

ANÁLISIS PARAMÉTRICO DE SISTEMAS DE DISIPACIÓN DE ENERGÍA MIXTOS PARA ESTRUCTURAS SOMETIDAS A ACCIÓN SÍSMICA

Carlos A. Martínez Amescua, Oscar Curadelli, María Eugenia Compagnoni

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza, Argentina,

*Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, CONICET, Argentina,
cmartinez@fing.uncu.edu.ar*

Palabras Clave: Control pasivo de vibraciones, Disipación pasiva de energía, Optimización, Análisis estocástico.

Resumen. En los últimos años, grandes esfuerzos se han llevado a cabo para desarrollar el concepto de disipación de energía y plasmarlo en una tecnología aplicable, tanto en nuevas edificaciones como en la rehabilitación de estructuras existentes. Varios dispositivos basados en diferentes principios para disipar energía han sido desarrollados en todo el mundo. Una de las tareas más importantes para el diseñador es elegir el o los tipos de dispositivos a implementar y definir una distribución eficiente de los mismos. En el presente trabajo se realiza un análisis paramétrico de sistemas de disipación de energía mixtos, en los cuales se combinan disipadores viscosos (lineales) e histeréticos (no-lineales) diseñados a través de una metodología que permite determinar la distribución óptima de los mismos para lograr un desempeño deseado en estructuras bajo excitación sísmica. Para obtener resultados robustos, el análisis se realiza en el dominio de la frecuencia y la excitación se modela como un proceso estocástico estacionario caracterizado por una función de densidad espectral de potencia, compatible con el espectro de respuesta del lugar. En el problema de optimización, se considera como función objetivo a minimizar el costo total del sistema de disipación, tomando como parámetro el costo relativo entre el sistema viscoso y el histerético. El procedimiento es demostrado a través de ejemplos numéricos.

1 INTRODUCCIÓN

Las ventajas de la disipación de energía como estrategia moderna de control de vibraciones para mejorar el desempeño de estructuras bajo acciones sísmicas son ampliamente reconocidas en todo el mundo. Sin embargo para lograr sistemas de disipación de energía eficientes, se hace necesario optimizar la cantidad, capacidad y ubicación de los disipadores dentro de la estructura.

En la última década se han publicado en la literatura científica varios trabajos que tratan el problema de optimización, principalmente con dispositivos viscosos y viscoelásticos (lineales) en estructuras tipo pórtico plano (Gluck et al., 2000; Takewaki, 2000a,b; Aydin et al., 2007, 2012). Un estudio sobre la distribución óptima de rigidez y amortiguamiento usando una función objetivo generalizada fue presentado por Cimellaro (2007). En muchos casos, si bien se define la distribución de la capacidad, no se especifica cuánto es el amortiguamiento total que se necesita incorporar a la estructura para lograr un desempeño deseado bajo una excitación determinada.

Con respecto a la optimización de los sistemas de disipación no lineales, Uetani et al. (2003) describieron un método de diseño óptimo de estructuras tipo pórtico, provistas de amortiguadores histeréticos. Ni et al. (2001) estimaron la respuesta sísmica estocástica de estructuras adyacentes conectadas con amortiguadores histeréticos no lineales, utilizando la técnica de linealización estadística y teniendo en cuenta que la estructura se mantiene en rango elástico. A través de un estudio paramétrico, los autores demostraron la existencia de parámetros óptimos en sistemas de disipación que utilizan dispositivos metálicos. Basili y De Angelis (2007) exploraron la misma idea de las estructuras interconectadas con dispositivos histeréticos bajo excitación de ruido blanco filtrado utilizando la técnica de linealización equivalente. La eficiencia del sistema de control se evaluó a través de un índice de desempeño que tiene en cuenta la relación entre la energía disipada en los dispositivos y la energía sísmica que entra en la estructura. Un estudio similar, pero utilizando el algoritmo genético fue publicado por Ok et al. (2008). Moreschi y Singh (2003) presentaron una metodología llevada a cabo en el dominio del tiempo que también utiliza algoritmos genéticos para definir los parámetros de diseño óptimos en sistemas de disipación que utilizan amortiguadores metálicos y de fricción. Jensen (2006) investigó la optimización de sistemas no lineales a través de la técnica de linealización estadística equivalente, utilizando como función objetivo una combinación lineal de los momentos estadísticos de la respuesta estructural. Vargas y Bruneau (2007) estudiaron la eficacia en la reducción de desplazamiento lateral y aceleración de sistemas de un grado de libertad (GDL), en los que amortiguadores viscosos y metálicos trabajan juntos. Basados en los resultados de un estudio paramétrico en sistemas no lineales de un GDL sometidas a registros sísmicos sintéticos, Vargas y Bruneau (2008) propusieron un procedimiento de diseño de un fusible estructural para estructuras de múltiples grados de libertad. El estudio se llevó a cabo usando barras de pandeo restringido como fusibles estructurales, y fue verificado por ensayos experimentales llevados a cabo en la mesa vibratoria en la Universidad de Búfalo. Jensen et al. (2009) presentaron una metodología basada en confiabilidad, para la optimización de sistemas estructurales bajo excitación estocástica, utilizando un algoritmo de búsqueda lineal. Recientemente, Jensen y Sepúlveda (2012) propusieron un procedimiento similar para diseñar estructuras equipadas con sistemas de disipación, teniendo en cuenta las incertidumbres de la estructura y de la excitación. Benavent-Climent (2011) propuso un método basado en el balance de energía de la estructura, que se utiliza para determinar la rigidez, resistencia lateral y la capacidad de disipación de energía de los dispositivos histeréticos necesarios en cada piso para lograr un desempeño establecido para un determinado riesgo sísmico. Leu y Chang (2011) propusieron una

estrategia de reubicación de los amortiguadores no lineales en estructuras 3D. El procedimiento se inicia a partir de una distribución uniforme y luego iterativamente se mueve los dispositivos a las posiciones de máxima distorsión de piso. Ohsaki y Nakajima (2012) presentaron un método de optimización para el diseño de pórticos arriostrados excéntricamente, en el que la deformación plástica en el enlace se utiliza como dispositivo de disipación de energía.

En el presente trabajo se realiza un análisis paramétrico de sistemas de disipación de energía mixtos, en los cuales se combinan disipadores viscosos (lineales) e hysteréticos (no-lineales) diseñados a través de una metodología que permite determinar la distribución óptima de los mismos para lograr un desempeño deseado en estructuras bajo excitación sísmica. Para obtener resultados robustos, el análisis se realiza en el dominio de la frecuencia y la excitación se modela como un proceso estocástico estacionario caracterizado por una función de densidad espectral de potencia, compatible con el espectro de respuesta del lugar. En el problema de optimización, se considera como función objetivo a minimizar el costo total del sistema de disipación, tomando como parámetro el costo relativo entre el sistema viscoso y el hysterético. El procedimiento es demostrado a través de ejemplos numéricos.

