

METAHEURÍSTICA ACO PARA RESOLVER UN PROBLEMA DE TRANSPORTE

Diego Alejandro Rodríguez^{a,b,c}, Ana Carolina Olivera^c y Nélica Beatriz Brignole^{b,c}

^a*Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de Salta (UNSa),
Av. Bolivia 5150, Salta, Argentina*

^b*Planta Piloto de Ingeniería Química (PLAPIQUI) Complejo CCT-UAT, CONICET Camino La
Carrindanga Km. 7, 8000 Bahía Blanca, Argentina*

^c*Laboratorio de Investigación y Desarrollo en Computación Científica (LIDeCC),
Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación (DCIC),
Universidad Nacional del Sur (UNS),
Av. Alem 1253, Bahía Blanca, Blanca, Argentina,
drodriguez@plapiqui.edu.ar, aco@cs.uns.edu.ar, dybrigno@criba.edu.ar*

Palabras Clave: Localización, ruteo de vehículos, Optimización, Colonia de Hormigas, Transporte Público.

Resumen. Se propone una técnica metaheurística que resuelve problemas de localización y ruteo considerando restricciones de capacidad en los vehículos y satisfacción de la demanda. El estudio se enfoca en el problema de transporte público y tiene como objetivos: I. Encontrar las mejores localizaciones para las paradas de los colectivos y II. Determinar las rutas que minimicen el costo de brindar el servicio. El algoritmo que determina la ubicación de las paradas está basado en la técnica de optimización por colonia de hormigas y está implementado en Java. El software GAMS es utilizado para la evaluación de las potenciales soluciones y la determinación de las rutas. Se presenta un caso de estudio asociado a la ciudad de Bahía Blanca, Argentina. El enfoque propuesto provee resultados computacionales satisfactorios para las instancias propuestas, determinando soluciones adecuadas en tiempos de cómputo razonables. Además, responde correctamente a cambios en el modelo, como por ejemplo en la capacidad de los colectivos.

1 INTRODUCCION

El problema del transporte público requiere especial atención. Aspectos importantes como la congestión vehicular, la generación de empleo, la contaminación ambiental, el comercio, el turismo y los accidentes de tránsito se ven afectados cuando se toman decisiones sobre su funcionamiento. Esta compleja actividad presenta intereses encontrados, donde la organización prestadora del servicio busca maximizar sus beneficios, los usuarios pretenden satisfacer sus necesidades y las autoridades gubernamentales deben controlar la actividad.

El sistema de transporte público generalmente se enfrenta con el inconveniente de no contemplar las ubicaciones adecuadas de las paradas y un óptimo recorrido para los autobuses que visitan dichas paradas. Esta situación se hace más notoria a medida que transcurre el tiempo, los movimientos demográficos ocurridos (nuevos barrios, fábricas, instituciones, etc.) dejan evidencias de una necesidad de nuevas medidas sobre las ubicaciones de las paradas y los recorridos de los colectivos. Por ejemplo, a veces se observa un exceso de cantidad de paradas a lo largo del recorrido, lo cual perjudica a los automovilistas pues se incrementan los espacios reservados a paradas, restringiendo así innecesariamente los lugares de estacionamiento en zonas en las que este espacio resulta necesario debido a la gran congestión vehicular. Muchas veces estas modificaciones se realizan sin un estudio previo y sólo en función de la experiencia del personal encargado del área.

Este trabajo aborda un problema que contribuye a la construcción de un sistema eficiente en el traslado de las personas que utilizan el servicio del transporte público ofrecido por una empresa, que cuenta con una capacidad limitada de vehículos y que pretende maximizar sus beneficios por los servicios prestados.

El estudio implica decisiones importantes en dos aspectos fundamentales: la localización de las paradas y las rutas de los colectivos. Es importante remarcar que la primera es una resolución estratégica que se mantiene por un determinado periodo, en cambio las rutas establecidas suelen modificarse con mayor frecuencia. Esta diferencia permite la posibilidad de tratar el problema en dos fases, primero establecer las mejores localizaciones y luego diseñar los recorridos.

