

## OPTIMIZACIÓN DE POSTES DE H° P° PARA LÍNEAS DE TRANSMISIÓN ELÉCTRICA

**Detke, Fernando R.<sup>a</sup>; Duarte Javier<sup>a</sup>; Pizzutti, Horacio D.<sup>a</sup>; Gruber, Andrea S.<sup>a</sup>; Morales, Vanesa R.<sup>a</sup>; Vivanco, Clara B.<sup>a</sup>; Golemba, José L.<sup>a</sup>; Möller, Oscar<sup>b</sup>**

*<sup>a</sup> Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Misiones, Juan Manuel de Rosas 325, 3360 Oberá, Argentina, Detke@fio.unam.edu.ar*

*<sup>b</sup> Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras (IMAE), Universidad Nacional de Rosario, Riobamba y Berutti, 2000 Rosario, Argentina.*

**Palabras Clave:** Optimización, Confiabilidad estructural, Redes neuronales.

**Resumen.** La ocurrencia de fenómenos meteorológicos del tipo tormentas de viento en la provincia de Misiones produce daños estructurales en general, y en particular en los sistemas de transmisión de energía eléctrica. Como la acción del viento y la capacidad de la estructura presentan importantes incertidumbres, es necesario abordar el problema de diseño óptimo con métodos probabilísticos. La optimización consiste en encontrar valores a parámetros de diseño que minimicen una función objetivo que en este trabajo es el costo total, suma del costo inicial más el costo de reparación por daños ocasionados por tormentas de viento durante la vida útil. La optimización del sistema estructural esta sujeto a restricciones de confiabilidad en cada nivel de desempeño analizado. Se utiliza un algoritmo numérico de búsqueda aleatoria sin cálculo de gradientes y se incluyen controles para reducir la posibilidad de encontrar un mínimo local. Ejemplos numéricos muestran la aplicabilidad de la metodología y resultados sobre probabilidad de falla óptima.

## 1 INTRODUCCIÓN

La estabilidad de sistemas estructurales de líneas aéreas de transmisión de energía eléctrica se ve fuertemente influenciado por la ocurrencia de fenómenos meteorológicos del tipo tormentas de viento, ocasionando, en algunos casos, diversos tipos de daños al sistema.

El modelo estructural aquí usado representa numéricamente el comportamiento bajo la acción aleatoria del viento de la fracción de un sistema de líneas de transmisión con nivel de tensión nominal de 132kV, modalidad característica en los proyectos implementados en la Provincia de Misiones.

En el diseño de estructuras bajo acciones dinámicas, basado en el desempeño de las mismas, existe una etapa inicial que es el dimensionamiento de las secciones utilizando métodos determinísticos, en general basados en el diseño por capacidad de acuerdo con los códigos actuales, para poder definir los valores globales necesarios de desplazamiento de fluencia, resistencia, rigidez y ductilidad, satisfaciendo los estados límites en varios niveles de desempeño. En este caso, del estudio de líneas aéreas de transmisión de energía eléctrica, los niveles establecidos son dos: de servicio y de colapso respectivamente.

El problema de optimización consiste en encontrar valores para ciertos parámetros de diseño que minimicen una función objetivo, por ejemplo el costo total de una estructura, y que satisfagan restricciones impuestas al problema.

En estructuras con acciones dinámicas aleatorias, como es la acción del viento, es necesario considerar las incertidumbres presentes tanto en la demanda como en la capacidad del sistema. Se requiere el uso de métodos probabilísticos para evaluar la probabilidad de “falla” en cada nivel de desempeño considerado. Esto significa que las restricciones impuestas estarán expresadas en términos probabilísticos.

La formulación de los estados límites en cada nivel de desempeño requiere el cálculo de valores máximos de respuestas de la estructura en el periodo de duración del evento de acción dinámica. Como el comportamiento estructural es fuertemente no lineal, no es posible establecer una relación explícita entre las variables de entrada (datos) y las respuestas dinámicas, pero se pueden calcular resultados discretos para combinaciones específicas de las variables aleatorias intervinientes. Estos resultados discretos se pueden representar luego por una superficie de respuesta apropiadamente ajustada, que se utiliza como “sustituto” de la verdadera respuesta (Hurtado, 2004).

Del análisis de diferentes tipos de sustitutos (Möller et al., 2009), las redes neuronales presentan una mejor aproximación, son más flexibles y adaptables, y en consecuencia son las de mayor utilización actual. Esta función explícita que aproxima la verdadera respuesta permite evaluar la probabilidad de falla por simulación directa de Monte Carlo con tiempos de computación razonables.

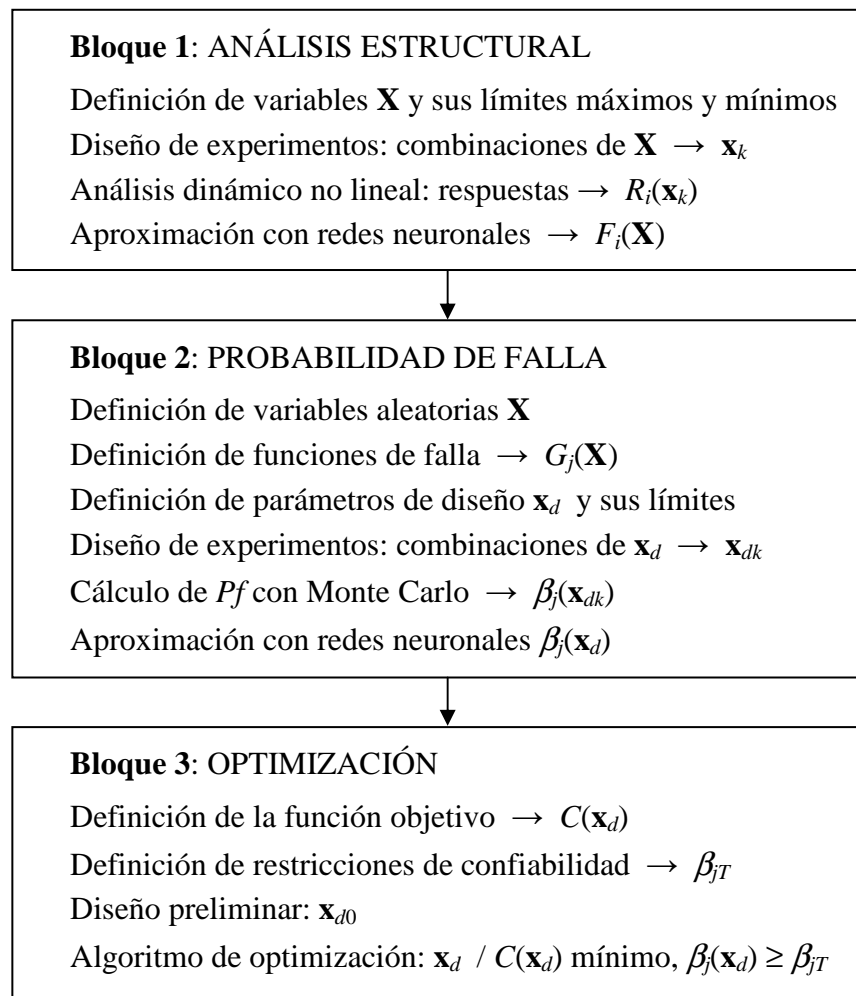
Los problemas de optimización pueden resolverse según varios métodos (Pérez López, 2005; Swisher et al., 2000; Gencturk and Elnashai, 2012), entre los cuales los más difundidos son los métodos analíticos, métodos numéricos y otros métodos que incluyen procedimientos gráficos, experimentales, etc. En la optimización estocástica de estructuras la función objetivo no es explícita ni continua ni derivable, luego es necesario utilizar un método capaz de resolver esos casos, ya que los métodos clásicos de optimización matemática basados en el uso de gradientes, como la técnica del descenso más empinado, los métodos de Newton, quasi-Newton o los métodos del gradiente conjugado, pueden ofrecer dificultades o ser ineficientes.

