

## DISEÑO ÓPTIMO DE ESTRUCTURAS PORTUARIAS PARA ATENUAR EFECTOS RESONANTES POR ONDAS LARGAS

Víctor H. Cortínez<sup>a,b,c</sup>, Cecilia I. Stoklas<sup>a,b</sup> y Patricia N. Dominguez<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>*Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada (CIMTA), Universidad Tecnológica Nacional, 11 de abril 461, Bahía Blanca, Argentina, vcortine@frbb.utn.edu.ar, stoklas@frbb.utn.edu.ar*

<sup>b</sup>*Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur, Av. Alem 1253, Bahía Blanca, Argentina, pdoming@uns.edu.ar*

<sup>c</sup>*CONICET*

**Palabras Clave:** Resonancia en puertos, diseño óptimo, elementos finitos, recocido simulado.

**Resumen.** Los puertos deben ser diseñados para asegurar un ambiente para el amarre de barcos, protegido de la agitación generada por las olas marinas, a los efectos de permitir la realización segura de tareas de carga y descarga de mercaderías. Dentro del espectro de oleaje incidente, las ondas largas tienen un período mayor a treinta segundos y son particularmente importantes ya que sus longitudes de onda son del orden de las dimensiones de la mayoría de los puertos, pudiendo dar lugar a oscilaciones resonantes. En este trabajo se propone un método de diseño óptimo de las obras de abrigo para evitar tales situaciones y simultáneamente cumplir restricciones geométricas relacionadas con aspectos de navegabilidad y/o economía.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los puertos deben ser diseñados para asegurar un ambiente para el amarre de barcos, protegido de la agitación generada por las olas marinas, a los efectos de permitir la realización segura de tareas de carga y descarga de mercaderías. Para ello es muy importante establecer adecuadamente la geometría de las obras de abrigo tales como rompeolas y diques (Memos, 2004; Bellotti, 2007; Palomino Monzón et al., 2001; Rabinovich, 2009; Xing, 2009).

El oleaje incidente desde el océano presenta en general un espectro amplio que va desde las ondas de marea, cuyos períodos son del orden de horas, hasta oleaje generado por viento, de períodos del orden de segundos.

Por otra parte, entre tales extremos aparecen las denominadas ondas u olas largas, especialmente peligrosas ya que sus períodos (entre 30 segundos y 5 minutos) son cercanos a los naturales de la mayoría de los puertos existentes. Por consiguiente puede tener lugar un fenómeno resonante, es decir el oleaje incidente va reforzando el movimiento oscilatorio natural del puerto, pudiéndose llegar a amplitudes de elevación mucho mayores que las del oleaje incidente. Además de las grandes elevaciones que se producen dentro de las dársenas, los movimientos resonantes producen, en las líneas nodales (de elevación nula), velocidades de corriente muy elevadas, eventualmente mayores a 2 m/seg para amplitudes de ondas del orden de centímetros. Tales corrientes pueden provocar daños en amarres de embarcaciones, dificultades para efectuar maniobras de acceso y también colisiones entre barcos. Los fenómenos de resonancia portuaria pueden ser aún más severos si las longitudes de las ondas incidentes son del orden de la longitud de los barcos, ya que entonces el movimiento de los mismos se verá notablemente amplificado.

Por la peligrosidad de las oscilaciones portuarias ante efectos resonantes, la operación del puerto es detenida y en muchas ocasiones las embarcaciones deben dirigirse a mar abierto hasta que cese tal condición. El oleaje resonante también denominado “seiche” puede durar varios días.

Por lo dicho, resulta claro que este fenómeno es muy pernicioso ocasionando importantes pérdidas económicas por la paralización de la actividad portuaria y también por los daños materiales que puede acarrear.

Las estructuras de abrigo (escolleras, diques), si bien son efectivas para reducir las energía asociada con olas generadas por viento, pierden su efectividad ante ondas largas que penetran fácilmente hasta el interior de las dársenas si los períodos del mar son cercanos a los del puerto.

Para evitar efectos resonantes debe procurarse especialmente, al diseñar o rediseñar un puerto, que sus frecuencias naturales se aparten en la mayor medida posible de las frecuencias características del oleaje de larga longitud de la zona.

Una forma de trabajar en tal sentido es efectuar un prediseño en base a consideraciones de navegación y operatividad, y luego materializar el diseño mediante un modelo físico para evaluar si existen condiciones potenciales de resonancia. Otro enfoque complementario, es la utilización de modelos matemáticos (Chiang, 1988; Ortiz y Pastor, 1990; Sarker et al., 2006; Ortiz Figueroa, 2009) que permitan reproducir computacionalmente la propagación del oleaje en el esquema prediseñado y analizar si es suficientemente seguro desde el punto de vista de la resonancia.

En lugar de proceder mediante prueba y error, es de interés la idea de efectuar el diseño portuario mediante un algoritmo que busque las opciones posibles, y sobre éstas seleccione la mejor. Tal enfoque corresponde al denominado diseño óptimo. Para su formulación es necesario definir una función objetivo que es aquella que se quiere optimizar, así como las restricciones

asociadas. En el campo de la ingeniería de costas tal enfoque es relativamente nuevo (Elchahal et al., 2013; Isebe et al., 2008).

En este trabajo, se propone un método para el diseño del esquema portuario definido a través de la geometría de sus obras de abrigo. Se analizan dos formas de diseño. La primera consiste en lograr un puerto con el menor volumen posible de dichas obras, atendiendo a su considerable costo, que evite situaciones resonantes para el oleaje de la zona y al mismo tiempo cumpla con restricciones desde el punto de vista de la navegabilidad y operatividad. El segundo tipo de diseño corresponde a aquel que brinda la mayor seguridad frente a oscilaciones resonantes, intentando maximizar la diferencia entre las frecuencias naturales portuarias y aquellas correspondientes al oleaje incidente de gran longitud de la zona. En este caso se establece un límite permisible para el volumen de estructuras de abrigo además de las restricciones de navegabilidad.

