

DISEÑO DE ESTÉREO ESTRUCTURAS DE PLANTA RECTANGULAR

Gonzalo P. Navarro Díaz, Irene E. Rivas y María I. Montanaro

Facultad de Ingeniería Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Av. del Valle 5737, 7400 - Olavarría, Argentina, irivas@fio.unicen.edu.ar

Palabras Clave: estéreo estructuras metálicas, planta rectangular, optimización, Desplazamientos Volumétricos, Tensiones Volumétricas.

Resumen. Las estéreo estructuras metálicas representan una tipología estructural de amplia aplicación en la construcción de cubiertas destinadas a cubrir grandes superficies. En este trabajo se presenta un análisis, realizado con una técnica de optimización, para el diseño de la geometría de estéreo estructuras de acero de base rectangular. Se analiza mecánicamente la estructura para diferentes condiciones geométricas, a los efectos de reducir el peso total de la misma y las deformaciones en sus nudos, dos parámetros que varían en forma antagónica. La metodología empleada, para efectuar el proceso de optimización, consiste en minimizar separadamente dos funciones objetivo: Desplazamientos Volumétricos y Tensiones Volumétricas. El Desplazamiento Volumétrico está definido como la sumatoria del producto del desplazamiento de cada nodo, por el volumen de influencia de las barras que concurren a dicho nudo. Un procedimiento similar se aplica para la función objetivo denominada Tensiones Volumétricas. Para realizar los análisis mecánicos de las distintas estructuras, se recurre al empleo del Método de los Elementos Finitos. Específicamente, la variable que se optimiza es la altura (también denominada, espesor) medida entre las capas superior e inferior de las estéreo estructuras planas y el ancho, en planta, de los módulos.

1 INTRODUCCIÓN

Los arquitectos e ingenieros siempre están en la búsqueda de nuevas formas de resolver las cubiertas para recintos. Con la industrialización y el desarrollo de un mundo moderno se comienza a buscar la optimización y adaptabilidad para estructuras que puedan cubrir grandes luces. Para ello, las mallas espaciales metálicas, se presentan como una buena opción. Las mismas están concebidas bajo la perspectiva de conseguir un alto grado de prefabricación, aspecto que ha permitido importantes ahorros de mano de obra, tanto en la fabricación como en el montaje. La complejidad del cálculo requerido para su dimensionamiento ha constituido durante muchos años una importante limitación en sus aplicaciones.

Dentro de las variables estructurales que quedan a elección del diseñador, se presentan aquellas cuya incidencia sobre el costo y la resistencia resulta importante. Con la optimización se busca establecer los valores más adecuados de las mismas, como son la longitud de las barras de la retícula, la separación entre los planos superior e inferior, ubicación de los apoyos, etc.

En este trabajo se emplea una técnica de optimización aplicable a esta tipología estructural que consiste en minimizar funciones objetivo denominadas: Desplazamientos Volumétricos y Tensiones Volumétricas. Esta requiere la realización previa del análisis mecánico de las estructuras, para ello se recurre al empleo de un software de cálculo basado en el método de los elementos finitos. La verificación de barras se efectúa siguiendo los lineamientos establecidos por el reglamento CIRSOC.

2 MALLAS DE DOBLE CAPA

Las mallas espaciales más habituales son las de doble capa, frecuentemente usadas hoy en día en todo el mundo para cubrir edificios industriales de grandes luces, salones deportivos, iglesias, piletas de natación y centros de exhibiciones. Están compuestas de dos sistemas de barras ubicados en dos niveles paralelos (cordones) e interconectados por un entramado de barras (diagonales). Se pueden distinguir dos tipos: por un lado están las mallas en celosía (lattice grids), cuyos cordones superiores e inferiores se encuentran en el mismo plano vertical. El segundo tipo se denominan mallas espaciales (true space grids), generadas a partir de pirámides de base cuadrada, triangular o hexagonal; pueden tener una geometría idéntica en ambas caras y estar desplazadas una de otra, o tener entramados diferentes en los dos niveles.

La distribución geométrica de barras en el espacio se consigue como consecuencia de la repetición y yuxtaposición de poliedros sencillos, correspondiéndose las barras con las aristas de aquellos y los nudos con sus vértices. Los únicos poliedros regulares estáticamente determinados son el tetraedro y el octaedro (Martínez, 1981).

La malla octaédrica, sin duda la más empleada, está generada por la repetición de pirámides de base cuadrada, unas con el vértice hacia arriba y otras invertidas (ver [Figura 1](#)). En cada capa se forma una retícula cuadrada, quedando los nudos de una de ella sobre los centros de cuadrados de la opuesta. En cada nudo concurren ocho barras, cuatro horizontales y cuatro diagonales. Las aristas de las pirámides pueden estar orientadas en sentido paralelo o a 45° a las fachadas. El primer tipo se utilizan para cubrir plantas aproximadamente cuadradas. La segunda configuración es favorable desde el punto de vista resistente cuando la planta es rectangular. Si bien el funcionamiento de las mallas de dos direcciones ortogonales no es tan conveniente como el de una grilla diagonal, su mayor simplicidad constructiva suele hacerlas preferible en muchos casos.

