

## ESTIMACIÓN DE LA ATENUACIÓN DE UNA ONDA DE ULTRASONIDO EN ACRÍLICO RESOLVIENDO UN PROBLEMA INVERSO

María G. Messineo<sup>a</sup>, Gloria L. Frontini<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>*Departamento de Matemática, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Mar del Plata, Juan B. Justo 4302, 7600 Mar del Plata, Argentina, gmessineo@fi.mdp.edu.ar.*

<sup>b</sup>*INTEMA, CONICET, Universidad Nacional de Mar del Plata, Juan B. Justo 4302, 7600 Mar del Plata, Argentina, gfrontin@fi.mdp.edu.ar.*

**Palabras claves:** Problema Inverso, Atenuación, Ultrasonido, Modelo Equivalente.

**Resumen.** Cuando se trata de evaluar un material, ya sea para investigar la existencia de algún tipo de defecto o para conocer alguna propiedad mecánica del mismo es deseable hacerlo mediante ensayos no destructivos. Particularmente, el ultrasonido es muy utilizado debido a sus costos relativamente bajos y a que ha probado ser efectivo y confiable. Una desventaja que presentan las técnicas basadas en ultrasonido es que, por lo general, se requiere un operador altamente entrenado para evaluar los resultados de los ensayos.

En este trabajo se utiliza una metodología que ha sido desarrollada por los autores para identificar propiedades mecánicas de materiales en capas a partir de la propagación de una onda de ultrasonido a través de la muestra a estudiar. El propósito de contar con este tipo de herramientas es independizarse del criterio de un operador, que siempre tiene una cuota de subjetividad, y así obtener resultados procesando los datos experimentales contrastándolos con los modelos teóricos que representan al problema. Esta metodología se basa en el modelo equivalente de la línea de transmisión, que ha sido usado en experimentos simulados para identificar impedancias acústicas y tiempos de tránsito en materiales en capas resolviendo un problema inverso (PI) de estimación de parámetros. A partir de la identificación de estos parámetros pueden calcularse módulos elásticos, densidades y velocidades de propagación de cada una de las capas que forman el material.

El modelo equivalente original, tal como se lo encuentra en la bibliografía, no contempla en detalle el efecto de la atenuación, lo cual hace que se incurra en mayores errores al momento de aplicarlo para representar mediciones reales. Las fuentes de atenuación presentes en mayor o menor medida en todos los materiales son la dispersión producida por su geometría (existencia de bordes de grano, poros, etc.) o la absorción, debida a la conversión de energía mecánica en calor por diversos procesos. En general, la atenuación no es independiente de la frecuencia de la onda y es mayor a frecuencias más altas. Se incluyó en el modelo de la línea de transmisión una modificación que tiene en cuenta este efecto. El modelo modificado se utilizó en la metodología propuesta para resolver un PI formulado para identificar los parámetros relacionados con la atenuación en tres muestras diferentes de acrílico. Del análisis llevado a cabo surgió que la solución del problema es estable pero debió salvarse la dificultad de la presencia de múltiples mínimos. Se ha probado la efectividad de la metodología para esta aplicación, con la ventaja adicional de poder estimar de manera simultánea los demás parámetros de interés en la caracterización de la muestra.

## 1 INTRODUCCIÓN

La caracterización de materiales con ultrasonido es ampliamente utilizada tanto en la industria, para controlar calidad e integridad de los productos, así como en diversas áreas de investigación, como por ejemplo en el estudio de tejidos biológicos o en el desarrollo de materiales. Cuando se habla de caracterizar materiales se hace referencia a la detección y localización de fallas o discontinuidades o a la identificación de propiedades físicas (Bochud, 2014; Achenbach, 2000). Este trabajo se ocupa de este último tipo de caracterización y en él se busca identificar la impedancia acústica, el tiempo de tránsito y la atenuación de muestras de acrílico, y a partir de éstos hallar la velocidad de propagación, la densidad y el módulo de onda longitudinal de las muestras.

La medición de la atenuación acústica es importante cuando se trata de caracterizar tejidos biológicos o materiales como el acrílico, que suele usarse como referencia entre los transductores ultrasónicos y cualquier otro material que se pretenda medir (Carlson et al., 2003). Por otro lado, y más allá de cualquier aplicación específica, la identificación exacta de la atenuación es importante al caracterizar un material, ya que al desprejarse su influencia, que en muchos casos es considerable, se incurre en errores en el cálculo del resto de los parámetros que se pretende obtener.