En este trabajo se utiliza un algoritmo que realiza una búsqueda aleatoria sin cálculo de gradientes, con el objetivo de encontrar valores a parámetros de diseño que minimicen el costo total, considerando el costo inicial de construcción y el costo de posibles reparaciones o

reemplazo luego de la ocurrencia de tormentas de viento durante la vida útil de la estructura, sujeto a satisfacer restricciones de probabilidad de falla (ó índice de confiabilidad) tolerable en cada nivel de desempeño.

## 2 ESQUEMA GENERAL DEL PROCESO DE OPTIMIZACION

El proceso general adoptado para realizar la optimización de la estructura de sustentación de una línea de transmisión de energía eléctrica sometida a la acción dinámica del viento en la Provincia de Misiones-Argentina, es presentado en la Figura 1.

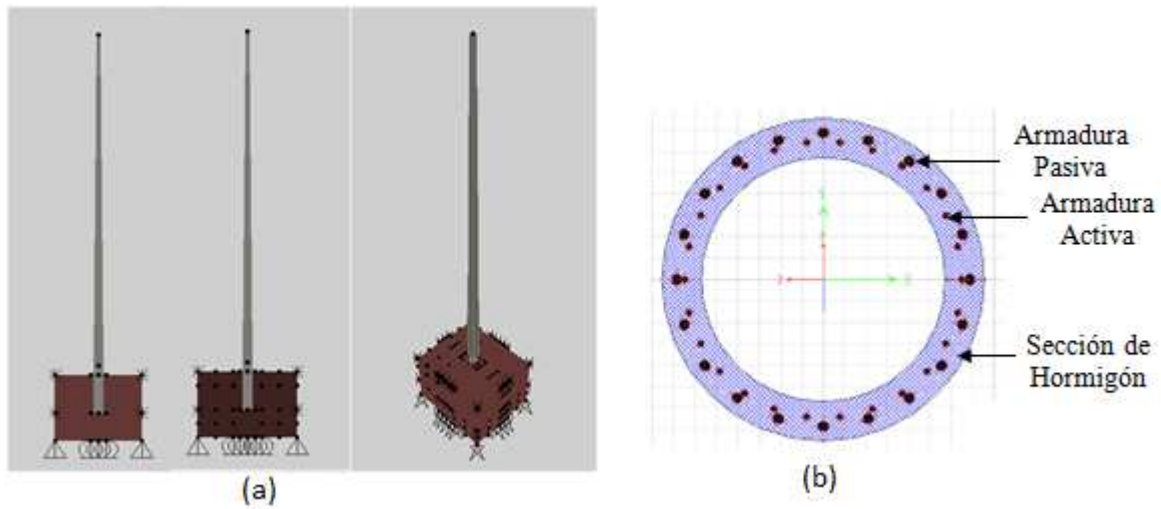


**Figura 1:** Esquema general del proceso de optimización

## 3 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

### 3.1 Presentación del modelo estructural y definición de variables

El modelo utilizado para representar a la estructura de sustentación está conformado por un poste de hormigón armado y pretensado considerando la no linealidad física y geométrica de sus componentes (hormigón y armadura activa y pasiva), su base (hormigón) y el suelo de fundación circundante simulado como un medio sólido elástico (Detke et al., 2010), tal como se muestra en la Figura 2.



**Figura 2:** (a) Modelo de la estructura de sustentación; (b) Sección del poste en la base

Las variables y sus límites superior e inferior utilizados en el proceso de optimización se presentan en la Tabla 1:

Variable	Símb	Denom.	Lím. inf.	Lím. sup.	Ud.
Diámetro de la cima del poste	$\Phi_p$	X(1)	0.21	0.45	<i>m</i>
Espesor del poste	$e_p$	X(2)	0.07	0.12	<i>m</i>
Cuantía de armadura de pretensado	$\rho_{pret}$	X(3)	0.15	2.5	%
Cuantía de armadura pasiva	$\rho_{pas}$	X(4)	0.3	5	%
Lado de la base cuadrada	$a_b$	X(5)	0.80	1.80	<i>m</i>
Profundidad de la base	$h_b$	X(6)	1.80	3.00	<i>m</i>
Elasticidad del suelo	$E_s$	X(7)	6000	30000	$KN/m^2$
Velocidad básica del viento	$V_0$	X(8)	5	80	<i>m/s</i>

**Tabla 1:** Variables del problema

### 3.2 Análisis dinámico no lineal

Con el objetivo de evaluar la respuesta del sistema estructural, se seleccionan  $NP = 250$  combinaciones de las variables utilizando el procedimiento de diseño de experimentos (Zhang, J., 2003). Para cada combinación se generan  $NS = 10$  sub-combinaciones teniendo en cuenta las siguientes variables aleatorias secundarias: (a) resistencia del hormigón, (b) resistencia del acero activo y pasivo, y (c) el conjunto de ángulos de fase aleatorios para generar una función de la velocidad del viento, luego escalada en función de  $V_0$  incluida en esa combinación particular.

Para cada combinación y subcombinación, se evalúan varios parámetros de respuesta estructural  $R(\mathbf{X})$  del modelo utilizando en este caso el Software SAP200 Versión V.14.2.0 (Detke et al, 2011).

Para analizar el desempeño de la estructura, se evalúa el desplazamiento en la cima del poste (ELS1), el giro relativo de la fundación (ELS2), la deformación específica del suelo

circundante a la fundación (ELU1) y la rotación plástica de la sección crítica del poste (ELU2), ubicada en el empotramiento con la fundación.

En cada combinación de las variables, y debido a los diferentes resultados a través de las sub-combinaciones, se obtiene  $R_{kj}$ ,  $j = 1, NP$ ,  $k = 1, NS$ , y se calculan los valores medios y desvíos estándar con

$$\bar{R}_j = \frac{1}{NS} \sum_{k=1}^{NS} R_{kj} \quad \sigma_{R_j} = \sqrt{\frac{1}{NS-1} \sum_{k=1}^{NS} (R_{kj} - \bar{R}_j)^2} \quad (1)$$

Con estos resultados se ensamblan dos bases de datos de 250 valores para cada parámetro de respuesta, que son usados para entrenar dos redes neuronales: una para el valor medio y otra para el desvío estándar de la respuesta sobre las sub-combinaciones.