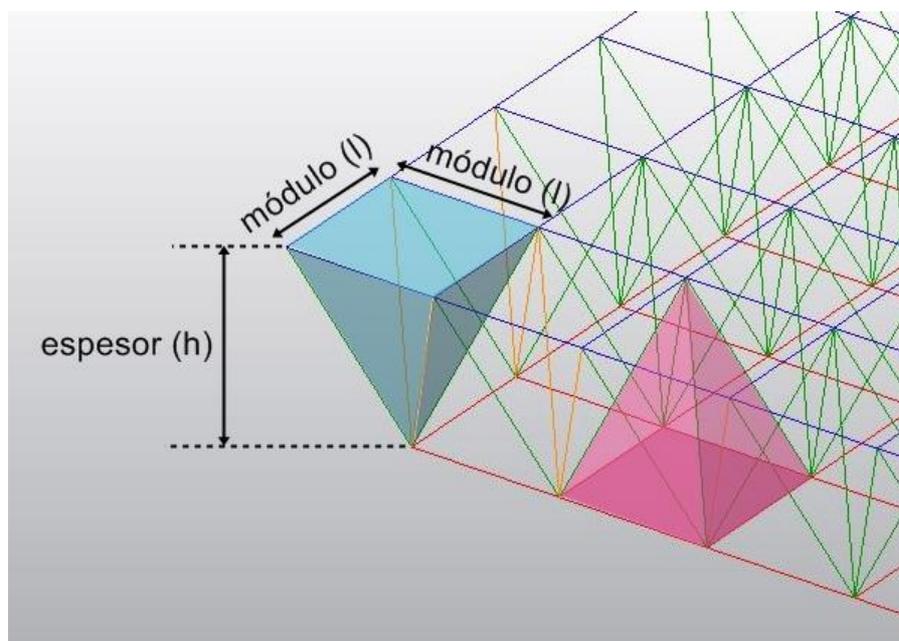


Figura 1 - Malla octaédrica composición

3 OPTIMIZACIÓN

“La optimización del proyecto estructural se define como el diseño y construcción de una estructura con un costo de vida total mínimo que satisfaga sus objetivos de diseño. Su propósito es simultáneamente maximizar la apariencia y espacio estructural, el servicio, la confiabilidad y futura adaptabilidad y al mismo tiempo minimizar el costo total de diseño, construcción, mantenimiento y tiempo.” (Galambos et al. 1999).

La optimización de estructuras espaciales es una de las ramas de investigación en el campo de la optimización. En todos los casos, se busca que la malla cumpla tanto con requerimientos estructurales (suficiente resistencia, desplazamiento controlado) mientras se logra un peso y costo mínimo. Pero lograr que se emplee el menor volumen de material no es un camino directo a una estructura de menor costo. Obtener una estructura óptima en términos de costo mínimo debe incluir, además del peso total, los costos de fabricación y montaje, el de la cubierta, etc.

Este trabajo se centra en la búsqueda de la relación espesor/módulo (h/l) más adecuada para diferentes casos de mallas de doble capa. Para ello se utilizan dos métodos de optimización:

Desplazamientos Volumétricos

Tensiones Volumétricas

Con el objetivo de lograr un predimensionado, algunos autores sugieren valores deseables de la relación espesor/luz libre y espesor/módulo (El-Sheikh, 1998; ESDEP, 1993; Martínez, 1981; Chilton, 2000).

3.1 Desplazamientos Volumétricos

El método de optimización por Desplazamientos Volumétricos se empleó particularmente para estructuras tales como laminares (Robles et al. 2001; Ortega et al. 2003), estructuras móviles de barras (Robles et al. 2009), fundaciones (Orbanicha et al. 2004) y estereo estructuras (Rivas et al. 2012).

Este proceso de optimización permite considerar la incidencia de los desplazamientos de

los nudos de toda la estructura, permitiendo tener un conocimiento global de su comportamiento. Para cumplir con el objetivo anteriormente mencionado se procede a minimizar los desplazamientos, de dichas estructuras, empleando como función objetivo un parámetro denominado “Desplazamientos Volumétricos” (DV). El mismo se obtiene como la sumatoria del producto del desplazamiento total de cada nodo i (δ_i), multiplicado por el volumen de influencia de la estructura en el mismo punto ($L_i \times A_i$), según la siguiente ecuación:

$$DV = \sum_{i=1}^n \delta_i \times L_i \times A_i. \quad (1)$$

Siendo L_i la semilongitud de cada una de las barras que llegan al nudo y A_i en área de la sección transversal de la barra correspondiente.

