

DISEÑO DE SISTEMAS DE CONTROL PASIVO DE RUIDO EN RECINTOS INDUSTRIALES

Martín E. Sequeira^{a,b} y Víctor H. Cortínez^{a,b,c}

^a *Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada (CIMTA), Universidad Tecnológica Nacional (FRBB), 11 de Abril 461, 8000, Bahía Blanca, Argentina, <http://www.frbb.utn.edu.ar>*

^b *Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas (CONICET), Argentina, <http://www.conicet.gov.ar>*

^c *Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur, Av. Alem 1253, Bahía Blanca, Argentina, <http://www.uns.edu.ar>*

Palabras Claves: modelo de difusión acústica bidimensional, control pasivo, algoritmo de recocido simulado.

El control de ruido es un factor esencial en plantas industriales de procesos continuos, donde los niveles sonoros están generalmente restringidos en función de normativas cada vez más rigurosas. Los enfoques de control pasivo se basan en el uso de materiales para bloquear y/o absorber el ruido directo y/o reverberante generado por las fuentes sonoras. Generalmente, la mitigación del ruido directo se logra a partir de la utilización de encapsulamientos sobre las fuentes o barreras acústicas, mientras que el ruido reverberante es amortiguado utilizando paneles absorbentes. Una opción interesante en este sentido es la utilización de paneles multicapa. Estos dispositivos presentan configuraciones variadas que incluyen usualmente combinaciones de paneles perforados, materiales absorbentes y/o aislantes, cámaras de aire, etc., permitiendo mejorar notablemente las condiciones acústicas. Las variables de diseño de tales dispositivos vienen dadas, entre otras, por los espesores de cada capa. En este artículo, se presenta una metodología para el diseño óptimo de los dispositivos mencionados, buscando minimizar el nivel sonoro global reverberante dentro de un recinto industrial multi-fuente y respetando ciertas restricciones geométricas previamente impuestas, como el espesor total de cada panel multicapa. El enfoque propuesto se basa en la combinación de un modelo de matriz de transferencia para estimar la absorción del sistema pasivo, un modelo de difusión acústica bidimensional para predecir la distribución sonora y en la técnica de optimización “Recocido Simulado”.

1 INTRODUCCIÓN

Las soluciones técnicas involucradas en el control de ruido en recintos industriales, pueden generar altos costos económicos motivo por el cual se hace necesario diseñarlas cuidadosamente (Gerges y Arenas, 2004). En tal sentido, los enfoques de control pasivo de ruido, si se seleccionan correctamente, pueden ser una solución simple, fiable y duradera. Básicamente, las técnicas tradicionales de control pasivo pueden clasificarse en función del origen del ruido a atenuar, es decir, si corresponde al campo sonoro directo o al reverberante. En el último caso, el ruido puede ser tratado a partir de distintos dispositivos absorbentes correctamente diseñados y dispuestos, por ejemplo, de manera suspendida o recubriendo las paredes y techo del recinto.

Utilizando modelos adecuados, es posible evaluar de manera óptima la eficacia de los dispositivos mencionados, resolviendo un problema de diseño a partir de la definición de ciertas variables junto con una función objetivo y un conjunto de restricciones que deben cumplirse.

En este trabajo, se presenta una metodología de diseño para mitigar el ruido reverberante generado en un recinto con características netamente industriales. Para ello, se pretende calcular la combinación óptima de distintos parámetros geométricos de paneles absorbentes multicapa, que proporcionen la máxima absorción en el rango de frecuencias de interés y el mínimo espesor de material absorbente, de manera simultánea. Los paneles multicapa adoptados están conformados por una cámara de aire, material absorbente y un panel perforado. Las restricciones del diseño contemplan que el espesor del panel multicapa no supere cierta longitud y que el nivel sonoro se encuentre por debajo de un valor límite preestablecido en distintas ubicaciones dentro del recinto.

Existen diversas técnicas de optimización para realizar el enfoque de diseño mencionado (Cappelli D'Orazio y Fontana, 1999). En particular, se propone utilizar el método de Recocido Simulado (*Simulated Annealing*), que resulta especialmente apto para analizar problemas de optimización con varios mínimos locales (Chang et al., 2005; Cortínez y Sequeira, 2012; Sequeira, 2014). Aunque el método de Recocido Simulado permite una rápida convergencia a la solución óptima, aún es necesario realizar una gran cantidad de cálculos de la función objetivo y de las restricciones asociadas. En consecuencia, es muy conveniente utilizar modelos matemáticos que permitan predecir las características absorbentes de los paneles multicapa y la distribución del campo sonoro en el recinto de manera apropiada, en función de la clase de recinto analizado, y a la vez que sean veloces desde el punto de vista computacional.

En particular, los recintos industriales presentan una gran variedad de formas y tipos de superficies. Están caracterizados por grandes volúmenes que contienen múltiples fuentes sonoras y generalmente su altura es menor en comparación con las dimensiones restantes. Una particularidad muy importante de estos recintos radica en que presentan, en menor o mayor grado, objetos distribuidos en sus interiores que condicionan notablemente las características acústicas. Todo esto hace difícil la implementación de un único modelo para describir adecuadamente la propagación sonora en estos ambientes (Ondet y Sueur, 1995).

En los últimos años, se desarrolló un enfoque energético denominado modelo de difusión acústica MDA (Picaut et al., 1997), el cual permite predecir adecuadamente el campo sonoro reverberante en ambientes interiores y, en particular, contempla correctamente las características particulares encontradas en recintos industriales (Billon et al., 2012). Recientemente, los autores han desarrollado una formulación bidimensional del MDA, denominado modelo de difusión acústica simplificado MDAS (Sequeira y Cortínez, 2012). Dicho enfoque presenta tiempos de cómputo aproximadamente 50 veces más rápidos y una

precisión prácticamente equivalente al modelo tridimensional. Esto último lo hace especialmente atractivo para caracterizar el campo sonoro en el contexto de diseño planteado.

Se propone implementar el enfoque de diseño mencionado, utilizando el MDAS, para caracterizar el campo sonoro, y el modelo de matriz de transferencia, para estimar las propiedades absorbentes de los paneles multicapa, en conjunto con la técnica de optimización Recocido Simulado.

