

## CARACTERIZAÇÃO DE VIDA EM FADIGA PELO MÉTODO DE ELEMENTOS DISCRETOS

<sup>1</sup>Fernando S. Soares, <sup>2</sup>Ignacio Iturrioz

*Grupo de Mecânica Aplicada, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Sarmiento Leite 435, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil.*

<sup>1</sup>*Doutorando, e-mail: [szs.fernando@gmail.com](mailto:szs.fernando@gmail.com)*

<sup>2</sup>*Professor Dr., e-mail: [ignacio@mecanica.ufrgs.br](mailto:ignacio@mecanica.ufrgs.br)*

**Palavras Chave:** Fadiga, materiais quase frágeis, elementos discretos.

**Resumo.** É uma verdade incontestável que a fadiga constitui um dos problemas mais críticos em engenharia, especialmente em estruturas formadas por materiais dúcteis. Por essa razão, uma grande quantidade de métodos e estudos tem sido desenvolvida para tratar deste problema. No entanto, no caso de materiais quase frágeis como concreto, rochas cerâmicas e alguns tipos de materiais compostos, o efeito que cargas oscilantes produzem sobre estes materiais é menos conhecido e aparentemente também menos crítico. No presente trabalho, se utiliza uma versão do método dos elementos discretos formado por barras para explorar as possibilidades do mesmo na simulação do efeito de fadiga em materiais quase frágeis. Simulações sobre corpos de prova simples são apresentadas e vários aspectos deste estudo são discutidos, entre eles: influência da escala dos modelos na velocidade de propagação das fissuras e se a lei de crescimento prevista por Paris se apresenta nas simulações realizadas.

## 1 INTRODUÇÃO

Na indústria moderna, a competitividade induz a trabalhar com estruturas mais leves em condições de trabalho rigorosas. Dentre os diversos aspectos a serem avaliados quando a estrutura está submetida a cargas oscilantes e/ou trabalha num ambiente agressivo, a verificação do componente a ruptura por fadiga se faz indispensável.

Métodos que permitam prever o comportamento de materiais, levando em conta os diferentes tipos de não linearidades envolvidos, estão disponíveis em sistemas de elementos finitos comerciais, mas no que se refere à determinação da vida em fadiga, os métodos empregados são empíricos ou semi empíricos, entre eles se destacam dois procedimentos típicos, aqueles que permitem prever a nucleação de um defeito (fadiga clássica de Wöhler), e os que se baseiam na propagação subcrítica de um defeito já nucleado (metodologias fundamentadas na lei de Paris).

Metodologias de cálculo baseadas na mecânica dos meios contínuos têm evoluído de forma intensa nos últimos anos, permitindo modelar problemas nos quais ruptura ou fragmentação estão fora da área de interesse, os resultados obtidos são de grande utilidade, mas quando o fenômeno que se quer estudar implica em prever como o material passa de um contínuo a criar descontinuidades internas, a hipótese dos meios contínuos torna-se inadequada para modelar o processo de dano.

Neste contexto, no presente trabalho se pretende explorar a propagação subcrítica de defeitos nucleados em um corpo de material quase frágil, sob cargas oscilantes, sem embutir leis que induzam comportamentos de fadiga conhecidos, utilizando para isto um método da chamada mecânica do descontínuo. O método de elementos discretos (MED) a ser utilizado consiste num arranjo regular de barras, onde as massas são concentradas nos nós e as barras do arranjo têm leis constitutivas uniaxiais relacionadas, equivalentes ao contínuo que querem representar.

## 2 LEI DE PARIS

Segundo a metodologia proposta por Paris (1961), a forma clássica de ilustração do comportamento de um material sujeito à fadiga se dá pela curva que relaciona valores do logaritmo na base dez de  $da/dN$  (velocidade de propagação da trinca) e  $\Delta K$  (variação do fator de intensidade de tensões). A curva é ilustrada, em forma genérica, na Figura 1.

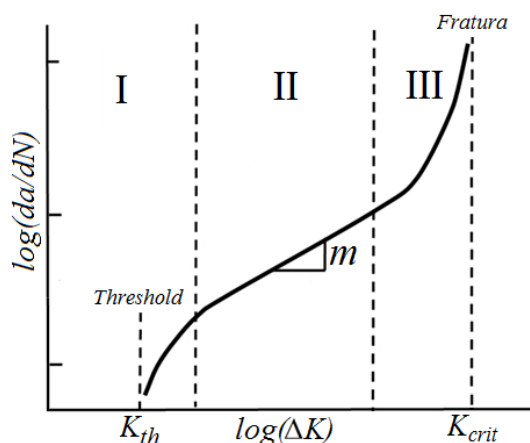


Figura 1: Comportamento típico de propagação de trinca

A expressão conhecida como Lei de Paris modela a propagação subcrítica da fissura, delimitada na zona II:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (1)$$

Onde  $C$  e  $m$  são constantes do material, determinadas experimentalmente. A Lei de Paris é governada pela Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL), abrangendo uma região significativa no processo de propagação, (zona II). O fator de intensidade de tensões pode ser calculado com a seguinte expressão:

$$\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\pi a} \beta \quad (2)$$

Onde  $\Delta \sigma$  é a variação da tensão remota agindo na peça,  $a$  é o comprimento da fissura e  $\beta$  é um coeficiente de correção, que permite generalizar o uso da Equação (2) para diferentes geometrias de defeito e condições de contorno.

### 3 MÉTODO DE ELEMENTOS DISCRETOS

Problemas dentro da Mecânica dos Sólidos são, em geral, resolvidos utilizando métodos que se apoiam na hipótese dos meios contínuos. Mas quando a ruptura é incipiente, a localização de esforços e perda de integridade no processo de ruptura tornam a aplicação de hipóteses baseadas na continuidade mais difíceis de utilizar. Dentro deste panorama, utilizar métodos que possam relaxar a hipótese de continuidade pode ser atrativo. Entre estes métodos, o Método dos Elementos Discretos (MED) formado por barras é uma alternativa interessante.

O método de elementos discretos utilizado neste trabalho é baseado na representação de um sólido contínuo por meio de um arranjo geométrico de barras capazes de suportar somente esforços axiais. O arranjo geométrico utilizado por [Nayfeh e Hefzy \(1978\)](#), equivalente ao contínuo, é constituído por “módulos cúbicos” compostos por vinte barras interconectadas com um nó em cada vértice, mais um no centro do cubo, conforme ilustrado na [Figura 2](#).

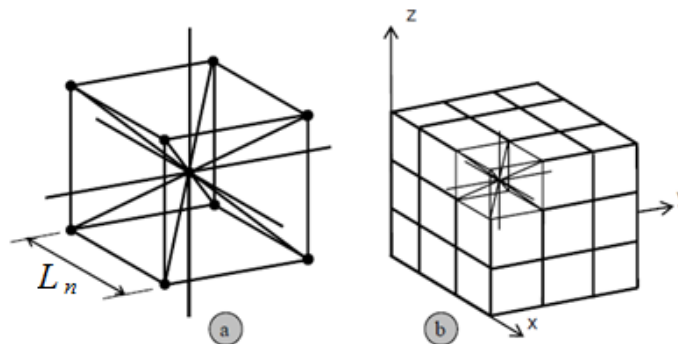


Figura 2: Discretização do MED: a) Célula cúbica básica, b) Corpo prismático [Riera e Iturrioz, 1995]

Neste trabalho, a relação entre tensão e deformação de tração no material proposta por [Hillerborg \(1971\)](#) foi adotada. Outra característica importante é que a energia específica de fratura,  $G_f$ , é assumida um campo 3D randômico com distribuição de probabilidade de Weibull. Mais informações quanto à utilização de função de Weibull na introdução de aleatoriedades nas propriedades do material são encontradas em [Kosteski \(2012a\)](#).