2 MODELO DE LA EXCITACIÓN SÍSMICA

Los estudios sobre la eficacia de los sistemas de disipación y la influencia de las características de excitación suelen llevarse a cabo en el dominio del tiempo por simulación de Monte Carlo, utilizando un número relativamente grande de registros determinísticos generados artificialmente (Soong y Grigoriu, 1993). Sin embargo, en problemas de optimización con alto costo computacional debido a las numerosas iteraciones, se requiere un método simple alternativo. El análisis estocástico, llevado a cabo en el dominio de la frecuencia, es un método atractivo en el que, una función de densidad espectral de potencia (FDEP), en lugar de una serie de registros en el tiempo, se puede utilizar para caracterizar a la excitación.

2.1 Densidad Espectral de Potencia compatible con el Espectro de respuesta

Se sabe que la excitación sísmica es inherentemente aleatoria. En el caso de admitirla como un proceso aleatorio gaussiano y estacionario con media nula, puede ser caracterizada mediante una adecuada función de densidad espectral de potencia. En este trabajo se presenta resumidamente la metodología desarrollada por Vanmarcke (1976) mediante la cual se obtiene una función de densidad espectral de potencia a partir de un espectro de respuesta dado. De esta manera, teniendo el espectro de respuesta proporcionado por el código de diseño del lugar de emplazamiento de la estructura, la función de densidad espectral de potencia se puede determinar mediante la siguiente expresión:

$$S_g(\omega_j) = \frac{4\xi}{\omega_j \pi - 4\xi \omega_{j-1}} \left(\frac{S_a^2(\omega_j, \xi)}{\eta_j^2} - \Delta\omega \sum_{k=1}^{j-1} S_g(\omega_k) \right), \quad (1)$$

en la cual η_j , llamado factor de pico dado por la Ec. (2), representa el factor por el cual hay que multiplicar el desvío estándar de la respuesta del oscilador para predecir el valor pico de la respuesta, la cual permanecerá por debajo del valor S_a con una probabilidad p durante la duración T_s , del proceso.

$$\eta_j = \sqrt{2 \ln \left\{ 2\nu_j \left[1 - e^{(-q_j^{1.2} \sqrt{\pi \ln(2\nu_j)})} \right] \right\}}, \tag{2}$$

siendo

$$\nu_j = \frac{T_s}{2\pi} \omega_j (-\ln p)^{-1}, \tag{3}$$

$$q_j = \sqrt{1 - \frac{1}{1 - \xi^2} \left(1 - \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right)}, \tag{4}$$

donde $S_a(\omega_j, \xi)$ es la ordenada del espectro de respuesta dado, en la frecuencia ω_j para una relación admitida de amortiguamiento $\xi = 0.05$; $T_s = 20$ s es la duración del proceso; $p=0.5$ es la probabilidad con que la respuesta pico permanecerá por debajo de S_a ; $\Delta\omega$ es el paso con el que se discretizó a la frecuencia.

3 EVALUACIÓN DE LA RESPUESTA ESTOCÁSTICA DEL SISTEMA

Consideremos un pórtico plano de n -pisos como el que se muestra en la [Figura 1](#):

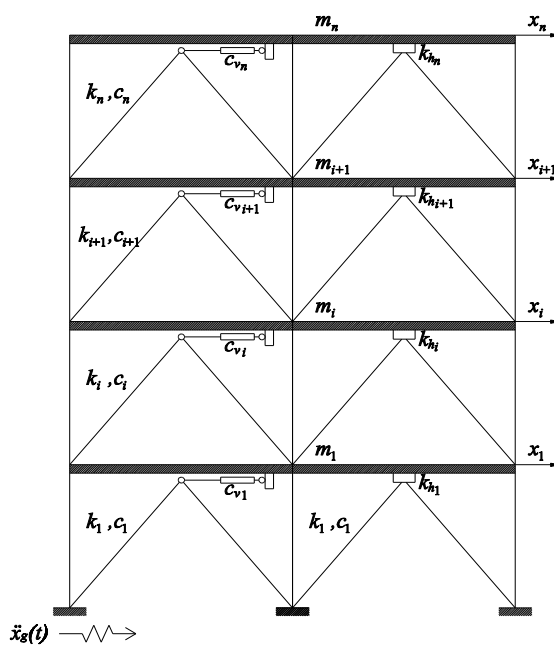


Figura 1: Esquema Pórtico Plano de n -pisos

Las ecuaciones de movimiento de la estructura, provista con amortiguadores viscosos lineales y dispositivos de disipación de energía histeréticos no lineales con comportamiento elastoplástico, y sujeto a excitación sísmica, pueden escribirse en forma matricial como:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{C} + \mathbf{C}_v)\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) + \mathbf{K}_h \mathbf{x}_y \mathbf{z}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{x}_g(t) \tag{5}$$

donde \mathbf{M} , \mathbf{K} , y \mathbf{C} son las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento propio del sistema ($n \times n$); \mathbf{C}_v es la matriz de amortiguamiento debido a los amortiguadores viscosos incorporados; \mathbf{K}_h y \mathbf{x}_y son las matrices de rigidez pre-fluencia y de los desplazamientos de fluencia, respectivamente, de los disipadores histeréticos incorporados; \mathbf{r} es el vector de influencia de

la excitación; $\ddot{x}_g(t)$ es la aceleración horizontal del suelo; $\ddot{\mathbf{x}}(t)$, $\dot{\mathbf{x}}(t)$ y $\mathbf{x}(t)$ son los vectores generalizados de aceleraciones, velocidades y desplazamientos, respectivamente. $\mathbf{z}(t)$ es el vector de las variables internas histeréticas, que satisface la siguiente ecuación diferencial no lineal de primer orden (Wen, 1976):

$$\dot{z}_i = x_y^{-1} \left(A \dot{u}_i - \gamma |\dot{u}_i| |z_i| |\dot{z}_i|^{\eta-1} - \beta \dot{u}_i |z_i|^\eta \right) \quad i = 1, \dots, n \quad (6)$$

donde A , β , γ y η son los parámetros adimensionales que caracterizan el ciclo de histéresis y se seleccionan de forma tal que la respuesta obtenida a partir del modelo aproxime los resultados experimentales (Ikhouane y Rodellar, 2007); \dot{u}_i es la velocidad relativa entre los extremos de los disipadores (usualmente, $\dot{u}_i = \dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}$ siendo \dot{x}_i la velocidad del i -ésimo piso).

