

## **SIMULATED ANNEALING PARA LA LOCALIZACIÓN DE TERREMOTOS**

**J. Germán Rubino\***, **Danilo R. Velis†**

Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas  
Universidad Nacional de La Plata  
Paseo del Bosque s/n, B1900FWA, La Plata, Buenos Aires, Argentina

\*e-mail: [german\\_rubino@hotmail.com](mailto:german_rubino@hotmail.com)

†e-mail: [velis@fcaglp.unlp.edu.ar](mailto:velis@fcaglp.unlp.edu.ar), web page: <http://www.fcaglp.unlp.edu.ar/~velis>

**Palabras Clave:** terremoto, optimización no-lineal, problema inverso, simulated annealing.

**Resumen.** *La localización de terremotos constituye un problema inverso que consiste en determinar, a partir de los primeros arribos de las ondas sísmicas (instantes en los que se registran las llegadas de las ondas generadas por el sismo a una serie de estaciones sismológicas), la ubicación del foco (latitud, longitud y profundidad) y el momento en que efectivamente se produjo el sismo (hora de origen).*

*Con este propósito se construye una función de costo a minimizar que mide, esencialmente, las diferencias entre los respectivos primeros arribos y los tiempos calculados asumiendo valores tentativos para las coordenadas del foco y la hora de origen. En el cálculo de los tiempo de propagación de las ondas sísmicas desde el foco a las estaciones se considera un modelo global radial para el campo de velocidades sísmicas en el interior de la Tierra.*

*Debido a la fuerte no linealidad del problema de optimización descripto, es necesario buscar la solución en forma iterativa. Con el fin de evitar posibles mínimos locales y una convergencia prematura, se utiliza el método de optimización global Simulated Annealing (SA), que además provee soluciones independientes del modelo inicial. Se exponen diversos ejemplos utilizando datos sintéticos con ruido para evaluar la efectividad de la inversión. Además se analiza el comportamiento del método propuesto frente al uso de diferentes funciones de costo. Se evalúa también la conveniencia del uso de estrategias híbridas para mejorar el proceso de búsqueda de la solución. Estas estrategias combinan SA con métodos lineales de optimización, aprovechando las ventajas que cada uno de estos algoritmos ofrecen.*

## 1 INTRODUCCIÓN

El problema inverso, que consiste en determinar la ubicación del foco (latitud, longitud y profundidad) y la hora de origen de un terremoto a partir de los momentos en los que cuatro o más estaciones sismológicas registran el arribo de las ondas sísmicas generadas por tal evento, constituye un problema de gran importancia en la Geofísica.

Con el fin de resolver el problema directo asociado, es decir, obtener el tiempo que tarda una onda sísmica en propagarse desde un foco determinado hasta una estación sismológica conocida, se asume para el campo de velocidades sísmicas el modelo global IASP91,<sup>1</sup> en el que la velocidad está dada por una parametrización de  $a$  intervalos por polinomios de hasta grado tres, y donde el parámetro que delimita el comienzo y final de cada uno de los intervalos es el radio, medido desde el centro de la Tierra.

Para resolver el problema inverso planteado se construye una función de costo a optimizar, la cual mide las discrepancias entre los tiempos de los respectivos primeros arribos (observaciones) y los tiempos calculados mediante el problema directo para valores tentativos para las coordenadas del foco y la hora de origen. Esta función es altamente no lineal, dificultando o impidiendo la obtención de la solución mediante algoritmos de optimización local. Un método de optimización global que permite obtener un adecuado acercamiento a la solución es el llamado Very Fast Simulated Annealing (VFSA).<sup>2,3</sup>

Existen varios trabajos en la literatura que apuntan a resolver el problema de la localización de eventos sísmicos mediante técnicas de optimización.<sup>4-7</sup> En el presente trabajo se desarrolla una serie de algoritmos para resolver el problema directo, y un método para la determinación del foco y hora de origen de eventos sísmicos basado en el uso del método de optimización VFSA.<sup>8</sup> Además, se analiza el comportamiento del acercamiento a la solución frente a la utilización de diversas funciones de costo que ofrecen distinta sensibilidad ante la presencia de errores groseros en las observaciones. Finalmente, se evalúa el comportamiento de una estrategia híbrida que combina SA con métodos de optimización local con la que se obtiene un ahorro computacional significativo.

## 2 PLANTEO Y SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DIRECTO

Tal como ya fue mencionado, el problema directo consiste en el cálculo del tiempo que tardan las ondas en viajar desde un foco dado hasta una estación sismológica conocida.