Para llevar a cabo tales diseños se necesita utilizar un modelo matemático adecuado que represente el fenómeno de propagación de ondas largas en conjunto con una técnica de optimización matemática. La solución numérica de tal modelo permite evaluar las condiciones de oscilación para diferentes esquemas portuarios ante un clima de olas dado, mientras que la técnica de optimización dirige la búsqueda de las variables de diseño hasta lograr el óptimo de acuerdo a la función objetivo utilizada.

En tal sentido se hará uso de la teoría linealizada de aguas poco profundas que describe apropiadamente los aspectos más importantes de la propagación de olas largas (Chiang, 1988). Las correspondientes ecuaciones son resueltas mediante el método de los elementos finitos. Asimismo se utilizará el método de “recocido simulado” para la búsqueda del diseño óptimo. Esta última metodología es de muy fácil implementación y brinda resultados adecuados en tiempos de cómputo no demasiado extensos, como ha sido demostrado en diferentes aplicaciones (Dominguez y Cortínez, 2012; Stoklas y Cortínez, 2011; Cortínez y Sequeira, 2012).

Si bien existen modelos más precisos que la teoría de aguas poco profundas, tales como las ecuaciones de Boussinesq (Losada et al., 2008), éstas pueden ser resueltas de manera muy rápida desde el punto de vista computacional siendo, en consecuencia, muy convenientes para el diseño óptimo. Por supuesto siempre es deseable revisar el diseño obtenido a la luz de modelos más refinados o aún mediante modelos físicos.

En la sección 2 se presentan los modelos utilizados para describir las oscilaciones portuarias tanto libres como forzadas. En la sección 3 se formulan las dos variantes del problema de diseño óptimo anti-resonante. En la sección 4 se comentan los aspectos más importantes de los métodos numéricos empleados, en la sección 5 se presentan algunos ejemplos numéricos para mostrar la eficiencia de los métodos de diseño desarrollados y en la sección 6 se describen las principales conclusiones del trabajo.

## 2. OSCILACIONES DE PUERTOS: TEORÍA DE AGUAS POCO PROFUNDAS

### 2.1. Oscilaciones forzadas

Se considera una región consistente en un puerto y parte del mar adyacente. El dominio así comprendido está formado por bordes impermeables que corresponden a la interfaz mar-tierra y un borde ficticio abierto que separa la porción de mar considerada, del resto. Sobre esta última se asume conocido el oleaje incidente. Un esquema de tal dominio puede verse en la Figura 1.

Para la descripción matemática de las oscilaciones de gran longitud en puertos, es adecuado el empleo de las ecuaciones de aguas poco profundas que surgen a partir de la integración en la

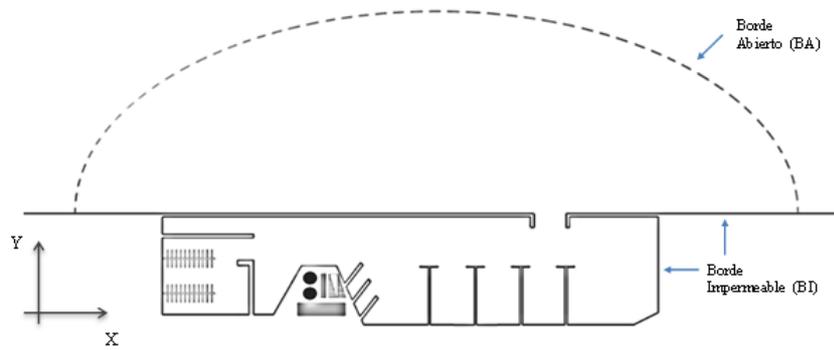


Figura 1: Esquema del puerto

vertical de las ecuaciones de Navier- Stokes:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (HU) + \frac{\partial}{\partial y} (HV) = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} - fV + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = \beta U \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + fU + g \frac{\partial \eta}{\partial y} = \beta V$$

La primera corresponde a la ecuación de continuidad, mientras que las dos últimas representan las ecuaciones de movimiento en las que se han despreciado los términos viscosos horizontales. En dichas ecuaciones,  $\eta$ ,  $U$  y  $V$  representan la elevación en la superficie libre y las velocidades medias horizontales, respectivamente,  $f$  es el factor de Coriolis,  $H = H(x, y)$  es la profundidad,  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $\beta$  es un factor de resistencia de fondo, siendo generalmente una función no lineal de la profundidad y las velocidades.

Despreciando los términos convectivos y de Coriolis, asumiendo que  $\beta$  es aproximadamente constante, es posible reformular el sistema anterior para obtener la siguiente ecuación gobernante para  $\eta$ :

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( gH \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( gH \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \quad (2)$$

Las correspondientes condiciones de contorno para el problema considerado vienen dadas por (ver Figura 1).

$$\frac{\partial \eta}{\partial n} \Big|_{BI} = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial n} + \frac{1}{c} \frac{\partial \eta}{\partial t} \Big|_{BA} = \frac{\partial \eta_o}{\partial n} + \frac{1}{c} \frac{\partial \eta_o}{\partial t} \Big|_{BA} \quad (3)$$

La primera expresión se aplica sobre los contornos impermeables y representa la condición de velocidad nula en la dirección normal a los bordes (como se deduce fácilmente de las ecuaciones de movimiento), mientras que la segunda corresponde a una combinación de oleaje incidente y condición de radiación de Sommerfeld que expresa de manera aproximada el hecho de que las olas reflejadas en la costa no pueden volver a hacerlo en el borde abierto (Bellotti,

2007).  $\eta_0$  es la ola incidente y se supone expresada de la siguiente manera:

$$\eta_0 = A_0 \text{sen}(k\bar{x} - \omega t) = A_0 [\text{sen}(k\bar{x}) \cos\omega t - \cos(k\bar{x}) \text{sen}\omega t] \quad (4)$$

donde  $\bar{x}$  es la coordenada en la dirección de propagación del frente de olas en mar abierto dada por

$$\bar{x} = x \cos\theta + y \text{sen}\theta \quad (5)$$

siendo  $\theta$  es el ángulo entre la dirección de propagación  $\bar{x}$  y el eje  $x$  de referencia.