Para muchos materiales pueden encontrarse en tablas los valores de atenuación, pero existe el problema de que esta propiedad depende de la frecuencia y estos datos no están debidamente tabulados. Esto se debe a que los materiales tales como el acrílico, por tratarse de un polímero (polimetilmetacrilato, PMMA) tienen propiedades que varían en mayor o menor medida dependiendo del peso molecular, los aditivos y la temperatura. Incluso en los metales los valores teóricos de atenuación son aproximados y en su caso influye el proceso de templado, que determina la textura, el tamaño de grano, las tensiones residuales y el endurecimiento, y también deben considerarse factores tales como el envejecimiento.

Para una amplia gama de materiales la atenuación,  $\alpha$ , aumenta con la frecuencia de acuerdo a una ley de potencia:

$$\alpha = \alpha(\omega) = \alpha_0 \omega^\eta \quad 0 \leq \eta \leq 2, \quad (1)$$

donde  $\alpha_0$  y  $\eta$  son dos parámetros que dependen del material (Ping He, 1999; Wells, 1975).

Existen métodos ultrasónicos tradicionales para medir atenuación que, en general, utilizan las señales temporales transmitidas por el material. Estos métodos consisten en comparar amplitudes relativas entre reflexiones sucesivas de la onda o entre onda transmitida y onda recibida en varias mediciones, hechas sobre muestras de diferentes espesores y a distintas frecuencias (Umchid, 2008). La metodología presentada en este trabajo utiliza una única medición y permite obtener los valores de los coeficientes de atenuación y su relación con la frecuencia, además de los demás parámetros relacionados con las propiedades físicas de la muestra. Con esto se pretende lograr una mejora al momento de analizar las formas de onda propagadas en un ensayo de ultrasonido, prescindiendo en gran medida de una evaluación subjetiva. Los cálculos se hacen en base al modelo equivalente descrito en la sección siguiente, expresado en el dominio de la frecuencia.

La caracterización se lleva a cabo resolviendo un PI de identificación de parámetros en el que se minimiza un funcional de costo, definido como el valor cuadrático medio de la diferencia entre los datos experimentales y los obtenidos a partir de un modelo equivalente que representa la propagación de la onda de ultrasonido. Se utiliza el algoritmo de minimización de Levenberg-Marquardt (Marquardt, 1963), que puede aplicarse a funcionales de costo no lineales, y el problema resulta estable aunque con mínimos locales. La estabilidad

del problema implica que los errores en los datos no se ven amplificados en los errores de las estimaciones. En cuanto a la presencia de múltiples mínimos, se utiliza una estrategia de preselección de valores iniciales de parámetros (Messineo et al. 2013) para que la minimización sea exitosa.

## 2 MODELO EQUIVALENTE

La propagación de una onda mecánica a través de un medio elástico, homogéneo, isotrópico y no atenuador es representada por la siguiente ecuación de onda:

$$\lambda \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (2)$$

donde  $\lambda$  y  $\mu$  son las constantes de Lamé, relacionadas con los módulos elásticos, y  $\rho$  es la densidad del material. Esta ecuación puede representarse en términos de desplazamiento de las partícula,  $u$ , velocidad de las partículas,  $v$ , o tensión en un punto del material,  $\sigma$ .

Cuando la onda que se propaga es longitudinal, también denominada de tipo P, el desplazamiento de las partículas es en la dirección de la propagación y la ecuación que representa el problema es la ecuación de onda unidimensional:

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3)$$

A partir de la solución de la Ec. (3) y de las condiciones de contorno de tensión mecánica y velocidad de las partículas se obtiene el modelo equivalente de la línea de transmisión (Rosenbaum, 1988), que representa la propagación de una onda por un medio elástico e isotrópico de espesor  $d$ . En él se relacionan las tensiones mecánicas y las velocidades generadas en un extremo del material ( $\sigma_1, v_1$ ) con las respectivas cantidades en el otro extremo al propagarse la onda ( $\sigma_2, v_2$ ) (Figura 1). El modelo propuesto se basa en la equivalencia entre tensión eléctrica y tensión mecánica, corriente eléctrica y velocidad de las partículas y en el concepto de impedancia acústica, que se define como  $Z_{ac} = \sigma/v$ .