### 3.3 Aproximación de la respuesta mediante redes neuronales

Con esta técnica denominada redes neuronales, se pretende encontrar una función explícita sustituta de la verdadera respuesta  $R(\mathbf{X})$ . El procedimiento utiliza una capa de entrada de  $N+1$  neuronas, siendo  $N$  el número de variables, una capa intermedia u oculta con números de neuronas a determinar en el proceso de entrenamiento, y una capa de salida con una sola neurona de la que se obtiene la predicción de la red  $F(\mathbf{X})$ , cuya expresión general es:

$$R(\mathbf{X}) \cong F(\mathbf{X}) = h \left( \sum_{j=1}^J W_{kj} h \left( \sum_{i=1}^N W_{ji} X_i + W_{j0} \right) + W_{k0} \right) \quad (2)$$

Donde  $W_{kj}$  y  $W_{ji}$  son factores de peso a calcular, y  $h(t)$  es la función no lineal de transferencia, que en este trabajo es la sigmoide:

$$h(t) = \frac{1}{1 + \exp(-t)} \quad (3)$$

El proceso de entrenamiento consiste en encontrar los pesos  $W$  que minimicen el error total entre las predicciones de la red y los resultados del análisis dinámico no lineal para diferentes combinaciones de las variables de entrada  $X_i$ . El conjunto de datos y resultados completo es dividido en un 80% para entrenamiento y 20% usado para validación. El error total es la suma de los calculados sobre el conjunto de entrenamiento y el de validación. Este error total es evaluado para redes neuronales con diferente número de neuronas en la capa intermedia, eligiendo finalmente la de menor error total. Se utiliza en este trabajo el método estándar de backpropagation.

La aproximación de  $F(\mathbf{X})$  a  $R(\mathbf{X})$  nunca es perfecta, existiendo una dispersión que se cuantifica con el desvío estándar del error relativo, que es un coeficiente de variación promedio, dado por:

$$\sigma_{\varepsilon_r} = \sqrt{\frac{1}{NP-1} \sum_{k=1}^{NP} \left( \frac{Y_k - T_k}{Y_k} \right)^2} \quad (4)$$

donde  $Y_k$  es el valor calculado con la red neuronal,  $T_k$  es el valor obtenido con análisis dinámico no lineal y  $NP$  el número de combinaciones en la base de datos.

Luego el valor medio y el desvío estándar de la respuesta aproximada  $F(\mathbf{X})$  se puede escribir con

$$\bar{F}(\mathbf{X}) = \bar{Y}(\mathbf{X}) (1. + \sigma_{\varepsilon_m} X_{N_1}) \quad \sigma_F(\mathbf{X}) = \sigma_F(\mathbf{X}) (1. + \sigma_{\varepsilon_\sigma} X_{N_2}) \quad (5)$$

donde  $\bar{Y}(\mathbf{X})$ ,  $\sigma_Y(\mathbf{X})$  son el valor medio y desvío estándar de la respuesta calculados con las redes neuronales correspondientes, y  $X_{N1}$ ,  $X_{N2}$  son variables Normales estándar.

Finalmente cada respuesta  $R(\mathbf{X})$ , considerando una distribución normal, resulta

$$R(\mathbf{X}) \cong F(\mathbf{X}) = \bar{F}(\mathbf{X}) + R_N \sigma_F(\mathbf{X}) \quad (6)$$

## 4 PROBABILIDAD DE FALLA

### 4.1 Definición de las variables aleatorias y parámetros de diseño

Los tipos de distribución y estadística de las variables aleatorias consideradas en este trabajo se presentan en la Tabla 2, donde el signo ? corresponde a los parámetros de diseño a optimizar, que son los valores medios del diámetro y espesor del poste definido en la cima, las cuantías de armadura longitudinal del poste, el lado y la altura de la base.

Variable	$\bar{X}$	$\sigma_X$	Tipo
$X(1) = \Phi_p$	? cm	0.10 $\bar{X}$	Normal
$X(2) = e_p$	? cm	0.05 $\bar{X}$	Normal
$X(3) = \rho_{pret}$	? cm	0.075 $\bar{X}$	Lognormal
$X(4) = \rho_{pas}$	? cm	0.075 $\bar{X}$	Lognormal
$X(5) = a_b$	? cm	0.15 $\bar{X}$	Normal
$X(6) = h_b$	? cm	0.15 $\bar{X}$	Normal
$X(7) = E_s$	0.138x10 <sup>5</sup>	0.534x10 <sup>4</sup>	Lognormal
$X(8) = V_0$	a = 0.236	b = 28.5	Gumbel
$X(9) = R_{N1}$	0	1	Normal
$X(10) = R_{N2}$	0	1	Normal
$X(11) = X_{N1}$	0	1	Normal
$X(12) = X_{N2}$	0	1	Normal

Tabla 2: Estadística de las variables aleatorias

### 4.2 Estimación de la confiabilidad

La optimización del sistema estructural tiene como objetivo determinar combinaciones de los parámetros de diseño que den lugar a diseños estructurales más económicos. Para lograr este objetivo es necesario establecer los estados límites o funciones de falla del sistema, que en forma genérica se escribe:

$$G(\mathbf{X}) = RLIM(\mathbf{X}) - R(\mathbf{X}) \cong RLIM(\mathbf{X}) - F(\mathbf{X}) \quad (7)$$

Los parámetros de respuesta estructural  $R(\mathbf{X})$  utilizados para establecer los estados límites son el desplazamiento máximo en la cima del poste  $DESM$ , la rotación máxima de la sección

de empotramiento en la base *ROTM*, el giro máximo de la fundación *GIRM*, y la deformación específica del suelo circundante a la fundación *DEFS*.

Se establecen dos niveles de desempeño: Operacional o servicio, y límite de colapso o agotamiento de la resistencia

- *Operacional*

$$\text{ELS1: } G_{11}(\mathbf{X}) = 0.04 X(6) - \text{DESM}(\mathbf{X}) \quad (8)$$

$$\text{ELS2: } G_{12}(\mathbf{X}) = 0.015 - \text{GIRM}(\mathbf{X}) \quad (9)$$

- *Límite de colapso*

$$\text{ELU1: } G_{21}(\mathbf{X}) = 1.268 - 0.3 \cdot 10^{-4} X(7) - \text{DEFS}(\mathbf{X}) \quad (10)$$

$$\text{ELU2: } G_{22}(\mathbf{X}) = \text{ROTL}(\mathbf{X}) - \text{ROTM}(\mathbf{X}) \quad (11)$$

En el estado límite de colapso los valores de la rotación plástica límite *ROTL*( $\mathbf{X}$ ) se obtuvieron mediante el uso de aproximación con redes neuronales en función de las dimensiones y cuantías de armaduras.

Utilizando nuevamente la técnica de diseño de experimentos, se seleccionan 200 combinaciones de los parámetros de diseño, dentro de los límites indicados en la Tabla 1.

Para cada combinación se calculan las probabilidades de falla, o índices de confiabilidad en cada nivel de desempeño, utilizando el método de Monte Carlo (Foschi et al., 2005).

$$Pf_i(\mathbf{x}_d) = P[G_{ij}(\mathbf{X}) \leq 0] \rightarrow \beta_i(\mathbf{x}_d) \cong -\Phi^{-1}(Pf_i(\mathbf{x}_d)) \quad (12)$$

Con esta expresión, se obtienen entonces dos conjuntos de 200 valores de índices de confiabilidad, uno para cada estado límite (servicio y colapso), constituyendo éstos las bases de datos para encontrar una función sustituta generalizada del grado de confiabilidad utilizando redes neuronales.