### 2.1 Tiempo del rayo directo

Asumiendo un modelo radial para las velocidades de las ondas sísmicas propagándose a través de la Tierra,  $v = v(r)$ , la relación fundamental del rayo sísmico<sup>9</sup> establece que

$$p = \frac{r \sin(i)}{v(r)} = \text{constante}$$

donde  $p$  es el “parámetro sísmico” e  $i$  es el ángulo de incidencia del rayo, formado por la dirección radial y la tangente a la trayectoria del rayo sísmico en el punto (ver Figura 1).

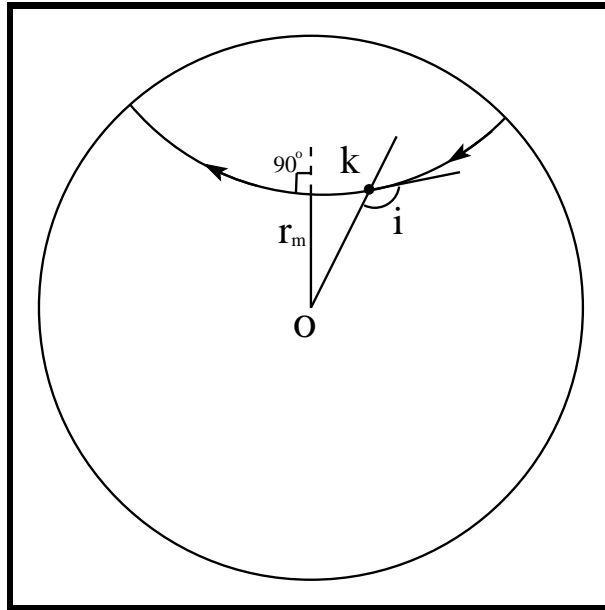


Figura 1: Relación fundamental del rayo sísmico.

Si  $r_m$  es el radio del punto de la trayectoria donde se produce la máxima penetración del rayo sísmico, entonces para ese punto  $i = 90^\circ$  y así

$$p = \frac{r_m}{v(r_m)}.$$

A partir de esta relación se pueden obtener las siguientes expresiones<sup>8</sup> que relacionan el ángulo epicentral  $\theta$  (ángulo formado por la dirección radial del foco y la de la estación) y el tiempo de propagación  $t$ , con el radio del foco,  $r_o$ , y el radio  $r_m$ :

$$\theta = \theta(r_m, r_o) = 2p \int_{r_m}^{R_T} \frac{v(r)dr}{r\sqrt{r^2 - v(r)^2p^2}} - p \int_{r_o}^{R_T} \frac{v(r)dr}{r\sqrt{r^2 - v(r)^2p^2}}, \quad (1)$$

$$t = t(r_m, r_o) = 2 \int_{r_m}^{R_T} \frac{rdr}{v(r)\sqrt{r^2 - v(r)^2p^2}} - \int_{r_o}^{R_T} \frac{rdr}{v(r)\sqrt{r^2 - v(r)^2p^2}}. \quad (2)$$

En las expresiones anteriores ( $R_T$  es el radio de la Tierra) tanto  $r_m$  como  $t$  son desconocidos. Luego, a partir de este sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas, se obtiene el tiempo de propagación conociendo la ubicación del foco y de la estación: dados  $r_o$  y  $\theta$ , se calcula  $r_m$  a partir de la expresión (1). A continuación, se calcula el tiempo de propagación mediante (2).

Es importante aclarar que debido a que los integrandos de las expresiones anteriores poseen singularidades en  $r = r_m$ , resultó necesario realizar varios pasos algebraicos como así también cambios de variables para evitar tal singularidad, como se detalla en [8, Rubino (2004)].

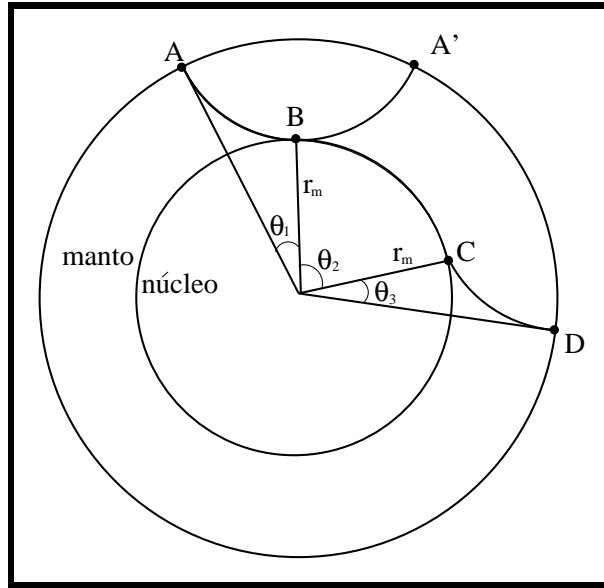


Figura 2: Rayo directo y rayo difractado.