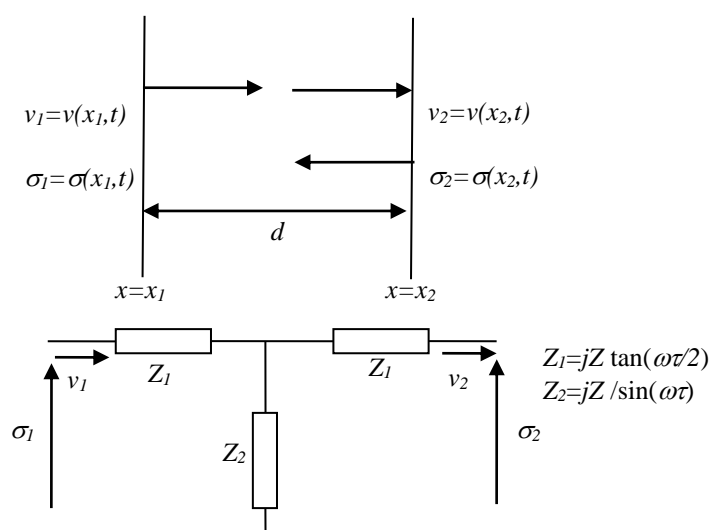


Figura 1: Representación equivalente de la propagación de una onda plana con circuitos eléctricos.

Las relaciones quedan expresadas por una ecuación matricial en función de la impedancia

acústica de material,  $Z=\rho c$ , que es equivalente a la impedancia eléctrica de una línea de transmisión, y el tiempo de tránsito,  $\tau$ , que es equivalente al retardo en dicha línea:

$$\begin{bmatrix} \sigma_2^*(\omega) \\ v_2^*(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega\tau) & -jZ \sin(\omega\tau) \\ -j \sin(\omega\tau)/Z & \cos(\omega\tau) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1^*(\omega) \\ v_1^*(\omega) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

El tiempo de tránsito es  $\tau=d/c$ , siendo  $c$  la velocidad de propagación de la onda. Si el material es no atenuador el argumento de las funciones trigonométricas es:

$$\omega\tau = kd, \quad (5)$$

donde  $k=\omega/c$  es el número de onda.

El efecto de la atenuación puede incluirse en el modelo considerando un número de onda complejo:

$$\hat{k} = \frac{\omega}{c} - j\alpha. \quad (6)$$

Entonces, el modelo se ve modificado y resultan las siguientes ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \sigma_2^*(\omega) \\ v_2^*(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos((\omega\tau - j\alpha d)) & \frac{-jZ}{\omega}(\omega - j\alpha d/\tau)\sin((\omega\tau - j\alpha d)) \\ \frac{j\omega}{Z(\omega - j\alpha d/\tau)}\sin((\omega\tau - j\alpha d)) & \cos((\omega\tau - j\alpha d)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1^*(\omega) \\ v_1^*(\omega) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Aquí el asterisco indica que las funciones son las Transformadas de Fourier de las mediciones temporales. Vale la pena mencionar que haciendo un producto de matrices, cada una de las cuales representa una capa, se puede modelar la propagación de una onda longitudinal por materiales formados por capas.

Por otro lado, al considerar atenuación dependiente de la frecuencia según una ley de potencia (Szabo, 1994)  $\alpha$  queda expresado, a su vez, por la Ec.(1). Este modelo de atenuación abarca el caso de una dependencia lineal ( $\eta=1$ ) y también el caso de una atenuación constante ( $\eta=0$ ). El modelo matemático que representa esta situación está dado por una ecuación de onda en derivadas parciales fraccionales (Treeby y Cox, 2009).

### 3 METODOLOGÍA

La metodología que se siguió para la identificación de los parámetros de interés fue desarrollada para estudiar materiales formados por  $N$  capas (Messineo et al. 2013) y se aplicó previamente para estimar, resolviendo un PI, los parámetros que caracterizan cada una de las capas de la muestra formada por materiales no atenuadores. Los datos usados para resolver el problema fueron señales provenientes de ensayos de transmisión de ultrasonido. La solución del PI se halla a partir de la optimización de un funcional de costo no lineal que se plantea como un problema de mínimos cuadrados (Ec. (8)) entre los datos experimentales,  $\sigma_m^*(\omega)$ , y las formas de onda teóricas obtenidas a partir del modelo,  $\sigma_{N+1}^*(\mathbf{p}, \omega)$ , para cada vector de parámetros,  $\mathbf{p}$ . Como las ecuaciones del modelo se hallan expresadas en el dominio de la frecuencia, la Transformada de Fourier de las mediciones,  $\sigma_m^*(\omega)$ , se obtuvo mediante el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier.

$$J(\mathbf{p}) = \sum_{\omega_i=\omega_k}^{\omega_k} (\sigma_m^*(\omega_i) - \sigma_{N+1}^*(\mathbf{p}, \omega_i))^2 \quad (8)$$

Se diseñó y refinó una metodología inversa de resolución numérica para ser aplicada a diversos tipos de materiales. Para llevar a cabo esta tarea se siguieron las etapas necesarias en el estudio de un PI:

- Simulación de la propagación de una onda de ultrasonido a través de un material utilizando tanto el modelo equivalente (Ec.(4)) como el modelo representado por la ecuación de onda (Ec.(3)). Esta instancia es la denominada resolución del problema directo (PD).
- Análisis de las características del PI. Se realizó un estudio de la unicidad, la estabilidad, la condición y la necesidad de regularización.
- Resolución del PI a partir de datos provenientes de mediciones sintéticas generadas agregando ruido a las obtenidas al resolver el PD.
- Resolución del PI a partir de datos provenientes de señales experimentales obtenidas de ensayos de transmisión ultrasónicos.