2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

El problema de diseño se plantea de forma tal de disminuir el nivel sonoro total reverberante, para las bandas de octava de 250 a 2000 Hz, generado en un recinto industrial multi-fuente. Para ello, se adoptan como soluciones tecnológicas la utilización de paneles absorbentes multicapa (cámara de aire + material absorbente + panel perforado). Se procura obtener el valor máximo de absorción que permita mantener los niveles sonoros por debajo de un nivel sonoro establecido, utilizando el mínimo espesor de material absorbente. De esta manera, se pretende minimizar indirectamente el costo económico de la solución técnica adoptada.

A partir de lo expuesto, el problema de optimización se formula de la siguiente manera:

$$(e_a^+, e_m^+, p\%^+, d^+) = \arg \min FO, \quad (1)$$

donde e_a , e_m , $p\%$ y d corresponden al espesor de la cámara de aire, espesor del material absorbente, la porosidad y el diámetro de los agujeros del panel perforado, respectivamente. La función objetivo FO se define como:

$$FO(e_a, e_m, p\%, d) = \frac{\sum_{k=1}^{N_s} e_{m_k} S_k}{\sum_{f=1}^{N_f} \alpha_{kf} / 4}, \quad (2)$$

donde N_s es el número total de superficies k factibles de tratar acústicamente, S_k es el área de la superficie k y α_{kf} es el coeficiente de absorción del panel absorbente multicapa de la superficie k para la banda de octava f , siendo $N_f = 4$, el número de bandas contempladas. La minimización de la FO está sujeta a las siguientes restricciones:

$$e_t = e_p + e_m + e_a \leq 0.18 \text{ m}, \quad (3)$$

$$L_p(\mathbf{r}) = 10 \log_{10} \left[\sum_{f=1}^{N_f} 10^{\frac{L_{p_{jf}}(\mathbf{r})}{10}} \right] \leq 85 \text{ dB}, \quad (4)$$

donde e_t es el espesor total del panel absorbente multicapa, e_p es el espesor del panel perforado y $L_p(\mathbf{r})$ es el nivel de presión sonora total, el cual se obtiene considerando, en cada punto receptor $\mathbf{r} = (x, y, z)$, la contribución sonora debida a todas las fuentes para cada banda de octava f .

3 MODELOS MATEMATICOS

En esta sección se presentan los modelos utilizados para estimar el coeficiente de absorción sonora del panel absorbente multicapa y para predecir la distribución sonora en el recinto.

3.1 Modelo de panel absorbente multicapa

La solución tecnológica adoptada para mitigar el nivel sonoro reverberante dentro del recinto corresponde a la utilización de paneles absorbentes multicapa compuestos por: una cámara de aire, una capa de material absorbente y un panel perforado. Este tipo de configuración presenta la ventaja de mejorar el rendimiento acústico de los absorbentes y ampliar el rango de frecuencias de absorción. Para obtener la impedancia total del sistema propuesto, se adoptó el modelo de matriz de transferencia (Cox y D'Antonio, 2009; Lee y Chen, 2001).

La Figura 1 muestra la configuración utilizada de un panel multicapa para el caso de una onda plana con incidencia normal.

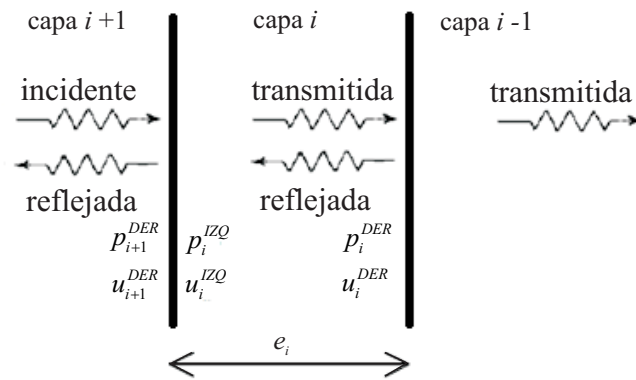


Figura 1: Representación geométrica de la propagación sonora a través de un panel multicapa (adaptado de Cox y D'Antonio, 2009).

Asumiendo continuidad de la presión sonora p y de la velocidad de la partícula u en los bordes de cada capa, es posible relacionar tales variables de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} p_i^{IZQ} \\ u_i^{IZQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{i+1}^{DER} \\ u_{i+1}^{DER} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k_{ci}^{DER} e_i) & j \frac{\omega \rho_i}{k_i^{IZQ}} \operatorname{sen}(k_{ci}^{DER} e_i) \\ j \frac{k_{ci}^{DER}}{\omega \rho_i} \operatorname{sen}(k_{ci}^{DER} e_i) & \cos(k_{ci}^{DER} e_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_i^{DER} \\ u_i^{DER} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

donde i es el número de la capa, p_i^{DER} y u_i^{DER} son la presión sonora y la velocidad de la partícula en el borde derecho de la capa i , p_{i+1}^{DER} y u_{i+1}^{DER} son la presión sonora y la velocidad de la partícula en el borde derecho de la capa $i+1$, p_i^{IZQ} y u_i^{IZQ} son la presión sonora y la velocidad de la partícula en el borde izquierdo de la capa i , $j = \sqrt{-1}$ es la unidad imaginaria y e_i , ρ_i y k_{ci}^{DER} son el espesor, la densidad y el número de onda complejo de la capa i , respectivamente. Luego, si se considera que en el borde derecho de la capa i la impedancia es Z_i^{DER} y en la capa i la impedancia característica es Z_i , entonces la impedancia en el borde derecho de la capa $i+1$ es:

$$Z_{i+1}^{DER} = \frac{-jZ_i^{DER} Z_i \cot(k_{ci} e_i) + Z_i^2}{Z_i^{DER} - jZ_i \cot(k_{ci} e_i)}. \quad (6)$$

Esta formulación se puede aplicar de manera repetitiva a todas las capas que conforman el panel absorbente y de esta manera obtener la impedancia específica normal total del sistema.

El panel absorbente multicapa propuesto en este trabajo se muestra esquemáticamente en la Figura 2.