Teniendo en cuenta el carácter armónico del oleaje, el estado oscilatorio estacionario para la elevación de la superficie libre puede escribirse de la siguiente manera:

$$\eta = \eta_c \cos\omega t + \eta_s \text{sen}\omega t \quad (6)$$

Reemplazando esta expresión en las ecuaciones (2) y (3) se llega a

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( gH \frac{\partial \eta_c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( gH \frac{\partial \eta_c}{\partial y} \right) = -\eta_c \omega^2 + \eta_s \beta \omega \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( gH \frac{\partial \eta_s}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( gH \frac{\partial \eta_s}{\partial y} \right) = -\eta_s \omega^2 - \eta_c \beta \omega \quad (8)$$

$$\frac{\partial \eta_c}{\partial n} \Big|_{BI} = 0 ; \quad \frac{\partial \eta_s}{\partial n} \Big|_{BI} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \eta_c}{\partial n} \Big|_{BA} = \left( \alpha_0 - \eta_s \frac{\omega}{c} \right) \Big|_{BA} ; \quad \frac{\partial \eta_s}{\partial n} \Big|_{BA} = \left( \gamma_0 + \eta_c \frac{\omega}{c} \right) \Big|_{BA} \quad (10)$$

siendo

$$\alpha_0 = A_0 \cos(k\bar{x}) \left( k \frac{\partial \bar{x}}{\partial n} - \frac{\omega}{c} \right), \quad \gamma_0 = A_0 \text{sen}(k\bar{x}) \left( k \frac{\partial \bar{x}}{\partial n} - \frac{\omega}{c} \right) \quad (11)$$

Luego, a partir de (6) y (1) se obtienen las velocidades de la corriente dadas por:

$$U = U_c \cos\omega t + U_s \text{sen}\omega t, \quad V = V_c \cos\omega t + V_s \text{sen}\omega t \quad (12)$$

donde se ha definido

$$U_c = -\frac{\beta g}{\beta^2 + \omega^2} \frac{\partial \eta_c}{\partial x} + \frac{\omega g}{\beta^2 + \omega^2} \frac{\partial \eta_s}{\partial x} \quad (13)$$

$$U_s = -\frac{\beta g}{\beta^2 + \omega^2} \frac{\partial \eta_s}{\partial x} - \frac{\omega g}{\beta^2 + \omega^2} \frac{\partial \eta_c}{\partial x}$$

De manera similar se definen  $V_c$  y  $V_s$ , aunque en este caso las derivadas se realizan con respecto a  $y$ .

A partir de (6) y (12) pueden determinarse las correspondientes amplitudes. Para la elevación de la superficie tal expresión es la siguiente:

$$\eta_A = \sqrt{\eta_c^2 + \eta_s^2} \quad (14)$$

La solución del sistema (7-10) permite obtener la respuesta dinámica del puerto. Resolviendo para diferentes valores de la frecuencia del oleaje incidente, es posible representar las amplitudes en función de dicha frecuencia. Tal gráfico se denomina diagrama de amplificación. En el mismo pueden observarse los picos de respuesta que representan las amplitudes resonantes y sus correspondientes frecuencias (Figuras 4 y 5).

## 2.2. Oscilaciones libres

El procedimiento indicado en la sección anterior permite determinar las frecuencias de resonancia a partir del análisis de oscilaciones forzadas, aunque para ello es necesario efectuar una gran cantidad de cálculos para distintas frecuencias forzantes.

Un procedimiento menos costoso computacionalmente es el cálculo de frecuencias naturales considerando el sistema sin forzante ni amortiguamiento, es decir no se contempla el oleaje incidente, ni la fricción de fondo, ni la radiación hacia el mar abierto. Esto es así ya que generalmente la disipación de energía es suficientemente pequeña como para considerar, con buena aproximación, que las frecuencias naturales del sistema se corresponden con las de resonancia.

Para realizar el procedimiento aludido se considera únicamente el dominio del puerto, y no el mar aledaño. Como varios estudios han demostrado, en la boca del puerto es posible suponer de manera aproximada la ubicación de una línea nodal en lugar de la condición de radiación (Rabinovich, 2009; Palomino Monzón et al., 2001). Otros han indicado que se trata de una condición intermedia entre una línea nodal y una línea impermeable (Ortiz y Pastor, 1990). En este trabajo se propone una manera de establecer tal condición intermedia. Consecuentemente a partir de (7-10), despreciando el forzante, la fricción y la radiación, y asumiendo una condición de borde aproximada para la boca del puerto, se llega a:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( gH \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( gH \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \omega_n^2 \psi = 0 \quad (15)$$

$$\psi|_{BA^*} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} \Big|_{BI^*} = 0 \quad (16)$$

donde  $BA^* \subset BA$ , siendo ésta última la boca del puerto definida como el segmento entre los extremos de las escolleras que la limitan. La longitud de  $BA^*$  se ha considerado de 10 % de  $BA$  (centrada en  $BA$ ).  $BI^*$  es el resto del contorno del puerto, considerado como un borde impermeable.

Los experimentos numéricos realizados han mostrado que en líneas generales el enfoque previo permite obtener las frecuencias de resonancia del puerto con un error (por exceso) del orden del 5 % aproximadamente. Sin embargo, en algunos casos se ha encontrado un error de hasta el 20 % para el modo fundamental (modo Helmholtz). Para mejorar la aproximación y llevar la frecuencia fundamental a un error de estimación del orden del 5 %, se ha utilizado el procedimiento que se describe a continuación.

Una vez determinada la primera aproximación para la frecuencia fundamental del modo Helmholtz,  $\omega_{ap}$ , se resuelven las oscilaciones forzadas de acuerdo al sistema (7-10) para algunas frecuencias forzantes distribuidas de manera uniforme entre  $0.8\omega_{ap}$  y  $\omega_{ap}$ . Aquella que corresponda a la respuesta ( $\eta_A$ ) mayor, estará más cerca de la resonancia y se corresponderá con la frecuencia fundamental del puerto ( $\omega_H$ ). En general cinco cálculos de la respuesta forzada alcanzan para determinar tal frecuencia con un error menor a 2 %.

### 3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO ÓPTIMO

Se pretende establecer el trazado geométrico de los rompeolas que definen el puerto a los efectos de verificar restricciones relacionadas con su navegabilidad y operatividad, y al mismo tiempo procurando minimizar la posibilidad de resonancia. Se asume que el oleaje incidente de onda larga presenta frecuencias bien definidas  $\bar{\omega}_i$  con un ancho de banda pequeño  $\varepsilon_i$ . Se presentan a continuación dos maneras de formular el problema de diseño óptimo.