En la [Figura 2](#) se muestra el algoritmo de resolución del PI.

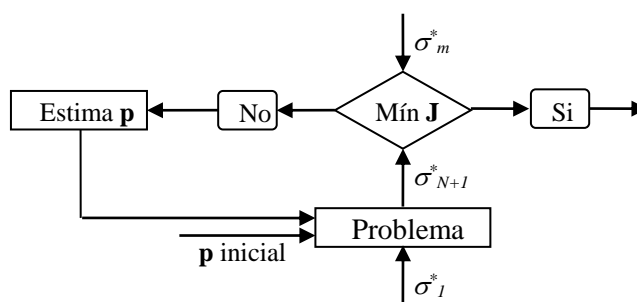


Figura 2: Algoritmo de resolución del PI.

### 3.1 Análisis de estabilidad y unicidad.

Las características no lineales del modelo detallado en la Ec.(7) hacen presuponer la existencia de múltiples mínimos locales. Se propone un estudio del funcional  $J$  para analizar las características del espacio de soluciones. En la [Figura 3\(a\)](#) se muestra un gráfico de curvas de nivel de  $J(\mathbf{p})$  para una muestra de un material cuya atenuación es conocida, y los valores verdaderos de los parámetros a determinar son  $Z = Z_0$  y  $\tau = \tau_0$ , siendo por consiguiente  $\mathbf{p} = [Z \ \tau]$ . Para hacer más evidente las características de los resultados se utilizan en los ejes desviaciones ( $\tilde{Z} = Z - Z_0$ ,  $\tilde{\tau} = \tau - \tau_0$ ). Para más detalle también se grafican los perfiles de  $J(\mathbf{p})$  vs.  $\tilde{\tau}$  para  $Z = Z_0$  y  $J(\mathbf{p})$  vs.  $\tilde{Z}$  para  $\tau = \tau_0$  en la [Figura 3\(b\)](#).

A pesar de la presencia de múltiples mínimos locales la solución óptima es única como se observa claramente en la [Figura 3\(b\)](#). La existencia de múltiples mínimos puede hacer que el algoritmo de optimización converja a algún mínimo local si los valores iniciales de los parámetros no se eligen cuidadosamente. El parámetro crítico en este caso es el tiempo de tránsito ya que, como se observa en los perfiles, un valor inicial de la impedancia acústica elegido al azar y alejado del valor real no impide la convergencia del algoritmo. En cambio, valores iniciales alejados del tiempo de tránsito real llevarán a resultados incorrectos. Para salvar este problema se elige el valor inicial de este parámetro a partir de la observación de las formas de onda temporales.

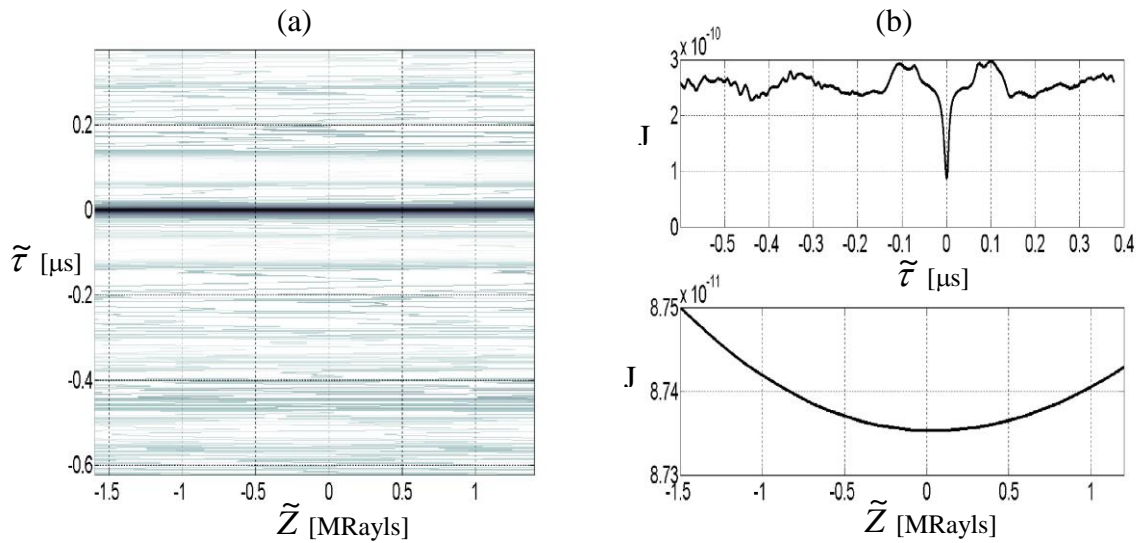


Figura 3: Gráfico de contorno para un material en función de  $Z$  y  $\tau$  y curvas de perfiles en el mínimo.