#### 3.1 Lei Constitutiva Bilinear

A relação constitutiva bilinear leva em conta a fratura frágil e também permite capturar os

efeitos irreversíveis da nucleação e propagação de fissuras, levando em conta a redução na capacidade de carregamento do elemento (Riera e Iturrioz, 1995). Na Figura 3, a relação constitutiva bilinear.

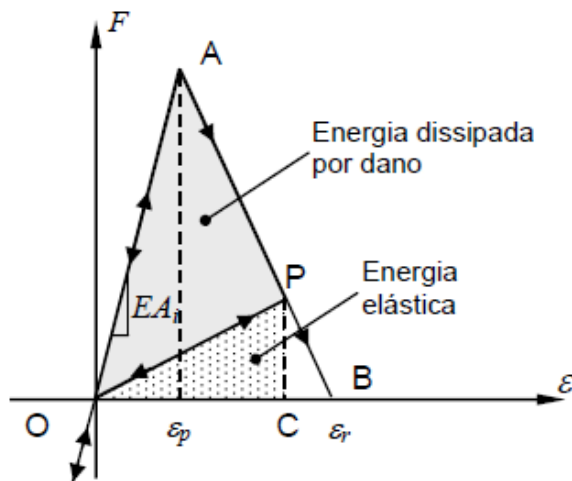


Figura 3: Relação constitutiva bilinear [Riera e Iturrioz, 1995]

A área sob a curva força versus deformação apresentada na Figura 3 (triângulo OAB) representa a densidade de energia necessária para fraturar a área de influência do elemento. Assim, para um determinado ponto P, a área do triângulo OPC representa a densidade de energia elástica (reversível) contida no elemento, enquanto a área OAP é proporcional à densidade de energia dissipada no dano. Uma vez que a energia de dano se iguala a energia de fratura, o elemento falha e perde sua capacidade de suportar carregamento. Por outro lado, no caso de carga compressiva, o comportamento do material é assumido linear elástico.

Também se observa na Figura 3 a força axial  $F$  que depende da deformação axial  $\varepsilon$ . A área  $A_i$  corresponde à área equivalente de fratura do elemento em questão. A deformação crítica de falha,  $\varepsilon_p$ , é definida como a maior deformação atingida pelo elemento antes do início do dano e sua relação com a energia específica de fraturam,  $G_f$ , é dada em termos da mecânica da fratura elástica linear MFEL:

$$\varepsilon_p = R_f \sqrt{\frac{G_f}{E}} \quad (3)$$

Onde  $E$  é o módulo de elasticidade do material e  $R_f$  é determinado fator de falha. A deformação limite de ruptura,  $\varepsilon_r$ , se relaciona com  $\varepsilon_p$  através da constante  $k_r$  que é função das propriedades do material e do comprimento dos elementos de barra, conforme Equação (4):

$$\varepsilon_r = k_r \varepsilon_p \quad (4)$$

A versão do modelo de barras utilizada no presente trabalho foi proposta por Riera (1984) para determinar a resposta dinâmica de placas e cascas sob carga de impacto quando a falha ocorre, principalmente por cisalhamento ou tensão, que é geralmente o caso em estruturas de concreto. O MED tem sido usado com sucesso para resolver problemas de dinâmica estrutural, tais como cascas submetidas a carregamento impulsivo (Riera e Iturrioz, 1995, 1998), a recriação da geração e posterior propagação de um sismo (Dalguer et al. 2001, 2003), o estudo do efeito de escala em concreto (Rios e Riera, 2004), e em buchas de rocha, (Miguel

et al. 2008; Iturrioz et al. 2009). O cálculo dos parâmetros de fratura em problemas estáticos e dinâmicos (Kosteski, 2012b), e no estudo da resistência dos materiais frágeis sob altas taxas de deformação (Riera et al. 2011). Nas Referências citadas é possível encontrar mais detalhes sobre a fundamentação teórica da formulação utilizada no método dos elementos discretos.

#### 4 ESTUDO DA PROPAGAÇÃO SUBCRÍTICA

Para estudar a propagação subcrítica de fissura em um corpo submetido a cargas oscilantes, foi desenvolvido um modelo utilizando o método dos elementos discretos, que consiste numa placa retangular com uma trinca reta que emana de uma de suas bordas laterais, com tensões aplicadas nas duas faces em direção normal à fissura. Na Figura 4 se apresenta a configuração geométrica do modelo e na Tabela 1 os principais parâmetros que definem o mesmo. Se considerou, para este estudo, estado plano de deformações, implementado no MED utilizando somente um elemento na espessura e restringindo todos os deslocamentos na direção perpendicular ao plano  $xz$ , no qual a figura é exibida. Na Figura 4 são indicadas as outras condições de contorno aplicadas na placa. A introdução de fissura inicial tem por objetivo localizar a propagação subcrítica do defeito na simulação realizada. O modelo de placa aqui utilizado foi submetido à tração, abrindo a trinca em modo I, com forças uniformemente distribuídas nas superfícies inferior e superior, de forma simétrica.

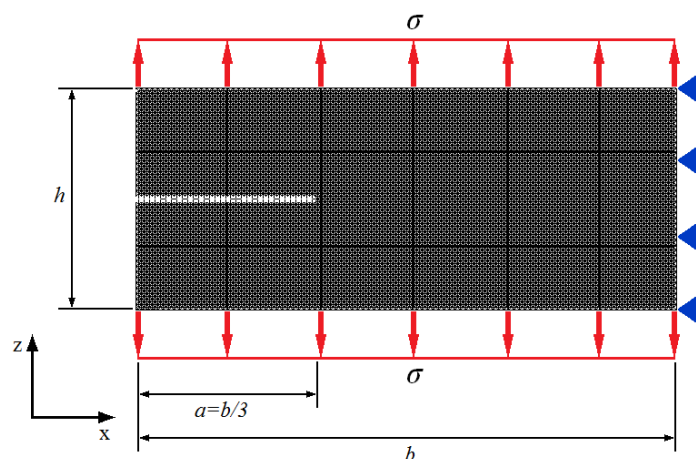


Figura 4: Geometria do modelo estudado, onde  $b=0.75m$  (100 módulos) e  $h=0.3075m$  (41 módulos)

$L_n$	0.0075m
Número de módulos na direção $x$	100
Número de módulos na direção $y$	1
Número de módulos na direção $z$	41
Coefficiente de Poisson [ $\nu$ ]	0.25
Massa específica [ $\rho$ ]	2400 kg/m <sup>3</sup>
Módulo de Young [ $E$ ]	35 GPa
Energia específica de fratura [ $G_f$ ]	1155 N/m
Fator de falha [ $R_f$ ]	1.2
Coefficiente de variação de $G_f$	5%

Tabela 1: Propriedades relevantes do Modelo de Elementos Discretos

É importante salientar que, no presente trabalho, não se tem por objetivo caracterizar um material específico, mas sim explorar a capacidade da ferramenta em simular a propagação subcrítica de um defeito.