Dado que el análisis se realiza en el dominio de la frecuencia, la Ec. (6), que representa las características histeréticas fuerza-deformación de los dispositivos, es linealizada a partir de (Wen, 1980, Roberts y Spanos, 1990):

$$\dot{z}_i = -k_{ei} z_i - c_{ei} \dot{u}_i \quad (7)$$

en la cual k_{ei} y c_{ei} son los coeficientes de linealización, obtenidos al minimizar el error cuadrático medio entre los términos lineales y no lineales de las Ecs. (6) y (7). Para $\eta = 1$, las constantes equivalentes k_{ei} y c_{ei} están dadas por:

$$k_{ei} = x_y^{-1} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[\gamma \sqrt{E(\dot{u}_i, \dot{u}_i)} + \beta \frac{E(\dot{u}_i, z_i)}{\sqrt{E(z_i, z_i)}} \right] \quad (8)$$

$$c_{ei} = x_y^{-1} \left(\sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[\beta \sqrt{E(z_i, z_i)} + \gamma \frac{E(\dot{u}_i, z_i)}{\sqrt{E(\dot{u}_i, \dot{u}_i)}} \right] - A \right) \quad (9)$$

siendo $E(\cdot)$ el operador esperanza matemática.

Cuando la excitación es del tipo ruido blanco, las Ecs. (5) y (7), pueden escribirse como el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{y} = \mathbf{G} \mathbf{y} + \mathbf{w} \quad (10)$$

en la cual \mathbf{y} es el vector de estado:

$$\mathbf{y} = \left\{ \mathbf{x}^T \quad \dot{\mathbf{x}}^T \quad \mathbf{z}^T \right\}^T \quad (11)$$

\mathbf{G} la matriz aumentada del sistema:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} [0] & [I] & [0] \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} (\mathbf{C} + \mathbf{C}_v) & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}_h x_y \\ [0] & -\mathbf{C}_e \mathbf{T} & -\mathbf{K}_e \end{bmatrix} \quad (12)$$

en la cual $[0]$ e $[I]$ denotan las matrices nula e identidad, de $n \times n$, respectivamente; \mathbf{M}^{-1} es la inversa de la matriz de masa \mathbf{M} ; \mathbf{C}_e y \mathbf{K}_e son matrices diagonales que contienen los coeficientes de linealización de las Ecs. (8) y (9) y \mathbf{T} es una matriz constante compuesta de 0,

1 y -1;

y el vector de excitación es:

$$\mathbf{w} = \left\{ \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} 0 \end{Bmatrix} \quad -\begin{Bmatrix} 1 \end{Bmatrix} \ddot{x}_0 \right\}^T \quad (13)$$

donde $\{0\}$ y $\{1\}$ representan el vector nulo y el vector unidad, de $1 \times n$, respectivamente y $\ddot{x}_0(t)$ representa la aceleración del suelo, asumida como un proceso aleatorio ruido blanco de media cero con un FDEP constante de intensidad S_0 .

Sea \mathbf{S} la matriz de covarianzas de \mathbf{y} , con

$$S_{ij} = E(y_i y_j) \quad (14)$$

en la cual $E(\cdot)$ es el operador esperanza e y_i es el i -ésimo elemento del vector \mathbf{y} , se puede demostrar (Soong y Grigoriu, 1993) que para procesos aleatorios ruido blanco de media cero, \mathbf{S} satisface la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{S} = \mathbf{G} \mathbf{S}^T + \mathbf{S} \mathbf{G}^T + \mathbf{D} \quad (15)$$

en la cual $[\mathbf{D}]$ es la matriz de las esperanzas matemáticas de los productos entre las excitaciones y la respuesta ($D_{ij} = E[w_i y_j]$). Todos los elementos de la matriz \mathbf{D} son cero excepto $D_{(3n,3n)} = 2\pi S_0$, que define la intensidad del ruido blanco.

Dado que la excitación se asume como estacionaria, \mathbf{D} es independiente del tiempo, por lo tanto, la solución estacionaria puede obtenerse resolviendo la siguiente ecuación matricial de Lyapunov

$$\mathbf{G} \mathbf{S}^T + \mathbf{S} \mathbf{G}^T + \mathbf{D} = \mathbf{0} \quad (16)$$

La matriz de covarianza \mathbf{S} se obtiene mediante la resolución de la Ec. (16) para una excitación de tipo ruido blanco, con FDEP constante, sin embargo, la Ec. (1) representa la FDEP del proceso aleatorio gaussiano estacionario $\ddot{x}_g(t)$. Este obstáculo puede ser evitado mediante filtrando el ruido blanco $\ddot{x}_0(t)$ a través de dos filtros lineales de la siguiente manera:

$$\ddot{x}_g(t) + 2\xi_g \omega_g \dot{x}_g(t) + \omega_g^2 x_g(t) = -(\ddot{x}_f(t) + \ddot{x}_0(t)), \quad (17)$$

$$\ddot{x}_f(t) + 2\xi_f \omega_f \dot{x}_f(t) + \omega_f^2 x_f(t) = -\ddot{x}_0(t) \quad (18)$$

donde S_0 es la función de densidad espectral de potencia constante del proceso aleatorio ruido blanco; ω_g , ξ_g , ω_f y ξ_f , son los parámetros de los filtros que representa el suelo.

Note que las Ecs. (17) y (18), conducen a la función de densidad espectral de potencia estacionaria de Clough y Penzien (2003):

$$G_{CP}(\omega_j) = S_0 \left(\frac{1 + 4\xi_g^2 (\omega_j / \omega_g)^2}{[1 - (\omega_j / \omega_g)^2]^2 + 4\xi_g^2 (\omega_j / \omega_g)^2} \right) \left(\frac{(\omega_j / \omega_f)^4}{[1 - (\omega_j / \omega_f)^2]^2 + 4\xi_f^2 (\omega_j / \omega_f)^2} \right) \quad (19)$$