#### 3.1. Minimización del costo de escolleras en puertos no resonantes

Se buscan las coordenadas que definen el trazado geométrico de las escolleras de mínima longitud asumiendo que esta última es proporcional al costo.

Las escolleras se materializan mediante una poligonal definida a través de las posiciones de sus vértices. Consecuentemente las coordenadas de estos últimos  $(x_j, y_j)$  constituyen las variables de diseño. La longitud total que se pretende minimizar se denota mediante  $L$ .

Existen ciertas restricciones geométricas que deben verificarse por razones de navegabilidad y operatividad (Memos, 2004). En particular aquí se han tomado en cuenta las siguientes. El ancho de la entrada al puerto,  $d_E$ , debe ser suficientemente grande para que los buques puedan operar con seguridad. Generalmente tal distancia debe ser mayor que la longitud de los mayores barcos que operan en el mismo. Asimismo, es conveniente acotar superiormente dicha entrada para resguardar adecuadamente las dársenas de la acción de olas generadas por viento. Consecuentemente tal longitud estará acotada inferior y superiormente por  $d_{min}$  y  $d_{max}$  respectivamente.

Por otra parte, para que los buques puedan frenar y girar con suficiente seguridad hacia el área de amarre es necesario definir una región suficientemente grande para ello en la zona central. Aquí se establece tal área como una sección circular de radio  $R$  cuyo mínimo valor,  $R_{min}$ , es del orden de tres veces la máxima longitud de los barcos de diseño.

Asimismo, el área de amarre depende del número y tamaño de los barcos que el puerto requiere albergar. En este caso se establece mediante la longitud  $l_M$  de la zona de muelles sobre la línea de costa que debe ser mayor que un valor predeterminado  $l_{min}$ .

Para atenuar los efectos de agitación ante ondas de gran longitud debe procurarse que las amplitudes de elevación para las posibles frecuencias de las olas incidentes estén acotadas. Es importante tener en cuenta el efecto de la marea ya que modifica las profundidades medias del puerto y en consecuencia sus frecuencias naturales. Este hecho se ve reflejado en las respuestas ante el oleaje incidente.

Para establecer un indicador adecuado de tal restricción anti-resonante se obtienen las elevaciones medias en el puerto para las diferentes frecuencias forzantes y profundidades de marea, eligiendo entre éstas la mayor, que debe ser acotada superiormente por un valor tolerable  $\Psi$ .

Luego, la amplitud característica dentro del puerto se define como la máxima amplitud media  $\bar{\eta}_{m\acute{a}x}$  con respecto a las diferentes frecuencias forzantes y amplitudes de marea pertinentes:

$$\bar{\eta}_{m\acute{a}x} = \max_{\omega, H_m} \left( \frac{\int_{\Omega_P} \eta_{A, \omega, H_m} d\Omega_P}{\Omega_P} \right) \quad (17)$$

En esta expresión  $\eta_{A, \omega, H_m}$  es la amplitud de elevación de un punto genérico del puerto ante un

oleaje monocromático incidente con frecuencia  $\bar{\omega}$  para una profundidad de marea  $H_m$  mientras que  $\Omega_P$  es el área del puerto.

Adicionalmente es necesario definir el dominio de búsqueda de las variables de diseño  $(x_j, y_j)$  asociadas a cada vértice, lo que puede realizarse a través del establecimiento de un subdominio acotado  $S_j$  para cada uno de los mismos. Matemáticamente tal subdominio se define de la siguiente manera:

$$S_j = \{(x, y) / x_{j \text{ mín}} \leq x_j \leq x_{j \text{ máx}}, y_{j \text{ mín}} \leq y_j \leq y_{j \text{ máx}}\} \quad (18)$$

Esto permite acomodar de manera general la configuración de las escolleras para asegurar la protección contra oleajes de viento dominantes (de corta longitud).

Para mejor comprensión de las variables y parámetros definidos obsérvese la Figura 2.

De acuerdo a lo explicado, el problema de diseño óptimo puede formularse matemáticamente de la siguiente manera:

$$(x_j, y_j) = \arg \text{mín } L(x_j, y_j) \quad (19)$$

s.a

$$d_{\text{mín}} < d_E < d_{\text{máx}} \quad (20)$$

$$l_M > l_{\text{mín}} \quad (21)$$

$$R > R_{\text{mín}} \quad (22)$$

$$(x_j, y_j) \in S_j \quad (23)$$

$$\bar{\eta}_{\text{máx}} < \Psi \quad (24)$$

La restricción (24), planteada a los efectos de evitar respuestas resonantes, está relacionada con la asignación de la amplitud del oleaje incidente  $A_o$ . Sin embargo, tal magnitud no es, en general, perfectamente conocida para ondas largas. Luego, una práctica habitual consiste en utilizar un valor de amplitud de onda incidente relativo al valor correspondiente a un punto de referencia exterior al puerto y cercano a la entrada, por lo que  $\bar{\eta}_{\text{máx}}$  corresponde a un coeficiente de amplificación. Asimismo en ocasiones tampoco se conoce con precisión la dirección de incidencia por lo cual deben realizarse cálculos para diferentes direcciones y considerar la más desfavorable.

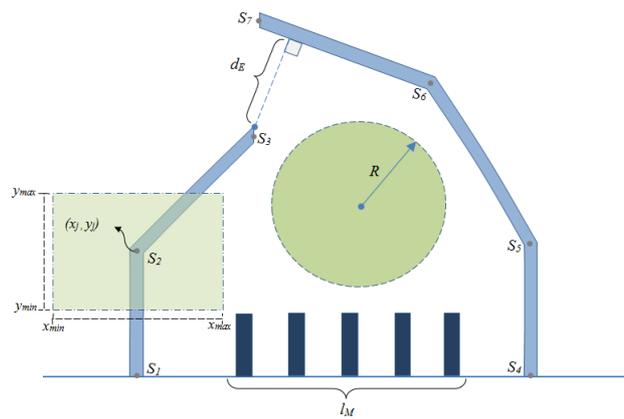


Figura 2: Configuración del puerto

### 3.2. Minimización de la posibilidad de resonancia portuaria

En esta metodología de diseño se pone énfasis en minimizar la posibilidad de resonancia. Para ello se pretende que las frecuencias naturales del puerto se encuentren lo más alejadas posibles de las correspondientes al oleaje incidente  $\bar{\omega}_i$ . Este criterio busca maximizar la mínima diferencia entre las frecuencias naturales y las frecuencias de excitación.