Nesta análise foi considerado, para definir a tenacidade do material,  $G_f$ , um campo aleatório caracterizado por um valor médio e coeficiente de variação especificado na Tabela 1. Neste caso uma variabilidade baixa foi dada a dito campo, mas que já é suficiente para dar às configurações finais o aspecto tortuoso que se poderia esperar numa configuração real.

Para formar a microfissura se debilitaram as barras correspondentes a um modulo do modelo, formas mais sofisticadas de criar trincas nos modelos do MED podem ser vistas em [Kosteski \(2012a\)](#).

Para aplicar o carregamento, foram selecionados os nós centrais de todas as células cúbicas localizadas nas faces superior e inferior da placa. Na [Figura 5](#) a forma de aplicação da força é detalhada.

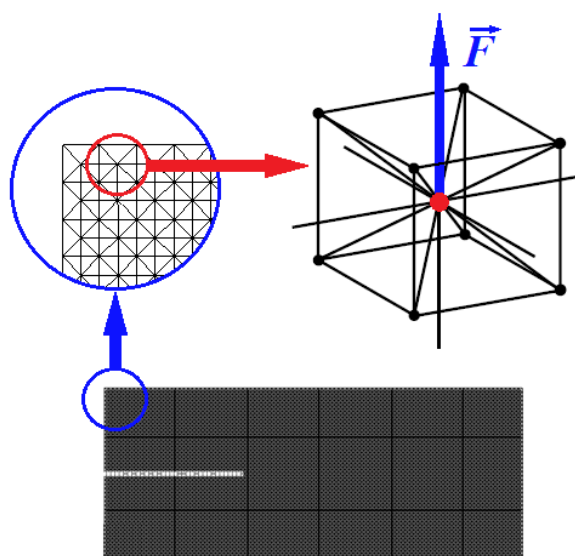


Figura 5: Esquema de aplicação de força

A intensidade da carga aumenta gradualmente, primeiro atingindo uma magnitude fixa e depois oscilando em torno desse valor. Em cada nó carregado, o vetor de força atinge o valor médio de  $165N$ . Após entrada em regime a amplitude do carregamento oscilatório assume valor constante de  $46N$ , o que gera força máxima de  $188N$  e mínima de  $142N$  por nó. O carregamento oscila conforme função senoidal. Como o modelo tem cem células cúbicas de comprimento, existem cem nós carregados na superfície superior da placa e mais cem na superfície inferior, carregados em sentido oposto. A tensão nominal agindo no modelo é calculada dividindo o somatório das forças aplicadas numa superfície do componente pela área da seção resistente livre de defeito inicial. Na Equação (3), é calculada a tensão nominal média.

$$\sigma_{média} = \frac{100nós \times 165N}{0,75 \times 0,0075} \cong 2,93MPa \quad (5)$$

As restrições ao movimento aplicadas à superfície traseira da placa, indicadas na [Figura 4](#), correspondem à restrição na direção  $x$  aplicada aos nós centrais das células cúbicas constituintes daquela superfície.

Na [Figura 6](#) se ilustra a função de força transferida a um elemento normal próximo a ponta

do defeito inicial. Até a entrada em regime, em aproximadamente  $0,7(t/t_{\text{máx}})$ , ocorrem 880 ciclos de carga com amplitude ascendente. Após entrada em regime, 1020 ciclos de carga com amplitude constante são aplicados ao modelo até o tempo máximo simulado,  $(t/t_{\text{máx}})=1$ .

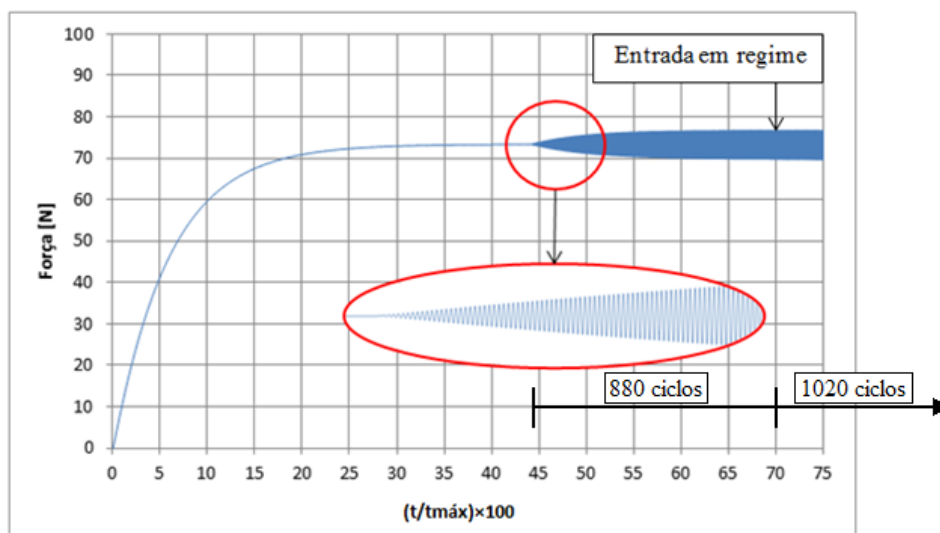


Figura 6: Curva força versus tempo de elemento rompido pela trinca

Adotar um valor de fator de falha igual a  $R_f = 1.2$  implica utilizar nas barras uma lei constitutiva Bilinear como a apresentada na Figura 3, onde o valor de  $\varepsilon_p = 2.18 \times 10^{-4}$  e o valor de  $\varepsilon_r = 1.30 \times 10^{-2}$ . A relação entre  $R_f$  e  $\varepsilon_p$  é apresentada na Equação (3) e a relação entre as duas deformações características é dada pela Equação (4), que para este caso fornece  $k_r = 60$ .

#### 4.1 Discussão dos Resultados

Na Figura 7, são apresentadas seis configurações obtidas durante todo o processo da propagação. Os elementos em cinza claro correspondem a barras sem dano, barras danificadas são indicadas em cinza escuro e barras rompidas não são apresentadas. O modelo constitutivo das barras não leva em conta plasticidade, pois, ao serem descarregadas, as barras retornam ao seu comprimento original, de modo que não há deformação permanente (plastificação). A região em cinza escuro precede o desenvolvimento da microfissura, fenômeno característico na propagação de fissuras em materiais quase frágeis.