Por lo tanto, para hacer compatible las FDEP dadas por las Ecs. (1) y (19), los parámetros de los filtros se estiman ajustando ambas funciones.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, la respuesta estocástica se puede obtener resolviendo la Ec. (16), en la cual el vector de estado \mathbf{y} , la matriz aumentada del sistema \mathbf{G} , y el vector de excitación \mathbf{w} , son re-escritos como:

$$\mathbf{y} = \left\{ \mathbf{x}^T \quad \dot{\mathbf{x}}^T \quad \mathbf{z}^T \quad x_f \quad \dot{x}_f \quad x_g \quad \dot{x}_g \right\}^T \quad (20)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} [0] & [I] & [0] & \{0\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{C} + \mathbf{C}_v) & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}_{h,\mathbf{x}_y} & -\{1\}^T \omega_f^2 & -\{1\}^T 2\xi_f \omega_f & \{1\}^T \omega_g^2 & \{1\}^T 2\xi_g \omega_g \\ [0] & -\mathbf{C}_e \mathbf{T} & -\mathbf{K}_e & \{0\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T & \{0\}^T \\ \{0\} & \{0\} & \{0\} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \{0\} & \{0\} & \{0\} & -\omega_f^2 & -2\xi_f \omega_f & \omega_g^2 & 2\xi_g \omega_g \\ \{0\} & \{0\} & \{0\} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \{0\} & \{0\} & \{0\} & 0 & 0 & -\omega_g^2 & -2\xi_g \omega_g \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\mathbf{w} = \left\{ \{0\} \quad \{0\} \quad \{0\} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -\ddot{x}_0 \right\}^T \quad (22)$$

y los elementos de la matriz de covarianzas \mathbf{D} , de tamaño $2n+4 \times 2n+4$ son $D_{ij} = 0$, excepto $D_{3n+4,3n+4} = 2\pi S_0$.

Como se puede observar en las Ecs. (8) y (9), los coeficientes de linealización dependen de la respuesta del sistema, por lo que se requiere un procedimiento iterativo. Los valores iniciales de los coeficientes pueden ser elegidos arbitrariamente y la convergencia se logra con pocas iteraciones (Sadek et al., 2002).

4 DISEÑO ÓPTIMO DE SISTEMAS DE DISIPACIÓN DE ENERGÍA MIXTOS

En este estudio se realiza un análisis paramétrico, cuyo parámetro es el costo relativo entre los disipadores de energía viscosos e hysteréticos. A partir de estos valores, se realiza la distribución óptima de ambos tipos de dispositivos dentro de la estructura.

4.1 Distribución óptima de disipadores viscosos e hysteréticos combinados

El desafío del problema de optimización consiste en determinar las capacidades de los amortiguadores viscosos en cada piso c_{vi} , expresados en un vector $\mathbf{c}_v = \{c_{vi}\}$ y las capacidades de los disipadores hysteréticos incorporados en cada piso f_{yi} , expresados en un vector $\mathbf{f}_y = \{f_{yi}\}$, que minimicen una función objetivo f , dada por el costo total del sistema de disipación de energía. En el estudio se admite que el costo del sistema de disipación es una función lineal de las capacidades de cada uno de los dispositivos. De esta manera, el problema se plantea como sigue:

$$\min_{\mathbf{c}_v, \mathbf{f}_y} f(\mathbf{c}_v, \mathbf{f}_y) = C_1 \sum_{i=1}^n c_{vi} + C_2 \sum_{i=1}^n f_{yi} \quad (23)$$

sujeto a las siguientes restricciones:

$$c_{vi} \geq 0 \quad (24)$$

$$f_{yi} \geq 0 \quad (25)$$

$$d_{max} \leq d \quad (26)$$

donde C_1 es el parámetro de costo de los disipadores viscosos, C_2 es el parámetro de costo de los disipadores histeréticos, n es el número de pisos, i corresponde al i -ésimo piso de la estructura, d_{max} es la distorsión de piso máxima que alcanza la estructura y d corresponde al nivel requerido de desempeño.

4.2 Desempeño deseado

La mayoría de los códigos de diseño sísmico en la actualidad imponen limitaciones en las distorsiones de piso, para el control de deformaciones y evitar posibles inestabilidades en los elementos estructurales y no estructurales. Para definir la capacidad óptima del sistema de disipación de energía, se adoptó como criterio de desempeño, el valor pico de la distorsión máxima de piso.

A partir de la matriz de covarianzas del sistema \mathbf{S} , el vector que contiene los valores cuadráticos medios (rms) de las distorsiones de piso se obtiene de la siguiente manera (de la Fuente, 2008):

$$\boldsymbol{\sigma}_d = \text{diag}(\mathbf{T} \mathbf{S} \mathbf{T}^T)^{1/2} \quad (27)$$

donde \mathbf{T} es una matriz de transformación lineal de 1, -1 y 0.

La máxima distorsión de piso en valor rms se obtiene como:

$$\sigma_{d_{max}} = \max(\boldsymbol{\sigma}_d) \quad (28)$$

Para una excitación dada, el valor pico de la distorsión máxima de piso puede calcularse a partir del valor rms calculado según las Ecs. (27), (28) como:

$$d_{max} = p_f \sigma_{d_{max}} \quad (29)$$

$$p_f = \sqrt{2 \ln v_e \tau} + \frac{0.5775}{\sqrt{2 \ln v_e \tau}} \quad (30)$$

en la cual d_{max} es el valor pico de la distorsión máxima de piso, p_f es el factor de pico, $\sigma_{d_{max}}$ es el valor rms de la máxima distorsión de piso, v_e es la tasa modificada de cruce por cero, y τ es la duración de la excitación. Der Kieureghian (1980) derivó una expresión simple para v_e para un sistema de un grado de libertad sujeto a excitación de ruido blanco:

$$v_e = \begin{cases} (1.90\xi^{0.15} - 0.73)v, & (\xi < 0.54) \\ v, & (\xi \geq 0.54) \end{cases} \quad (31)$$

donde

$$v = \frac{\omega_1}{\pi} \quad (32)$$

en la cual v es la tasa de cruce por cero de la respuesta y ω_1 y ζ son la frecuencia natural y la relación de amortiguamiento crítica del sistema, respectivamente. Para sistema de múltiples grados de libertad, se eligen como parámetros los correspondientes al primer modo de vibración, considerando que éste domina la respuesta dinámica de la estructura.

4.3 Optimización

En este estudio, el problema de optimización de las Ecs. (23-26) es resuelto mediante un algoritmo iterativo que incluye un método SQP (Sequential Quadratic Programming) (Arora, 2004; Belegundu y Chandrupatla, 2011). El algoritmo encuentra en cada paso simultáneamente la distribución y la capacidad de cada dispositivo viscoso e histerético necesaria para cumplir con el desempeño deseado, minimizando el costo total del sistema de disipación de energía.