La formulación matemática de la optimización, para el caso particular de la minimización de los desplazamientos de las estructuras de barras de acero, teniendo en cuenta el volumen de las mismas, se puede plantear de la siguiente manera:

$$\text{Minimizar } \varphi(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n). \quad (2)$$

Considerando las condiciones de borde, que limitan el espacio de posibles soluciones de x :

$$\begin{aligned} G_k(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq 0, \\ x_i^l &\leq x_i \leq x_i^u. \end{aligned} \quad (3)$$

Donde:

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ son variables de diseño;

$\varphi(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ es la función objetivo, que en el caso de este método es el DV;

$G_k(x_1, x_2, \dots, x_n)$ son las funciones de restricción; y

$x_i^l \leq x_i \leq x_i^u$ son los límites superiores e inferiores de la variable de diseño i .

3.2 Tensiones Volumétricas

Mediante un análisis y metodología de cálculo similar al detallado anteriormente para los DV se puede trabajar con la tensión (σ_i) a la que se encuentra sometida cada barra componente de la estructura. Se aplica el método con la finalidad de minimizar el parámetro que se denomina “Tensiones Volumétricas” (TV). El mismo se obtiene como la sumatoria del valor absoluto de la tensión máxima (σ_i), a la que se encuentra sometida cada barra i , multiplicando por el volumen de dicha barra ($L_{ti} \times A_i$), tal como se indica en la siguiente ecuación:

$$TV = \sum_{i=1}^n |\sigma_i| \times L_{ti} \times A_i. \quad (4)$$

Siendo L_{ti} la longitud total de la barra i y A_i el área de su sección transversal.

En el presente trabajo se consideran particularmente las tensiones axiales, ya que son las predominantes en este tipo de estructuras de barras.

4 METODOLOGÍA

Para encontrar la relación más adecuada entre la altura “ h ”, medida entre las capas superior e inferior de la estructura, y el ancho de módulo “ l ”, se busca el valor de DV y TV para distintos espesores. En base a otros estudios, se prueban relaciones h/l comprendidas entre 0,5 y 2,5. Luego se grafican los valores y se aproxima una curva polinómica de grado 2. El rango de valores más bajos de la mencionada curva, representan los valores óptimos (Figura 2).

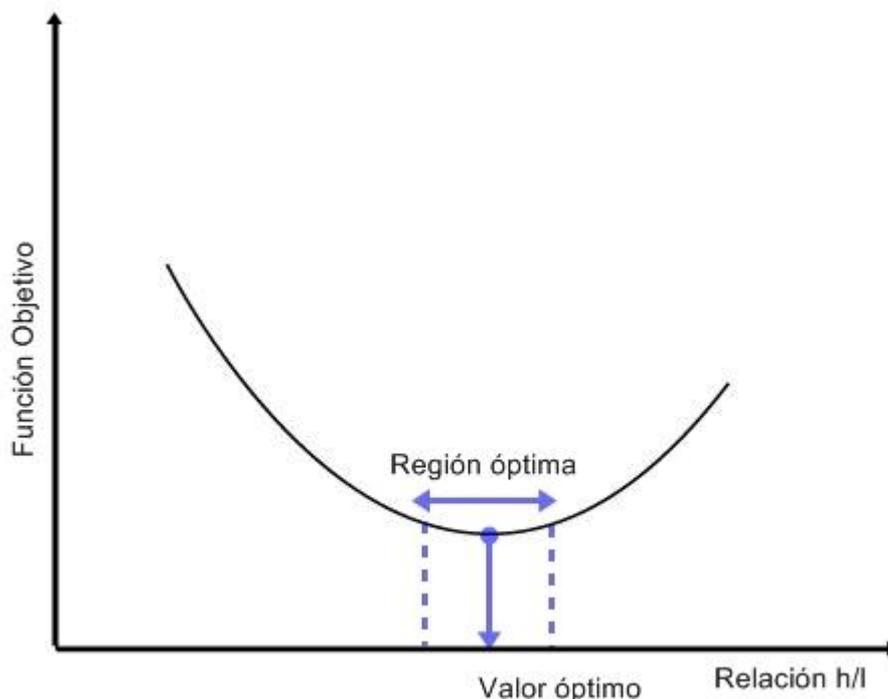


Figura 2 - Curva optimización

Para el diseño y análisis en computadora se emplean dos software, en su versión estudiantil, ambos utilizan el método de elementos finitos. Dichos software son: Simulation Multiphysics (2013), en adelante se denomina ALGOR, y Robot Structural Analysis Professional (2014). Las barras se modelizan mediante elementos tipo “beam”. A las mismas se les asignan propiedades: de las estructuras analizadas el material que se emplea es acero ASTM A-36 y las secciones son tubo tipo SCH40. Los elementos se agrupan para que se les asigne una sección única. Con respecto a las cargas, se considera el peso propio y sobrecarga útil sobre cubierta. No se tiene en cuenta la debida a la acción del viento ya que, en cubiertas planas o con pendiente pequeña, como son las que aquí se estudian, predominan la succión que contrarresta las cargas gravitatorias. Las fuerzas se aplican de manera concentrada sobre los nudos superiores de la estructura. Se consideran apoyos que solamente restringen los desplazamientos en los tres ejes, teniendo libre las rotaciones y se los ubica en cada una de las esquina de la estructura.