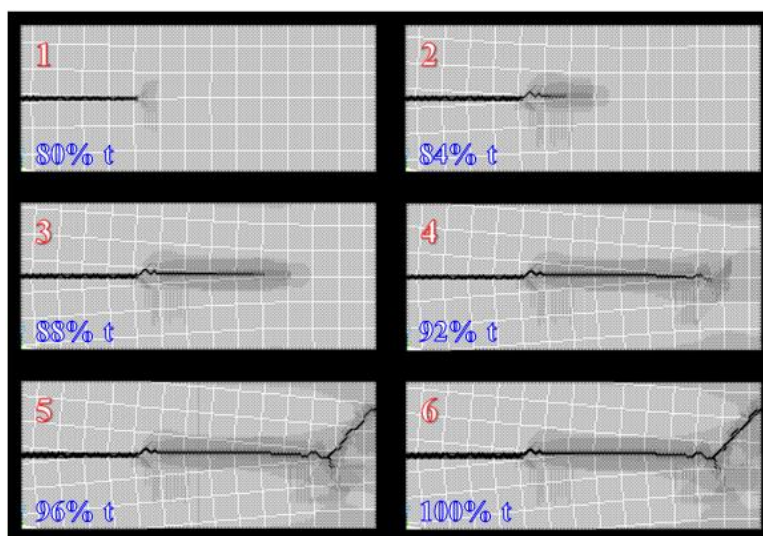


Figura 7: Configurações que ilustram o avanço subcrítico da fissura

Para poder perceber com clareza até onde acontece a propagação subcrítica da fissura, se apresenta na Figura 8 o balanço energético durante o processo, onde variações abruptas nas formas de energia são associadas à instabilidade na forma de propagação da fissura. Nesta mesma figura, se indicam os tempos nos quais acontecem as configurações apresentadas na Figura 7. Da análise da Figura 8 se observa que, até o momento em que a energia elástica é crescente, o processo de propagação da fissura pode ser considerado subcrítico (até aproximadamente  $t/t_{m\acute{a}x}=0,93$ ), após este tempo a dissipação da energia se acelera junto com a energia cinética. Isto indica que desde ( $t/t_{m\acute{a}x}=0,70$ ), quando se atinge a situação de regime, até ( $t/t_{m\acute{a}x}=0,96$ ), pode-se considerar que a fissura propagou em forma subcrítica. Notar que para facilitar a visualização tanto a energia dissipada como elástica estão multiplicadas por fatores que reduzem seu valor em 50 e 25 vezes, respectivamente.

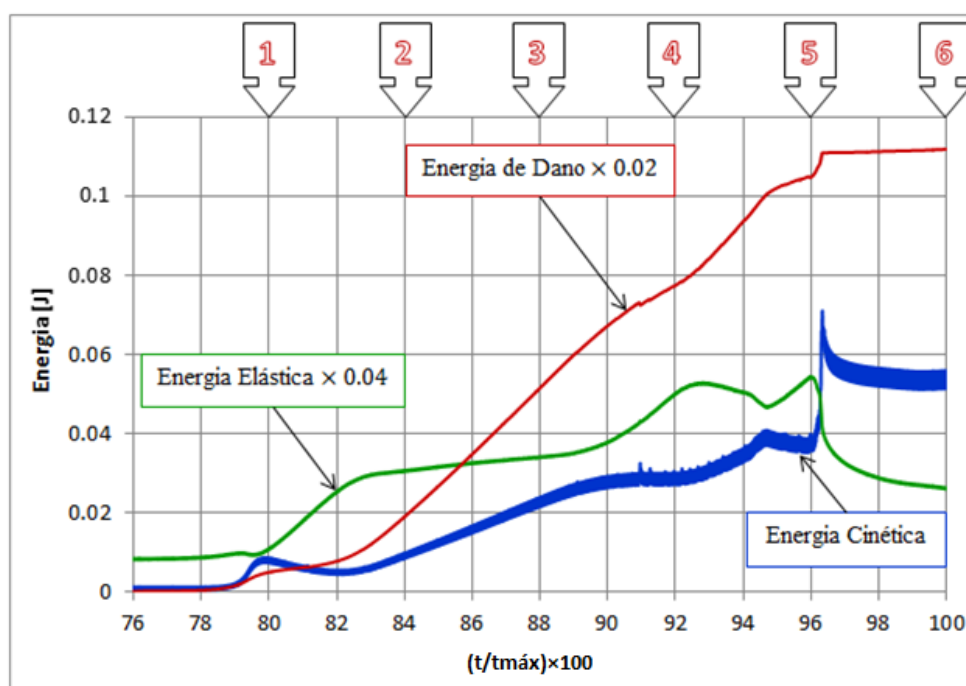


Figura 8: Variação de energia cinética, elástica e de dano no tempo



No trecho situado entre  $(t/t_{\text{máx}}=0,80)$  e  $(t/t_{\text{máx}}=0,82)$ , na [Figura 8](#), se observa que a energia cinética decai e aumenta a energia elástica (potencial), indicando acúmulo energético. Se pode perceber que a velocidade de crescimento da trinca varia pouco neste intervalo, esta última tendência pode ser observada também na [Figura 7](#).

Entre  $(t/t_{\text{máx}}=0,82)$  e  $(t/t_{\text{máx}}=0,88)$ , a taxa de crescimento da energia elástica diminui, e aumenta para a energia cinética e de dano (dissipada), após  $(t/t_{\text{máx}}=0,88)$  ocorre o contrário. Entre  $(t/t_{\text{máx}}=0,92)$  e  $(t/t_{\text{máx}}=0,94)$ , novamente ha um decréscimo de energia potencial acompanhado por uma aceleração do dano e aumento de energia cinética. Este comportamento “espasmódico” das energias também resulta em pequenas oscilações na forma da microfissura como se evidencia nas configurações apresentadas na [Figura 7](#). Após  $(t/t_{\text{máx}}=0,94)$ , a trinca começa a se instabilizar. A energia elástica flutua, apresentando rápido aumento antes do decréscimo intenso, marcado pelo notável pico na energia cinética e estabilização da energia dissipada, indicando a propagação instável da trinca. Entre o início do carregamento cíclico em regime, em  $(t/t_{\text{máx}}=0,70)$ , e a instabilização, em aproximadamente  $(t/t_{\text{máx}}=0,96)$ , ocorrem 880 ciclos de carga em regime.

Ao examinar a variação de energias no corpo, apresentada na [Figura 8](#), é possível concluir que a trinca propaga, de forma estável (subcrítica) desde  $(t/t_{\text{máx}}=0,70)$  até a eminência da fratura, aos  $(t/t_{\text{máx}}=0,96)$ . Com o crescimento da fissura ocorrendo de forma subcrítica, busca-se caracterizar a vida em fadiga do material segundo a proposta de [Paris \(1961\)](#).

#### 4.2 Caracterização da vida em fadiga

Como citado anteriormente, a forma clássica de ilustração do comportamento de um material sujeito à fadiga se dá pela curva que relaciona valores do logaritmo na base dez de  $da/dN$  e  $\Delta K$ . Na metodologia utilizada, o delta de  $K$  é calculado através da equação extraída de [Gdoutos \(2005\)](#), adequada à geometria do corpo modelado:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \left[ 1.12 - 0.23 \left( \frac{a}{b} \right) + 10.55 \left( \frac{a}{b} \right)^2 - 21.72 \left( \frac{a}{b} \right)^3 + 30.39 \left( \frac{a}{b} \right)^4 \right] \quad (6)$$

Onde  $\sigma$  é a tensão remota atuando no corpo,  $a$  é o comprimento da trinca,  $b$  é o comprimento do corpo e o termo entre colchetes equivale ao coeficiente de correção,  $\beta$ . Conhecendo a mínima e máxima tensão aplicada, se obtêm  $\Delta K$  a partir da Equação (6). Este varia no tempo, aumentando na medida em que cresce a microfissura.

Obtendo a curva  $\log(da/dN)$  versus  $\log(\Delta K)$ , a partir da região correspondente à zona II de propagação, são calculadas as constantes  $C$  e  $m$ . Assim, a equação de Paris pode ser reescrita:

$$\log \left( \frac{da}{dN} \right) = \log(C \Delta K^m) = m \cdot \log(\Delta K) + \log(C) \quad (7)$$

A Equação (7) é a equação da reta. Segundo a teoria clássica, necessita-se que a região II da curva de propagação tenha aspecto linear para que se caracterize o comportamento em fadiga do material conforme a Lei de Paris.