5 ANÁLISIS NUMÉRICO PARAMÉTRICO

El estudio paramétrico consiste en adoptar diferentes valores para el costo relativo entre dispositivos C_1/C_2 (Ec. 23) de manera de observar como eso influye en la distribución de los mismos. Los casos analizados se muestran en la Tabla 1:

Caso	a)	b)	c)	d)
C_1/C_2	0.15	0.18	0.21	0.24

Tabla 1: Casos a estudiar.

5.1 Estructura a analizar

La estructura a utilizar en este estudio es un edificio de hormigón armado, modelado solo en una dirección, como pórtico plano de 6 pisos y 3 vanos, y diseñado de acuerdo con las disposiciones del INPRES CIRSOC 103 Parte I (1991). La masa total por piso es de 152.91 Tn. y el módulo de elasticidad del hormigón es $E=2.48 \times 10^{10}$ Pa. El periodo fundamental es $T_1 = 1.23$ s. El amortiguamiento propio de la estructura se admite con una relación de amortiguamiento crítico del 5% en todos los modos. Las características geométricas del pórtico se muestran en la Figura 2: (Curadelli y Riera, 2004):

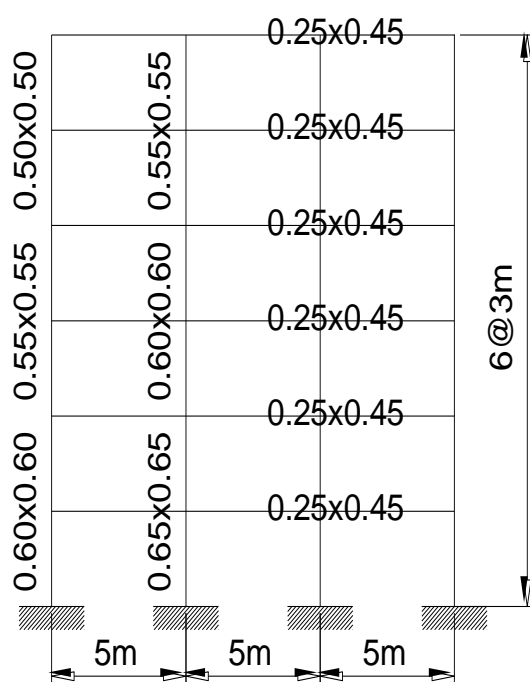


Figura 2: Pórtico de H° A° de 6 pisos (Curadelli y Riera, 2004).

5.2 Excitación

Para definir la excitación se consideró el espectro de respuesta/diseño dado por el reglamento [INPRES CIRSOC 103 Parte I \(2008\)](#), para zona 4, suelo tipo II, amortiguamiento del 5%, a partir de la cual se determinó la Densidad Espectral de Potencia. En la [Figura 3a y 3b](#) se muestra el Espectro de Diseño y la función de Densidad Espectral de Potencia respectivamente.

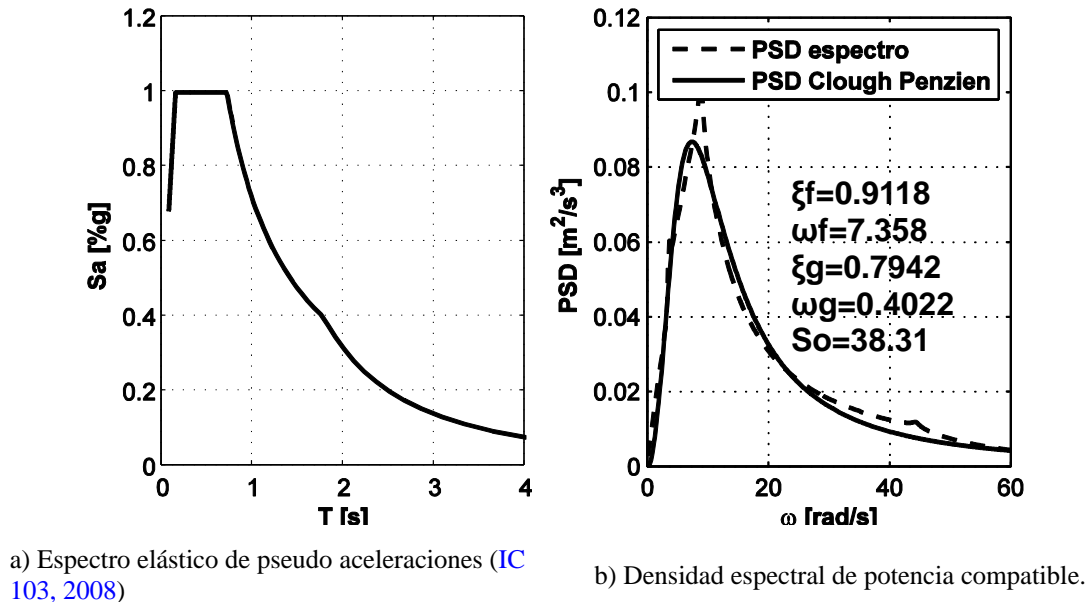


Figura 3: Densidad Espectral de Potencia compatible con el espectro de diseño IC 103, 2008.

5.3 Resultados

Los resultados del estudio paramétrico se muestran en las [Figuras 4 a 7](#). En las mismas se observa la variación de los costos del sistema de disipación mixto respecto al requerimiento de desempeño en términos de máxima distorsión de piso permitida (Ec. 26), para los cuatro casos analizados.

En la [Figura 4](#) se observa el caso en estudio (a), para el cual la metodología propuesta indica que para distorsiones de piso máximas mayores al 0.8 %, el sistema de disipación más económico resulta ser puramente viscoso, mientras que para valores permitidos menores se tiene un sistema mixto ([Figura 4a](#)). En la [Figura 4b](#)) se muestra el diseño óptimo del sistema de disipación para el caso puntual de una distorsión máxima admitida del 1.0%. Como se dijo anteriormente, el sistema es puramente viscoso, colocándose la mayor capacidad en el tercer piso ($1.48 \cdot 10^4$ kN s/m), y en menor medida en el segundo ($0.18 \cdot 10^4$ kN s/m) y primero ($0.126 \cdot 10^4$ kN s/m) respectivamente.