Se agrega una restricción al costo de construcción de escollera medida mediante un valor máximo posible de su longitud.

Tal problema de diseño se formula de la siguiente manera:

$$(x_i, y_i) = \arg \max \left( \frac{E_{nk}^2}{\bar{\omega}_k^2 \gamma_{nk}} \right) \quad (25)$$

$$E_{nk} = \min_{n,k,H_m} |\omega_n(H_m) - \bar{\omega}_k| \quad (26)$$

$$\gamma_{nk} = \begin{cases} 1 & \text{si } E_{nk} \geq \frac{\varepsilon_k}{2} \\ 10 & \text{si } E_{nk} < \frac{\varepsilon_k}{2} \end{cases} \quad (27)$$

s.a.

$$L < L_{m\acute{a}x} \quad (28)$$

$$d_{m\acute{i}n} < d_E < d_{m\acute{a}x} \quad (29)$$

$$l_M > l_{m\acute{i}n} \quad (30)$$

$$R > R_{m\acute{i}n} \quad (31)$$

$$(x_j, y_j) \in S_j \quad (32)$$

donde  $E_{nk}$  corresponde a la mínima diferencia en valor absoluto entre las frecuencias naturales y las frecuencias forzantes. El cuadrado de la frecuencia  $\bar{\omega}_k$  se agrega en la función objetivo a

los efectos de normalizar el indicador de comparación. Asimismo se ha introducido un factor  $\gamma_{nk}$  que penaliza la función objetivo cuando aparecen condiciones de resonancia (recordar que la frecuencia del oleaje forzante  $\bar{\omega}_k$  puede variar dentro de un rango  $\varepsilon_k$ ).

#### 4. SOLUCIÓN COMPUTACIONAL

Para resolver el primer problema de diseño es necesario determinar las amplitudes del oleaje portuario para verificar la restricción (24). Para ello debe resolverse el sistema (7) a (10). Dicha tarea se realiza mediante el método de los elementos finitos.

El enfoque de optimización consiste en seleccionar una alternativa de diseño factible, es decir que verifique las restricciones (20) a (23), evaluar la función objetivo  $FO$  y luego repetir la evaluación con un nuevo conjunto de variables de diseño a efectos de comparación. La técnica utilizada para dirigir esta búsqueda se denomina “recocido simulado” por analogía con tal proceso físico.

En esta técnica de optimización, el algoritmo comienza con una solución inicial factible y genera a partir de ella una nueva solución en el entorno de la misma. Si la solución nueva es mejor que la actual, es decir disminuye el valor de la función objetivo, se acepta automáticamente. Si no, aún existe la posibilidad de que dicha solución sustituya a la solución actual de acuerdo a un cierto criterio probabilístico  $e^{-\frac{\Delta}{T}}$  que depende de la diferencia entre la solución actual y la nueva ( $\Delta = FO_{nueva} - FO_{anterior}$ ) y del parámetro  $T$  conocido como “temperatura”.

A medida que el algoritmo avanza se va disminuyendo  $T$  y en consecuencia la probabilidad de aceptar soluciones factibles que no produzcan una mejora en la función objetivo. El algoritmo acepta soluciones peores que la actual al principio de la ejecución (exploración) pero no al final (explotación). Si la temperatura decrece muy lentamente, el proceso converge a una solución cercana a la óptima. Una revisión de los fundamentos del método y algunos puntos interesantes en la implementación del algoritmo pueden verse en el trabajo de [Dowland y Adenso Díaz \(2003\)](#).

El segundo problema de diseño se resuelve de una manera similar aunque el método de los elementos finitos se utiliza, en este caso, para resolver el problema de autovalores (15 - 16) y obtener así las frecuencias naturales con la ayuda del procedimiento indicado en la sección 2.2. De esta manera es posible evaluar la función objetivo dada por (25) que en este caso debe ser maximizada. Esto puede realizarse de la manera indicada más arriba minimizando el negativo de la función considerada.

En la Figura 3 se muestra un esquema del algoritmo de optimización cuando la función objetivo corresponde a una minimización tal como la del problema descrito en la sección 3.1. El modelo se implementa en entorno [Matlab \(2010\)](#) y la solución mediante elementos finitos se realiza utilizando el programa [FlexPDE \(2010\)](#).

Este último programa posee un generador automático de malla que se controla mediante la selección del máximo error medio cuadrático estimado. En este trabajo se utilizan mallas (de elementos triangulares de 3 nodos) de 1000 y 8000 grados de libertad aproximadamente para los problemas de vibraciones libres y forzadas respectivamente. Se ha corroborado que las mallas tienen entre 5 y 10 elementos por longitud de onda.