#### 4.3 Método de medição da velocidade de propagação subcrítica da fissura baseado na monitoração das deformações das barras

No modelo simulado, verifica-se que o dano se produz sobre uma determinada área, afetando diversos elementos simultaneamente. Neste método de obtenção de  $da/dN$ , trabalha-se com a hipótese de que a velocidade de propagação da fissura equivale à velocidade de propagação do dano, ou mais especificamente, à velocidade de avanço da área

afetada pelo dano através da peça. Esta velocidade é medida computando o instante em que cada barra atinge a deformação crítica  $\varepsilon_p$ , contra as coordenadas do baricentro da barra respectiva. O mesmo procedimento foi aplicado utilizando a deformação de ruptura,  $\varepsilon_r$ .

Na Figura 9, o gráfico gerado, onde se visualiza a coordenada  $x$  do baricentro de cada barra no tempo em que se atinge  $\varepsilon_p$  (pontos vermelhos) e  $\varepsilon_r$  (pontos azuis). Observa-se que a porção inferior da fileira de pontos vermelhos representa as primeiras barras a atingirem  $\varepsilon_p$ . Este conjunto de pontos forma uma curva que é associada à velocidade de propagação do dano através da peça e, logo, à velocidade de propagação da trinca. Desse modo, dez pontos são seleccionados para gerar a curva  $a$  versus  $N$ , os pontos são indicados em verde na mesma Figura 9. Os ciclos  $N$  são contados a partir do tempo normalizado de 70%, quando o carregamento entrou em regime, como já foi ilustrado na Figura 6.

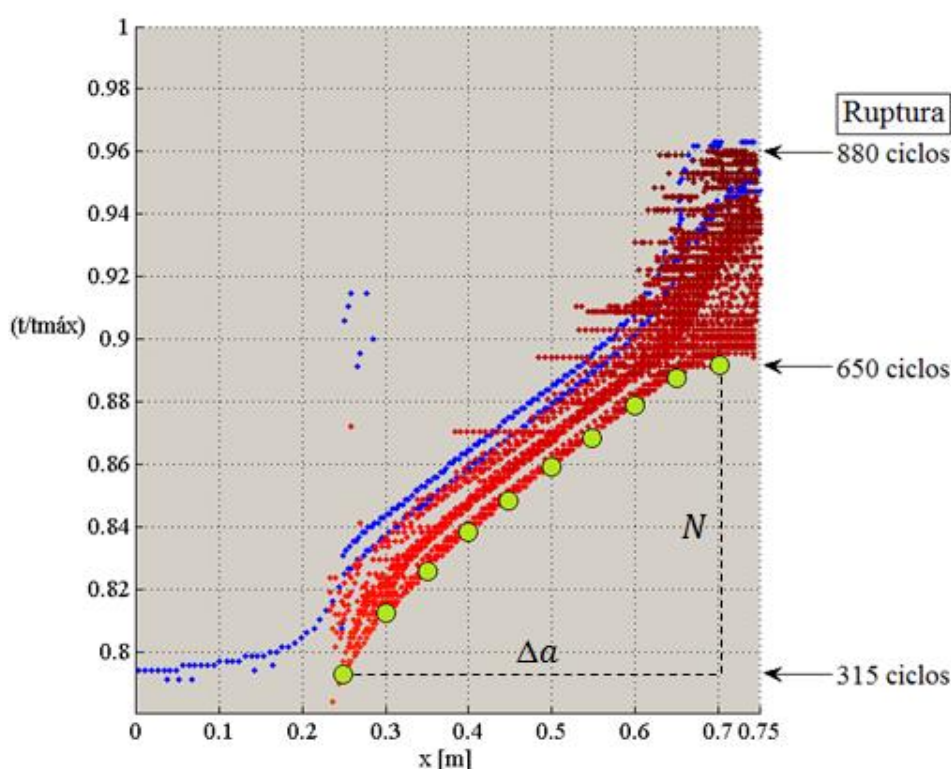


Figura 9: Obtenção de  $a$  versus  $N$  a partir da monitoração da deformação nas barras

Se poderia argumentar que os instantes de ruptura,  $\varepsilon_r$ , representariam melhor a propagação da fissura, entretanto, é preciso considerar como ocorre o desenvolvimento do dano no modelo. O crescimento do defeito não se dá pela ruptura organizada de barras sucessivas, mas pelo avanço de uma área afetada pelo dano, dentro da qual elementos podem romper desordenadamente. Assim, justifica-se a hipótese de que existe correlação entre a velocidade de propagação do início do dano, representada pela relação  $x$  versus tempo normalizado onde as barras atingem a deformação crítica  $\varepsilon_p$ , e a propagação da trinca. Como continuação da presente pesquisa, um estudo exaustivo será realizado para verificar a hipótese de que a velocidade de propagação da primeira barra que atinge a deformação crítica na frente da fissura está correlacionada com a velocidade de propagação da mesma.

Conhecendo a velocidade de propagação do trinca, na Figura 10 se apresenta a curva  $\log(da/dN)$  versus  $\log(\Delta K)$  obtida. A linha de tendência modela o intervalo equivalente à zona II de propagação.

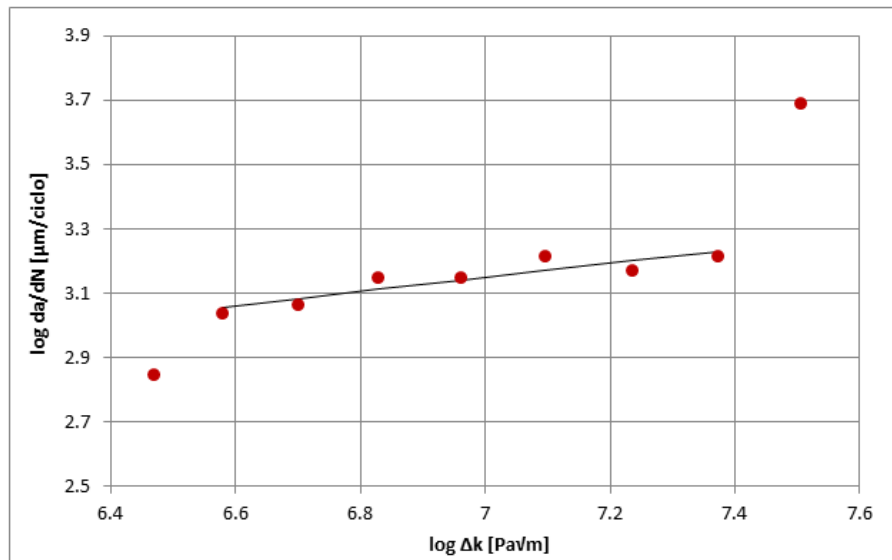


Figura 10: Curva  $\log(da/dN)$  versus  $\log(\Delta K)$  baseada em  $\epsilon_p$

A velocidade  $da/dN$  está expressa em micrometros por ciclo, o que translada a curva para cima do eixo  $x$ , salienta-se, entretanto, que os seguintes cálculos são realizados com as unidades no SI (distância em metros e tensão em pascal).