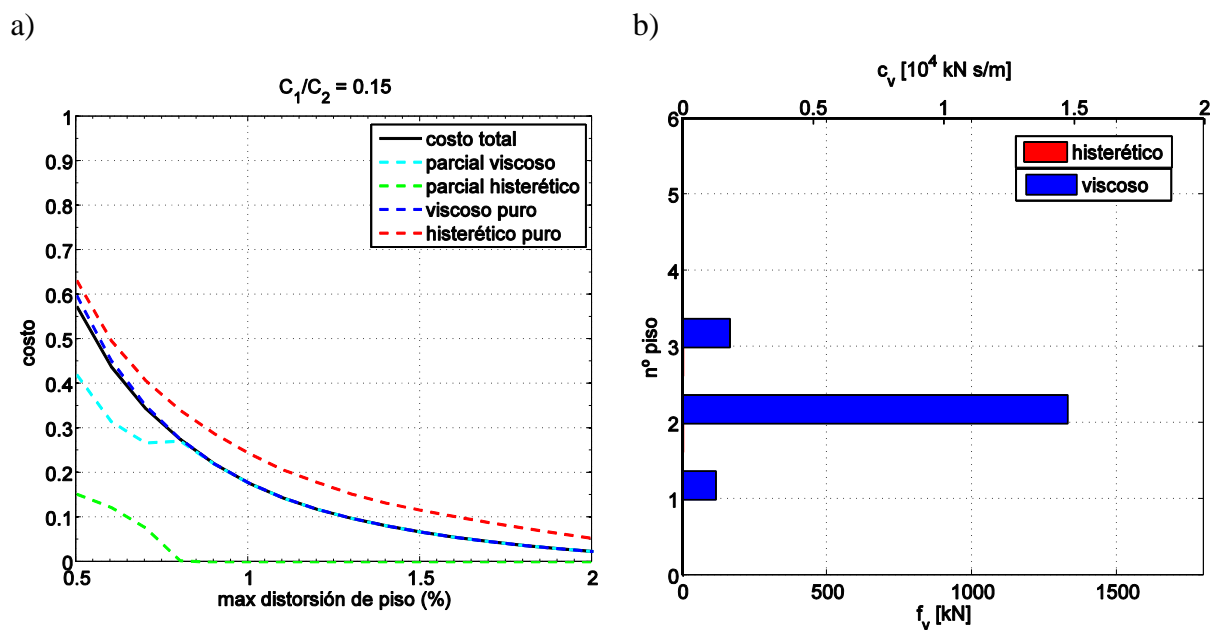


Figura 4: Caso (a). a) Variación del costo con la max distorsión de piso. b) Diseño óptimo para $d_{max}=1\%$

En la Figura 5 se muestra el caso (b), en el cual para distorsiones de piso máximas mayores al 1.1 %, el sistema de disipación más económico resulta ser puramente viscoso, mientras que para valores permitidos menores se tiene un sistema mixto (Figura 5a)). En la Figura 5b) se muestra el diseño óptimo del sistema de disipación para una distorsión máxima admitida del 1.0%. En este caso, el sistema resulta mixto, con dispositivos viscosos en los tres primeros pisos e histeréticos en el segundo y en el tercero.

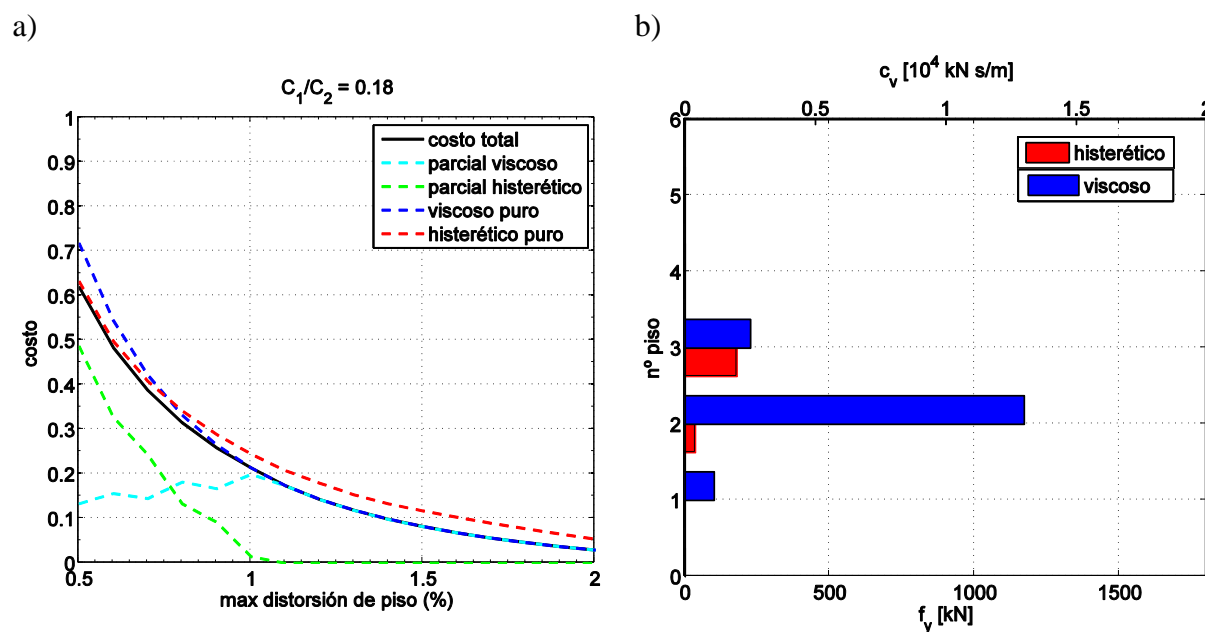


Figura 5: Caso (b). a) Variación del costo con la max distorsión de piso. b) Diseño óptimo para $d_{max}=1\%$

En la Figura 6 se presenta el caso (c). Se observa que hasta una distorsión de piso máxima del 1.3 % el sistema de disipación más económico resulta mixto, con una preponderancia

histerética, mientras que para valores permitidos mayores se tiene un sistema puramente viscoso (Figura 6a)). En la Figura 6b) se muestra el diseño óptimo del sistema de disipación para una distorsión máxima admitida del 1.0%. En este caso, el sistema resulta mixto, con dispositivos viscosos en el tercer piso ($0.7 \cdot 10^4$ kN s/m) e histeréticos en el segundo y en el tercer piso, con capacidades de 597 y 1450 kN, respectivamente.

