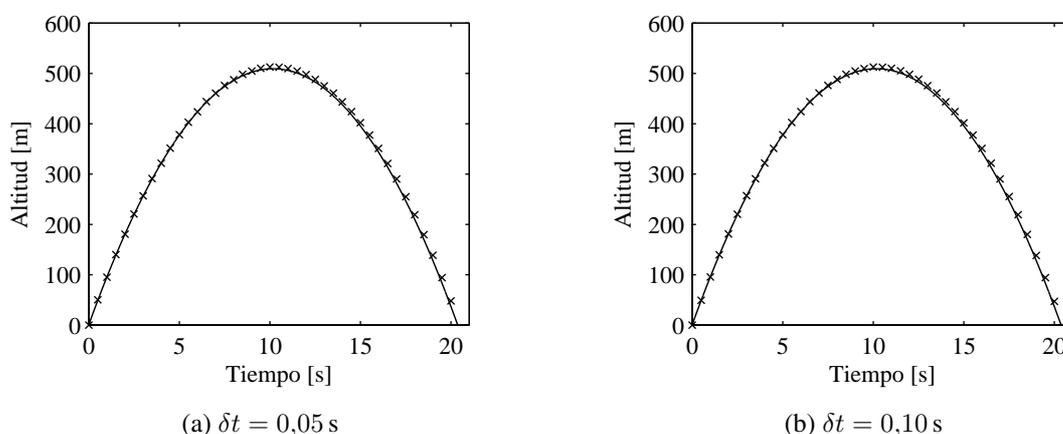


Figura 2: Variación de la altitud para un tiro vertical con $V_0 = 100$ m/s. La línea continua indica la solución analítica y los símbolos muestran la trayectoria obtenida por el simulador.

4.2. Resultados para un vehículo lanzador de dos etapas

En esta sección se muestran los resultados obtenidos por el predictor del PII para un vehículo lanzador de dos etapas, cuya simulación de vuelo se realiza con un simulador de seis grados de libertad (Krause et al., 2012). El objetivo del análisis es evaluar el desempeño del software para diferentes condiciones de lanzamiento.

Para modelar la operación del radar e incorporar los efectos del ruido, se utiliza una variable pseudo aleatoria con una distribución de probabilidades de Gauss, la cual se aplica sobre los

datos de azimut, elevación y distancia entregados por el simulador de 6DoF. Los niveles máximos de ruido utilizados son $\pm 0,5$ deg para la medición de azimut y elevación, y ± 10 m para la distancia. Estos datos son considerablemente mayores que los $\pm 0,05$ deg y ± 1 m de radares europeos (Markgraf et al., 2003), de este modo se quiere evidenciar la robustez del método.

En las Figuras 4.2 y 4.2 se muestran resultados para diferentes condiciones de lanzamiento. En todos los casos se observa muy buena correlación con los resultados esperados, es decir, un agrupamiento de puntos debido a la finalización de la combustión (a los 72 s), un salto en las predicciones cuando se produce el cambio de etapa (a los 33 s, y un cambio en la pendiente del tiempo de impacto (tiempo transcurrido entre la paralización del motor y el impacto), siendo ésta lineal para la situación sin empuje.