## 2.2 Tiempo del rayo difractado

El tiempo obtenido mediante los pasos descritos corresponde al tiempo de propagación de rayos directos. Sin embargo, muchas veces el primer rayo que arriba a una estación no es éste sino el que se difracta en la discontinuidad dada entre el núcleo externo de la Tierra y el manto, y como se está interesado en el tiempo del primer arribo a la estación, se debe tener en cuenta esta última posibilidad. Luego, dados el foco y la estación, el primer arribo corresponderá a una difracción si se verifica la siguiente condición:

$$\theta(r_m^d, r_o) \leq \theta \leq 145^\circ,$$

donde  $r_m^d$  es el radio en el que se encuentra la discontinuidad núcleo externo–manto. La primera desigualdad surge del hecho de que para ángulos epicentrales menores a  $\theta(r_m^d, r_o)$ , el radio del punto de máxima penetración será mayor que  $r_m^d$ , no existiendo difracción. La segunda desigualdad se basa en la información contenida en la tabla de tiempos IASP91, donde las difracciones, si existen, son consideradas como primer arribo únicamente para  $\theta \leq 145^\circ$ .<sup>1</sup>

Si se cumplen ambas desigualdades (como en el caso del rayo ABCD de la Figura 2), se descompone el tiempo de propagación en dos partes:

1. El tiempo que tarda el rayo sísmico en viajar desde el foco (punto A) hasta la discontinuidad (punto B) y luego desde la discontinuidad (punto C) hasta la estación (punto D). Este tiempo está dado por  $t(r_m^d, r_o)$ , y el rayo abarca los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_3$ .
2. El tiempo que tarda el rayo en recorrer el arco de circunferencia delimitado por el punto en el que arriba a la discontinuidad (punto B) y por el punto en el que deja la misma (punto C), cuyo radio es  $r_m^d$ . Este tiempo está dado por  $r_m^d \theta_2 / v(r_m^d) = r_m^d [\theta - \theta(r_m^d, r_o)] / v(r_m^d)$ .

Finalmente el tiempo de la difracción será igual a la suma de estas dos contribuciones. En el caso que no se cumpla alguna de las dos desigualdades angulares, el primer arribo estará dado por el rayo directo y entonces el tiempo de propagación se determina del modo inicialmente explicado.

### 2.3 Precisión de los tiempo calculados

Con el objetivo de analizar la precisión del algoritmo planteado para el cálculo de los tiempos de propagación, se calcularon los residuos de estos tiempos respecto de los valores encontrados en la tabla IASP91, para ángulos epicentrales mayores o iguales que  $13^\circ$  (pues para valores menores los apartamientos del modelo global respecto de la realidad comienzan a ser apreciables), tomando un equiespaciamiento angular de dos grados y cuatro profundidades focales distintas para cada ángulo epicentral. Se encontró que tales residuos son del orden de 0.1 segundos, y en ningún caso superaron los 0.2 segundos.<sup>8</sup> Considerando que hay un error significativo inevitable proveniente de la lectura del sismograma, además de los errores inmanejables provenientes de las diferencias entre el modelo global de velocidades y las velocidades reales que atraviesa el rayo, entre otros errores, se concluye que las aproximaciones obtenidas para los tiempos de propagación son ampliamente aceptables.

## 3 PLANTEO Y SOLUCIÓN DEL PROBLEMA INVERSO

Supongamos que se produce un terremoto a una hora  $t$  en cierta latitud  $x$ , longitud  $y$  y profundidad  $z$ . Sea  $n$  el número de estaciones que reciben las ondas sísmicas generadas por tal evento y llamemos  $t_i$  a la hora en que el primer arribo llega a la  $i$ -ésima estación. El objetivo consiste en obtener las coordenadas del foco y hora de origen del evento a partir de las observaciones a cierto número de estaciones, lo que constituye un problema inverso.

Para su resolución, comenzamos por definir a  $T_i(x, y, z)$  como el tiempo que tarda la perturbación en viajar desde el foco hasta la  $i$ -ésima estación. Luego, definimos la siguiente función (de costo o residuo):

$$J(x, y, z, t) = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |t_i - [t + T_i(x, y, z)]|^\alpha \right)^{1/\alpha}, \quad (3)$$

donde  $1 \leq \alpha \leq 2$ . Esta función mide las discrepancias entre los tiempos de arribo observados,  $t_i$ , y los tiempos en los que arribaría la perturbación si el evento hubiera tenido un foco de latitud  $x$ , longitud  $y$ , profundidad  $z$  y hora de origen  $t$ . El parámetro  $\alpha$  permite contar con una familia de funciones de costo que miden las discrepancias en forma diferente. Para  $\alpha = 1$  se tiene la norma 1, que asigna igual peso a todos los errores. Para  $\alpha = 2$  se tiene la norma cuadrática, típica de los problemas de mínimos cuadrados.