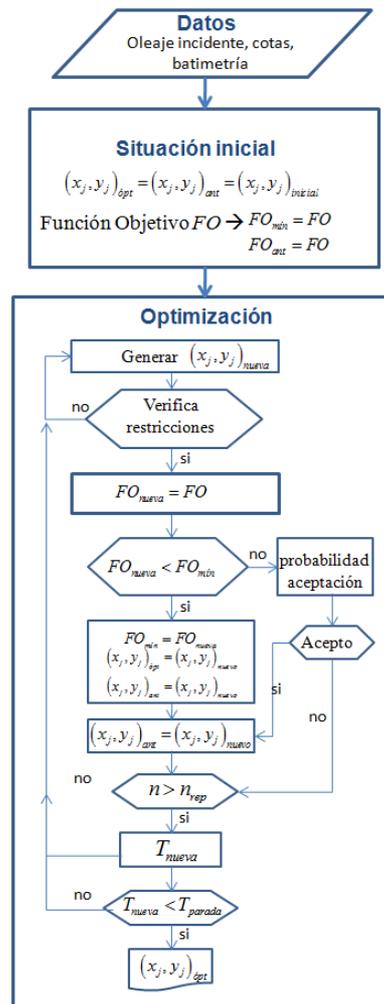


Figura 3: Procedimiento de optimización

## 5. EJEMPLOS NUMÉRICOS

### 5.1. Caso 1: Minimización de longitud de escolleras

Para ejemplificar el modelo propuesto en la sección 3.1 se parte de un prediseño compuesto por dos escolleras de 25 m de ancho compuestas por 2 y 3 tramos respectivamente. Las coordenadas de los extremos de dichos tramos así como las restricciones en cuanto a la posibilidad de modificación de los mismos (ecuación 23) se detallan en la Tabla 1. Se ha procurado definir el dominio de búsqueda de los extremos de las escolleras (puntos 3 y 7) de manera tal que la escollera “Este” quede externa a la escollera “Oeste” para proteger el puerto de olas generadas por viento provenientes de la dirección NE. Se ha considerado el factor de fricción de fondo ( $\beta$ ) nulo. El puerto se diseña teniendo en cuenta que las olas predominantes en la localidad ingresan desde el norte presentando 2 bandas angostas de frecuencias. La primera va desde 0,018 hasta 0,022 rad/s y la segunda desde 0,052 hasta 0,056 rad/s. Se evalúan diferentes configuraciones para varias condiciones de marea entre las correspondientes a pleamar ( $H = 14$  m) y a la de bajamar ( $H = 10$  m). En este caso se ha supuesto de manera simplificada que la batimetría es uniforme.

A partir de la condición inicial se utiliza el algoritmo de “recocido simulado” descrito en la sección 4 para generar y evaluar nuevas configuraciones. La generación de un diseño alternativo

Punto	Coordenada $x_j$				Coordenada $y_j$			
	Inicial	Máxima	Mínima	Óptima	Inicial	Máxima	Mínima	Óptima
1	2500	2750	2200	2610	0	0	0	0
2	2500	2750	2200	2575	500	700	300	375
3	2800	3000	2400	2735	1000	1200	800	930
4	3500	3700	3200	3505	0	0	0	0
5	3500	3700	3200	3460	500	700	400	430
6	3400	3600	3200	3375	1000	1200	900	920
7	2800	3000	2600	2800	1500	1600	1300	1540

Tabla 1: Valores de coordenadas. Caso 1

se realiza variando en forma aleatoria las coordenadas de los puntos entre 0 y 20 metros cada vez. Se verifica que la nueva configuración respete las restricciones de ingreso al puerto para lo cual se fija una apertura mínima de boca de acceso  $d_{min}=250$  m y máxima  $d_{max}=500$  m (ecuación 20). La navegación interna y factibilidad de maniobras se determina fijando un radio mínimo (ecuación 22) en la zona central  $R_{min}=300$  m. La condición necesaria de operatividad requiere una longitud libre para muelles sobre la línea de costa (ecuación 21) cuyo valor mínimo se fija en  $l_{min}=750$  m.

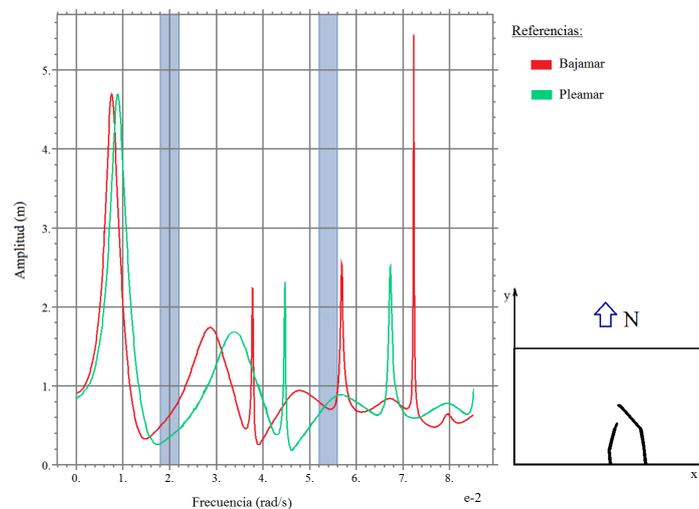


Figura 4: Diagrama de amplificación. Caso 1

Una vez evaluadas las restricciones geométricas, si la nueva configuración cumple con todas las condiciones de diseño mencionadas, se calculan los factores de amplificación de las elevaciones de la superficie del agua para las distintas frecuencias mediante las ecuaciones (7) y (8) y las correspondientes condiciones de contorno.

Los valores de tales coeficientes se calculan como un valor medio en el área del puerto para cada frecuencia. El mayor de los valores así calculados para todas las frecuencias no debe superar  $\Psi=1,5$  (ecuación 24).

Una vez evaluadas todas las restricciones se calcula la función objetivo (19). La mejor configuración, es decir aquella que proporciona la menor longitud de escolleras se muestra en la Tabla 1.

En la Figura 4 se pueden ver los diagramas de amplificación correspondientes a las

situaciones extremas de mareas y las bandas de frecuencia analizadas. Es posible apreciar que para la configuración seleccionada los picos resonantes caen fuera de las bandas de frecuencia de excitación.

## 5.2. Caso 2: Diseño de un puerto no resonante

La geometría utilizada en este caso consta, al igual que en el caso anterior de 5 tramos cuyas características se detallan en la Tabla 2.

Punto	Coordenada $x_j$				Coordenada $y_j$			
	Inicial	Máxima	Mínima	Óptima	Inicial	Máxima	Mínima	Óptima
1	2160	2750	1400	2110	0	0	0	0
2	2200	2750	1400	2120	625	800	300	645
3	2890	3000	1600	2900	1080	1600	900	1045
4	3590	4000	3000	3550	0	0	0	0
5	3970	4000	3000	3900	395	800	300	430
6	3380	3800	2750	3350	985	1600	900	1005
7	2560	3000	1200	2400	1430	2000	1300	1440

Tabla 2: Valores de coordenadas. Caso 2

El puerto se diseña en este caso, teniendo en cuenta que las olas predominantes en la localidad ingresan, al igual que en el caso anterior desde el norte, pero ahora sus frecuencias características son  $\bar{\omega}_1=0,0068$  y  $\bar{\omega}_2=0,0295$ , con un ancho espectral  $\varepsilon_1=0,0027$  rad/s y  $\varepsilon_2=0,00295$  rad/s, respectivamente.