## 5 OPTIMIZACIÓN

### 5.1 Algoritmo de optimización

El procedimiento numérico propuesto (Möller et al., 2010), dentro de un dominio de  $\mathbf{x}_d$ , se resume en los siguientes pasos, los cuales se representan esquemáticamente en la Figura 3.

a) La búsqueda comienza desde un punto inicial, o primer “punto de anclaje”  $\mathbf{x}_{d0}$ , que es el resultado del diseño inicial de la estructura. Se evalúan los correspondientes índices de confiabilidad utilizando las redes neuronales  $\beta_j(\mathbf{x}_{d0})$  y el costo con ec.(15).

b) Si el resultado del diseño preliminar  $\mathbf{x}_{d0}$  no cumple con las restricciones de confiabilidad ec.(16), se sigue con los pasos c), d) o e), y la primera combinación que las satisfaga, se toma como primer punto de anclaje.

c) Se seleccionan  $n = M1$  combinaciones de  $\mathbf{x}_d$  en las proximidades de  $\mathbf{x}_{d0}$ , eligiendo aleatoriamente un valor para cada uno de los parámetros de diseño,  $x_{di}$ , dentro de una “zona de búsqueda”  $X_{d0i} \pm R1$  (BUD(  $i$  )-BLD(  $i$  )). Para cada una de las  $n$  combinaciones se verifica que se satisfagan las restricciones de confiabilidad, si no se reemplaza por otra combinación, y se evalúa el costo. Si el costo mínimo entre las  $n$  combinaciones es menor al del anclaje, la correspondiente combinación pasa a ser el nuevo punto de anclaje y el proceso se reinicia.

d) Si entre las  $M1$  combinaciones no se encuentra alguna con costo menor al del punto de anclaje, se densifica al doble la búsqueda seleccionando más combinaciones dentro de la zona de búsqueda hasta que se obtenga la primera con costo menor al del anclaje. Esta densificación tiene un límite de  $M2$  combinaciones.

e) Si todavía no se encuentra alguna combinación que tenga un costo menor al del anclaje, se amplía el radio de búsqueda a  $R2 = R1 + DR$ . Se seleccionan  $m$  combinaciones de  $\mathbf{x}_d$  en el volumen agregado, manteniendo la densidad inicial anterior, y que cumplan las restricciones de confiabilidad. La primera de las  $m$  combinaciones, con un máximo de  $M2$ , que tenga un costo menor al del anclaje es retenida y utilizada como el nuevo anclaje. Esta ampliación del límite de búsqueda se repite  $NAMP$  veces y tiene por objetivo reducir la posibilidad de encontrar un mínimo local.

f) El proceso finaliza cuando ya no se encuentre una combinación de los parámetros de diseño con costo menor al del anclaje.

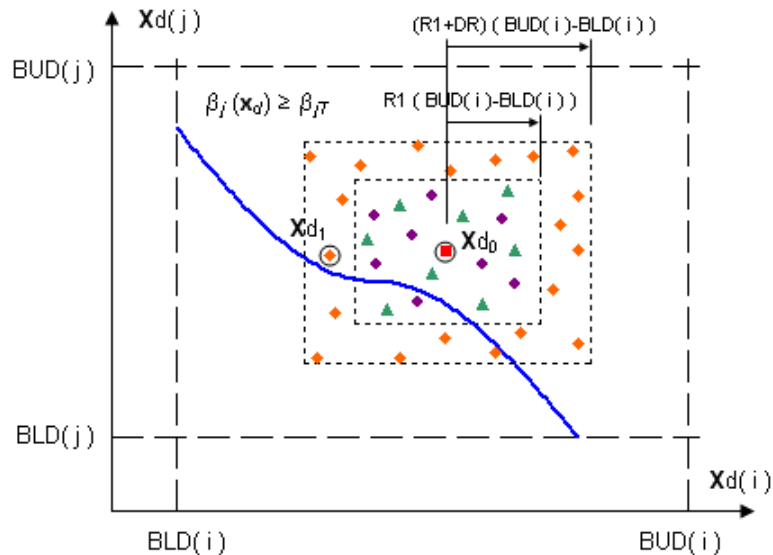


Figura 3: Esquema del algoritmo de optimización

En esta aplicación numérica:  $R1 = 0.15$ ,  $DR = 0.05$ ,  $M1 = 100$ ,  $M2 = 500$ ,  $NAMP = 3$

## 5.2 Elección del punto inicial de búsqueda

Se elige como punto de anclaje inicial los valores de los parámetros de diseño que resultan del dimensionamiento estructural mediante métodos determinísticos. En este trabajo se utilizaron los valores correspondientes a los postes empleados actualmente en las líneas de transmisión de energía eléctrica de 132KV en la Provincia de Misiones.

Los parámetros de diseño tienen restricciones entre ellos de tal manera de que si se cumple alguna de las siguientes inequaciones, se rechaza la combinación.

$$\begin{aligned} X(1) &< 3 X(2) \\ X(1) &> X(5) - 0.73m \\ X(4) &< 2 X(3) \quad \text{y} \quad X(4) > 10 X(3) \end{aligned} \quad (13)$$

Esto quiere decir que el diámetro de la cima del poste no debe ser menor a 3 veces el espesor del poste y a su vez, no debe ser mayor a la diferencia entre el lado de la base cuadrada y  $0.73m$ .

Con respecto a las restricciones para la cuantía de armadura de pretensado y pasiva, se establece que la primera debe estar comprendida entre 2 y 10 veces la cuantía de acero pasivo.

### 5.3 Restricciones de confiabilidad

En general se especifica como tolerable la probabilidad de excedencia anual  $Pf_{anual}$  en cada nivel de desempeño. Luego, se la puede relacionar con la probabilidad de falla si ocurre una tormenta con viento  $P_f$  considerando su arribo como un proceso de Poisson.

$$Pf_{anual} = 1. - \exp[-\nu t_L P_f] \rightarrow P_f \rightarrow \beta \cong -\Phi^{-1}(P_f) \quad (14)$$

donde  $t_L = 1$  año y  $\nu$  la frecuencia media para tormentas de viento en la Provincia de Misiones. Para analizar su influencia se consideran dos valores:  $\nu = 1$  y  $\nu = 2$ .

En este trabajo, para ilustrar el procedimiento numérico de optimización, directamente se proponen valores para los índices de confiabilidad  $\beta$  cuando ocurre un evento, que se muestran en la Tabla 3, junto con las correspondientes probabilidades de falla anual.

Desempeño	$\beta$	$Pf_{anual}(\nu=1)$	$Pf_{anual}(\nu=2)$
Servicio	1.40	$0.776 \times 10^{-2}$	$0.149 \times 10^0$
Colapso	2.00	$0.225 \times 10^{-2}$	$0.445 \times 10^{-1}$

**Tabla 3:** Índices de confiabilidad objetivos

También se realizan análisis sin restricciones de confiabilidad para obtener los valores de probabilidades de falla óptimos.

### 5.4 Función objetivo

La optimización consiste en encontrar valores de los parámetros de diseño, agrupados en un vector  $\mathbf{x}_d$ , que hagan mínima una función objetivo  $C(\mathbf{x}_d)$ . En este trabajo la función objetivo es el costo total correspondiente a la suma del costo inicial de construcción  $C_0(\mathbf{x}_d)$  más el costo de reparación por daños  $C_d(\mathbf{x}_d)$  debido a la ocurrencia de tormentas de viento durante la vida útil de la estructura, es decir:

$$C(\mathbf{x}_d) = C_0(\mathbf{x}_d) + C_d(\mathbf{x}_d) \quad (15)$$

Además debe cumplir con restricciones expresadas en términos probabilísticos al reconocer la naturaleza aleatoria de las variables que intervienen en el problema

$$\beta_j(\mathbf{x}_d) \geq \beta_{jT} \quad , \quad j = 1, 2 \quad (16)$$

Donde  $\beta_j(\mathbf{x}_d)$  son los índices de confiabilidad función de los parámetros de diseño, ec.(12),  $\beta_{jT}$  los valores tolerables en los dos niveles de desempeño según Tabla 3.