La mejor aproximación para la ubicación del foco y la hora de origen serán aquellos valores  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , y  $t$  que hagan mínima a la función de costo. El problema inverso se puede resolver entonces como un problema de optimización. Como  $J(x, y, z, t)$  es una expresión altamente no-lineal, su minimización resulta muy compleja si no se utilizan las herramientas adecuadas.

### 3.1 Generación de datos sintéticos

Tanto para evaluar la precisión lograda en la optimización como para estudiar la función de costo, se generaron datos sintéticos para los primeros arribos a un determinado conjunto de estaciones sismológicas. Con este objetivo, se propone un foco ficticio, un tiempo de origen  $t$  y  $n$  estaciones. Luego, para cada  $i$  entre 1 y  $n$ , se calcula el tiempo de propagación de las ondas desde el foco hasta la  $i$ -ésima estación, y a continuación se le suma este valor a la hora de origen, para obtener el tiempo de llegada sintético  $T_i^s$ . Como cabe esperar con cualquier medición, los tiempos de arribo de las ondas generadas por un evento real tendrán un ruido proveniente de errores de lectura. Por esto, para lograr datos más realistas se le agrega a cada  $T_i^s$  un ruido aleatorio gaussiano de media cero y desviación estándar 0.25 segundos.<sup>5</sup>

### 3.2 Análisis de la función de costo

Se quiere analizar el comportamiento de la función de costo, la que al depender de cuatro variables no es de fácil análisis. Por esto, se hicieron cortes de la función fijando dos variables, para facilitar su visualización. Con este objetivo, se tomó un evento con su foco en la latitud  $45^\circ$ , longitud  $45^\circ$  y profundidad 450 km, y se tomó para la hora de origen el valor 19 segundos. A continuación se eligieron cuatro estaciones bien distribuidas y se generaron los datos sintéticos para los tiempos de arribo, evaluándose la función de costo  $J$ , con  $\alpha = 2$ , sobre una grilla de valores de cada una de las variables.

Inicialmente se tomaron los valores correctos para la profundidad y la hora de origen, obteniéndose una superficie con un mínimo absoluto muy bien definido y delimitado, sin mínimos locales en su entorno, tal como muestra la Figura 3a. Esto constituye un comportamiento óptimo para la búsqueda de la solución. Una superficie con propiedades análogas se obtuvo cuando se tomaron los valores correctos para la latitud (o equivalentemente, longitud) y para la profundidad, como puede observarse en la Figura 3b.

La Figura 4a es la superficie que se obtuvo cuando se tomaron los valores correctos de latitud y hora de origen. En este caso, el comportamiento no es tan bueno como en los anteriores, pues hay un amplio valle donde la función tiene muy poca variación. Sin embargo, en este valle el valor de la variable que representa la longitud del foco se mantiene prácticamente constante, mientras que para la profundidad hay un amplio rango de variación. Esto está mostrando que la función de costo es poco sensible a las variaciones de profundidad, mientras que es muy sensible a variaciones de latitud y longitud.

Finalmente se tomaron valores correctos para la latitud y longitud, obteniéndose la Figura 4b. Ésta muestra la fuerte no linealidad de la función de costo respecto a estas variables. Se pueden observar varios mínimos locales en el entorno de la solución, como así también un amplio valle que dificultaría la correcta convergencia de los métodos lineales de optimización.

Este mismo análisis completo se repitió para seis estaciones en lugar de cuatro obteniéndose un comportamiento similar. De las observaciones hechas puede concluirse que las estimaciones obtenidas para la latitud y longitud serán en general más precisas que los valores encontrados para la profundidad y la hora de origen del evento.