El problema de localización y ruteo (LRP) es un área de investigación relativamente nueva con distintas aplicaciones y variados enfoques ([Chandra Mohan y Baskaran, 2012](#)). El estudio de [Nagy y Salhi \(2006\)](#) describe técnicas de solución y aplicaciones para este tipo de problema. Está demostrado que este es un problema NP-difícil ([Wolsey, 2000](#)), ya que abarca dos Problemas NP-difíciles: la ubicación de las instalaciones y la asignación de rutas para los vehículos ([Lenstra y Rinnoy Kan, 1981](#)). Esto implica que la dificultad de resolver el problema crece exponencialmente con respecto al tamaño del problema, siendo recomendable la aplicación de metaheurísticas sobre todo en problemas de grandes dimensiones ([Sörensen, 2013](#)).

En la mayoría de los trabajos publicados sobre LRP se resuelven problemas asociados al transporte de un objeto: desde un depósito hacia un conjunto de clientes ([Belenguer et. al, 2011](#)). Muy pocos autores han estudiado este problema relacionándolo al transporte de personas. Una gran parte de ellos tratan el caso del transporte privado, mayormente del transporte escolar ([Park y Kim, 2010](#)). Nuestro objetivo es modelar aspectos del sistema de transporte público de pasajeros para una determinada región.

En este artículo se reporta cómo se puede resolver de manera eficiente el LRP asociado a empresas que prestan el servicio del transporte público. Elegí la metaheurística Optimización de Colonias de Hormigas (ACO: Ant Colony Optimization) ([Dorigo et. al, 1999](#)) para la selección de las paradas adecuadas. Esta técnica es muy reciente y ya ha demostrado ser

capaz de obtener excelentes resultados en problemas complejos (Bullnheimer et al., 1997; Tan et al., 2005; Gajpal y Abad, 2009, Mullen et. al, 2009). La generación de las rutas para el conjunto de paradas seleccionadas, se realizó con el software GAMS 23.0/CPLEX 11.2 (Brooke et. al 2008).

Este reporte se organiza en 6 secciones: La Sección 2 presenta el problema general y el modelo asociado. Las principales características de la metaheurística ACO, así como detalles de su implementación son explicadas en la Sección 3. La Sección 4 describe el caso de estudio abordado en el trabajo. En la Sección 5 se presentan los resultados computacionales. Finalmente, en la Sección 6 se establecen las conclusiones del trabajo.

2 EL MODELO GENERAL DE OPTIMIZACIÓN

El LRP tiene como objetivo modelar un sistema de transporte y logística que define las ubicaciones de las potenciales paradas y las rutas de los colectivos utilizados para recorrerlas.

Las características de los pasajeros, las paradas y los vehículos dan lugar a diferentes variantes del problema. En nuestro trabajo, asumimos que la región en donde se aplica el modelo está dividida en zonas que agrupan a personas que comparten alguna característica relacionada a los viajes, fundamentalmente aquellas que pertenecen a un mismo vecindario. Esta zonificación es concebida a corto plazo y puede ser revisada para horizontes más alejados. Se considera la ubicación de las potenciales paradas en múltiples lugares de la región, en especial, en aquellos sitios en donde existen centros de atracción de viajes tal como escuelas, hospitales, centros comerciales, etc. Cada pasajero es asociado a una potencial parada; sin embargo, si esta no es seleccionada, el pasajero será asignado a la parada más cercana de la misma región, satisfaciéndose siempre la demanda de los usuarios. Los colectivos utilizados son considerados con una capacidad homogénea determinada. Esto implica que si durante el recorrido de una ruta esta capacidad se ve sobrepasada, resulta necesario el empleo de otra unidad.