Para una primera aproximación a la configuración final de cada modelo, en cuanto al dimensionado de las barras que lo componen, se emplea el software Robot Structural Analysis Professional (2014). Posteriormente con ALGOR se realiza el análisis detallado de la estructura, con el objetivo de obtener información de su comportamiento, a efectos de obtener los datos necesarios para emplear el método de DV y TV.

Para contrastar resultados se utiliza el Reglamento Argentino de Elementos Estructurales de Tubos de Acero para Edificios CIRSOC 302 (2005). Para este tipo de elementos solicitados axialmente se deben efectuar las verificaciones correspondientes a: esbelteces límites en barras comprimidas y traccionadas, resistencia de diseño a tracción (representada por el menor valor obtenido de la consideración de los estados límites de fluencia en la sección bruta y rotura en la sección neta) y resistencia de diseño a compresión (pandeo flexional).

5 MALLAS ANALIZADAS

5.1 Ubicación de los apoyos

Si se opta por vincular la estructura en las cuatro esquinas y debido a la configuración estructural, las mismas pueden vincularse en dichos extremos de dos maneras:

caso 1: con la capa de menor dimensión hacia abajo, [Figura 3](#).

caso 2: con la capa de menor dimensión hacia arriba, [Figura 4](#).

Mediante un análisis tensional a través del software ALGOR se pueden observar los dos estados predominantes a los que pueden estar sometidas las barras.

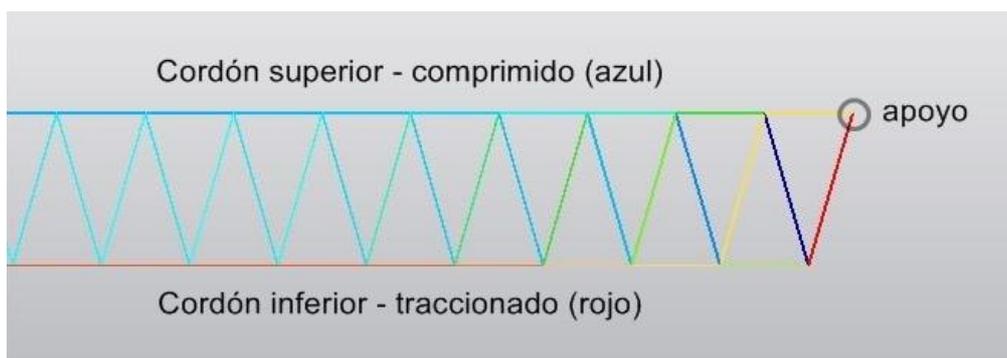


Figura 3 – Estado tensional – caso 1

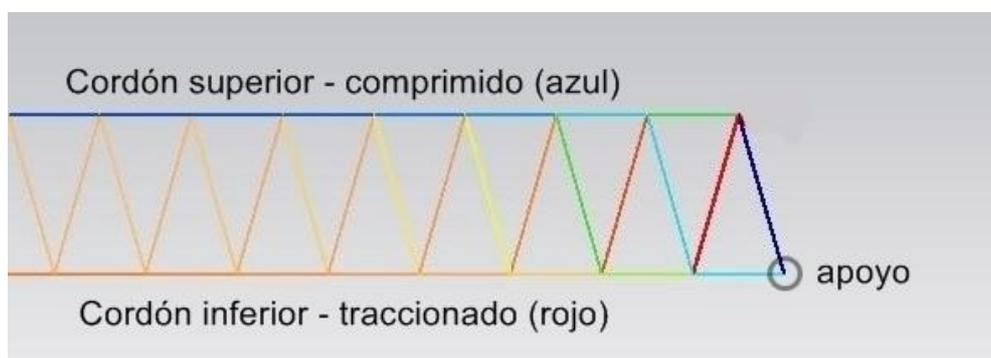


Figura 4 – Estado tensional – caso 2

En el caso 2 la estructura está invertida respecto del caso 1, por lo que las solicitaciones también lo están; las barras que en el primer caso estaban traccionadas pasan a estar comprimidas en esta nueva configuración.

En el dimensionado que resulta para el caso 1 se logra un peso total un 20% menor aproximadamente comparado con el otro tipo de apoyo (caso 2). Una de las causas se debe a que, en el caso 2, solo una de las barras que llegan a cada extremo debe soportar la compresión; mientras que en el caso 1 se reparte la solicitación entre dos barras. Por lo tanto se elige vincular los modelos analizados con la orientación más favorable.