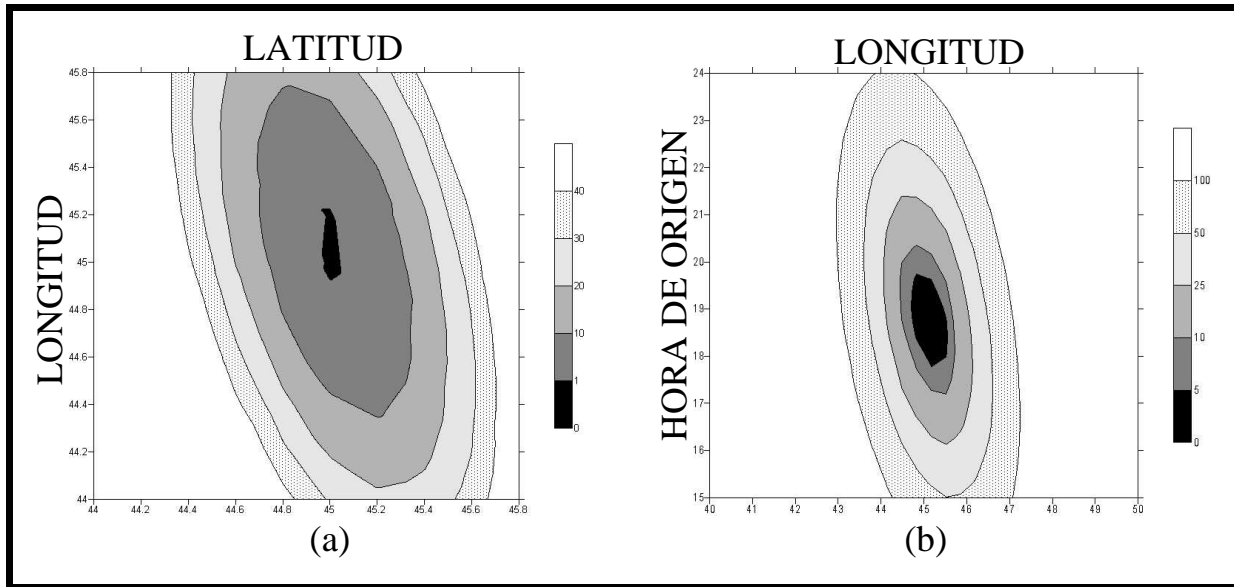


Figura 3: Funci3n de costo para (a) valores correctos de la profundidad y hora de origen y (b) valores correctos de latitud y profundidad.

### 3.3 Elecci3n del m3todo para realizar la optimizaci3n

Los problemas de optimizaci3n no-lineal pueden resolverse de diversos modos. Una posibilidad es la utilizaci3n de m3todos locales de optimizaci3n (algoritmos “greedy”), tambi3n denominados m3todos lineales, que se basan en la linealizaci3n de la funci3n a optimizar (o parte de ella) en el entorno de la soluci3n que se tiene hasta el momento (recordemos que la resoluci3n de este problema se realiza en forma iterativa). Estos m3todos utilizan informaci3n de la curvatura de la superficie para converger hacia el m3nimo de la funci3n. En general requieren pocas iteraciones pero presentan algunas desventajas: necesitan calcular el gradiente de la funci3n en cada iteraci3n (con el consecuente costo computacional que esto significa), muchas veces tienen grandes dificultades para linealizar la funci3n y tienen una fuerte tendencia a converger al m3nimo local m3s cercano al modelo de partida, entre otras.<sup>3</sup> Luego del an3lisis de la funci3n de costo que se realiz3 en la secci3n anterior est3 claro que estos m3todos no nos sirven para resolver el presente problema. Por el contrario, los m3todos de optimizaci3n global del tipo estoc3stico no necesitan informaci3n sobre derivadas de la funci3n ni presentan dependencia con el modelo inicial. Dentro de esta familia de m3todos se encuentran los llamados “Simulated Annealing” (Recocido Simulado). Al igual que en los m3todos locales aqu3 tambi3n se produce un acercamiento iterativo a la soluci3n y se proponen “saltos” en el espacio de los par3metros, los que se aceptan si se produce una disminuci3n en la funci3n de costo con relaci3n a la iteraci3n previa. Pero a diferencia de los m3todos anteriores, a3n cuando la funci3n de costo aumente, se acepta el salto con una probabilidad no nula. Esta propiedad es la que permite escapar de los m3nimos locales. Para la minimizaci3n de la funci3n  $J$  utilizaremos el m3todo “Very Fast Simulated Annealing” (VFSA),<sup>2,3</sup> una variante del SA.