Para analizar la estabilidad del problema se simularon mediciones con diferentes niveles de ruido y se resolvió el PI para cada caso. En la [Figura 4](#) se muestra la evolución en 1000 iteraciones del funcional de costo. Las señales de ultrasonidos simuladas se perturbaron con tres niveles de ruido aditivo (con desviación estándar de 1, 5 y 10 % del máximo de la señal temporal) en tres materiales compuestos cada uno por tres capas. Se observa en todos los casos que el funcional de costo converge a un valor acorde al nivel de ruido, lo que permite afirmar que el problema es estable y por lo tanto no es necesario incluir criterios de regularización.

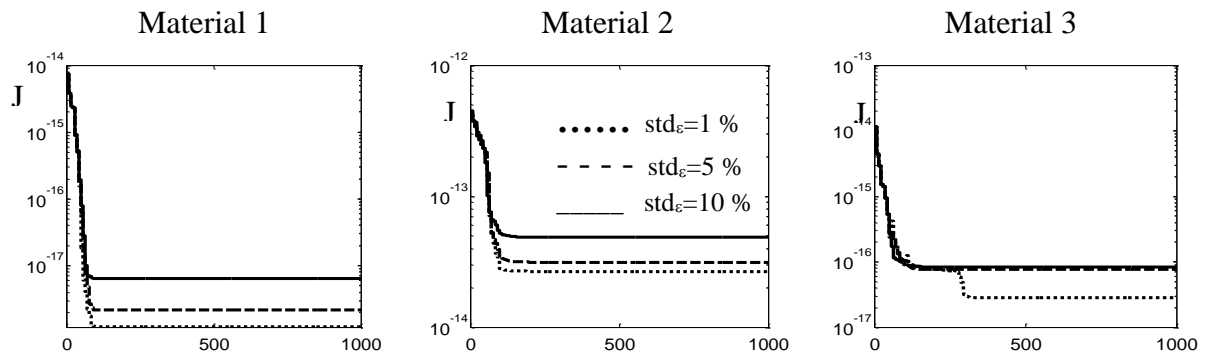


Figura 4: Funcional de costo para diferentes niveles de ruido para tres materiales.

### 3.2 Propuesta de aplicación

La determinación de las propiedades físicas para caracterizar un material homogéneo utilizando mediciones experimentales, objetivo de este trabajo, se lleva a cabo siguiendo la metodología detallada en las secciones anteriores. Las propiedades que se pretende identificar son la atenuación, el módulo elástico, la densidad y la velocidad de propagación.

Se propone resolver el PI que queda formulado en este caso como el problema de encontrar  $\mathbf{p} = [Z \ \tau \ \alpha_0 \ \eta]$ , tal que:

$$\text{Min } J(\mathbf{p}) = \sum_{\omega_i=\omega_i}^{\omega_k} (\sigma_m^*(\omega_i) - \sigma_2^*(\mathbf{p}, \omega_i))^2 \quad (9)$$

En particular, se lleva a cabo un estudio detallado de la atenuación considerando atenuación constante, y atenuación dependiente de la frecuencia según una ley lineal y una ley de potencia.

## 4 MATERIALES Y EXPERIMENTOS

### 4.1 Muestras de acrílico

La metodología se probó sobre tres muestras de acrílico que fueron medidas y pesadas cuidadosamente y algunas de cuyas propiedades se dan en la [Tabla 1](#). Los materiales se cortaron en discos de aproximadamente 40 mm de diámetro y fueron cuidadosamente mecanizados para asegurar que la cara donde incide la onda y su cara opuesta fueran perfectamente paralelas. Las muestras denominadas Ac10 y Ac14 están conformadas por el mismo tipo de acrílico, mientras que Ac3 fue obtenida a partir de un acrílico diferente, por lo que es de esperar que los valores de las propiedades difieran. Por otro lado, las mediciones fueron realizadas por distintas personas y bajo condiciones ambientales que no están debidamente documentadas, lo cual puede ser causa de divergencia entre los valores obtenidos en las estimaciones.