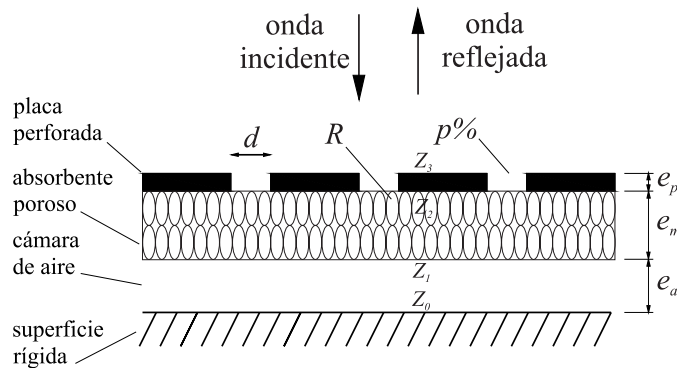


Figura 2: Esquema del panel absorbente multicapa propuesto.

A partir de la expresión (6), la impedancia en la superficie de la cámara de aire (Z_1) se expresa de la siguiente manera:

$$Z_1 = -iZ_0 \cot(k_a e_a), \tag{7}$$

donde $Z_0 = \rho c$ es la impedancia característica del aire, $k_a = \omega / c$ es el número de onda del aire (siendo ω la frecuencia angular) y e_a es el espesor de la cámara de aire. Luego, la impedancia en la superficie del material absorbente (Z_2) se obtiene resolviendo:

$$Z_2 = \frac{-iZ_1 Z_m \cot(k_m e_m) + Z_m^2}{Z_1 - jZ_m \cot(k_m e_m)}, \tag{8}$$

donde Z_m y k_m son la impedancia característica y el número de onda complejo, respectivamente, del material absorbente considerado. Dichos parámetros se estiman utilizando el modelo de Delany y Bazley (1970). Esta formulación, obtenida a partir del ajuste de una gran cantidad de datos experimentales, permite estimar Z_m y k_m , a partir de la resistividad al flujo R y de la frecuencia f . Las expresiones se definen como:

$$\begin{cases} Z_m = \rho c (1 + 0.05 \Xi^{-0.754} - j0.087 \Xi^{-0.732}), \\ k_m = \frac{\omega}{c} (1 + 0.0978 \Xi^{-0.7} - j0.189 \Xi^{-0.595}), \end{cases} \tag{9}$$

donde Ξ es un parámetro adimensional definido a partir de la siguiente expresión:

$$\Xi = \frac{\rho_0 f}{R}. \tag{10}$$

Dado que el modelo precedente fue determinado de manera empírica, presenta ciertas restricciones en su aplicabilidad. En tal sentido, el parámetro Ξ está restringido a $0.01 \leq \Xi \leq 1$, ya que los valores medidos de R están limitados a $1000 \leq R \leq 50000$ Rayls/m. Esto significa que la formulación es válida en un rango definido de frecuencias y, particularmente, los resultados son imprecisos a baja frecuencia ($f < 200$ Hz).

Para caracterizar la impedancia acústica específica normal del panel perforado (Z_p) se utiliza el modelo de Beranek and Vér (1992) cuya expresión es:

$$\begin{cases} Z_p = \frac{\rho}{(100 \times p\%)} \sqrt{8\nu\omega} \left(1 + \frac{e_p}{d}\right) + j \frac{\omega\rho_0}{(100 \times p\%)} \left[\sqrt{\frac{8\nu}{\omega}} \left(1 + \frac{e_p}{d}\right) + e_p + \delta \right], \\ \delta = 0.85d \left[1 - 1.47(100 \times p\%)^{1/2} + 0.47(100 \times p\%)^{3/2} \right], \end{cases} \quad (11)$$

donde ν es la viscosidad cinemática del aire ($15 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$) y δ es el factor de corrección de borde que considera la impedancia de radiación del cuello de las perforaciones.

Finalmente, la impedancia acústica normal global (Z_3) del panel multicapa queda definida de la siguiente manera:

$$Z_3 = Z_2 + Z_p. \quad (12)$$

Una vez estimado el valor de la impedancia acústica global, es posible obtener el coeficiente de absorción sonora para incidencia normal, en función de las variables de diseño mencionadas en la sección anterior. Dicho coeficiente se determina a partir de la siguiente expresión:

$$\alpha(e_a, e_m, e_p, p\%, d, R) = 1 - \left| \frac{Z_3 - \rho c}{Z_3 + \rho c} \right|^2. \quad (13)$$

3.2 Modelo de difusión acústica (MDA)

El MDA es un enfoque energético que permite predecir adecuadamente el campo sonoro reverberante en ambientes interiores a partir de una analogía física entre la propagación del sonido en recintos con superficies reflejantes difusivas y la propagación de partículas de un medio gaseoso en un fluido difusivo. Dicha analogía fue desarrollada por Picaut *et al.* (1997). Este modelo presenta la ventaja que puede ser fácilmente resuelto mediante distintos métodos numéricos, en particular el Método de los Elementos Finitos MEF.

A partir de lo expuesto, es posible expresar la respuesta estacionaria de la distribución de la densidad de energía sonora $w_f(\mathbf{r})$, para una frecuencia f y en una posición dada $\mathbf{r} = (x, y, z)$, considerando una fuente sonora omnidireccional $q_f(\mathbf{r})$ radiando espacialmente dentro del recinto, mediante el siguiente sistema de ecuaciones (Valeau *et al.*, 2006; Jing y Xiang, 2008):

$$-D\nabla^2 w_f(\mathbf{r}) + \sigma_f w_f(\mathbf{r}) = q_f(\mathbf{r}) \text{ en } V_r, \quad (14)$$

$$D \frac{\partial w_f(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{n}} + A_f w_f(\mathbf{r}) = 0 \text{ sobre } S_r, \quad (15)$$

donde ∇^2 representa el operador laplaciano, V_r y S_r son el volumen y el área de las superficies del recinto, $\sigma w(\mathbf{r})$ es un término que describe las pérdidas de energía por unidad de volumen dentro del recinto, D es el coeficiente de difusión acústica, A_f es un factor de absorción de las superficies y \mathbf{n} es el vector normal exterior a cada superficie.