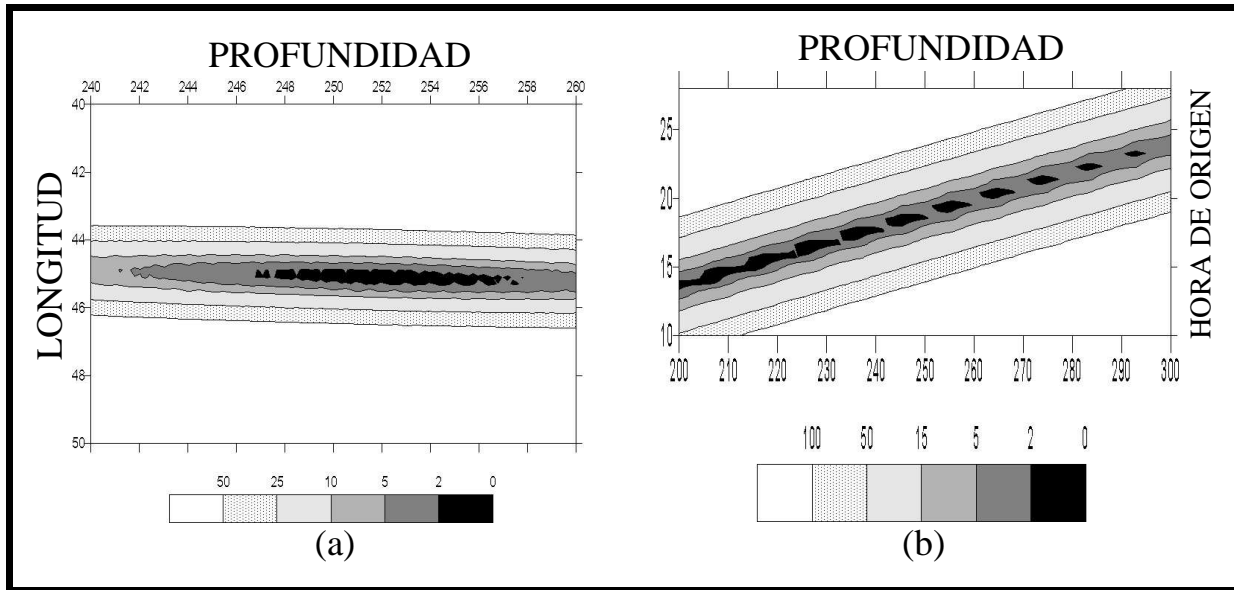


Figura 4: Función de costo para (a) valores correctos de la latitud y de la hora de origen y (b) valores correctos de la latitud y de la longitud.

#### 4 EJEMPLOS

En esta sección se muestran diversos ejemplos de localización de eventos sísmicos mediante el procedimiento descrito en las secciones anteriores.

Para las dos simulaciones iniciales se tomó un mismo evento con latitud  $-58^\circ$ , longitud  $149^\circ$ , profundidad 570 km y hora de origen 17 segundos. En estos casos, se utilizó la norma cuadrática ( $\alpha = 2$ ) para la función de costo, lo que permite separar completamente la variable temporal de las variables espaciales, y reducir de este modo el número de incógnitas de cuatro a tres. La evaluación del tiempo de origen óptimo se realiza en cada iteración, y puede considerarse parte del cálculo de la función de costo.<sup>4</sup> El tiempo de origen óptimo se obtiene fácilmente luego de minimizar la función de costo con respecto a  $t$ :

$$\frac{d}{dt}J(x, y, z, t) = 0,$$

luego

$$t_{opt} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [t_i - T_i(x, y, z)]. \quad (4)$$

Siguiendo estas ideas, el algoritmo calcula, para cada ubicación focal propuesta por SA, el tiempo de origen óptimo, y a continuación calcula la función de costo.

En el primero de los ejemplos se eligieron seis estaciones bien distribuidas, en tanto que en el segundo, diez, pues uno de los objetivos consistió en evaluar la influencia del número de estaciones en la precisión para la determinación del hipocentro (foco) y la hora de origen del evento.



Para analizar la efectividad del algoritmo en la búsqueda de la solución, como así también la influencia de la semilla en el resultado, se realizaron diez corridas del programa, cada una con una semilla distinta. En la Tabla 1 se muestra el promedio de los resultados obtenidos para las distintas variables y sus desviaciones estándar para 500, 1000, 1500 y 2000 iteraciones, en el caso de seis estaciones (ejemplo 1). Como se puede observar, hay una mejora gradual de la solución con el aumento del número de iteraciones, principalmente al comparar la solución obtenida con 500 iteraciones y las obtenidas con una cantidad mayor. También se puede apreciar una disminución de las desviaciones estándar, indicando que con el aumento del número de iteraciones decrece la dependencia de la solución con la semilla ingresada (mejora la convergencia).

Iteraciones	Latitud (grados)	Longitud (grados)	Error epicentral (km)	Profundidad (km)	Hora de origen (segs)
500	-57.8772 ± 0.1383	148.8438 ± 0.1540	22.44	529.73 ± 45.90	13.24 ± 4.24
1000	-57.9573 ± 0.0321	148.9393 ± 0.0315	8.25	558.40 ± 9.55	15.89 ± 0.87
1500	-57.9778 ± 0.0061	148.9579 ± 0.0074	5.29	564.76 ± 2.20	16.46 ± 0.21
2000	-57.9829 ± 0.0019	148.9648 ± 0.0020	4.35	566.42 ± 0.65	16.61 ± 0.07
Valores correctos	-58	149	0	570	17

Tabla 1: Ejemplo 1 - Resultados obtenidos con el algoritmo (seis estaciones).