Material	$d$ [mm]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$c$ [m/s]
Ac3	2,61	1168	2612,9-2614,4
Ac10	9,98	1190	2685,2-2685,6
Ac14	14,39	1180	2731,9

Tabla 1: Propiedades medidas de las muestras.

Los dos valores de velocidad de propagación en los casos de Ac3 y Ac10 corresponden a mediciones realizadas con transductores de distinta frecuencia central.

Además de la atenuación se quiere estimar la densidad de cada material, su velocidad de propagación y su módulo de onda longitudinal, definido como:

$$M = c^2 \rho. \quad (10)$$

Este módulo puede calcularse en los casos en que las dimensiones del material en sentido transversal a la propagación de la onda son mucho mayores que la longitud de la onda, a diferencia del módulo de Young,  $E$ , que se calcula a partir de una onda que se propaga por cuerpos delgados como varillas o barras. En este último caso la onda es más lenta debido a los efectos de borde y, en consecuencia  $M$  será siempre mayor que  $E$ .

En la [Tabla 2](#) se dan los valores verdaderos de  $Z_0$  y  $\tau_0$ , y del módulo de onda longitudinal para las tres muestras, calculados a partir de las velocidades y densidades de la [Tabla 1](#).

Material	$Z_0$ [MRayls]	$\tau_0$ [ $\mu$ s]	$M$ [GPa]
Ac3	3.052-3.054	0.999-0.998	7.97-7.98
Ac10	3.195-3.196	3.717-3.716	8.58-8.58
Ac14	3.2236	5.27	8.80

Tabla 2: Parámetros correspondientes a cada muestra.

## 4.2 Configuraciones experimentales

Se utilizaron dos tipos de configuraciones experimentales, una para medir Ac14 y otra para Ac3 y Ac10. En ambos casos se trató de un experimento de transmisión.

En el caso de Ac14 las mediciones se hicieron con los transductores en contacto con la muestra (Figura 5) acoplados con glicerina para favorecer la transmisión y recepción de la onda ultrasónica. Llamamos a ésta “Configuración I”.

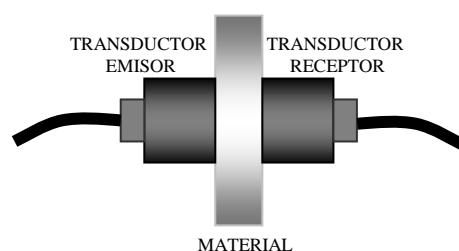


Figura 5: Configuración I. Transductores en contacto con la muestra.

La señal de excitación eléctrica aplicada a las muestras fue un pulso de 100 V, de frecuencia central nominal de 7,5 MHz, aunque se midió una frecuencia central real de alrededor de 5 MHz.

La capa de material acoplante suele ser un problema en este tipo de ensayos, ya que es imposible controlar su espesor y homogeneidad. Una alternativa que permite eliminar este inconveniente es el método que realiza mediciones ultrasónicas en un tanque de inmersión (Configuración II) como se muestra en la Figura 6. En este caso la señal eléctrica fue un pulso de un ciclo de un seno de 32 Vpp emitido por un transductor no focalizado y amplificado 40 dB (100 veces), con frecuencias centrales de 5,5 y 6 MHz. Para recibir se utilizó un hidrófono, separado del emisor por 124 mm, con la muestra ubicada en el centro. En el receptor, la señal recibida por el hidrófono se amplificó 37,5 dB (75 veces). La muestra se exploró en un plano paralelo a la cara del material de 2 mm cuadrados, en tres pasos de 1 mm en cada dirección, con lo que se tienen 9 mediciones por cada muestra. Esto brindó la posibilidad de promediar las señales obtenidas.

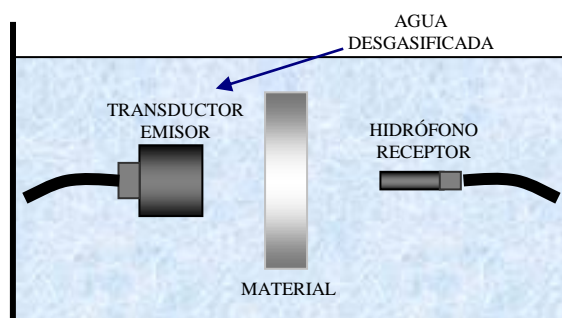


Figura 6: Configuración II. Ensayo en tanque de inmersión.

## 4.3 Efecto de los transductores

La forma de onda que llega al material no es la misma que la emitida por el generador de funciones, sino que está alterada por la respuesta de los transductores y de todo el circuito eléctrico involucrado en la generación y recepción de la señal (Schmerr, 2007). Por lo mismo, la señal eléctrica recibida en el receptor no tendrá la misma forma que la tensión mecánica que



se genera en el extremo del material luego de la propagación de la onda.