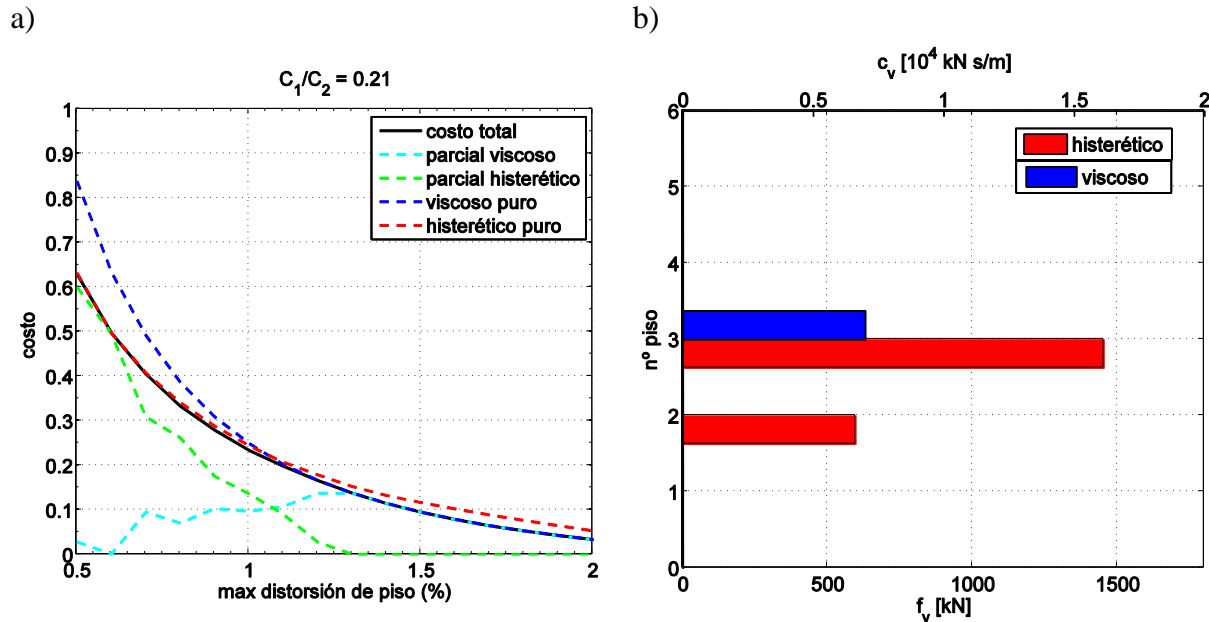


Figura 6: Caso (c). a) Variación del costo con la max distorsión de piso. b) Diseño óptimo para $d_{max} = 1\%$

En la Figura 7 se muestra el caso (d). De manera similar al caso anterior, se observa que hasta una distorsión de piso máxima del 1.4 % el sistema de disipación más económico resulta mixto, aunque principalmente histerético, mientras que para valores permitidos mayores se tiene un sistema viscoso puro (Figura 7a)). Esto se debe a la relación de costos entre ambos sistemas.

En la Figura 7b) se muestra el diseño óptimo del sistema de disipación para el caso puntual de una distorsión máxima admitida del 1.0%. Este diseño óptimo consiste en un sistema mixto, mayoritariamente histerético, con disipadores de este tipo en el segundo, tercero y cuarto piso mientras que dispositivos viscosos sólo se colocan en el cuarto piso y con una capacidad relativamente baja ($0.125 \cdot 10^4$ kN s/m).

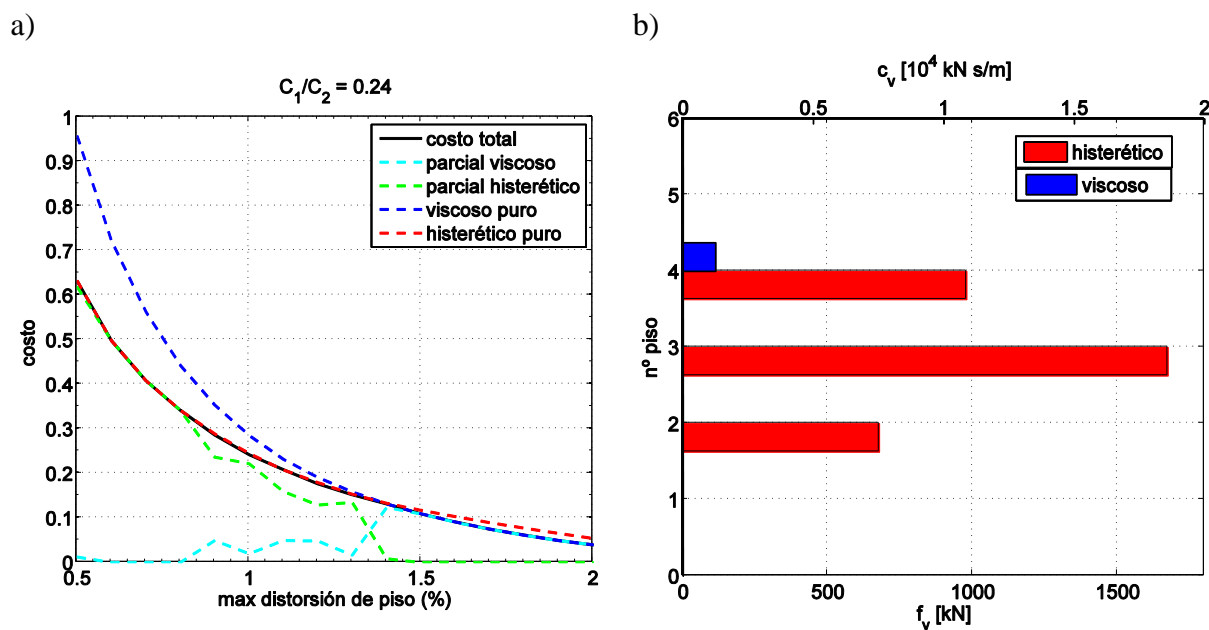


Figura 7: Caso (d). a) Variación del costo con la max distorsión de piso. b) Diseño óptimo para $d_{max} = 1\%$

6 CONCLUSIONES

En el presente trabajo se realiza un análisis paramétrico de sistemas de disipación de energía mixtos, en los cuales se combinan disipadores viscosos (lineales) e histeréticos (no-lineales) diseñados a través de una metodología que permite determinar la distribución óptima de los mismos para lograr un desempeño deseado en estructuras bajo excitación sísmica definida, de manera de minimizar el costo del sistema de disipación. En este caso como parámetro se tomó el costo relativo entre amortiguadores viscosos e histeréticos.

A partir de los resultados obtenidos se observó que para requerimientos elevados, es decir, pequeñas distorsiones de piso requeridas, el sistema de disipación de energía tiende a estar constituido por dispositivos histeréticos, mientras que para requerimientos bajos, el sistema de disipación es fundamentalmente viscoso. Cabe observar que el diseño final de los sistemas mixtos, para un mismo desempeño requerido, depende fuertemente de los costos relativos entre los tipos de dispositivos al momento del diseño. La metodología presentada se puede extender fácilmente para el caso en que los costos de cada dispositivo sea una función explícita de su capacidad.