#### 5.4.1 Costo inicial

El costo inicial del sistema estructural es evaluado mediante:

$$C_0(\mathbf{x}_d) = V_{poste}(\mathbf{x}_d) CUHP + V_{base}(\mathbf{x}_d) CUHB + V_{excev}(\mathbf{x}_d) CUEX + \\ + P_{s,pas}(\mathbf{x}_d) CUAP + P_{s,act}(\mathbf{x}_d) CUAA \quad (17)$$

donde:

$$\begin{aligned}
V_{\text{poste}}(\mathbf{x}_d) &= 76.97 X(2) X(1) - X(2) + 14.14 X(2) \quad [m^3] \\
V_{\text{base}}(\mathbf{x}_d) &= [X(5)]^2 X(6) \quad [m^3] \\
V_{\text{exce}}(\mathbf{x}_d) &= V_{\text{base}}(\mathbf{x}_d) \\
P_{s,\text{pas}}(\mathbf{x}_d) &= V_{\text{poste}}(\mathbf{x}_d) [X(4) + 1] / 100 \quad 7850 \quad [Kg] \\
P_{s,\text{act}}(\mathbf{x}_d) &= V_{\text{poste}}(\mathbf{x}_d) X(3) / 100 \quad 7850 \quad [Kg]
\end{aligned} \tag{18}$$

$CUHP = 2800$  \$/m<sup>3</sup> precio del hormigón por metro cúbico para el poste incluido los materiales, amortización de equipos y mano de obra para la colocación.

$CUHB = 1500$  \$/m<sup>3</sup> precio del hormigón por metro cúbico de la base incluido los materiales y mano de obra para la colocación.

$CUEX = 250$  \$/m<sup>3</sup> precio por unidad de volumen de las excavaciones.

$CUAP = 12$  \$/Kg precio por unidad de peso del acero pasivo.

$CUAA = 35$  \$/Kg precio por unidad de peso del acero activo.

#### 5.4.2 Costo por daños

El costo futuro de reparación, a valores actuales, depende del nivel de daño causado por las tormentas de viento, del tiempo en el cual ocurre y la cantidad de tormentas de viento dentro de la vida útil de la estructura  $T_D$ , y del interés acumulado desde el momento de la construcción hasta la ocurrencia de los daños.

El desplazamiento máximo en la cima del poste  $DESM$  es utilizado aquí como un indicador del perjuicio causado en la estructura. Siendo  $C_f(DESM)$  el costo función de ese parámetro que ocurre en el tiempo  $t$ ,  $C_{f0}(DESM)$  el costo llevado al tiempo de construcción  $t = 0$ ,  $r$  la tasa de interés, resulta

$$C_{f0}(DESM) = C_f(DESM) \exp(-rt) \tag{19}$$

El tiempo hasta el primer evento  $t_1$ : considerando el arribo de tormentas de viento como un proceso de Poisson, resulta

$$\begin{aligned}
P(t_1 > t) &= P(X_t = 0) = \exp(-\nu t) \\
P(t_1 \leq t) &= 1 - \exp(-\nu t) = F_{t_1}(t) \rightarrow f_{t_1}(t) = \nu \exp(-\nu t)
\end{aligned} \tag{20}$$

Donde  $f_{t_1}(t)$  es la función de densidad de probabilidades del tiempo de arribo del 1er evento, cuyo valor medio es

$$\bar{t}_1 = \int_0^{\infty} t f_{t_1}(t) dt = \frac{1}{\nu} \tag{21}$$

El tiempo hasta el segundo evento  $t_2$ : se consideran dos posibilidades: (i)  $X_t = 0$  en  $t$ , significa que el 1er y 2do evento ocurren después de  $t$ ; (ii)  $X_t = 1$  en  $t$ , significa que el 1er evento ocurre antes de  $t$  y el 2do evento después, resulta

$$\begin{aligned}
P(t_2 > t) &= P(X_t = 0) + P(X_t = 1) = \exp(-\nu t) + \nu t \exp(-\nu t) \\
P(t_2 \leq t) &= 1 - (1 + \nu t) \exp(-\nu t) = F_{t_2}(t) \rightarrow f_{t_2}(t) = \nu^2 t \exp(-\nu t)
\end{aligned} \tag{22}$$

Donde  $f_{t_2}(t)$  es la función de densidad de probabilidades del tiempo de arribo del 2do evento, cuyo valor medio es

$$\bar{t}_2 = \int_0^{\infty} t f_{t_2}(t) dt = \frac{2}{\nu} \tag{23}$$

Siguiendo el mismo procedimiento anterior se llega, para el evento n-ésimo  $t_n$ , a:

$$f_{t_n}(t) = \frac{\nu^n t^{n-1}}{(n-1)!} \exp(-\nu t) \rightarrow \bar{t}_n = \int_0^{\infty} t f_{t_n}(t) dt = \frac{n}{\nu} \tag{24}$$

El valor esperado del costo total por daños en  $t = 0$ , ocasionados por  $n$  tormentas de viento, es función de este número y, condicionado al valor del desplazamiento en la cima del poste, resulta

$$C_d|_{DESM} = C_1|_{DESM} + C_2|_{DESM} + \dots + C_n|_{DESM} \tag{25}$$

donde

$$\begin{aligned} C_1|_{DESM} &= \int_0^{T_D} C_{f0}(DESM) f_{t_1}(t) dt \\ C_2|_{DESM} &= \int_0^{T_D} C_{f0}(DESM) f_{t_2}(t) dt \\ C_n|_{DESM} &= \int_0^{T_D} C_{f0}(DESM) f_{t_n}(t) dt \end{aligned} \tag{26}$$

Sumando todas las contribuciones en (25) se llega a

$$C_d|_{DESM} = C_f(DESM) \nu \sum_{i=0}^{n-1} \left[ \frac{\nu^i}{i!} \int_0^{T_D} t^i \exp(-(r+\nu)t) dt \right] \tag{27}$$

La cantidad de tormentas de viento  $n$  también es incierta y nuevamente se la representa como un proceso de Poisson

$$P(X_{T_D} = n) = \frac{(\nu T_D)^n}{n!} \exp(-\nu T_D) \tag{28}$$

La ec.(27) está condicionada al número de tormentas de viento  $n$ . Se debe multiplicar por la probabilidad de  $n$ , ec.(28), y sumar para todo  $n$ , resultando finalmente

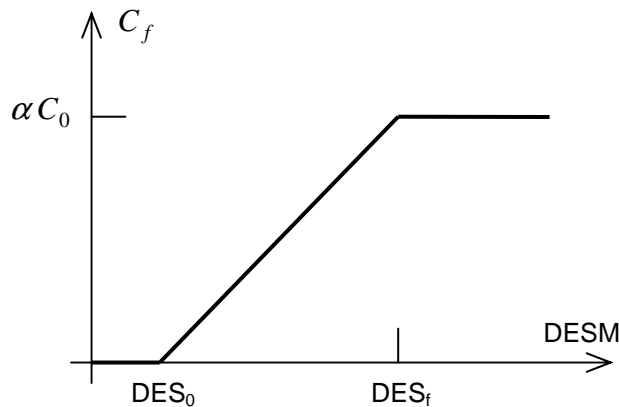
$$C_d|_{DESM} = \sum_{n=1}^{\infty} C_f(DESM) \nu \sum_{i=0}^{n-1} \left[ \frac{\nu^i}{i!} \int_0^{T_D} t^i \exp(-(r+\nu)t) dt \right] \frac{(\nu T_D)^n}{n!} \exp(-\nu T_D) \tag{29}$$

En general, el costo  $C_n$  aumenta cuando  $n$  aumenta, pero la probabilidad de ocurrencia de  $n$  eventos en  $T_D$  disminuye más rápidamente, resultando que en la ec.(29) tiende a un valor finito. En este trabajo se trunca la sumatoria cuando la contribución relativa del término  $n$  es menor que 0.001.