Para estudiar las características del material puede optarse por dos caminos: hacer una caracterización del sistema completo, lo cual involucra el conocimiento exacto de una gran cantidad de parámetros adicionales relacionados con los aspectos piezoeléctricos, o bien, eliminar el efecto de los transductores y los circuitos de los sistemas emisor y receptor haciendo uso de los fundamentos de sistemas lineales.

En el caso de la Configuración I el diagrama en bloques que la representa se muestra en la Figura 7.  $H_M$ ,  $H_E$  y  $H_R$  son las funciones de transferencia del material, del circuito de emisión y del circuito de recepción respectivamente,  $V_1$  representa la tensión eléctrica aplicada y  $V_2$  es la recibida, mientras que  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son las tensiones mecánicas en los extremos del material.

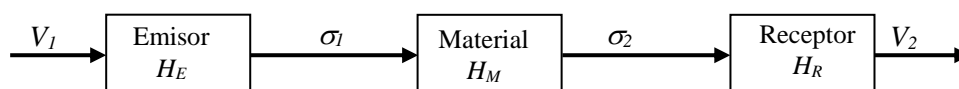


Figura 7: Diagrama en bloques Configuración I.

La relación entre las transformadas de Fourier de estas cantidades es:

$$V_2(\omega) = V_1(\omega)H_E(\omega)H_M(\omega)H_R(\omega), \tag{11}$$

donde lo que interesa identificar es  $H_M$ , es decir, la función que caracteriza al material y que contiene los parámetros del modelo.

Al utilizar la Configuración I es de utilidad contar con la señal registrada en vacío, es decir, al poner los transductores en contacto, con el objetivo de independizar el problema de los sistemas emisor y receptor. En la Figura 8 se muestra la forma de onda recibida en este caso y su espectro de amplitud.

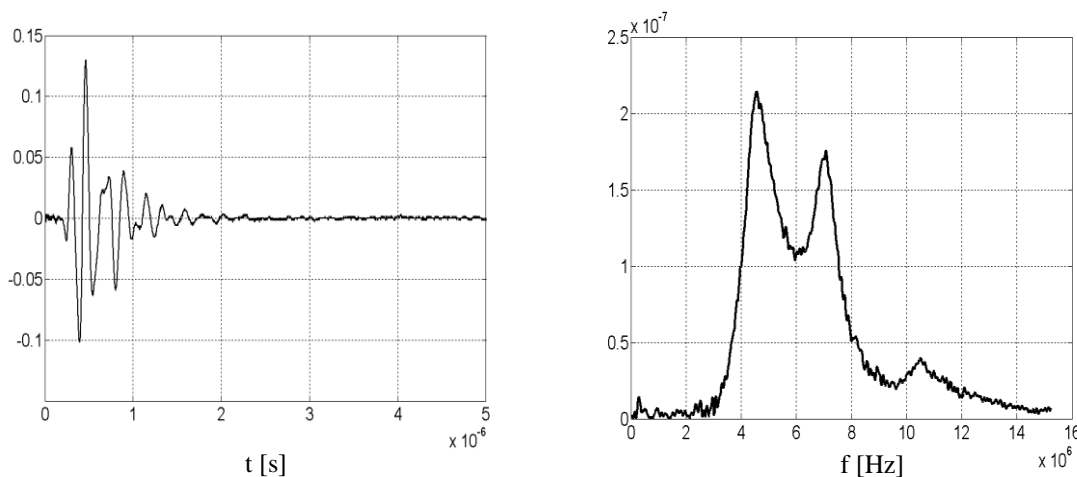


Fig. 8: Señal en el transductor receptor con los transductores en contacto.

El diagrama en bloques que ilustra esta última situación es el de la Figura 9,

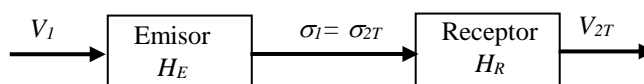


Fig. 9: Diagrama en bloques de la Configuración I sin muestra.

donde se ve que la tensión medida con los transductores en contacto es:

$$V_{2T}(\omega) = V_I(\omega)H_E(\omega)H_R(\omega). \quad (12)$$

Si observamos las Ec.(11) y (12) vemos que

$$V_2(\omega) = V_{2T}(\omega)H_M(\omega), \quad (13)$$

y de esta manera quedan las ecuaciones escritas en términos de las mediciones disponibles y del modelo, sin necesidad de identificar los parámetros del sistema de medición. Así, la señal considerada como excitación en el modelo de la Ec.(4) es  $V_{2T}$ , la forma de onda mostrada en la Figura 8, en lugar de  $\sigma_I$ . La señal medida,  $\sigma_m$  de la Ec.(9), es la señal registrada en el receptor luego de la propagación de la onda a través del material, es decir,  $V_2$ .