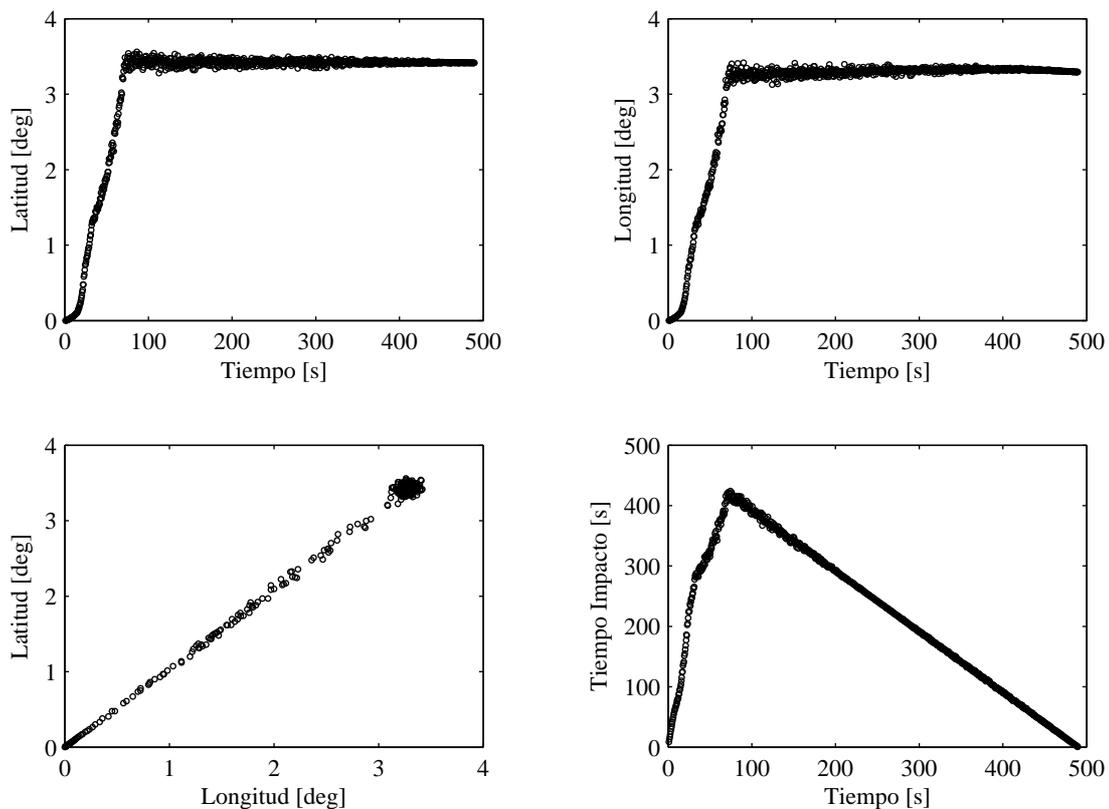


Figura 3: Predicción del punto de impacto instantáneo (PII) para un vehículo lanzador de dos etapas con condiciones de lanzamiento $\gamma_0 = 75$ deg y $\psi_0 = 45$ deg

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un algoritmo predictor del punto de impacto instantáneo (PII) para vehículos lanzadores de múltiples etapas y cohetes en general, basado en un modelo de tres grados de libertad y un esquema de Runge-Kutta de cuarto orden para la integración de las ecuaciones de movimiento.

Para las simulaciones numéricas se asumió que los datos de posición provienen de un radar convencional, por lo tanto se implementó además un filtro digital recursivo de un paso denominado Filtro QD para determinar las componentes del vector velocidad. Además se consideraron niveles de ruido relativamente altos en la adquisición de datos.