Se supone la siguiente relación entre el desplazamiento  $DESM$  y el costo de reparación.

$$\begin{aligned}
 C_f(DES_M) &= 0 && \text{para } DES_M < DES_0 \\
 C_f(DES_M) &= \alpha C_0 \left( \frac{DES_M}{DES_f - DES_0} \right)^b && \text{para } DES_0 \leq DES_M \leq DES_f \\
 C_f(DES_M) &= \alpha C_0 && \text{para } DES_M > DES_f
 \end{aligned} \quad (30)$$

en la cual  $C_0$  es el costo de reemplazo completo de la estructura, con un porcentaje adicional  $\alpha = 1.10$  por demolición y limpieza. En la ec.(30) se asume un reemplazo completo cuando  $DES_M$  excede  $3.60m$ . Para desplazamiento máximo mayor a  $0.30m$  y menor a  $3.60m$  el costo es función del desplazamiento a través del exponente  $b$ , que en este trabajo se adoptó  $b = 1$ . Para desplazamiento máximo menor a  $0.30m$  el costo de reparación es nulo. Se representa en la Figura 4.



**Figura 4:** Relación costo – desplazamiento máximo en la cima

Finalmente el costo de reparación por daños resulta

$$C_d(\mathbf{x}_d) = \int_0^{\infty} C_d|_{DES_M} \cdot f_{DES_M}(DES_M) \cdot d(DES_M) \quad (31)$$

siendo  $f_{DES_M}(DES_M)$  la función de densidad de probabilidades para el desplazamiento máximo  $DES_M$ . Para los valores de  $\mathbf{x}_d$  que se está evaluando la función objetivo, y mediante una simulación tipo Monte Carlo, se calculan valores de  $DES_M$  con la ayuda de las redes neuronales entrenadas. Se evalúa el valor medio y desvío estándar de los resultados con los que se ajusta una distribución lognormal y se resuelve la integral (31).

## 6 RESULTADOS NUMÉRICOS Y DISCUSIÓN

Se realizaron los análisis estructurales con SAP2000 como se explicó en la sección 3.2, luego se entrenaron las redes neuronales que aproximan los parámetros de respuesta según lo señalado en la sección 3.3. Estas funciones permiten calcular las probabilidades de falla mediante el método de Monte Carlo con tiempos razonables de computación aun para  $NS = 10^6$ . Los resultados de  $\beta_i(\mathbf{x}_d)$  son aproximados con funciones explícitas a través de redes neuronales, cuyo ajuste a los resultados discretos se muestra en la Figura 5. Se observa una muy buena correlación, mayor a 0.99, y un desvío estándar del error relativo del orden de 0.05.

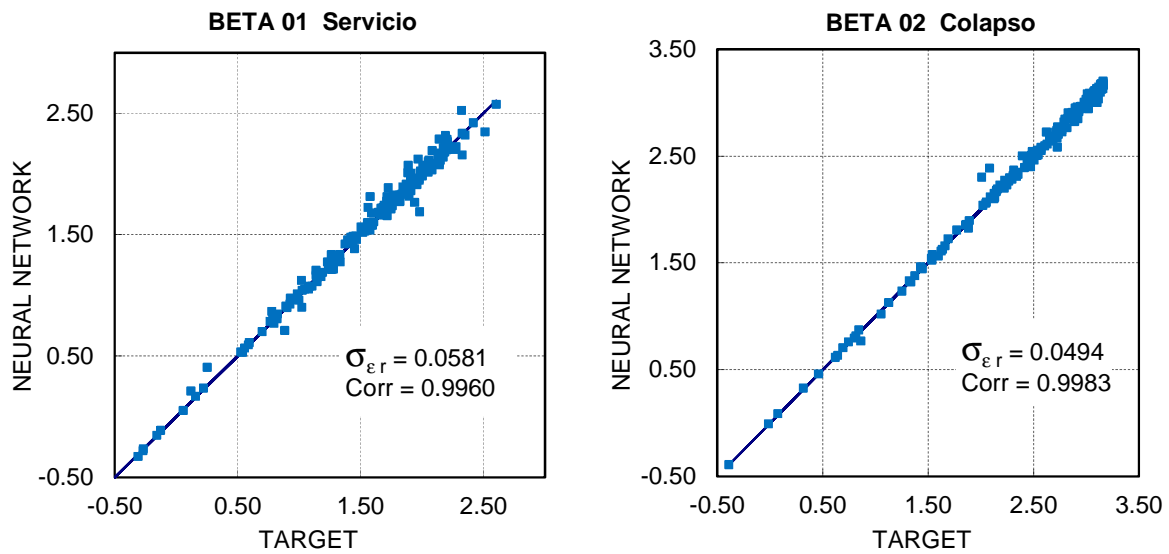


Figura 5: Aproximación de redes neuronales a los índices de confiabilidad

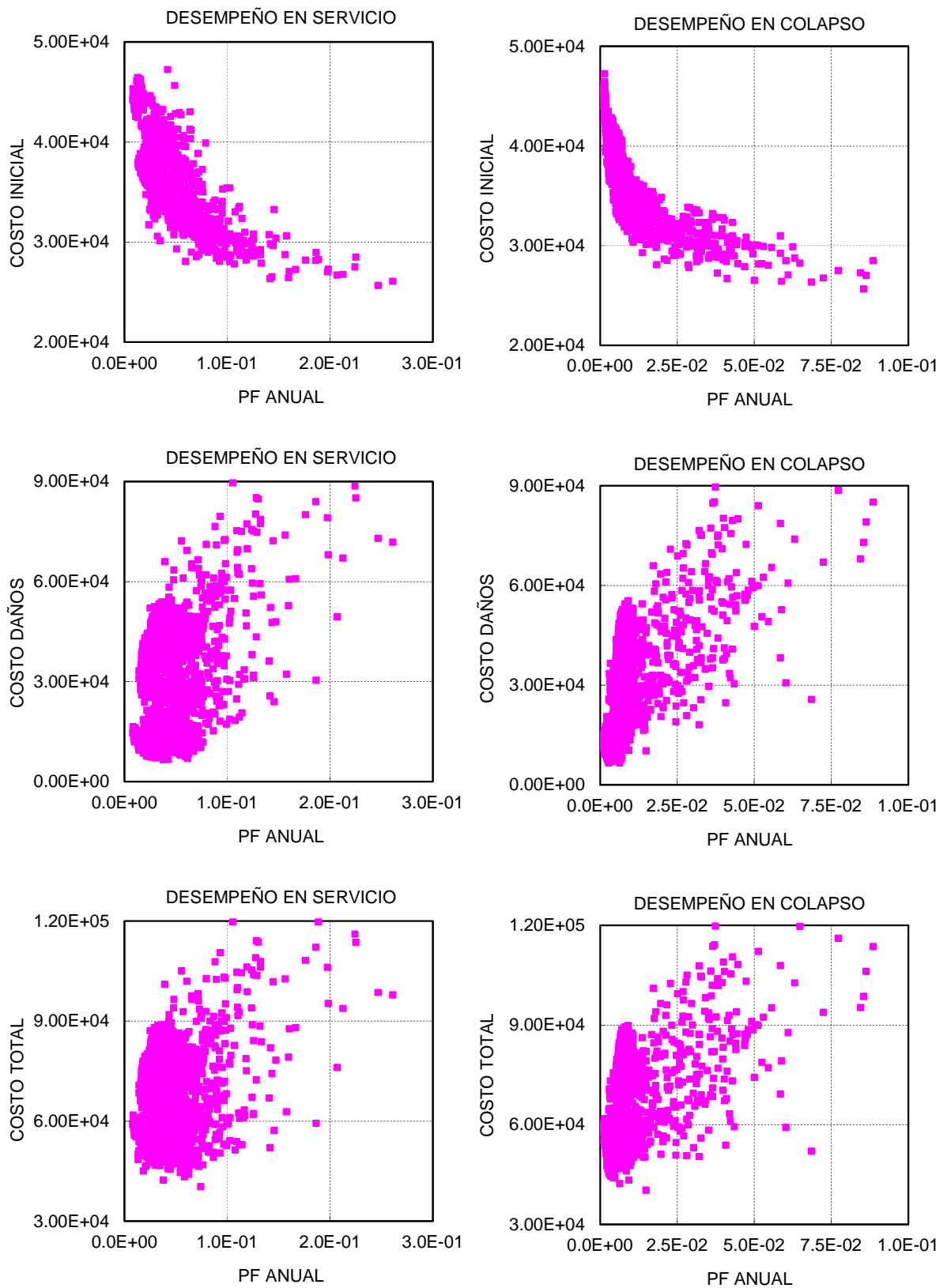
En la Tabla 4 se resumen los resultados del proceso de optimización para la frecuencia de ocurrencia de tormentas de viento  $\nu = 1$ . Se realizaron varios procesamientos con diferentes valores iniciales.