5.2 Plantas

En este trabajo se analizan estructuras espaciales de barras de planta rectangular variando la longitud de la misma. Se consideran las siguientes dimensiones largo x ancho:

12m x 14m, [Figura 5](#). Para este modelo se elige agrupar las barras de tal manera que las centrales tengan una sección diferente a las ubicadas en la zona del borde. Las barras de los apoyos también pueden tener una sección mayor a las anteriores.

12mx18m, [Figura 6](#). Se elige una distribución de las barras en cuanto a sus características agrupándolas en zona central, lateral y apoyos.

12mx24m, [Figura 7](#). La distribución se justifica en la marcada diferencia en las sollicitaciones de las barras. De esta manera se agrupan por propiedades en nivel superior, inferior, diagonales y apoyos.

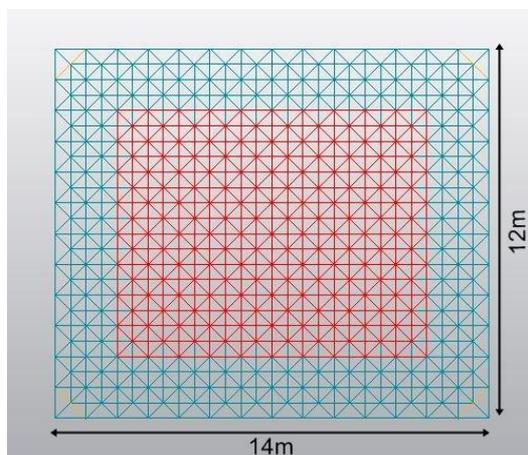


Figura 5- Malla octaédrica – planta: 12mx14m

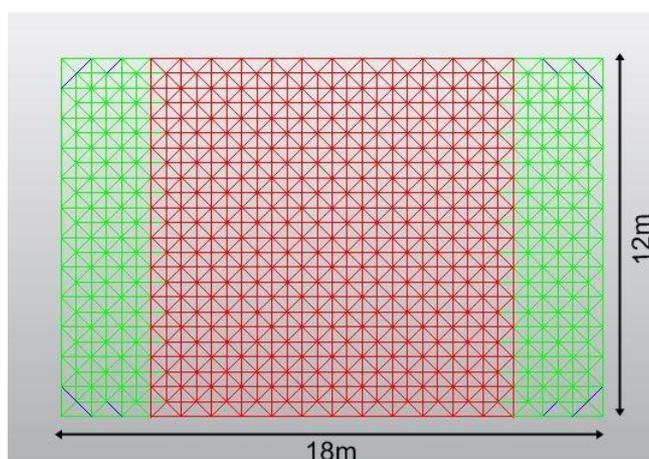


Figura 6 - Malla octaédrica – planta: 12mx18m

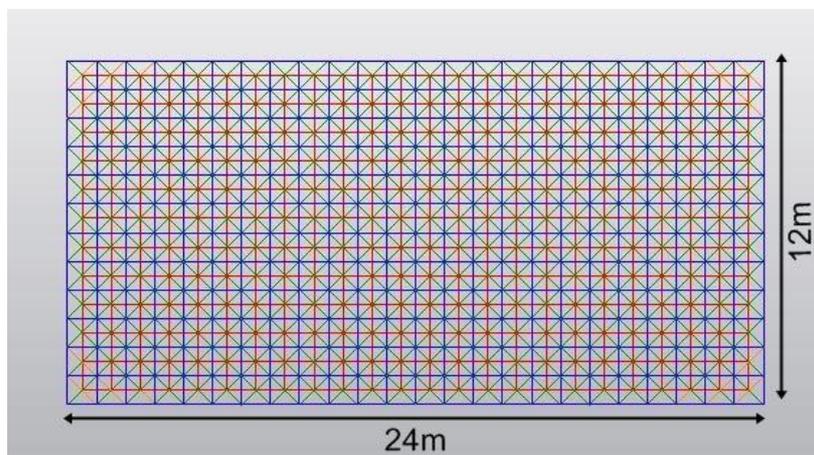


Figura 7 - Malla octaédrica – planta: 12mx24m

6 RESULTADOS OBTENIDOS Y ANALISIS

6.1 Desplazamientos Volumétricos

En la Figura 8 se presente un gráfico con la variación de los Desplazamientos Volumétricos en función de la relación entre el espesor y ancho en planta de los módulos.