En concordancia con lo visto en el análisis de la no linealidad de la función de costo, los errores relativos en la latitud y la longitud del foco son algo menores que los errores relativos para la profundidad y la hora de origen, principalmente cuando el número de iteraciones no es grande. Además, se pone de manifiesto la ambigüedad existente entre la profundidad y la hora de origen vista en la Figura 4b.

En el segundo ejemplo se repite el mismo experimento pero utilizando diez en lugar de seis estaciones. Los resultados, luego de promediar diez soluciones diferentes (una por cada semilla), se muestran en la Tabla 2. Como se puede apreciar, si bien hay una mejora significativa entre los resultados obtenidos para 1000 o más iteraciones respecto de los obtenidos para 500 iteraciones, no se produce un mejoramiento significativo de la solución más allá de las 1000 iteraciones. En general se obtienen excelentes resultados para las cuatro incógnitas.

Iteraciones	Latitud (grados)	Longitud (grados)	Error epicentral (km)	Profundidad (km)	Hora de origen (segs)
500	-57.9807 ± 0.0419	148.9298 ± 0.0763	8.10	557.25 ± 22.79	15.89 ± 1.98
1000	-58.0071 ± 0.0063	148.9892 ± 0.0055	1.44	573.00 ± 2.79	17.24 ± 0.24
1500	-58.0093 ± 0.0019	148.9902 ± 0.0043	1.50	573.98 ± 1.23	17.34 ± 0.11
2000	-58.0101 ± 0.0004	148.9917 ± 0.0005	1.45	574.48 ± 0.21	17.39 ± 0.02
Valores correctos	-58	149	0	570	17

Tabla 2: Ejemplo 2 - Resultados obtenidos con el algoritmo (diez estaciones).

#### 4.1 Estrategia híbrida

En los ejemplos 3 y 4 se utilizó un evento con su foco en latitud  $33^\circ$ , longitud  $149^\circ$ , profundidad 570 km y hora de origen 17 segundos, y un conjunto de siete estaciones bien distribuidas. Para la minimización de la función de costo no se le dio un tratamiento diferencial a la variable temporal.

Con el fin de lograr un ahorro computacional (determinado por el número de veces que se resuelve el problema directo), se utilizó una estrategia híbrida que combina SA con un método cuasi-Newton de optimización (local). El objetivo de esta estrategia consistió en aprovechar las ventajas de SA y de los métodos locales, y manejar adecuadamente sus desventajas; es decir, se utiliza inicialmente SA para lograr un acercamiento importante al mínimo global y cuando se está lo suficientemente cerca se produce un acercamiento más directo y veloz con el método local. En particular, para hacer los pasos lineales utilizamos el método cuasi-Newton de Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno,<sup>10</sup> que se basa en la utilización del gradiente para lograr el acercamiento a la solución con una velocidad de convergencia cuadrática. Es importante notar que el costo computacional de una iteración de este método equivale a 10 iteraciones de SA.

En el ejemplo 3 se utilizó la norma cuadrática para construir la función de costo, e inicialmente se realizaron 500 iteraciones de SA; a continuación se realizaron pasos del método cuasi-Newton hasta lograr que la función de costo fuese menor que el valor esperado para la expresión dada por (3), que para la norma cuadrática y considerando errores aleatorios gaussianos de media cero y desviación estándar de 0.25 segundos, resulta ser 0.25. Se encontró que fue necesario realizar sólo 20 iteraciones para obtener un valor de función de costo por debajo de 0.25, obteniéndose la solución que se encuentra en la Tabla 3. Allí también se puede observar la solución y la función de costo obtenidas mediante 700 pasos de SA. Es interesante notar que aunque ambos procedimientos tienen un costo computacional equivalente, mientras la estrategia híbrida logró la convergencia y una excelente solución, la búsqueda mediante SA no se ha aproximado lo suficiente a una solución de calidad. Esto está poniendo de manifiesto el éxito de las estrategias híbridas para obtener buenas aproximaciones a la solución con un costo computacional menor.

Iteraciones SA	Iteraciones cuasi-Newton	Latitud (grados)	Longitud (grados)	Profundidad (km)	Hora de origen (segs)	Función de costo
500	20	32.9461	148.9893	569.76	17.01	0.18
700	0	32.8688	149.1648	378.34	-0.57	1.16
Valores correctos		33	149	570	17	0

Tabla 3: Ejemplo 3 - Utilización de una estrategia híbrida en la optimización.