El objetivo, en este caso, es buscar una configuración que aleje las frecuencias naturales del puerto de las correspondientes al oleaje incidente. Para ello se calculan las primeras 6 frecuencias naturales, para la configuración que se evalúa y las diferentes profundidades de mareas, con la ecuación (15) y sus condiciones de contorno. Luego, se calcula la función objetivo (25) que busca maximizar las diferencias entre tales frecuencias y las correspondientes a las del oleaje incidente.

Se limita la longitud máxima de escolleras (restricción 28) en  $L_{max}=4500$  m y el ancho de la boca de acceso entre un valor mínimo  $d_{min}=200$  m y un valor máximo  $d_{max}=500$  m (expresión 29). Para las profundidades de baja y pleamar se adoptan los mismos valores que en el ejemplo anterior. Es interesante mencionar la muy buena precisión que se consigue para determinar las frecuencias naturales del puerto con la utilización del procedimiento de la condición de borde aproximada indicada en la expresión (16). Por ejemplo, para la configuración de diseño óptimo las primeras 4 frecuencias naturales en bajamar, expresadas en rad/s, son las siguientes: 0,00403; 0,0206; 0,0317 y 0,0396 con línea nodal reducida, 0,00710; 0,0206; 0,0357 y 0,0395 utilizando una línea nodal en toda la longitud de la boca del puerto y 0,0042; 0,0206; 0,0329 y 0,0395 mediante el enfoque más preciso a partir del diagrama de amplificación. Es posible observar que la ubicación de una línea nodal en toda la longitud de la boca arroja valores imprecisos, especialmente para la frecuencia fundamental.

En la Figura 5 se pueden ver los diagramas de amplificación para el diseño óptimo correspondientes a las situaciones extremas de mareas y las bandas de frecuencia incidentes.

En general en ambos problemas los valores óptimos de las variables de diseño se consiguen en menos de 600 iteraciones que en una notebook con procesador i5 requiere menos de una hora.

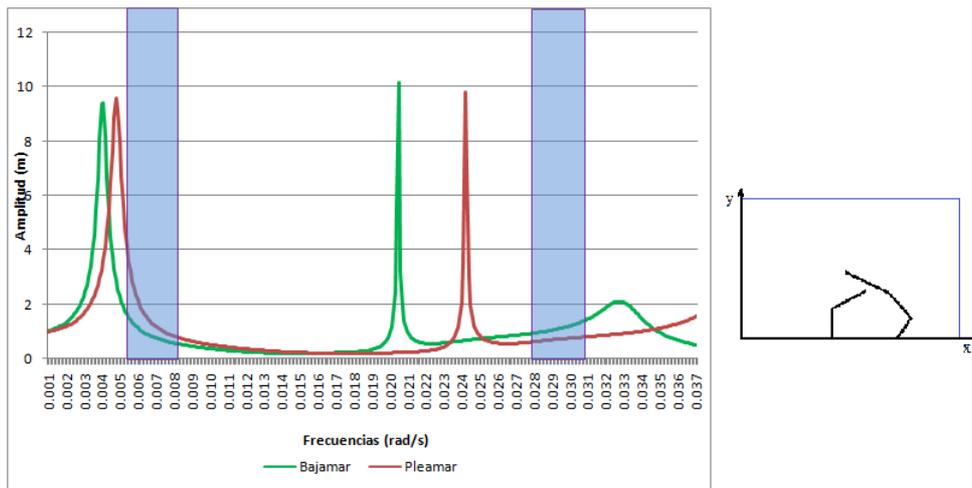


Figura 5: Diagrama de amplificación. Caso 2

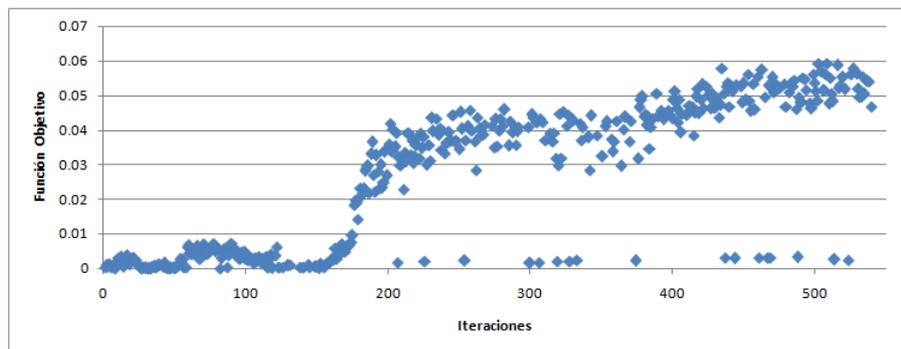


Figura 6: Convergencia del Caso 2

En la Figura 6 se puede apreciar cómo se acerca la solución al valor óptimo para el Caso 2.

Finalmente, a los propósitos de ilustración, en la Figura 7 se muestra la distribución de amplitudes para el oleaje incidente correspondiente a la frecuencia  $\bar{\omega}=0,0068$  rad/s en la condición de pleamar ( $H=14$  m).

## 6. CONCLUSIONES

Se ha propuesto un enfoque de diseño óptimo para la geometría de puertos procurando evitar situaciones de resonancia ante ondas largas y simultáneamente cumplir con restricciones relacionadas con la navegabilidad, operatividad y economía.

Para ello se ha formulado la propagación de ondas largas mediante las ecuaciones linealizadas de la teoría de aguas poco profundas que describen de manera razonablemente precisa las principales características de las oscilaciones portuarias y, al mismo tiempo, se pueden resolver eficientemente mediante diversos procedimientos numéricos.

El enfoque de solución para el problema propuesto consiste en la aplicación del método de los elementos finitos para resolver las ecuaciones gobernantes, y entonces poder evaluar la función objetivo y/o las restricciones, en combinación con el método “recocido simulado” para guiar la búsqueda hacia los valores óptimos de las variables de diseño.