Para simular la acústica en un recinto con obstáculos distribuidos en su interior (máquinas, bancos de trabajo, estanterías, etc.), se asume que la configuración es análoga a un medio de propagación que contiene una combinación de objetos dispersores representando, por un lado, a las superficies interiores del recinto y por el otro, a los obstáculos ubicados dentro del mismo (Kurze, 1985; Valeau *et al.*, 2007). En estos casos, los obstáculos se modelan

estadísticamente y el coeficiente de difusión D se define de la siguiente manera:

$$D = \frac{c\lambda_r\lambda_{fitt}}{3(\lambda_r + \lambda_{fitt})}, \quad (16)$$

donde $\lambda_r = 4V_r/S_r$ es el camino libre medio del recinto, λ_{fitt} es el camino libre medio de los objetos distribuidos en el interior (*fittings*) y c es la velocidad del sonido. Los subíndices r y $fitt$ hacen referencia a las variables relacionadas con el recinto y los obstáculos, respetivamente.

El término disipativo σ , contempla la contribución de atenuación debida a la atmósfera y a la absorción de los obstáculos (α_{fitt}) dentro el recinto y se expresa de la siguiente manera (Billon *et al.*, 2008; Valeau *et al.*, 2007):

$$\sigma_f = \frac{c\alpha_{fitt}}{\lambda_{fitt}} + m_f c, \quad (17)$$

siendo m el coeficiente de absorción del aire.

La ecuación (15) corresponde a las condiciones de borde sobre las superficies interiores, donde el factor A_f puede adoptar diferentes expresiones a fin de modelar cada superficie interior con el rango completo de posibles coeficientes de absorción. En este trabajo, se utiliza un factor de absorción modificado, propuesto por Jing y Xiang (2008):

$$A_f = \frac{c\alpha_f}{2(2 - \alpha_f)}. \quad (18)$$

La dependencia con la frecuencia queda establecida en los distintos términos de absorción considerados.

El nivel de presión sonora total L_{p_f} se determina sumando las contribuciones del campo directo y del reverberante estacionario, este último obtenido a través de la solución del sistema de ecuaciones (14) y (15). El campo acústico así resultante queda formulado de la siguiente manera (Valeau *et al.*, 2006):

$$L_{p_f}(\mathbf{r}) = 10 \log_{10} \left\{ \frac{\rho c}{P_{ref}^2} \left[\int_{V_s} \frac{q_f(\mathbf{r})}{4\pi r^2} e^{-r/\lambda_{fitt}} dV_s + c w_f(\mathbf{r}) \right] \right\} \text{ en dB}, \quad (19)$$

donde $r = \|\mathbf{r} - \mathbf{rs}\|$ expresa la distancia entre un punto receptor y un punto arbitrario de la fuente \mathbf{rs} en el subdominio de la fuente V_s , ρ es la densidad del aire y $p_{ref} = 2 \times 10^{-5}$ Pa.

El término correspondiente al campo directo (primer término) de la ecuación (19) está formulado de manera general. En este trabajo, se considera cada fuente sonora como puntual con una potencia constante W_s ($W_0 = 10^{-12}$ vatios). De esta manera la potencia sonora volumétrica, para la frecuencia f , queda expresada de la siguiente manera:

$$q_f = \sum_{s=1}^M W_{sf} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) = \sum_{s=1}^M \left[10^{(L_{w_{sf}}/10)} \times W_0 \right] \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j), \quad (20)$$

donde $L_{w_{sf}}$ corresponde al nivel de potencia sonora de la fuente s para la frecuencia f .

3.3 Modelo de difusión acústico simplificado (MDAS)

El modelo de difusión acústica tridimensional MDA puede ser reducido

(aproximadamente) a un modelo bidimensional, mediante la aplicación del método de Kantorovich (Kantorovich y Krylov, 1964; Cortínez y Laura, 1990). Ésta es una técnica bien conocida de reducción de ecuaciones diferenciales que ocupa una posición intermedia, desde el punto de vista de la precisión lograda, entre la solución exacta de un problema determinado y una solución aproximada que se obtiene a partir de los métodos de Ritz y Galerkin. En tal sentido, la densidad de energía reverberante $w(\mathbf{r})$ se puede aproximar, en su forma más simple, como el producto de dos funciones particulares: una, correspondiente a la variación de la energía en el plano y , la otra, considerando la variación en la altura (Sequeira y Cortínez, 2012). De esta manera, resulta:

$$w_f(\mathbf{r}) \approx \tilde{w}_f(\mathbf{r}) = G_f(x,y) \times Z(z), \quad (21)$$

donde $G_f(x,y)$ es una función desconocida y $Z(z)$ es una función seleccionada *a priori* a los efectos de aproximar la variación energética vertical. La forma más simple de efectuar la aproximación mencionada es mediante el siguiente polinomio de segundo grado:

$$Z(z) = 1 + a_1 z + b_1 z^2, \quad (22)$$

donde los coeficientes del polinomio a_1 y b_1 se determinan a partir de las condiciones de borde mixtas, definidas en los planos horizontales extremos inferior y superior (piso y techo) del recinto:

$$D \frac{\partial Z(z)}{\partial z} = A_{\text{inf}_f} Z(z) \text{ sobre } S_{\text{inf}}, \quad (23)$$

$$D \frac{\partial Z(z)}{\partial z} = -A_{\text{sup}_f} Z(z) \text{ sobre } S_{\text{sup}}, \quad (24)$$

donde los subíndices inf y sup hacen referencia a la superficie inferior y superior, respectivamente.