7 AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el soporte económico de CONICET y Universidad Nacional de Cuyo.

REFERENCIAS

- Arora, J. S., *Introduction to optimum design*, second ed. San Diego: Elsevier Ltd., 2004.
- Aydin, E., Boduroglu, M. H., Guney, D., Optimal damper distribution for seismic rehabilitation of planar building structures. *Engineering Structures*, 29: 176–185, 2007.
- Aydin, E., Optimal damper placement based on base moment in steel building frames. *Journal of Constructional Steel Research*, 79: 216–225, 2012.
- Basili, M., De Angelis, M., Optimal passive control of adjacent structures interconnected with nonlinear hysteretic devices. *Journal of Sound and Vibration*, 301,1-2:106–125, 2007

- Belegundu A. D., Chandrupatla T. R., *Optimization Concepts and Applications in Engineering*, second ed. New York: Cambridge University Press, 2011.
- Benavent-Climent, A., An energy-based method for seismic retrofit of existing frames using hysteretic dampers. *Soil Dyn Earthq Eng*, 31,10:1385-1396, 2011.
- Cimellaro, G.P., Simultaneous stiffness–damping optimization of structures with respect to acceleration, displacement and base shear. *Engineering Structures*, 29: 2853–2870, 2007.
- Clough, Ray W. & Penzien, J., *Dynamics of Structures*, 3rd Edition. Computers & Structures, Inc. Berkeley, USA, 2003.
- Curadelli, R. O., Riera, J. D., Reliability based assessment of the effectiveness of metallic dampers in buildings under seismic excitations. *Eng Struct*, 26:1931–38, 2004.
- De la Fuente E., An efficient procedure to obtain exact solutions in random vibration analysis of linear structures. *Eng Struct*; 30:2981–90, 2008.
- Der Kiureghian, A., Structural response to stationary excitation. *J Eng Mech Div ASCE*, 106:1195–213, 1980.
- García, M., de la Llera, J. C., Almazán, J. L., Torsional balance of plan assymmetric structures with viscoelastic dampers. *Engineering Structures*, 29: 914–932, 2007.
- Gluck N, Reinhorn AM, Gluck J, Levy R., Design of supplemental dampers for control of structures. *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, 122(12): 1394–1399, 1996.
- Ikhrouane, F., Rodellar, J., *Systems with Hysteresis. Analysis, Identification and Control using the Bouc–Wen Model*. Chichester, England: John Wiley & Sons Ltd, 2007.
- INPRES – CIRSOC 103 Parte I, *Normas Argentinas para Construcciones Sismorresistentes – Construcciones en General*. SIREA, Argentina, 1991.
- INPRES – CIRSOC 103, *Reglamento Argentino para Construcciones Sismorresistentes – Parte I, Construcciones en General*. INTI, Argentina, 2008.
- Jensen, H. A., Structural optimization of non-linear systems under stochastic excitation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 21:397-409, 2006.
- Jensen, H. A., Valdebenito, M. A., Schuëller, G. I., Kusanovic, D. S., Reliability-based optimization of stochastic systems using line search. *Comput Methods Appl Mech Engrg*; 198:3915-3924, 2009.
- Jensen, H. A., Sepulveda, J. G., On the reliability-based design of structures including passive energy dissipation systems. *Structural Safety*, 34,1:390-400, 2012.
- Leu, L. J., Chang, J. T., Optimal Allocation of Non-Linear Viscous Dampers for Three-Dimensional Building Structures. *Procedia Engineering*, 14:2489-2497 2011.
- Lutes, L. D. & Sarkani, S., *Stochastic Analysis of structural and Mechanical Vibrations*. Prentice-Hall, Inc. New Jersey, USA, 1997.
- Moreschi, L. M., Singh, M. P., Design of yielding metallic and friction dampers for optimal seismic performance. *Earthquake Engng Struct. Dyn*, 32:1291–1311,2003.
- Ni, Y. Q., Ko, J. M., Ying, Z. G., Random seismic response analysis of adjacent buildings coupled with non-linear hysteretic dampers. *Journal of Sound and Vibration*, 246:403–417, 2001
- Ohsaki, M., Nakajima, T., Optimization of link member of eccentrically braced frames for maximum energy dissipation. *Journal of Constructional Steel Research*, 75:38-44, 2012.
- Ok, S. Y., Song, J., Park, K. S., Optimal design of hysteretic dampers connecting adjacent structures using multi-objective genetic algorithm and stochastic linearization method. *Engineering Structures*, 30,5:1240–1249, 2008.
- Roberts, J. B., Spanos, P. D., *Random Vibration and Statistical Linearization*. Chichester. U.K.:John Wiley & Sons, 1990.
- Sadek, F., Ftima, M. B., El-Borgi, S., McCormick, J., Riley, M. A., Control of hysteretic structures using H_{∞} algorithm and stochastic linearization techniques, *Proc. Seventh U.S.*

- National Conference Earthquake Eng.*; Boston, Massachusetts, 2002.
- Soong, T. T., Grigoriu, M., *Random vibration of mechanical and structural systems*, New Jersey: Prentice Hall, 1993.
- Takewaki, I., Optimal damper placement for planar building frames using transfer functions. *Struct Multidisc Optim*, 20:280–287, 2000a
- Takewaki, I., Optimal damper placement for critical excitation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 15:317–325, 2000b.
- Uetani, K., Tsuji, M., Takewaki, I., Application of an optimum design method to practical building frames with viscous dampers and hysteretic dampers. *Engineering Structures*, 25:579–592, 2003.
- Vanmarcke, E. H., Structural response to earthquakes. In: Lomnitz C, Rosenblueth E, editors. *Seismic Risk and Engineering Decisions*, Amsterdam: Elsevier, 1976.
- Vargas, R., Bruneau, M., Effect of supplemental viscous damping on the seismic response of structural systems with metallic dampers. *J Struct Eng-ASCE*, 133:1434–44, 2007.
- Vargas, R., Bruneau, M., Experimental validation of the structural fuse concept. *14th World Conference on Earthquake Engineering. Beijing, China*; 2008.
- Wen, Y. K., Method for Random Vibration of Hysteretic Systems. *J Eng Mech Div ASCE*, EM2:249–263, 1976.
- Wen, Y. K., Equivalent Linearization for Hysteretic Systems under Random Excitation. *J Appl Mech-ASME*, 47:150–64, 1980.
- Wu, Bo., Ou, J. P., Soong, T. T., Optimal placement of energy dissipation devices for threedimensional structures. *Engineering Structures*, 19: 113–125, 1997.