Este procedimiento es poco demandante desde el punto de vista computacional y constituye una herramienta de utilidad para la concepción del diseño preliminar de puertos. En una etapa posterior del proyecto pueden utilizarse modelos físicos o descripciones matemáticas más

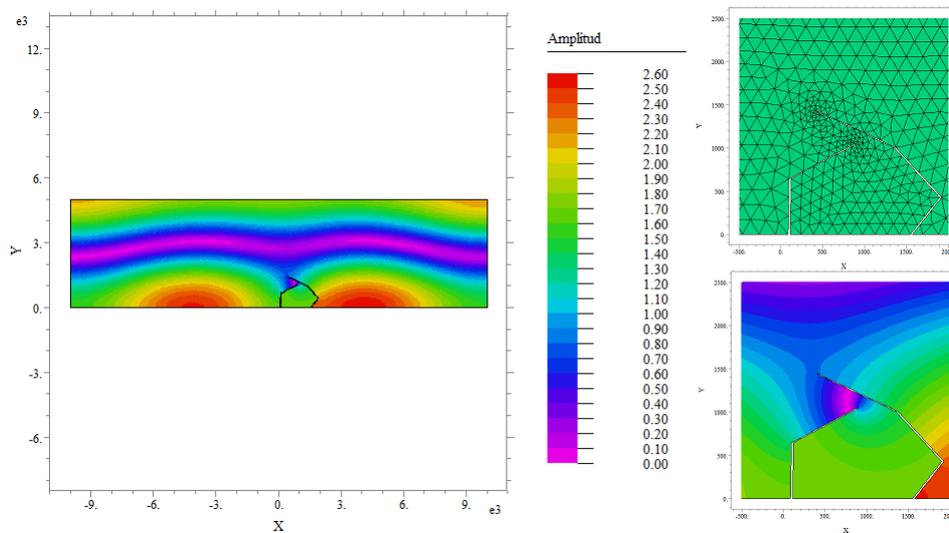


Figura 7: Condiciones de oleaje en pleamar cuando  $\bar{\omega}=0,0068$  rad/s

completas y complejas tales como las ecuaciones de Boussinesq.

En este trabajo, el aspecto de atenuación del oleaje de viento (ondas cortas) se ha considerado de manera indirecta al seleccionar el dominio de búsqueda de las coordenadas de las escolleras. Sin embargo, es posible incorporar esta cuestión de manera directa sustituyendo, para ello, el modelo de aguas poco profundas por la ecuación de Berkhoff que tiene validez para longitudes más cortas y coincide con el anterior para ondas largas.

En los problemas de diseño analizados, se ha supuesto que las ondas largas de la región presentan frecuencias bien definidas. Cuando el espectro tiene un ancho de banda muy amplio, el concepto de diseño es diferente ya que se hace prácticamente imposible evitar situaciones resonantes y entonces las geometrías adecuadas serán aquellas que presenten menor severidad en tales casos. Este aspecto será considerado en un próximo trabajo.

## AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo es parte del proyecto “Modelos matemáticos en ingeniería ambiental” (PID, UTN). Los autores agradecen el auspicio de la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la Universidad Tecnológica Nacional, el Departamento de Ingeniería de la Universidad Nacional del Sur y el CONICET.

## REFERENCIAS

- Bellotti G. Transient response of harbours to long waves under resonance conditions. *Coastal Engineering*, 54:680–693, 2007.
- Chiang W.L. Modelling long and intermediate waves in a harbor. *Applied Mathematical Modelling*, 12:423–428, 1988.
- Cortínez V. y Sequeira M. Diseño acústico óptimo de recintos contemplando baja y alta frecuencia. *Mecánica Computacional*, XXXI:3957–3968, 2012.
- Dominguez P. y Cortínez V. Un método continuo-discreto para el diseño óptimo de transporte urbano. *Mecánica Computacional*, XXXI:3335–3355, 2012.
- Dowland K. y Adenso Díaz B. Diseño de heurísticas y fundamentos del recocido simulado. *Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, 19:93–102, 2003.
- Elchahal G., Younes R., y Lafon P. Optimization of coastal structures: Application on detached

- breakwaters in ports. *Ocean Engineering*, 63:35–43, 2013.
- FlexPDE. V.6, PDE Solutions Inc. 2010. [www.pdesolutions.com](http://www.pdesolutions.com).
- Isebe D., Azerad P., Mohammadi B., y Bouchette F. Optimal shape design of defense structures for minimizing short wave impact. *Coastal Engineering*, 55:35–46, 2008.
- Losada I., Gonzalez-Ondina J., Díaz-Hernandez G., y González E. Numerical modeling of nonlinear resonance of semi-enclosed water bodies: Description and experimental validation. *Coastal Engineering*, 55-1:21–34, 2008.
- Matlab. R2010a The MathWorks, Inc. 2010. [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com).
- Memos C. *Port planning, Port Engineering* (Ed. Gregory P. Tsinker). John Wiley and Son. Canada., 2004.
- Ortiz P. y Pastor M. Un modelo numérico de refracción-difracción de ondas en zonas costeras. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 6:409–436, 1990.
- Ortiz Figueroa M. Agitación por oleaje en el puerto de Ensenada, Baja California, México. medidas de atenuación. *GEOS*, 29, 2009.
- Palomino Monzón M., Almazán Gárate J.L., y Arrayás González J.L. *Oscilaciones en masas de agua confinadas: resonancia en puertos*. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid, 2001.
- Rabinovich A. *Seiches and harbor oscillations, Handbook of Coastal and Ocean Engineering* (Ed. Y.C. Kim. World Scientific Publications, Singapoure, 2009.
- Sarker M., Sleigh A., y Hoyle A. Optimizing the entrance channel layout for a major new port development in the middle east: A numerical model study. *7th International Conference on Coastal, Ports and Marine Structures*, 2006.
- Stoklas C. y Cortínez V. Un enfoque de optimización para el control de vertido de efluentes urbanos en ríos. *Mecánica Computacional*, XXX:3577–3594, 2011.
- Xing X. *Computer modeling for wave oscillation problems in harbors and coastal regions*. Tesis de Doctorado, University of Southern California, 2009.