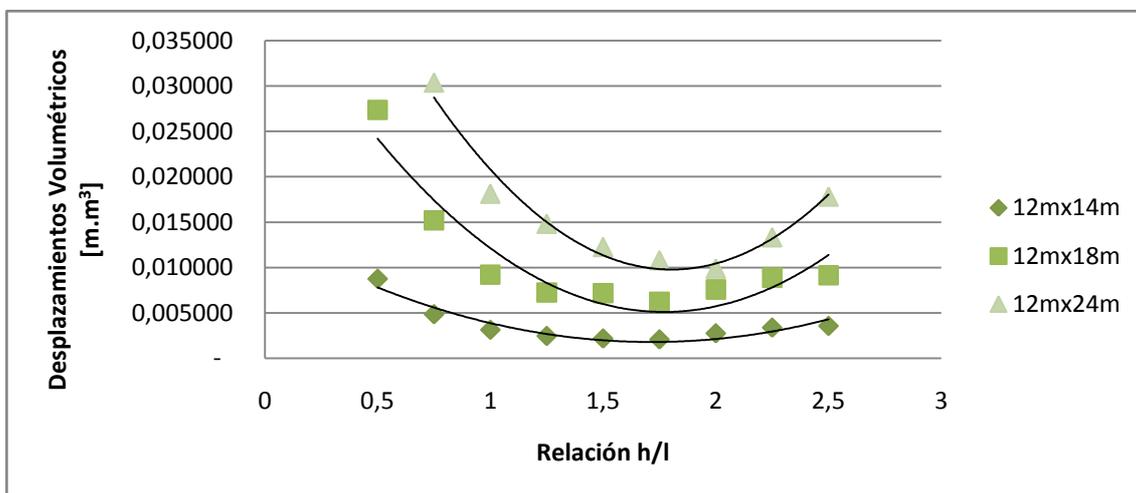


Figura 8 - Desplazamientos Volumétricos – Relación h/l

Se puede observar en Figura 8 que de los valores de Desplazamientos Volumétricos para cada planta se presentan un rango mínimo que corresponde al valor óptimo. Para el caso de dimensiones 12mx14m y 12mx18m dichos valores se vinculan con la relación h/l de 1.75, mientras que para 12mx24m dicha relación es 2.00. Se aprecia entonces que en los tres casos analizados los valores óptimos corresponden al intervalo h/l que va, aproximadamente, desde 1.75 a 2. Advirtiéndose que en estas estructuras la relación h/l óptima se acerca a 2 cuando la longitud de planta es dos veces el ancho de la misma.

6.2 Tensiones Volumétricas

En la Figura 9 se presente un gráfico con la variación de las Tensiones Volumétricas en función de la relación entre el espesor y ancho en planta de los módulos.

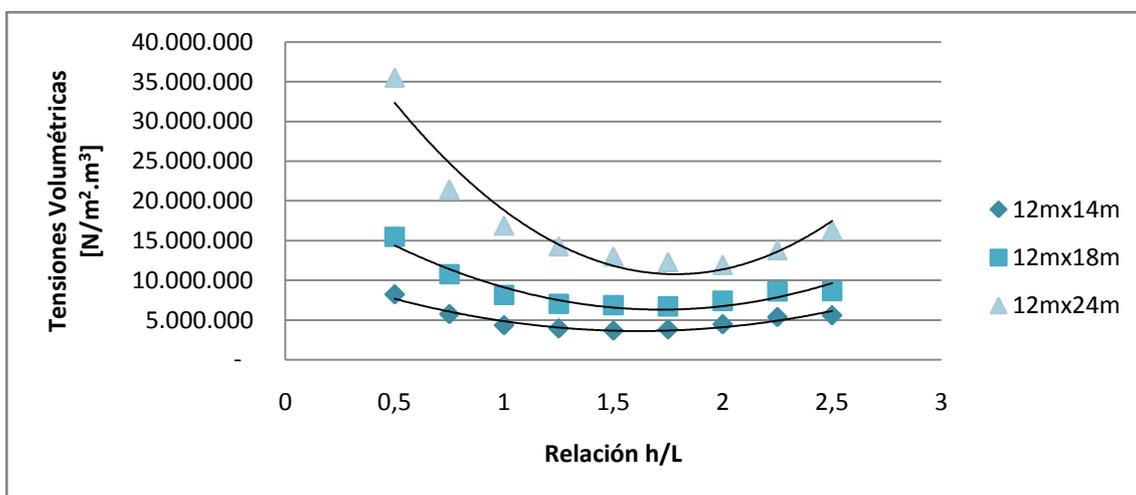


Figura 9 - Tensiones Volumétricas – Relación h/l

Dentro de los valores de Tensiones Volumétricas en función de la relación h/l , para cada planta, (Figura 9) se puede observar un rango mínimo que corresponde al valor óptimo. Para el caso de dimensiones 12mx14m en planta dichos valores se vinculan con la relación h/l de 1.50, para 12mx18m con 1.75 y para 12mx24m con 2.00. Se aprecia que, para los casos analizados, los valores óptimos corresponden al intervalo h/l que va, aproximadamente, desde 1.75 a 2. Como sucede con los Desplazamiento Volumétricos, la relación h/l óptima se acerca a 2 cuando la longitud de planta es dos veces el ancho de la misma.