#### 4.2 Variación de la norma

Para finalizar, en el cuarto ejemplo se quiere estudiar la influencia de la norma utilizada en la construcción de la función de costo frente a la existencia de un error grosero en las obser-

vaciones. Con este fin, se agregó inicialmente un error grosero de 2 segundos a una de las mediciones sintéticas generadas, mientras que las seis mediciones restantes se generaron del modo ya explicado. Luego, se realizó la optimización con un esquema híbrido similar al comentado en el ejemplo 3, pero realizando 50 iteraciones del método cuasi-Newton; se usaron los valores  $\alpha = 1.25$  y  $\alpha = 2$  para la función de costo. Luego, se repitió el experimento pero con un valor para el error grosero de 5.5 segundos. Los resultados se encuentran en la Tabla 4, donde se puede apreciar una degradación de la solución respecto de la obtenida en el ejemplo anterior, principalmente en la profundidad y hora de origen. Además, es muy interesante notar que la solución obtenida con  $\alpha = 1.25$  es de mejor calidad que la obtenida con la norma cuadrática, evidenciando que esta última es más sensible a errores grandes.

Error grosero (segs)	Valor de $\alpha$	Latitud (grados)	Longitud (grados)	Profundidad (km)	Hora de origen (segs)	Función de costo
2.0	1.25	32.9003	148.9422	547.74	15.40	0.39
2.0	2	32.7772	149.1786	383.54	-0.18	1.08
5.5	1.25	32.8831	148.9508	543.57	15.06	1.08
5.5	2	32.7127	148.9668	447.58	6.86	1.44
Valores correctos		33	149	570	17	0

Tabla 4: Ejemplo 4 - Sensibilidad de distintas normas frente a errores grandes.

## 5 CONCLUSIONES

El método VFSA es una poderosa herramienta para resolver diversos problemas de optimización no lineal, y en particular se ha visto que es muy útil para la localización de terremotos.

El algoritmo propuesto para el cálculo de los tiempos de propagación de las ondas sísmicas es muy preciso, como quedó demostrado cuando se comparó con los tiempos de propagación encontrados en la tabla IASP91.

Los ejemplos expuestos confirman que la solución propuesta para el problema planteado, que resulta de acoplar el método directo desarrollado con el método de optimización global VFSA, permite obtener muy buenas aproximaciones para la ubicación y hora de origen de un evento. También permitieron observar que para asegurar precisión en la solución obtenida es necesario realizar al menos 1000 iteraciones, como así también que la calidad de la solución encontrada aumenta con el número de observaciones utilizadas para realizar la inversión.

También se observa que resulta conveniente la utilización de estrategias híbridas a la hora de proponer la solución de un problema de optimización no lineal como el descrito, pues permiten obtener muy buenas aproximaciones con un menor costo computacional.

Se observa además que la sensibilidad de la función de costo frente a grandes errores es muy alta cuando se utiliza la norma cuadrática, exhibiendo la norma con  $\alpha = 1.25$  un comportamiento más robusto frente a los mismos.

## REFERENCIAS

- [1] B.L.N. Kennett and E.R. Engdahl. Traveltimes for global earthquake location and phase identification. *Geophys. J. Int.*, **105**, 429–465 (1991).
- [2] L. Ingber. Very fast simulated re-annealing. *Mathl. Comput. Modelling*, **12**, 967–973 (1989).
- [3] L. Ingber. Simulated annealing: practice versus theory. *Mathl. Comput. Modelling*, **18**, 29–57 (1993).
- [4] S.D. Billings. Simulated annealing for earthquake location. *Geophys. J. Int.*, **118**, 680–692 (1994).
- [5] S.D. Billings, M.S. Sambridge, and B.L.N. Kennett. Errors in hypocenter location: picking, model, and magnitude dependence. *Bull. seism. Soc. Am.*, **84**, 1978–1990 (1994).
- [6] M.S. Sambridge and B.L.N. Kennett. A novel method of hypocentre location. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, **87**, 679–697 (1986).
- [7] M.S. Sambridge and B.L.N. Kennett. Seismic event location: nonlinear inversion using a neighbourhood algorithm. *Pure and Applied Geophysics*, **158**, 241–257 (2001).
- [8] J.G. Rubino. Localización de terremotos mediante simulated annealing. Master's thesis, Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, Universidad Nacional de La Plata, Argentina, (2004). Tesis de Grado.
- [9] K. Aki and P.G. Richards. *Quantitative seismology: theory and methods*. W.H. Freeman and Co., (1980).
- [10] W. H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery. *Numerical Recipes in FORTRAN: the Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, second edition, (1992).