Nuestra propuesta consiste en evaluar paradas y recorridos a través de un modelo lineal de programación entera diseñado para minimizar los costos totales por la prestación del servicio. El modelo corresponde a un problema de localización y ruteo con restricciones de capacidad en los vehículos (CLRP). Debido al gran número de variantes que tiene el CLRP, existen diversas formulaciones. Una excelente revisión sobre el tema se encuentra en Laporte (1988). El CLRP puede ser descrito como un problema de grafos de la siguiente manera:

Sea $G = (V, A)$ un grafo completo no dirigido, en el cual $V = \{1, \dots, n\}$ es el conjunto de vértices y A es el conjunto de arcos. El conjunto de vértices corresponde a las paradas potenciales. Un costo no negativo c_{ij} es asociado con cada arco (i,j) perteneciente a A . Está disponible una flota homogénea (F) de colectivos v , cada uno con capacidad Q . Existe un costo de instalación h_k para cada una de las paradas, y se contempla la aplicación de un costo m_{ij} siempre que por la no utilización de la parada i , el pasajero deba trasladarse a una parada cercana j .

Así, el modelo puede formularse como:

$$MinZ = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{v \in F} c_{ij} x_{ijv} + \sum_k h_k y_k + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \sum_{k \in V} m_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

Sujeto a las restricciones indicadas en la [Tabla 1](#).

Restricción	Propósito
$W_{0v} = 1$	Todos los vehículos utilizan la estación central (parada 0).
$U_{0v} = 1$	Todos los vehículos parten desde la estación central.
$\sum_1^n a_{pk} y_k \geq 1$	Cada pasajero dispondrá de al menos una parada en su región.
$\sum_1^n d_k w_{kv} \leq Q$	No se debe exceder la capacidad de los colectivos.
$2 \leq u_{kv} \leq \sum_1^n w_{k'v}$	Las paradas se ordenan entre dos y el número de paradas utilizadas.
$\sum_{i=0}^n x_{ijk} = \sum_{j=1}^{n+1} x_{jik}$	Si un autobús llega a una parada también sale de ella, salvo la estación central.
$\sum_{i \notin S} \sum_{j \in S} x_{jik} \geq r(S), \forall S \subset V$	Impide la existencia de subcircuitos (sub-tours).

Tabla 1: Restricciones del modelo.

La formulación empleada permite resolver el problema de manera exacta en instancias no demasiado grandes. Las metaheurísticas han demostrado ser una alternativa interesante para resolver problemas de grandes dimensiones, determinando buenas soluciones con razonables tiempos de cómputo ([Gendreau y Potvin, 2005](#)).

3 METAHEURISTICA ADOPTADA

Presentamos un algoritmo basado en la técnica metaheurística Colonia de Hormigas para resolver problemas de localización y ruteo considerando restricciones de capacidad en los vehículos y satisfacción de la demanda. ACO se inspira en el comportamiento de las colonias de hormigas naturales. Consiste en procedimientos estocásticos que construyen soluciones simulando las tareas de las hormigas reales en su búsqueda de alimentos. Está inspirado en el depósito de feromona realizado en el camino, que luego es utilizado para reflejar la experiencia adquirida en la búsqueda de la solución.

El conjunto de hormigas cooperará en la búsqueda de la solución. Esta cooperación es la base para la obtención de soluciones de alta calidad, ya que una hormiga por sí sola obtiene soluciones pobres, producto de su visión casi nula. Una colonia de hormigas se mueve de manera estocástica en función de dos componentes: i. la información específica del problema y ii. los rastros de feromona existentes en ese momento.

La estructura de ACO se basa en cuatro secciones principales.

- La inicialización de los siguientes parámetros: La cantidad de iteraciones para el proceso de búsqueda, la cantidad de hormigas utilizadas en cada iteración, el factor de incidencia de la información determinística disponible, el factor de incidencia de la cantidad de feromona acumulada y el porcentaje de feromona perdida durante el proceso de evaporación.
- La construcción de soluciones: Cada hormiga construye de forma iterativa una solución partiendo desde un sitio inicial, en su trayecto el algoritmo utilizará los dos

tipos de información antes mencionada.