6.3 Peso total de la estructura

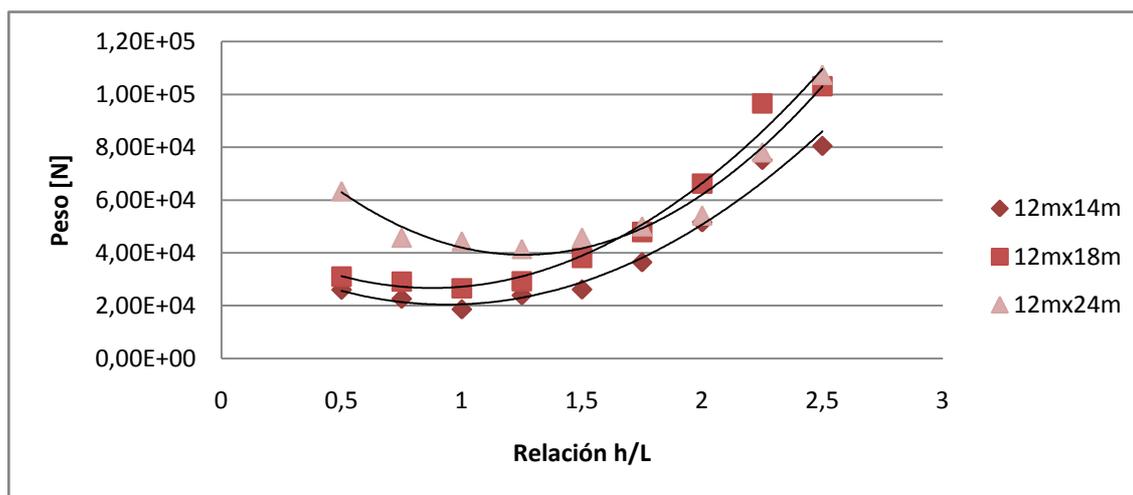


Figura 10 - Peso total de la estructura – relación h/l

Al observar las gráficas de peso total de la estructura en función de la relación, Figura 10, los menores valores corresponden a las plantas de 12mx14m y 12mx18m con relaciones h/l igual a 1, y para la planta de 12m24m con relación igual a 1.25. Cuando en la geometría de la planta se incrementa la longitud, el valor mínimo de esta relación aumenta.

El agrupamiento de barras para el dimensionado tiene una gran influencia en el peso de la estructura. Esto se puede ver en el caso de la planta de 12m x 24m. En ella la forma de agrupar las barras para su dimensionado considera el tipo de esfuerzo al que están sometidas. De esta manera se evita un gran sobredimensionado de los elementos, logrando un menor peso de la estructura y llegando a estar por debajo de la malla de dimensiones 12m x 18m.

Para las mallas de acero con espesor óptimo el peso por m^2 varía entre $11 \frac{kg}{m^2}$ y $14 \frac{kg}{m^2}$.

6.4 Desplazamientos máximos

En Figura 11 se presenta la variación de la flecha en función de la relación h/l para la estructura cuyas dimensiones en planta son 12mx18m.

Para evaluar si la estructura tiene un comportamiento aceptable desde el punto de vista de las deformaciones, se utiliza la combinación de cargas de servicio, tal como lo establecen los Reglamentos CIRSOC 301 (2005) y CIRSOC 302 (2005). Según estos reglamentos, el valor límite para las deformaciones verticales para cubiertas en general es $L/250$.

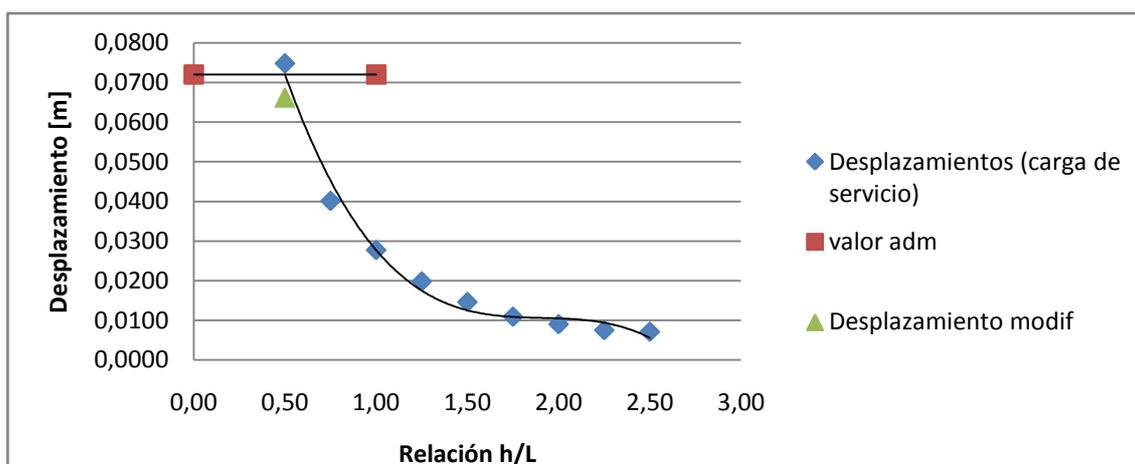


Figura 11 - Desplazamientos máximos verticales (carga de servicio)

En la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, se observa un descenso brusco de los desplazamientos verticales para relaciones h/l menores a 1.75. A partir de este valor la variación es más suave, tendiendo a ser asintótica al eje horizontal.