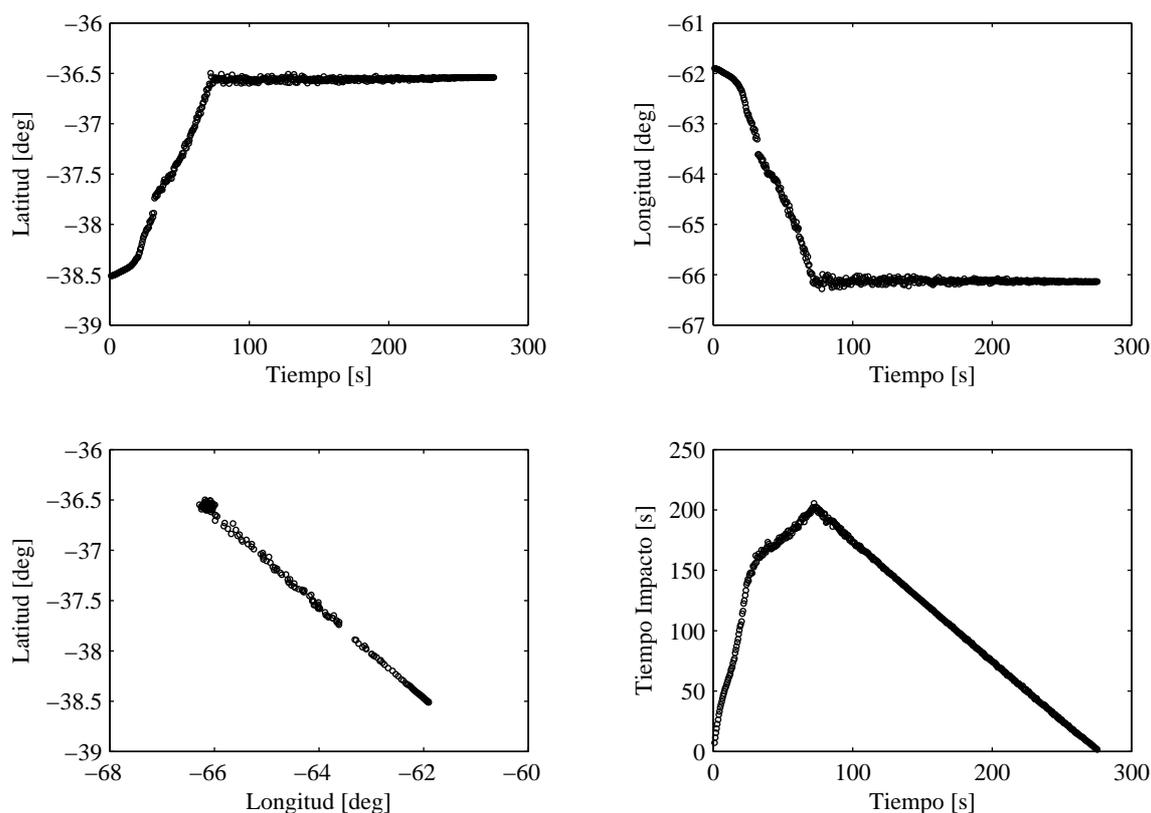


Figura 4: Predicción del punto de impacto instantáneo (PII) para un vehículo lanzador de dos etapas con condiciones de lanzamiento $\gamma_0 = 60$ deg y $\psi_0 = -60$ deg

Los resultados numéricos mostraron muy buena concordancia con los esperados, registrándose las señales características de cambio de etapa y final de la combustión en la predicción del PII. El agrupamiento de impactos para la finalización de la combustión se produjo en un área relativamente pequeña más allá de los niveles de ruido altos utilizados, lo que evidencia la precisión y robustez del algoritmo.

REFERENCIAS

- Curtis H. *Orbital Mechanics for Engineering Students*. ELSEVIER, 2 edición, 2010.
- Krause G., Zapico E., y González S.R. Simulador de Vuelo de Vehículos Aeroespaciales de Seis Grados de Libertad. En A. Cardona, P. Kohan, R. Quinteros, y M. Storti, editores, *Mecánica Computacional vol. XXXI*, páginas 2961–2977. AMCA, 2012. ISSN 1666-6070.
- Markgraf M., Montenbruck O., Turner P., y Viertotak M. Instantaneous Impact Point Prediction for Sounding Rockets – Perspectives and Limitations. En *16th Simp. on European Rocket and Balloon Programmes and Related Research*, páginas 1–6. St. Gallen, 2003.
- McCool W. *QD – A New Efficient Data Filter. Analysis and Computation Directorate*, volumen Internal Memorandum 60. White Sands Missile Range, New Mexico, 1967.
- Mervart L. y Verduin A. *Methods of Celestial Mechanics*, volumen I: Physical, Mathematical, and Numerical Principles. Springer, Berlin, 2005.
- Pierrass A. *Digital Filtering Techniques for Real-Time Trajectory Estimation and Prediction*. DFVLR – Institute for Flight Systems Dynamics, 1976.
- Thomson W. *Introduction to Space Dynamics*. John Wiley & Sons, New York, 1986.

Zipfel P. *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Virginia, 2 edición, 2007.