Sustituyendo la expresión aproximada (21) en la ecuación diferencial (14) del MDA, se obtiene la función *error* o *residual* ε_V , definida como:

$$-D\nabla^2 \tilde{w}_f(\mathbf{r}) + \sigma_f \tilde{w}_f(\mathbf{r}) - q_f(\mathbf{r}) = \varepsilon_V(\mathbf{r}, \tilde{w}) \text{ en } V_r. \quad (25)$$

Esta función residual es igual a cero, cuando \tilde{w} se corresponde con la solución exacta (es decir, para $\tilde{w} = w$). Razonando de la misma manera, la integral del producto entre la función residual y una función arbitraria ψ debe ser igual a cero para que la solución del problema sea exacta, es decir, se debe cumplir la condición de ortogonalidad entre ε_V y ψ (Kantorovich y Krylov, 1964):

$$\int_{V_r} \varepsilon_V(\mathbf{r}, \tilde{w}) \psi(\mathbf{r}) dV_r = 0. \quad (26)$$

De acuerdo a la metodología utilizada, la función ψ se expresa de la siguiente forma:

$$\psi(\mathbf{r}) = Z(z)\phi(x,y), \quad (27)$$

donde $\phi(x,y)$ es una función arbitraria. Sustituyendo la ecuación (26) en (27) y reordenando la expresión resultante, se obtiene:

$$\int_{\Omega_r} \phi(x,y) \left[\int_0^H \varepsilon_{\nu}(\mathbf{r}, \tilde{w}) Z(z) dz \right] dx dy = 0, \quad (28)$$

donde Ω_r representa el dominio en el plano horizontal del recinto analizado y H es la altura del recinto. Considerando el carácter arbitrario de la función ϕ , la expresión entre corchetes debe ser igual a cero. Entonces, reemplazando la expresión correspondiente a la función residual (25) en la ecuación precedente, se obtiene la siguiente expresión integral:

$$\int_0^H \left\{ \left[\frac{\partial \tilde{w}_f(\mathbf{r})}{\partial t} - D \nabla^2 \tilde{w}_f(\mathbf{r}) + \sigma_f \tilde{w}_f(\mathbf{r}) - q_f(\mathbf{r}) \right] Z(z) \right\} dz = 0. \quad (29)$$

Luego, operando de la misma manera con la ecuación correspondiente a las condiciones de borde (15), la expresión integral resulta:

$$\int_0^H \left\{ \left[D \nabla \tilde{w}_f(\mathbf{r}) + A_f \tilde{w}_f(\mathbf{r}) \right] Z(z) \right\} dz = 0. \quad (30)$$

Reemplazando la expresión de la densidad de energía aproximada (21) en las ecuaciones (29) y (30) y reordenando las expresiones, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones, correspondiente a la formulación simplificada del modelo de difusión acústica:

$$-D_{z_1} \nabla_p^2 G_f(x,y) + (D_{z_2} - \sigma_{z_f}) G_f(x,y) = q_{z_f}(x,y) \text{ en } \Omega_r, \quad (31)$$

$$D_{z_1} \frac{\partial G_f(x,y)}{\partial \mathbf{n}} + G_f(x,y) A_{z_f} = 0 \text{ sobre } \Gamma_r, \quad (32)$$

donde Ω_r representa el dominio en el plano y Γ_r es el perímetro. A partir de las expresiones anteriores se efectúan las siguientes definiciones:

$$D_{z_1} = \int_0^H D Z(z)^2 dz, \quad (33)$$

$$D_{z_2} = \int_0^H D \left(\frac{d^2 Z(z)}{dz^2} Z(z) \right) dz, \quad (34)$$

$$\sigma_{z_f} = \int_0^H \sigma_f Z(z)^2 dz, \quad (35)$$

$$q_{z_f} = \int_0^H q_f Z(z) dz, \quad (36)$$

$$A_{z_f} = \int_0^H A_{lat_f} Z(z)^2 dz. \quad (37)$$

Finalmente, el nivel de presión sonora total L_{p_f} se obtiene a partir de la expresión (19).

4 TÉCNICA DE OPTIMIZACIÓN: MÉTODO DE RECOCIDO SIMULADO

Es una técnica heurística de optimización combinatoria basada en la generación aleatoria de soluciones factibles cuya principal característica es la de evitar que la búsqueda de la solución finalice en óptimos locales (Burkard y Rendl, 1988). Para ello, el algoritmo permite que algunos movimientos sean hacia soluciones peores pero deben efectuarse de un modo

controlado. Esto se logra regulando la frecuencia de los movimientos de escape, a partir de una función que permite disminuir la probabilidad de estos movimientos hacia peores soluciones conforme se avanza en la búsqueda. El concepto general del algoritmo fue desarrollado por Kirkpatrick *et al.* (1983).

El algoritmo comienza definiendo una configuración inicial de las variables de diseño $X_0 = \{e_a, e_m, p\%, d\}$ dentro de la región factible del problema. A partir de esto, se genera sucesivamente una nueva configuración X' , determinada en un dominio reducido $N(X)$ del entorno de la configuración actual X . La región factible se establece a partir del conjunto de configuraciones que cumplen con las restricciones impuestas del problema. En cada iteración, la nueva configuración X' es aceptada como actual, de acuerdo a la evaluación del cambio en la función objetivo $\Delta FO = FO(X') - FO(X)$. Si el cambio es negativo ($\Delta FO \leq 0$), la nueva configuración será admitida como la solución actual. En caso contrario ($\Delta FO > 0$), la aceptación del incremento será determinada en función de un cierto criterio probabilístico, definido como:

$$\text{prob}(\Delta FO, T) = \exp\left(-\frac{\Delta FO}{T}\right) > \text{num}, \quad (38)$$

donde T es un parámetro de control de convergencia conocido como temperatura (el nombre se este último deriva de la analogía física del método) y num es un número aleatorio generado dentro del intervalo $[0,1]$. En consecuencia, las configuraciones con un valor de la función objetivo muy bajo son aceptadas incondicionalmente, mientras que las configuraciones con un valor de la función objetivo mayor son aceptadas con más probabilidad al principio, cuando la temperatura es alta, pero a medida que avanza el proceso (y la temperatura va disminuyendo), se hacen menos probables. Así, el algoritmo permite aceptar configuraciones peores que la actual, con el fin de escapar de los mínimos locales.

La función T , que determina y controla la convergencia del algoritmo, juega un rol fundamental en la eficiencia del método. En este trabajo, se utiliza la función propuesta por Vidal (2003), cuyo principal objetivo es obtener un equilibrio entre el tiempo final de ejecución y el número de búsquedas. De esta manera se plantea la disminución de T , por medio de la siguiente expresión:

$$T_{a+1} = \frac{T_a}{1 + T_a^2}. \quad (39)$$

Con este esquema modificado se logra disminuir T más rápidamente al inicio del algoritmo. El efecto más importante de esto es evitar aceptar en un comienzo la mayoría de las configuraciones factibles y en consecuencia reducir los tiempos de cálculo.