- La incorporación de feromona: Esto implica modificar los valores de las variables (rastros de feromonas) que serán transmitidas a las demás hormigas para perfeccionar sus búsquedas. Esta acción se realiza luego de que una hormiga haya concluido su recorrido, es decir, habiendo obtenido una solución al problema.
- La evaporación de feromona: Luego de que todas las hormigas hayan construido las soluciones, al final de una iteración, se realiza el proceso de evaporación de la feromona, con la intención de “olvidar” aquellos caminos que fueron obtenidos en etapas anteriores a la ejecución del algoritmo, esto es para favorecer la exploración del espacio de búsqueda y evitar la convergencia prematura que derive en un óptimo local.

```

Inicializar(Iteraciones,CantHormigas);
MatrizFeromona,a,b);
Mientras i<=Iteraciones
  Desde j=0 hasta CantHormigas
    Repetir
      RutaHormiga[j] ←NuevaParada();
      IncorporarFeromona RutaHormiga[i]);
    Hasta que todas las zonas sean cubiertas
    Si SoluciónActual <MejorSolucion
      MejorSolucion ←SolucionActual;
    Fin Si
  Fin Desde
  EvaporarFeromona(RutaHormiga);
Fin Mientras
  
```

Figura 1: Pseudo-Código del algoritmo propuesto ACO.

La aplicación de la metaheurística al CLRP se lleva a cabo representando la solución como un vector de enteros, donde cada elemento representa una de las potenciales localizaciones. Cada una de las hormigas construirá una solución completa, luego se aumentará el depósito de feromona para cada uno de los componentes utilizados. Al finalizar cada iteración se procede con la actividad de evaporación de feromona. El resultado del algoritmo es un conjunto de paradas a utilizar y las rutas generadas.



Figura 2: Inspiración y comportamiento de la metaheurística ACO.

Los parámetros empleados (Tabla 2) fueron elegidos a través de simulaciones.

<i>CantHormigas</i>	<i>Iteraciones</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>e</i>
100	30	2	1	0.8

Tabla 2: Parámetros utilizados durante las simulaciones.

El termino *NuevaParada()* es una función probabilística con la cual una hormiga elige ir a una parada de la región que se corresponde con el modelo presentado en la sección anterior y tiene la expresión:

$$P_{ij}^k = \frac{(\tau_{ij}^a)(\eta_{ij}^b)}{\sum (\tau_{ij}^a)(\eta_{ij}^b)} \quad (2)$$

Donde P_{ij}^k es la probabilidad de que la hormiga k ubicada en la parada i elija la parada j. El símbolo τ corresponde al componente asociado a la información determinística que se dispone, el símbolo η corresponde a la feromona depositada. Con los parámetros a y b se establece el nivel de importancia para cada uno de estos componentes. En nuestro trabajo establecimos que los aspectos determinísticos tienen el doble de importancia que los aspectos aleatorios. Por último, el parámetro e , indica el porcentaje de información que se eliminará al momento de realizar el proceso de evaporación de feromona.

La metaheurística necesita de un procedimiento para evaluar cada una de las soluciones propuestas. Para ello, utilizamos el paquete GAMS con el resolvidor CPLEX 11.2, de esa manera individualizamos las paradas convenientes de usar y el recorrido asociado.

4 CASO DE ESTUDIO

La problemática presentada mediante este pequeño caso práctico se plantea para comprender el modelo descripto y para poder evaluar el rendimiento del algoritmo propuesto aquí. En este caso se considera una región asociada a la ciudad de Bahía Blanca, Argentina. El requerimiento empresarial consiste en determinar las paradas a utilizar, la asignación de los pasajeros a estas paradas y establecer las rutas de los autobuses para satisfacer la demanda de los pasajeros minimizando el costo global y optimizando el servicio. Los colectivos deberán atravesar la ciudad, partiendo y finalizando sus recorridos en la estación central, cuya ubicación ya está establecida.

El objetivo del CLRP es determinar las terminales a abrir, los clientes a asignar a cada terminal abierto y las rutas a construir para satisfacer la demanda de los clientes con el mínimo costo global. Este costo incluye los costos fijos de apertura de las paradas, los costos fijos asociados a los vehículos usados por las rutas y los costos de los arcos visitados por cada ruta.

Analicemos una versión simplificada de este caso. La región puede dividirse en 3 zonas en las que se distribuyan 8 paradas, además de la estación central identificada como parada 0. Cada una de las paradas tiene asociada una demanda determinada que deberá ser satisfecha utilizando colectivos de igual capacidad. El algoritmo determinará las paradas y los recorridos para satisfacer la demanda con mínimo costo.