Parámetro de diseño	OPT 01	OPT 02	OPT 03	OPT 04	OPT 05	OPT 06	OPT 07	OPT 08
$X(1)$ [m]	0.440	0.433	0.437	0.428	0.431	0.448	0.426	0.430
$X(2)$ [m]	0.119	0.098	0.107	0.107	0.095	0.111	0.109	0.972
$X(3)$ [%]	0.2659	0.4182	0.3068	0.3698	0.5371	0.1778	0.5138	0.4842
$X(4)$ [%]	1.6549	2.3501	2.1953	2.0898	2.3749	1.7596	1.7680	2.6307
$X(5)$ [m]	1.303	1.294	1.254	1.163	1.266	1.257	1.210	1.233
$X(6)$ [m]	2.992	2.776	2.719	2.705	2.760	2.750	2.740	2.800
$\beta_1(x_d)$	1.667	1.674	1.649	1.521	1.596	1.714	1.649	1.557
$\beta_2(x_d)$	2.546	2.361	2.474	2.498	2.390	2.380	2.595	2.413
$C_0(x_d)$ [\$]	36879	36056	35577	34267	36024	33780	35818	36651
$C_d(x_d)$ [\$]	5650	7035	6238	8178	7712	6079	6978	6387
$C_T(x_d)$ [\$]	42529	43091	41816	42445	43736	39859	42796	43038

Tabla 4: Resultados de la optimización para  $\nu = 1$

Los resultados muestran costos totales similares, con diferencia del 9% entre el menor y el mayor obtenido entre los 8 procesamientos. Las combinaciones óptimas de los parámetros de diseño presentan diferencias especialmente en las cuantías de armadura, que se traduce en costos iniciales y costos por daños distintos. Esto se debe a que distintas combinaciones de parámetros de diseño pueden conducir a un costo total similar.

En la Figura 6 se muestran todas las evaluaciones de costo realizadas, durante el proceso de optimización, en función de la probabilidad de falla anual, para cada nivel de desempeño y sin restricciones de confiabilidad.



**Figura 6:** Frente Pareto y probabilidad de falla óptima para  $\nu = 1$

Se observa que la envolvente inferior del costo inicial disminuye a medida que aumenta la probabilidad de falla anual. Este resultado es coherente porque a medida que aumenta la

probabilidad de falla la estructura es más débil y el costo de construcción inicial es menor. A la inversa con el costo por daños, crece con la probabilidad de falla, lo que indica que estructuras con mayor probabilidad de falla tendrán mayor costo de reparación. El costo total va disminuyendo a medida que la probabilidad de falla aumenta hasta alcanzar un mínimo, y luego comienza a aumentar debido al crecimiento de los costos de reparación por daños.

Esa envolvente inferior es conocida como “Pareto front”. El valor mínimo corresponde a la probabilidad de falla óptima que resulta para Servicio:  $Pf_{op} = 0.743 \cdot 10^{-1}$ , para Colapso:  $Pf_{op} = 0.149 \cdot 10^{-1}$ . Estos valores resultan mayores que los asociados a los impuestos como restricciones de confiabilidad en Tabla 3.

Los resultados para la frecuencia de ocurrencia de tormentas de viento  $\nu = 2$  se presentan en la Tabla 5.

Parámetro de diseño	OPT 01	OPT 02	OPT 03	OPT 04	OPT 05	OPT 06	OPT 07	OPT 08
<b>X(1) [m]</b>	0.435	0.397	0.403	0.395	0.430	0.433	0.412	0.414
<b>X(2) [m]</b>	0.101	0.111	0.112	0.108	0.106	0.106	0.118	0.115
<b>X(3) [%]</b>	0.4285	0.2889	0.2820	0.3108	0.3687	0.3950	0.1791	0.3125
<b>X(4) [%]</b>	2.5985	2.7548	2.4330	3.0876	2.3704	2.8528	1.4722	2.9272
<b>X(5) [m]</b>	1.347	1.129	1.410	1.333	1.257	1.264	1.162	1.145
<b>X(6) [m]</b>	2.832	2.846	2.971	2.359	2.773	2.740	2.762	2.870
<b><math>\beta_1(x_d)</math></b>	1.817	1.468	1.758	1.762	1.605	1.680	1.608	1.305
<b><math>\beta_2(x_d)</math></b>	2.447	2.431	2.585	2.551	2.509	2.589	2.505	2.613
<b><math>C_0(x_d)</math> [\$]</b>	38765	34896	39623	36613	36546	39033	30920	37969
<b><math>C_d(x_d)</math> [\$]</b>	41705	42432	52495	62346	40267	44646	42572	44616
<b><math>C_T(x_d)</math> [\$]</b>	80470	77329	92121	98959	76813	83679	73492	82585

**Tabla 5:** Resultados de la optimización para  $\nu = 2$

Comparando los resultados con el caso de  $\nu = 1$  de Tabla 4, se observa un costo inicial ligeramente superior, un costo por daños muy superior, del orden de 7 a 8 veces mayor, lo cual eleva el costo total. Estos resultados marcan la importancia de considerar los costos por daños para el proceso de optimización.

Esta tendencia en los resultados también se observa en las evaluaciones de costo realizadas durante el proceso de optimización, en función de la probabilidad de falla anual, para cada nivel de desempeño y sin restricciones de confiabilidad, ver Figura 7.

El valor mínimo corresponde a la probabilidad de falla óptima que resulta para Servicio:  $Pf_{op} = 0.102 \cdot 10^0$ , para Colapso:  $Pf_{op} = 0.398 \cdot 10^{-1}$ , valores que son mayores que para  $\nu = 1$ , y muy similares a los de Tabla 3.