Al inicio del algoritmo se define una temperatura inicial T_0 y el sistema progresa de una temperatura T_a a otra T_{a+1} cuando un número de iteraciones n se ha completado. Para que todas las posibles soluciones puedan ser aceptadas con la misma probabilidad, T_0 debe ser suficientemente alta. Una expresión adecuada para T_0 , formulada por Pérowski y Taillard (2006), está dada por:

$$T_0 = r_a \times \max \Delta FO, \quad (40)$$

donde r_a es un valor escalar mucho mayor que 1.

Finalmente, el proceso se repite hasta que la temperatura alcance un valor final predefinido como T_{final} (criterio de convergencia establecido). El esquema general del algoritmo ha sido presentado por los autores en otro trabajo (Cortínez y Sequeira, 2009).

5 APLICACIÓN NUMÉRICA

A los efectos de implementar el enfoque de diseño óptimo presentado en la sección 2, se adoptó una configuración hipotética de un recinto industrial multi-fuente con una altura de 4 m. Se contemplaron 6 fuentes sonoras puntuales omnidireccionales ubicadas a una altura de 1 m cada una y 26 puntos receptores \mathbf{r} para evaluar la restricción impuesta ($L_p(\mathbf{r}) < 85$ dB). El nivel sonoro total se evalúa contemplando las bandas de octava de 250 a 2000 Hz. Los puntos receptores se ubicaron a una altura de 1.5 m. Se consideró una densidad de objetos, distribuidos en todo el recinto, de 0.12 l/m (correspondiente a un camino libre medio entre obstáculos $\lambda_{frit} = 8.45$ m). Los coeficientes de absorción adoptados para los objetos son 0.10, 0.12, 0.15 y 0.14 para las bandas de octava de 250, 500, 1000 y 2000 Hz, respectivamente. En la situación inicial (previo al tratamiento acústico), los coeficientes de absorción de todas las superficies del recinto son 0.07, 0.08, 0.08 y 0.09 para las bandas de 250, 500, 1000 y 2000 Hz, respectivamente.

Se consideró un coeficiente de absorción atmosférica $m = 0.0003, 0.0005, 0.001, 0.003 \text{ m}^{-1}$, para las bandas de 250, 500, 1000 y 2000 Hz, respectivamente.

En la Figura 3 se observa el esquema del recinto analizado junto con las ubicaciones de las fuentes sonoras y los receptores mencionados. Las características acústicas de las fuentes sonoras se muestran en la Tabla 1.

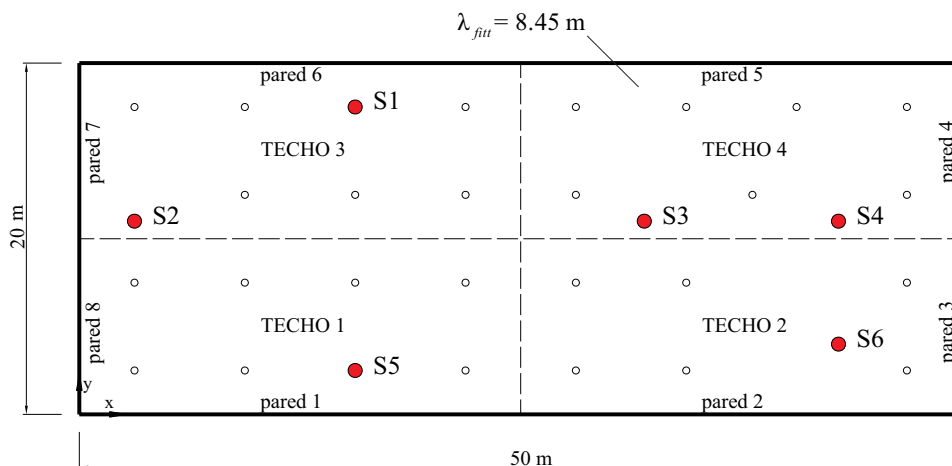


Figura 3: Esquema del recinto multi-fuente propuesto con la ubicación de las fuentes sonoras (●) y los puntos receptores (○).

Fuente sonora	Coordenadas (m)		Nivel de potencia sonora L_w (dB)			
	x	y	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz
S1	15.6	17.5	95	100	88	85
S2	3.1	11	97	101	93	95
S3	32	11	100	105	98	96
S4	43	11	99	104	95	97
S5	15.6	2.5	102	106	98	100
S6	43	4	99	104	95	97

Tabla 1: Niveles de potencia sonora L_w y coordenadas de las fuentes sonoras.

Se seleccionaron 12 superficies factibles de recibir tratamiento acústico. Para ello, se dividió la superficie del techo en 4 sub-áreas iguales (techo1, techo2, techo3 y techo4) y las

superficies de las paredes en 8 aéreas con diferentes dimensiones (ver Figura 3).

Se adoptaron los siguientes valores para las variables involucradas: $0 \text{ m} \leq e_a \leq 0.08 \text{ m}$, $0 \text{ m} \leq e_m \leq 0.08 \text{ m}$, $5\% \leq p\% \leq 40\%$, $0.002 \text{ m} \leq d \leq 0.02 \text{ m}$, $e_p = 0.001 \text{ m}$ y $R = 18000$ Rayls/m, correspondiente a una lana mineral con una densidad de 100 kg/m^3 (Wang y Torng, 2001).

El enfoque propuesto de diseño se implementa integrando el programa Matlab[®] y la herramienta computacional basada en el Método de los Elementos Finitos, FlexPDE[®]. Las características absorbentes de los paneles multicapa se obtienen implementando la rutina mencionada en la sección 3.1 en entorno Matlab[®]. Luego es posible caracterizar el campo sonoro para lo cual se emplea la técnica de elementos finitos para resolver las ecuaciones diferenciales correspondientes al modelo de difusión acústica bidimensional MDAS. Como única limitación del cálculo por elementos finitos se procura que cada elemento que conforma el mallado tenga un tamaño mínimo del orden de un camino libre medio del recinto analizado. Las reflexiones sobre las superficies interiores se consideran difusas.