La instancia descrita está representada en la [Figura 3](#). Los datos de entrada al modelo son:

- La cantidad de potenciales paradas. ($k=8$).
- Un costo de instalación para cada parada. $H \in \mathbb{R}^{1 \times 8}$; por ejemplo, $h_2=32$.
- Una matriz de costo de transporte para un autobús al trasladarse de una parada a otra. ($C \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$; por ejemplo, $c_{23}=45$).

Instancia	Paradas	Zonas	Mejor Solución (rutas)	Costo (\$)	Promedio	Tiempo CPU (s)
1	8	3	0 2 6 4 0	479	479	7
2	25	3	0 20 4 9 0	8864	8926	23
3	25	6	0 20 15 0 0 22 5 0 0 11 2 0	9684	10272	32
4	25	12	0 11 15 0 0 2 20 0 0 22 5 0	11523	12358	68
5	50	6	0 6 29 0 0 33 27 0 0 25 37 0	45552	46752	89
6	50	12	0 9 27 0 0 29 2 20 15 0 0 33 35 19 0 0 21 22 46 0	89936	96.890	116

Tabla 3: Resultados computacionales para las instancias consideradas.

La cuarta columna de la [Tabla 3](#) reporta las rutas que se necesita generar para satisfacer la demanda. Por ejemplo, para la instancia 3, se necesitan 3 rutas que visitan 2 paradas cada una, partiendo y finalizando en la estación central 0. La quinta columna indica el costo asociado a la mejor solución obtenida, mientras la sexta muestra el promedio de los costos de las mejores soluciones logradas en todas las ejecuciones. Comparando estas dos columnas se desprende que en una instancia pequeña (con 8 paradas y 3 zonas) el algoritmo encuentra la mejor solución en todas las ejecuciones. Al incrementar las paradas a 25, el promedio de las soluciones continúa siendo cercano a la mejor solución encontrada, aunque el tiempo de cómputo del algoritmo crece considerablemente (de 7 seg. a 23 seg.). Esta tendencia se acentúa cuando se incrementa el tamaño del problema; sin embargo, considerando que la cantidad de combinaciones posibles aumenta de manera exponencial, el tiempo de cómputo mantiene un aumento paulatino que satisface nuestras pretensiones, porque nunca supera los 2 minutos. También es destacable la robustez del algoritmo en todas las instancias. Este rendimiento puede observarse mediante la cercanía entre el mejor resultado encontrado y el promedio de todas las ejecuciones, en el peor de los casos para las instancias más grandes la diferencia no superó el 8%.

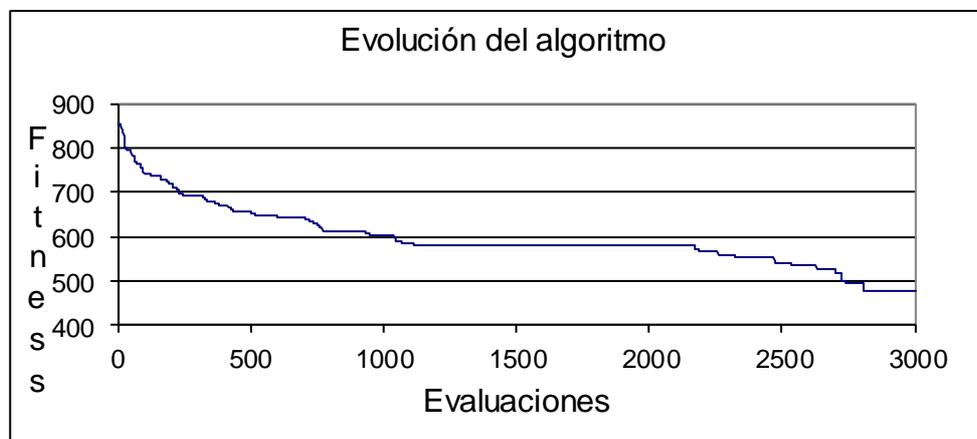


Figura 4: Evolución de ACO en una ejecución completa.