A linha de tendência aplicada fornece a equação da reta:

$$\log\left(\frac{da}{dN}\right) \cong 0.22 \log(\Delta K) - 4.37 \quad (8)$$

Da onde se obtêm:

$$m = 0.22$$

e

$$\log(C) = -4.37$$

$$C = 4.26 \times 10^{-5}$$

O que permite caracterizar o material conforme a Lei de Paris:

$$\frac{da}{dN} = 4.26 \times 10^{-5} \Delta K^{0.22} \quad (9)$$

## 5 ESTUDO DO EFEITO DE ESCALA

O modelo de elementos discretos apresentado foi aplicado ao estudo do efeito de escala na propagação subcrítica de macrofissuras num material quase frágil sujeito à fadiga. [Siegmund \(2007a\)](#), ao estudar este caso aplicando o Método de Zona Coesiva (MZC), verificou diferenças na forma de propagação da fissura e na distribuição de dano para modelos de tamanhos diferentes. A geometria do modelo utilizado pelo autor é semelhante ao modelo apresentado neste trabalho, o que permite realizar comparação entre resultados obtidos através do MED e do MZC. Mais informações quanto ao MZC podem ser encontradas em [Siegmund \(2007b\)](#).

Com o objetivo de estudar o efeito da escala na forma como um corpo se danifica e rompe,

foram gerados modelos com três tamanhos diferentes, mantendo constantes a tensão e intensidade de tensões solicitantes. Para garantir a propagação da trinca em modo I, elementos contidos numa faixa central longitudinal dos modelos tiveram sua deformação crítica,  $\varepsilon_p$ , reduzida para 80% do valor base para evitar dano fora da área de interesse. Na Figura 11, um dos modelos gerados, onde a faixa de elementos enfraquecidos é indicada com um marco em azul.

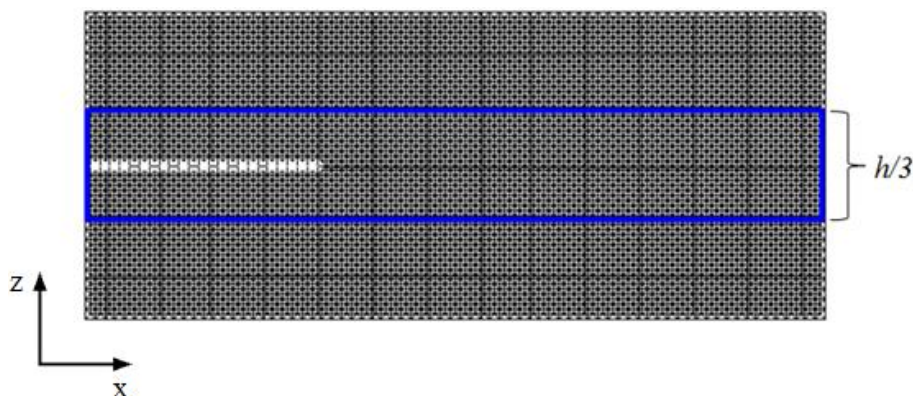


Figura 11: Região de elementos com  $\varepsilon_p$  reduzido a 80% do valor base

Para o estudo do efeito de escala não se aplicou restrição ao deslocamento na direção  $x$ . Fora isso, as condições de contorno aplicadas aos modelos utilizados neste estudo são idênticas ao descrito na Figura 4.

Como no modelo apresentado anteriormente, a tenacidade do material é definida por um campo aleatório caracterizado por um valor médio e coeficiente de variação de 5%. Trabalha-se com fator de falha  $R_f = 1.2$ , utilizando nas barras a lei constitutiva bilinear descrita anteriormente, com valores de  $\varepsilon_p = 8.28 \times 10^{-04}$  e  $\varepsilon_r = 5.0 \times 10^{-02}$ , o que implica num valor de  $k_r = 60$ . A força média aplicada a cada nó carregado, conforme Figura 5, é de 515N e a amplitude de oscilação de 48N. O efeito de escala é verificado através de três modelos com tamanhos diferentes, cujas dimensões são descritas na Tabela 2.

	Maior	Intermediário	Menor
Módulos na direção x	100 = 0.75m	75 = 0.5625m	50 = 0.375m
Módulos na direção y	1 = 0.0075m	1 = 0.0075m	1 = 0.0075m
Módulos na direção z	41 = 0.3075m	31 = 0.2325m	21 = 0.1575m

Tabela 2: Dimensões dos Modelos Estudados

Massa específica, coeficiente de Poisson, módulo de Young e o coeficiente de variação da tenacidade permanecem como descrito na Tabela 1. Note que, como se trabalha em estado plano de deformações, a espessura mínima do modelo é limitada ao comprimento do um modulo,  $L_n = 0.0075m$ .

Siegmund (2007a) avalia o efeito da escala ao comparar, para modelos de diferentes tamanhos, a velocidade de propagação das fissuras e a distribuição de dano ao longo do comprimento dos modelos em diferentes tempos. Neste trabalho, se avalia a influência da escala na velocidade de propagação subcrítica da fissura através das metodologias apresentadas, fundamentadas no MED, e os resultados obtidos são comparados aos resultados de Siegmund (2007a).

Seguindo o procedimento descrito anteriormente, em cada um dos três modelos gerados a

trinca é verificada visualmente e a seguir sua estabilidade é avaliada através do balanço energético do corpo. Os três modelos são submetidos à mesma tensão e intensidade de tensões. Trabalha-se novamente com o tempo em forma normalizada, dado que os modelos estudados suportam diferentes quantidades de ciclos de carga, isto facilita a comparação de resultados.

Na Figura 12, os três modelos gerados, em momentos indicados da propagação. Para os três modelos, o número de ciclos é contado a partir do instante em que a carga oscilante entra em regime.

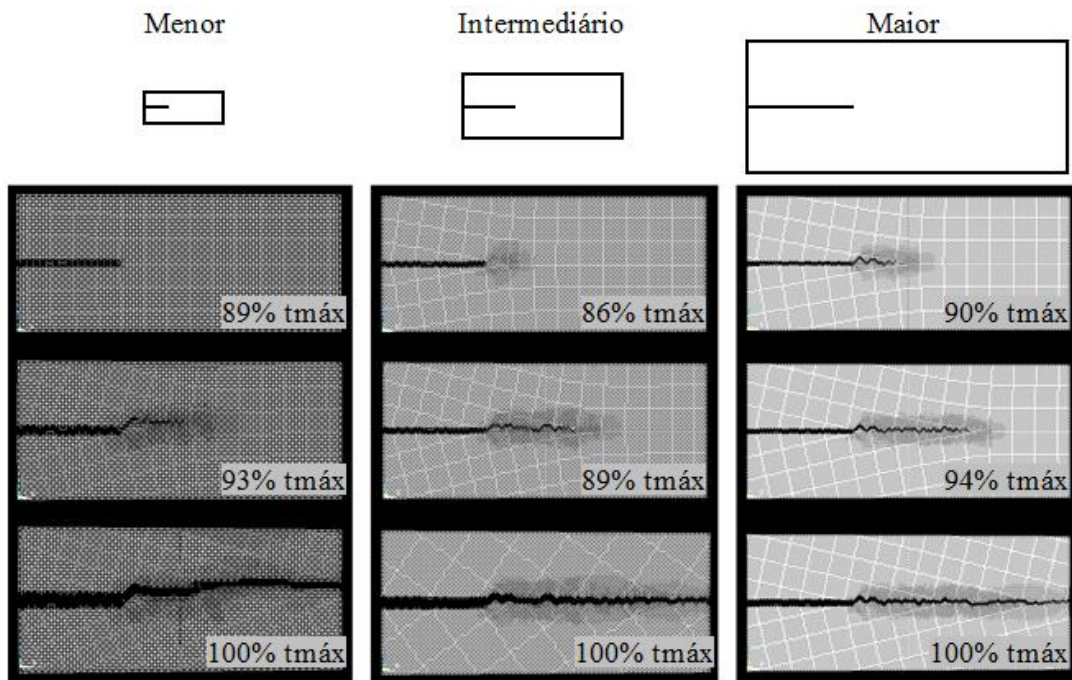


Figura 12: diferentes configurações para os tres modelos analisados

Percebe-se, na Figura 12, que os modelos de três tamanhos têm as trincas propagando em modo I ao longo de toda sua extensão.