El proceso de optimización se realizó en entorno Matlab[®] vinculando iterativamente la soluciones de los modelos correspondientes, en función de las frecuencias analizadas y la técnica de Recocido Simulado. Dado el carácter heurístico de esta última, se realizaron varias simulaciones previas a los efectos de verificar la correcta convergencia del algoritmo en función de los parámetros de control empleados.

5.1 Diseño acústico óptimo

Los resultados del proceso de optimización se muestran en la Tabla 2. El valor óptimo de la función objetivo es de $FO = 6.56$ y se alcanza alrededor de las 1377 iteraciones. El tiempo de cómputo empleado durante el proceso fue de aproximadamente 2 horas. A modo de ejemplo, se muestra, en la Figura 4, la curva de absorción óptima obtenida para la Pared 3.

En la Figura 5, se observa la distribución del nivel de presión sonora considerando la situación acústica original (sin tratamiento acústico) y posterior a la implementación del tratamiento. Se aprecia que una vez implementados los paneles absorbentes, el nivel sonoro total $L_p(\mathbf{r}) < 85 \text{ dB}$ en los puntos receptores.

Superficie	Variables de diseño				Coeficiente de absorción (α)			
	e_a (m)	e_m (m)	$p\%$ (%)	d (m)	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz
Techo 1	0.038	0.050	15.5	0.010	0.60	0.93	0.93	0.92
Techo 2	0.073	0.041	40	0.009	0.69	0.94	0.87	0.99
Techo 3	0.059	0.031	12	0.016	0.58	0.99	0.75	0.77
Techo 4	0.059	0.031	36.5	0.010	0.51	0.91	0.96	0.83
Pared 1	0.052	0.070	33	0.016	0.72	0.86	0.90	0.97
Pared 2	---	---	---	---	0.07	0.08	0.08	0.09
Pared 3	0.052	0.080	29.5	0.020	0.73	0.84	0.93	0.96
Pared 4	0.031	0.031	19	0.007	0.29	0.75	0.99	0.89
Pared 5	0.017	0.080	15.5	0.015	0.69	0.91	0.94	0.74
Pared 6	0.017	0.050	33	0.002	0.39	0.81	0.96	0.95
Pared 7	0.073	0.021	8.5	0.017	0.61	0.95	0.42	0.36
Pared 8	0.031	0.021	12	0.015	0.18	0.70	0.84	0.41

Tabla 2: Tipo de tratamiento acústico seleccionado.

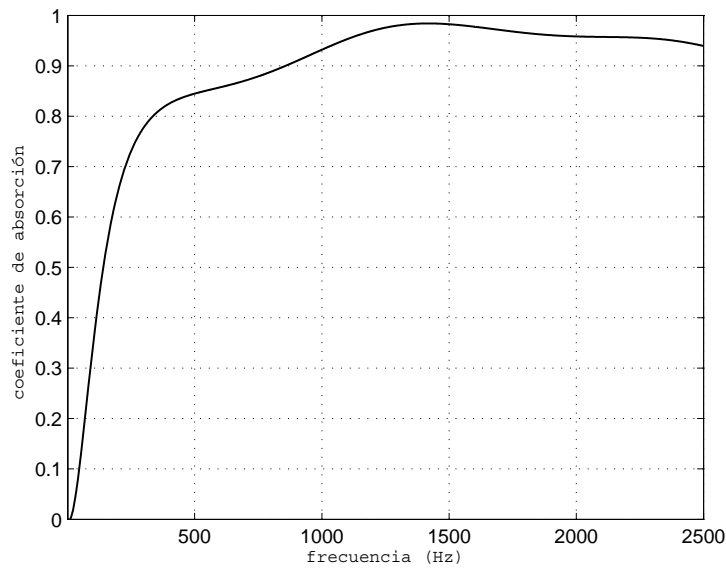


Figura 4: Coeficiente de absorción óptimo para la configuración del panel multicapa en la Pared 3.

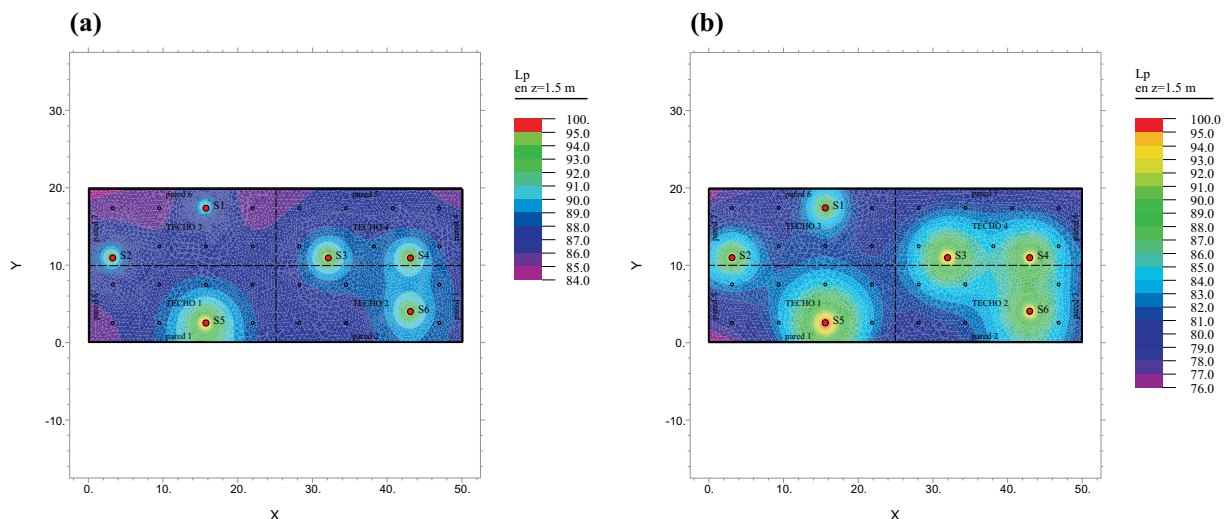


Figura 5: Distribución del nivel sonoro L_p : (a) sin tratamiento acústico, (b) con tratamiento acústico.

A los efectos de mostrar la eficacia de la metodología presentada, se consideran dos situaciones de diseño adicionales, donde se adoptan las características del panel multicapa obtenidas para la Pared 3 y para el Techo 1 en todas las superficies interiores. El valor de la función objetivo FO obtenido es de 12.1 y 7.71, respectivamente. Se muestra que ambas situaciones presentan un valor de la FO superior a la condición óptima.