La capacidad algorítmica de mejorar las soluciones obtenidas a medida que avanzan las iteraciones puede verse reflejada en la [Figura 4](#), obtenida en la ejecución de la instancia 1, utilizando 100 hormigas y 30 iteraciones. Se muestran todos los costos (fitness) obtenidos en una ejecución completa. El total de 3000 evaluaciones realizadas demuestra que el algoritmo recorre eficientemente el espacio de búsqueda. Un gran porcentaje de veces (aproximadamente el 40% de las veces) se obtiene una misma solución con fitness = 583; sin embargo, continuando con el proceso de búsqueda se logra obtener mejores resultados hasta encontrar el mínimo fitness = 479.

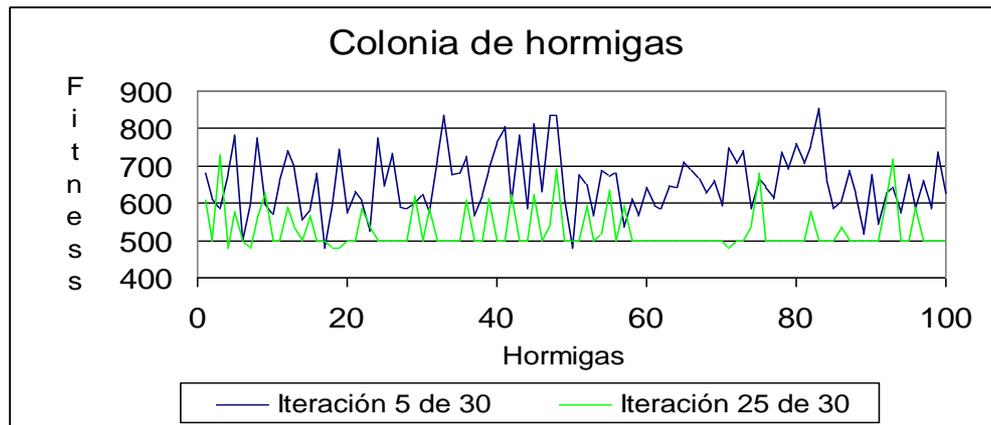


Figura 5: Avance de las iteraciones para la instancia 1.

La [Figura 5](#) se refiere a la misma instancia y también refleja el buen comportamiento del algoritmo ACO. Muestra las diferencias entre una iteración al inicio de la ejecución (#5) y una iteración al final de la misma (#25), para las 100 hormigas artificiales utilizadas. Se puede observar que, a medida que avanzan las iteraciones, aumenta la cantidad de veces que se obtienen las mejores soluciones. La existencia de algunos picos está asociada a soluciones no satisfactorias. Esto se debe al componente estocástico del algoritmo durante la acción de evaporación de feromona con el fin de evitar óptimos locales.

De las pruebas realizadas en todas las instancias, observamos la particular influencia de la demanda de pasajeros y de la capacidad del colectivo. Los resultados anteriores se corresponden con una capacidad para 32 pasajeros, y se observa que resultaron rutas con escasas paradas. Como consecuencia, se decidió probar la instancia 3 con colectivos para 38 y 45 pasajeros. La [Tabla 4](#) muestra que aumentando la capacidad del colectivo es posible lograr el objetivo con 2 recorridos en lugar de 3 (ver [Tabla 3](#)). Esto implica la utilización de menos unidades, derivando en la reducción de un porcentaje aproximado del 14% y 17% de los costos totales para las instancias 3a y 3b, respectivamente.

Instancia 3	Capacidad	Mejor Solución (rutas)	Costo (\$)	Promedio	Tiempo CPU (s)
a	38	0 2 20 15 0 0 9 5 22 0	8328	8962	36
b	45	0 2 20 15 0 0 11 22 5 0	7953	8196	41

Tabla 4: Resultados computacionales para la instancia 3, con colectivos para 38 y 45 pasajeros.