En la gráfica se puede observar que la estructura resultante para el modelo h/l = 0.50 presenta una deformación vertical importante que supera el límite permitido. Por este motivo se analizaron diferentes casos modificando las dimensiones de las secciones de las barras hasta encontrar una estructura que cumpla con la flecha requerida. El valor, así obtenido, se indica en la [Figura 11](#) mediante la leyenda desplazamiento modificado.

Cabe destacar que esta corrección en el desplazamiento da origen a un incremento del 27% en el peso total.

6.5 Comparación de resultados

Si el módulo permanece constante, el espesor más adecuado se encuentra en un rango de 1/9 a 1/12 de la luz mayor. Estos valores exceden entre un 60% al dado por El-Sheikh (1998) y en un 21% a los presentados por Chilton (2000); ESDEP (1993), mientras que se aproximan a los recomendados por Martínez (1981) que establece que deben ser mayores a 1/15.

Buscando minimizar el peso total se logran valores de relación h/l similares a los recomendados por ESDEP (1993); Martínez (1981).

7 CONCLUSIONES

De acuerdo con los resultados obtenidos, para todos los modelos analizados, se pueden llegar a las siguientes conclusiones:

La relación espesor/módulo (h/l) óptima, en base a los métodos Desplazamientos Volumétricos y Tensiones Volumétricas, tiende a aumentar con el incremento de la longitud de la planta.

La relación h/l para obtener el peso mínimo de la estructura es menor que la relación óptima que surge de los métodos Desplazamientos Volumétricos y Tensiones Volumétricas.

Las barras obtenidas a partir del dimensionado con software cumplen con las especificaciones de los Reglamentos CIRSOC 301 (2005) y Reglamentos CIRSOC 302 (2005), advirtiendo en algunos casos el sobredimensionado de las secciones.

Una de las observaciones para mencionar es la gran influencia que tiene la configuración que se adopte al agrupar las barras para su dimensionado. Mientras más grupos se crean mayor será el aprovechamiento de la sección, pero esto no resulta adecuado para los fines

constructivos. Es por ello que en este trabajo se emplea hasta 4 grupos por modelo.

8 REFERENCIAS

- Chilton, J, Space grid structures. *Architectural Press*. 2000.
- CIRSOC 301, Reglamento Argentino de estructuras de acero para edificios, CIRSOC-INTI, Buenos Aires, 2005.
- CIRSOC 302, Reglamento Argentino de elementos estructurales de acero para edificios, CIRSOC-INTI, Buenos Aires, 2005.
- El-Sheikh A., Optimum design of space trusses. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 39, 3, 159-168, 1998.
- ESDEP, Lecture 14.5: Space structure systems. *The European Steel Design Education Programme*, 1993.
- Galambos, T.V., Lin F.J. and Johnston B. G., Diseño de estructuras de acero con LRFD. *Pearson Education*, 1999.
- Martínez A. J., Las mallas espaciales y su aplicación en cubiertas para estadios, *Informes de la Construcción*, 33, 333-336, 1981.
- Delaloye, Nico, Dlivio, Guía de estudio 9: estereoestructuras, Taller vertical III. *Facultad de Arquitectura y Urbanismo UNLP*, 2009.
- Orbanicha, C.J., Ortega, N.F. and Figueroa, J., Determinación de parámetros de diseño de plateas de fundación, mediante las deformaciones volumétricas. *Mecánica Computacional*, Vol. XXIII, 2004.
- Ortega, N.F. and Robles, S.I., The design of hiperbolic paraboloids on the basis of their mechanical behavior. *Journal of thin – walled structures*, Elsevier, Nr. 41, 769-784, 2003.
- Rivas, I.E., Montanaro, M.I. and Ortega, N.F., Diseño de estéreo estructuras considerando su comportamiento mecánico., 2012
- Robles, S. and Ortega, N., Optimization of shell shape by minimizing displacements. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 42, 137, 139-147, 2001.
- Robles, S.I., Ortega, N.F., Optimization of a Telescope Movable Support Structure by Means of Volumetric Displacements, *Structural Engineering and Mechanics*, Techno Press, 31, 4, 29-42, 2009.