6 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado, mediante un enfoque de optimización, un método efectivo para efectuar el diseño óptimo en un recinto industrial multi-fuente, procurando atenuar el nivel sonoro reverberante a partir de maximizar la absorción de paneles multicapa, en el rango de frecuencias de interés, y limitando el espesor del material absorbente utilizado. De esta manera, se contempla de manera indirecta el costo económico de las soluciones técnicas ensayadas.

El enfoque propuesto fue resuelto de manera satisfactoria utilizando el método de matriz de transferencia, para caracterizar las propiedades absorbentes de los paneles multicapa y el modelo bidimensional de difusión (MDAS), para estimar la distribución sonora en el recinto, en conjunto con la técnica heurística Recocido Simulado.

En particular, la utilización del MDAS permite contemplar adecuadamente las características geométricas y acústicas inherentes a los ambientes industriales y permite implementar el proceso con un costo asociado relativamente bajo lo que posibilita el estudio de una mayor cantidad de configuraciones.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es parte del proyecto “Modelos Matemáticos en Ingeniería Ambiental” (Director: Dr. V.H. Cortínez, Secyt, Universidad Tecnológica Nacional). La participación de M.E. Sequeira en este trabajo se ha llevado a cabo gracias a una beca posdoctoral otorgada por CONICET.

REFERENCIAS

- Beranek, L.L., y Vér, I.L., *Noise and Vibration Control Engineering*, New York: John Wiley and Sons, 1992.
- Billon, A., Picaut, J., Foy, C., Valeau, V., y Sakout, A., Introducing atmospheric attenuation within a diffusion model for room-acoustic predictions. *Journal of the Acoustical Society of America*, 123(6): 4040–4043, 2008.
- Billon, A., Picaut, J., Valeau, V., y Sakout, A., Acoustic Predictions in Industrial Spaces Using a Diffusion Model. *Advances in Acoustics and Vibration*, Article ID 260394, 9 pages. doi:10.1155/2012/260394, 2012.
- Burkard, R., y Rendl, F., A thermodynamically Motivated Simulation Procedure for Combinatorial Optimization Problems. *European Journal of Operational Research*, 17: 169–174, 1988.
- Cappelli D’Orazio, M., y Fontana, D.M., Optimization of the acoustical absorption characteristics of an enclosure. *Applied Acoustics*, 57:139–162, 1999.
- Chang, Y-C., Yeh, L-J., y Chiu, M-C., Optimization of constrained composite absorbers using simulated annealing. *Applied Acoustics*, 66:341–352, 2005.
- Cortínez, V.H., y Laura, P.A.A., Analysis of vibrating rectangular plates of discontinuously varying thickness by means of the Kantorovich extended method. *Journal of Sound and Vibration*, 137(3): 457–461, 1990.
- Cortínez, V.H., y Sequeira, M.E., Un enfoque híbrido para el rediseño acústico óptimo de recintos industriales. *Mecánica Computacional*, Vol. XXVIII, 39–61, ISSN: 1666-6070, 2009.
- Cortínez, V.H., y Sequeira, M.E., Diseño acústico óptimo de recintos contemplando baja y alta frecuencia. *Mecánica Computacional*, Vol. XXXI, 3957–3968, ISSN: 1666-6070, 2012.
- Cox, T.J., y D’Antonio, P., *Acoustic absorbers and diffusers; theory design and application*. 2nd edition. Taylor & Francis, 2009.
- Delany, M.E., y Bazley, E.N., Acoustical properties of fibrous absorbent materials. *Applied Acoustics*, 3:105–116, 1970.
- Gerges, S.Y., y Arenas, J.P., *Fundamentos y control del ruido y vibraciones*, NR Editora, Florianópolis, 2004.
- Jing, Y., y Xiang, N., On boundary conditions for the diffusion equation in room-acoustic prediction: Theory, simulations and experiments. *Journal of the Acoustical Society of*

- America*, 123(1):145–153, 2008.
- Kantorovich, L.V., y Krylov, V.I., *Approximate Methods of Higher Analysis*. 3rd ed. New York: Interscience Publishers, Groningen: Noordhoff, 1964.
- Kirkpatrick S., Gelatt C., y Vecchi M., Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 20:671–680, 1983.
- Kurze, U.J., Scattering of sound in industrial spaces. *Journal of Sound and Vibration*, 98(3): 349–364, 1985.
- Lee, F-C., y Chen, W-H., Acoustic transmission analysis of multi-layer absorbers, *Journal of Sound and Vibration*, 248(4): 621-634, 2001.
- Ondet, A.M., y Sueur, J., Development and validation of a criterion for assessing the acoustic performance of industrial rooms. *Journal of the Acoustical Society of America*, 97(3): 1727–1731, 1995.
- Pérowski, A., y Taillard, E., *Metaheuristics for hard optimization*, Springer, 2006.
- Picaut, J., Simon, L., y Polack, J.D., A mathematical model of diffuse sound field based on a diffusion equation. *Acta Acustica*, 83:614–621, 1997.
- Sequeira, M.E., y Cortínez V.H., A simplified two-dimensional acoustic diffusion model for predicting sound levels in enclosures. *Applied Acoustics*, 73:842–848, 2012.
- Sequeira, M.E., Rediseño acústico óptimo de recintos industriales, Tesis doctoral, Universidad Nacional del Sur, Argentina, 2014.
- Valeau, V., Picaut, J., y Hodgson, M., On the use of a diffusion equation for room-acoustic prediction, *Journal of the Acoustical Society of America*, 119:1504–1513, 2006.
- Valeau, V., Hodgson, M., y Picaut, J., A diffusion-based analogy for the prediction of sound fields in fitted rooms. *Acustica/Acta Acustica*, 93(1): 94–105, 2007.
- Vidal, M.C., Un procedimiento heurístico para resolver problemas de asignación cuadrática, Tesis de Magister, Universidad Nacional del Sur, Argentina, 2003.
- Wang, C.N., y Torng, J.H., Experimental study of the absorption characteristics of some porous fibrous materials. *Applied Acoustics*, 62(4):447–459, 2001.