6 CONCLUSIONES

Se propone un enfoque basado en optimización por colonia de hormigas y la utilización del software GAMS para la resolución de problemas de localización y ruteo con restricciones de capacidad. La utilización de una metaheurística permite abordar problemas de grandes dimensiones y obtener resultados satisfactorios. Se presenta un algoritmo que resuelve la localización de paradas en función de una zonificación previa en la región de interés. Esta condición nos permite satisfacer la demanda de los usuarios en cada sector, minimizando los costos globales por la prestación del servicio. Finalmente, es importante destacar que el algoritmo diseñado es general, permitiendo su aplicación a distintas versiones de un LRP.

Notación

n : Cantidad de potenciales paradas.

H : Vector de costos de instalación de las paradas.

h_k : Costo de instalación de la parada k .

C : Matriz de costos de transporte desde una parada a otra.

c_{ij} : Costo de transporte desde la parada i hasta la parada j .

M : Matriz de costos para un pasajero por utilizar una parada en lugar de otra.

m_{ij} : Costo de mover un pasajero de la parada i hasta la parada j .

D : Vector de demandas para cada una de las paradas.

d_k : Cantidad de pasajeros que suben en la parada k .

Q : Capacidad de los colectivos.

x_{ijv} : Es 1 si el autobús v realiza el recorrido entre las paradas i y j .

y_k : Es 1 si se utiliza la parada k y 0 caso contrario.

x_{ijk} : Es 1 si el pasajero debe moverse hasta la parada k para tomar el autobús.

w_{kv} : Es 1 si la parada k es atendida por el vehículo v y 0 caso contrario.

u_{kv} : Indica el orden de atención de la parada k para el vehículo v .

a_{pk} : Es 1 si la parada k le sirve al pasajero p .

REFERENCIAS

- Belenguer, J. M., Benavent, E., Prins, C., Prodhon, C., and Wolfler Calvo, R. A branch-and-cut method for the capacitated location-routing problem. *Computers & Operations Research*, 38(6), 931-941, 2011.
- Brooke, A., Kendrick, D., Meeraus, A., and Raman, R. GAMS: a user guide. Washington: GAMS Development Corporation, 2008.
- Bullnheimer, B., Hartl, R. F., and Strauss, C. An improved ant System algorithm for the vehicle Routing Problem. *Annals of Operations Research*, 89, 319-328, 1999.
- Chandra Mohan, B., and Baskaran, R. A survey: Ant Colony Optimization based recent research and implementation on several engineering domain. *Expert Systems with Applications*, 39(4), 4618-4627, 2012.
- Dorigo M., Di Caro G., and Gambardella L. M. The Ant Colony Optimization Metaheuristic , pages 11–32. *McGrawHill*, London, 1999.
- Gajpal, Y., and Abad, P. An ant colony system (ACS) for vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup. *Computers & Operations Res.*, 36(12), 3215-3223, 2009.
- Gendreau, M., and Potvin, J. Y. Metaheuristics in combinatorial optimization. *Annals of Operations Research*, 140(1), 189-213, 2005.
- Laporte G. "Location-routing problems". En *Vehicle Routing: Methods and Studies*. Elsevier Science Publishers. North Holland. Amsterdam, pp. 163-197, 1988.

- Lenstra, J.K. and A. Rinnooy Kan. Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks* 11, pp. 221-228, 1981.
- Mullen, R. J., Monekosso, D., Barman, S., & Remagnino, P. A review of ant algorithms. *Expert Systems with Applications*, 36(6), 9608-9617, 2009.
- Nagy G. and Salhi S. “Location-routing: Issues, models and methods”. *European Journal of Operational Research*. Vol. 177, pp. 649-672, 2007.
- Park, J., and Kim, B. I. The school bus routing problem: A review. *European Journal of operational research*, 202(2), 311-319, 2010.
- Sörensen, Kenneth. Metaheuristics—the metaphor exposed. *International Transactions in Operational Research*, 2013.
- Tan, X., Luo, X., Chen, W. N., and Zhang, J. Ant colony system for optimizing vehicle routing problem with time windows. *In Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation*, Vol. 2, pp. 209-214, 2005.
- Wolsey, L. A. Integer programming. *IIE Transactions*, 32, 273-285. 2000.