Novamente, para verificar com maior clareza até onde a propagação da fissura ocorre de forma subcrítica, é avaliada a variação das formas de energia (cinética, elástica e dissipada) em cada caso. Na Figura 13, as variações energéticas em cada um dos três modelos. Salienta-se que, para facilitar a visualização no gráfico, tanto a energia dissipada como elástica estão multiplicadas por fatores que reduzem seu valor em 50 e 25 vezes, respectivamente.

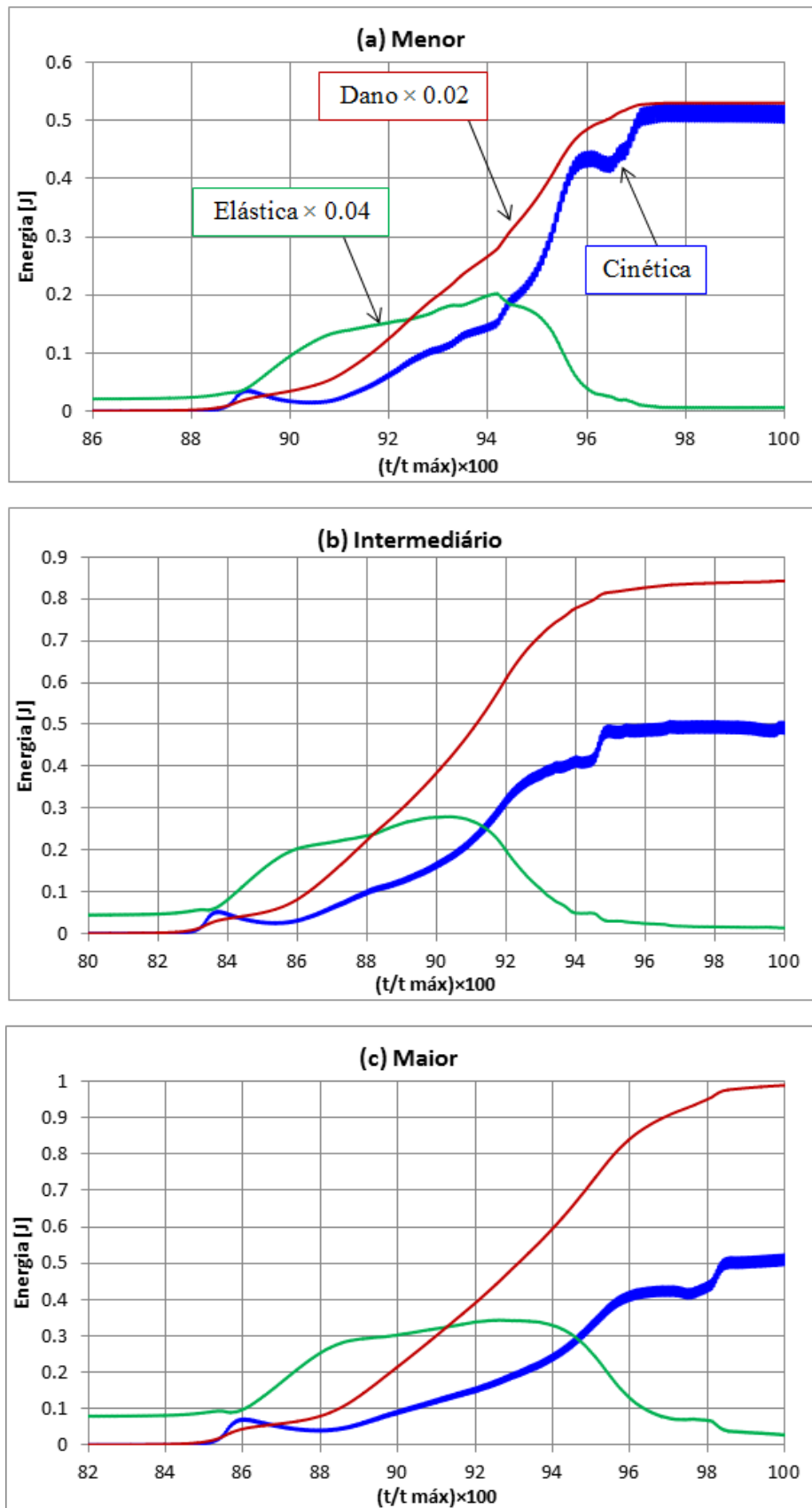


Figura 13: Variações energéticas para os corpos de três tamanhos

O critério de avaliação utilizado assume que a trinca passa a propagar de forma crítica a partir do momento em que se verifica queda da energia elástica acumulada no corpo. Dessa forma, observa-se que ocorre propagação subcrítica até  $(t/t_{\text{máx}} \approx 0,94)$  para o corpo de tamanho menor,  $(t/t_{\text{máx}} \approx 0,91)$  para o corpo de tamanho intermediário e  $(t/t_{\text{máx}} \approx 0,94)$  para o corpo de maior tamanho.

Na Figura 14, as curvas  $a$  versus  $N$  são apresentadas, com o comprimento da trinca,  $a$  normalizado em função do comprimento do corpo,  $b$ .

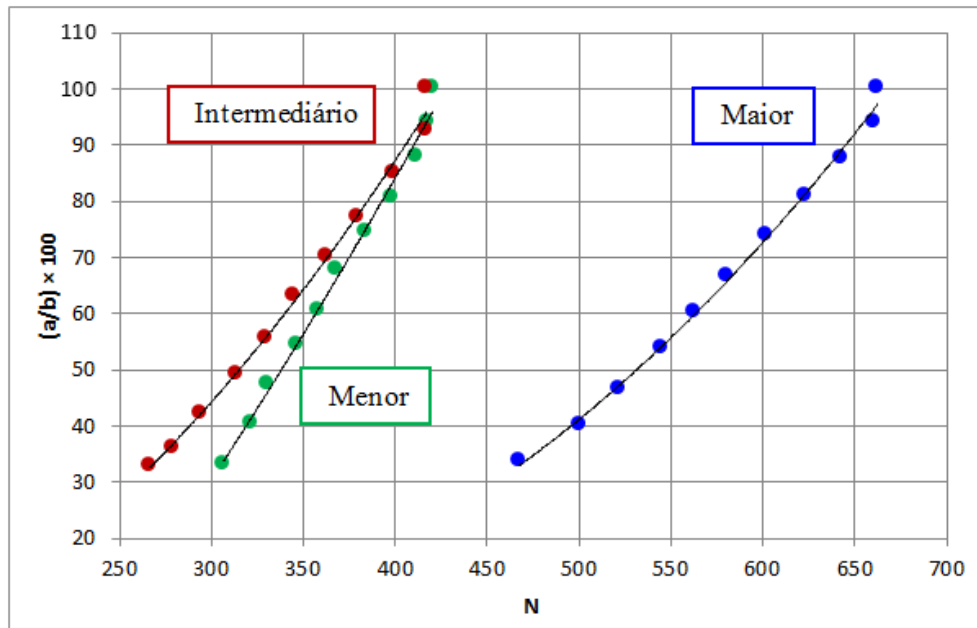


Figura 14: Curvas  $a$  versus  $N$  para os três modelos simulados

Na Figura 14 se observa que, para corpos de maior tamanho, maior número de ciclos ocorre até a ruptura. Esta tendência pode ser relacionada ao maior percentual de área danificada na propagação da fissura, verificado em modelos menores, conforme se observa na Figura 12.