También se analizó la sensibilidad de los resultados frente a diferente cantidad de evaluaciones en la zona de búsqueda dentro del algoritmo de optimización M1 y M2. Para el caso con  $\nu = 1$ , valores iniciales OPT07, ver Tabla 4, los resultados del costo total para variaciones en M1 y M2 se presentan en la Tabla 6.



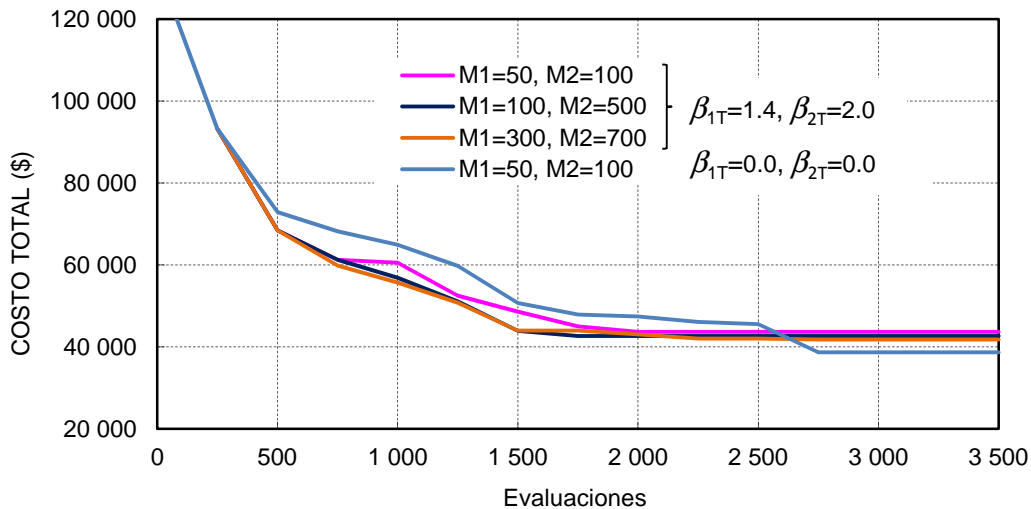
M1	M2	$\beta_{1T}$	$\beta_{2T}$	Costo Total (\$)
50	100	1.40	2.00	43683
100	500	1.40	2.00	42796
300	700	1.40	2.00	41824
50	100	0.00	0.00	38661

**Tabla 6:** Sensibilidad de resultados frente a M1 y M2

Se observa que el costo total disminuye con el aumento en la cantidad de evaluaciones dentro de la zona de búsqueda, resultado coherente porque hay mayor probabilidad de encontrar una combinación con costo menor. De todas maneras, la diferencia entre M1 = 100, M2 = 500, con respecto a M1 = 300, M2 = 700 es apenas 2%, por lo tanto se considera suficientemente aceptable el caso M1 = 100, M2 = 500 utilizado en la Tabla 4.

También se observa, en la última fila de la tabla 6, que el análisis sin restricciones,  $\beta_{1T} = 0$ ,  $\beta_{2T} = 0$ , conduce a un costo total menor, resultado que es consistente.

La evolución del costo total en función del número de evaluaciones, para cada uno de los casos mostrados en la Tabla 6, se presentan en la Figura 8.



**Figura 8:** Evolución del costo total

## 7 CONCLUSIONES

En este trabajo se presentan los resultados obtenidos de la optimización del sistema estructural formado por un poste tipo, su fundación y suelo circundante, para la suspensión de una línea de transmisión de energía eléctrica. La optimización consiste en minimizar el costo total, el cual consta de un costo de inversión en la construcción y un costo de mantenimiento o reposición por eventuales daños frente a la ocurrencia de tormentas de viento. Los principales resultados son:

- El proceso numérico de optimización con y sin restricciones de confiabilidad resultó satisfactorio, obteniéndose resultados coherentes y con tiempos razonables de cómputo.

- El costo por daños aumenta sustancialmente por el incremento en la frecuencia en que ocurren las tormentas.
- Se debe realizar un enfoque sistemático de las variables intervinientes en el sistema estructural en estudio, para obtener el costo total óptimo, teniendo en cuenta que éste no está en función de una sola variable sino en un conjunto de ellas.
- Se debe fijar con precisión los límites para determinar los niveles de desempeño de servicio y colapso, ya que el costo por daños también es sensible a ellos.
- El diseño inicial utilizado en las diferentes corridas del proceso, y las semillas para la generación de las combinaciones aleatorias, producen resultados diferentes en los valores de los parámetros de diseño, pero con costo total similar.
- El análisis sin restricciones de confiabilidad conduce a costo total menor, con probabilidades de falla óptima un poco superior a los valores de restricción establecidos.

Como trabajo a futuro se integrará el modelo de cables, cadena de aisladores y accesorios, al poste y fundación, mejorando así el modelo estructural del sistema. Se añadirán también los costos sociales por interrupción del servicio eléctrico, no considerados en este trabajo.

## REFERENCIAS

- Detke F.R., Reinert H.O., Duarte J.A., Klimczuk C. M., Fank P.Y., Möller O., Modelo estructural de sistemas de transmisión de energía eléctrica en la Provincia de Misiones, Argentina, *I Jornadas Regionales de Investigación en Ingeniería - UTN FRRe*, 2010.
- Detke F.R. , Reinert H. O., Duarte J A. , Pizzutti H D.,Fank P. Y., Golemba J. L., Möller O. Análisis estructural por elementos finitos aplicado a sistemas de transmisión de energía eléctrica en la Provincia de Misiones, Argentina. *Mecánica Computacional* Vol. XXX, 2651-2667, AMCA, 2011.
- Foschi RO, Li H, Zhang J, Folz B, Yao F. Software RELAN: Reliability analysis. *Department of Civil Engineering, University of British Columbia, Vancouver, Canada*, 2005.
- Gencturk, B. and Elnashai, A.S. Life cycle cost considerations in seismic design optimization of structures. *Structural Seismic Design Optimization and Earthquake Engineering: Formulations and Applications*, Ed. Vagelis Plevris, Chapter 1, 1-22. IGI Global, 2012.
- Hurtado, J., *Structural Reliability – Statistical Learning Perspectives*, Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics, Vol.17, Springer Verlag, 2004.
- Möller, O., Foschi, R., Rubinstein, M., Quiroz, L. Seismic structural reliability using different nonlinear dynamic response surface approximations. *Structural Safety*, 31(5), 432-442, 2009.
- Möller, O., Foschi, R., Rubinstein, M., Savino, F. Optimización, con requisitos de confiabilidad, a partir del diseño preliminar de pórticos sismorresistentes. *Mecánica Computacional* Vol. XXIX, 1403-1421, AMCA, 2010.
- Pérez López, Jesús R. Contribución a los métodos de optimización basados en procesos naturales y su aplicación a la medida de antenas en campo próximo. URL <http://www.tesisenred.net/TDR-0305107-180847>, 2005.
- Swisher, J.R., Hyden P.D, Jacobson, S.H. and Schruben, L.W. A Survey of Simulation Optimization Techniques and Procedures. *2000 Winter Simulation Conference*, J.A.Joines, R.R. Barton, K.Kang and P.A.Fishwick (eds), 2000.
- Zhang,J. Performance-based seismic design using designed experiments and neural networks, *PhD. Thesis, Department of Civil Engineering, University of British Columbia, Canada*, 2003.