Na Figura 15, se apresenta os resultados obtidos por Siegmund (2007a). O autor simula corpos de diversos tamanhos, como se verifica na quantidade de curvas geradas. O tamanho do corpo e a variação do comprimento da trinca,  $\Delta a$ , são normalizados em função de um comprimento característico,  $\delta_0$ , que é proporcional à discretização dos modelos. Os números associados às curvas correspondem à razão  $h_s/\delta_0$  (altura normalizada). Quanto maior o número associado a uma curva do gráfico, maior o corpo que esta curva representa.

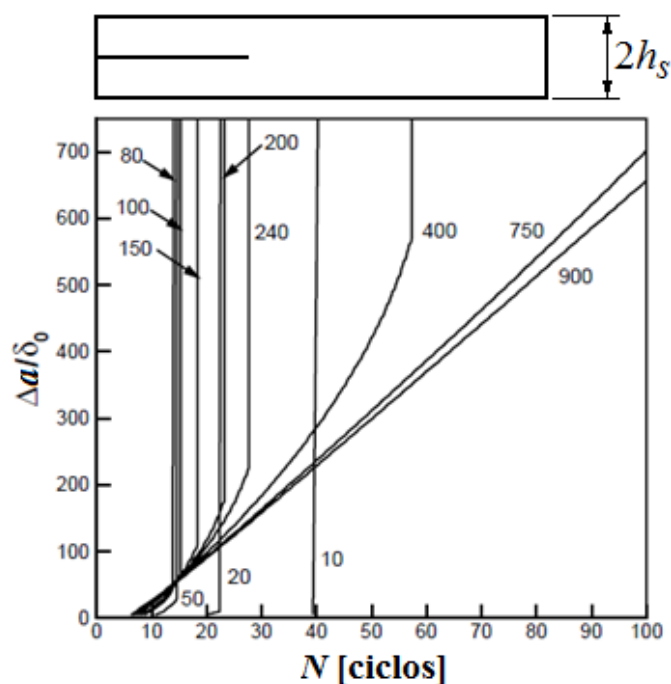


Figura 15: Resultados de Siegmund quanto à velocidade de propagação da microfissura, o número do lado da curva indica a dimensão característica do modelo medida em  $h_s/\delta_0$ , [Siegmund, 2007a]

Ao comparar os gráficos exibidos na Figura 14 e na Figura 15, se pode perceber a tendência comum de corpos maiores necessitarem maior quantidade de ciclos de carga para romper. Através de mecanismos diferentes, ambos os métodos (MED e MZC) captam tendências semelhantes quanto ao efeito de escala na forma como se propaga a microfissura.

## 6 CONCLUSÕES

No presente trabalho se aplicou o método dos elementos discretos para simular a propagação de uma fissura dentro de um corpo de geometria simples constituído de material quase frágil. No transcurso do trabalho foi possível obter as seguintes conclusões:

- O método numérico apresentado se mostrou uma ferramenta adequada para simular a propagação de fissuras em regime subcrítico.
- Os testes realizados mostraram que a propagação subcrítica segue o comportamento previsto pela lei de Paris.
- O estudo preliminar de escala realizado mostrou que os resultados obtidos são coerentes com os apresentados por Siegmund (2007a), que realizou um estudo similar utilizando elementos finitos junto ao método das interfaces coesivas para simular a propagação subcrítica de uma microfissura.

## REFERÊNCIAS

- Dalguer, L. A., Irikura, K., Riera, J. D., Chiu H. C., (2001), "The importance of the dynamic source effects on strong ground motion during the 1999 Chi-Chi, Taiwan, earthquake: Brief interpretation of the damage distribution on buildings". Bull. Seismol. Soc. Am., Vol. 91, pp. 1112-1127.
- Dalguer L. A., Irikura K., Riera, J. D.: "Simulation of tensile crack generation by three-dimensional dynamic shear rupture propagation during an earthquake". J. Geophys. Res. 2003; 108(B3): 2144.
- Gdoutos, E. E., "Fracture Mechanics, an Introduction". Springer, Xanthi, Grécia, 2005.



- Hillerborg, A., "A Model for Fracture Analysis". Cod. LUTVDG/TVBM 300-51-8, (1971).
- Iturrioz, I., Miguel, L. F. F., Riera, J. D., (2009): "Dynamic Fracture Analysis of Concrete or Rock Plates by Means of the Discrete Element Method", LAJSS, Vol. 6, pp. 229-245.
- Kosteski, L. E., "Aplicação do método dos elementos discretos formado por barras no estudo do colapso de estruturas". Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2012.
- Kosteski, L., Iturrioz, I., Batista R.G., Cisilino A. P.: "The truss-like discrete element method in fracture and damage mechanics". Engineering Computations, 2011; 6: 765–787.
- Kosteski, L.E.; Barrios, R.; Iturrioz, I.: "Crack propagation in elastic solids using the truss-like discrete element method". Int J Fract, 2012; DOI 10.1007/s10704-012-9684-4.
- Miguel, L. F. F., Riera, J. D., Iturrioz, I., (2008), "Influence of size on the constitutive equations of concrete or rock dowels", Int J Numer Anal Meth Geomech, Vol. 32, No. 15, pp. 1857-188, 2008. DOI: 10.1002/nag.699.
- Nayfeh, A. H. and Hefzy, M. S., "Continuum modeling of three-dimensional truss-like space structures". *AIAA Journal*, v. 16(8), p. 779-787, 1978.
- Paris, Pauls C., Gomez, M. P., and Anderson, W. E., "A Rational Analytic Theory of Fatigue". *The Trend in Engineering*, 1961. 13(1): p. 9-14.
- Riera, J. D., e Iturrioz, I., "Discrete element dynamic-response of elastoplastic shells subjected to impulsive loading". Communications in Numerical Methods in Engineering, Wiley & Sons, U. K, v. 11, p. 417-426, 1995.
- Riera, J. D., (1984): "Local effects in impact problems on concrete structures". Proceedings, Conference on Structural Analysis and Design of Nuclear Power Plants. Oct. 1984, Porto Alegre, RS, Brasil, Vol. 3, CDU 264.04:621.311.2:621.039.
- Riera J. D., Iturrioz I: "Discrete element model for evaluating impact and impulsive response of reinforced concrete plates and shells subjected to impulsive loading". Nuclear Engineering and Design, 1998; 179: 135--144.
- Riera, J. D., Miguel, L. F. F., Iturrioz, I., (2011), "Strength of Brittle Materials under High Strain Rates in DEM Simulations". Computer Modeling in Engineering & Sciences, Vol. 82, pp. 113-136.
- Rios, R. D., Riera, J. D.: "Size effects in the analysis of reinforced concrete structures". Engineering Structures, Elsevier, Vol. 26, pp. 1115-1125, 2004.
- Siegmund, T., "Cyclic Crack Growth and Length Scales". School of Mechanical Engineering, Purdue University, Indiana, USA, 2007.
- Siegmund, T., "Fatigue Failure and Irreversible Cohesive Zone Models". School of Mechanical Engineering, Purdue University, Indiana, USA, 2007.