Cuando los experimentos se llevan a cabo en el tanque de inmersión el principio a emplear es el mismo, considerando la influencia del agua. En este caso se toma como señal de excitación del modelo la onda propagada por el agua, sin muestra en el medio. El diagrama en bloques que representa esta situación se muestra en la Figura 10.

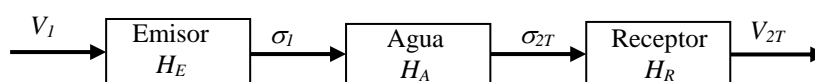


Fig. 10: Diagrama en bloques Configuración II sin muestra.

La relación entre  $V_I$  y  $V_{2T}$  es ahora:

$$V_{2T}(\omega) = V_I(\omega)H_E(\omega)H_A(\omega)H_R(\omega), \quad (14)$$

donde  $H_A$  es la función de transferencia que representa al volumen de agua que atraviesa la onda desde el emisor hasta el hidrófono receptor. En esta distancia la onda es atenuada dependiendo de la frecuencia de acuerdo a la relación  $\alpha_a(\omega) = 5,4967e^{-15} \omega^2$  [dB/m].

Cuando se ubica la muestra del material equidistante entre el emisor y el receptor el diagrama en bloques que representa la situación es:

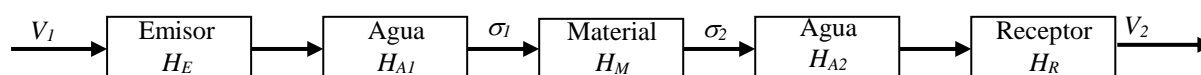


Figura 11: Diagrama en bloques Configuración II.

y la ecuación que relaciona  $V_2$  con  $V_I$  es:

$$V_2(\omega) = V_I(\omega)H_E(\omega)H_{A1}(\omega)H_M(\omega)H_{A2}(\omega)H_R(\omega). \quad (15)$$

$H_{A1}$  y  $H_{A2}$  representan la función de transferencia de las porciones de agua que la onda recorre antes y después de la muestra. Al atravesar el material la onda es atenuada por el mismo, y en esa parte del trayecto no sufre la atenuación del agua. Esto debe tenerse en cuenta al utilizar como señal de excitación la forma de onda propagada por el agua.

Otro aspecto a considerar es la diferencia de impedancia entre el agua y el material, lo que hará que la amplitud de la onda que penetra en el medio a evaluar dependa del coeficiente de transmisión en su interfaz con el agua,  $T$ , que se calcula a partir de las impedancias acústicas:

$$T = \frac{2Z_{material}}{Z_{material} + Z_{agua}}. \quad (16)$$

Si se consideran los dos efectos mencionados antes, entonces puede afirmarse sin incurrir en errores de importancia que  $H_A(\omega) = H_{A1}(\omega) \cdot H_{A2}(\omega)$ . Teniendo en cuenta esto, la señal de excitación debe multiplicarse por  $T$ , y la medición recibida debe multiplicarse por un término que quite la atenuación que la onda no sufre por el agua al atravesar el material. De acuerdo a esto puede escribirse que:

$$V_2(\omega) e^{j\alpha_a d} = TV_{2T}(\omega) H_M(\omega). \quad (17)$$

## 5 RESULTADOS

Se realizó una primera estimación de la atenuación a partir de las señales temporales con el objeto de contrastar estos resultados con los valores que se estimarían luego con el PI. El cálculo se hizo comparando la amplitud de la señal temporal de referencia (A1) con la de la señal recibida (A2), de acuerdo a la Ec.(17):

$$\alpha_t = \frac{\ln(A1/A2)}{d} \text{ [Np/m]}. \quad (17)$$

Luego, a partir del espacio de soluciones obtenido del valor cuadrático medio de la diferencia entre los datos experimentales y los calculados con el modelo usando los valores verdaderos de  $Z$  y  $\tau$ , se calculó el coeficiente de atenuación fijando  $\eta=0$  y  $\eta=1$ . Los valores estimados en cada caso se muestran en la [Tabla 3](#) en Np/m, donde para Ac3 y Ac10 se consideraron los datos medidos con transductores de frecuencias centrales  $f_c=5,5$  MHz (izquierda) y  $f_c=6$  MHz (derecha). Puede observarse una buena concordancia entre los diferentes cálculos.

Material	$\alpha_t$		$\alpha_0 (\eta=0)$		$\alpha_0 (\eta=1)$	
Ac3	187,11	192,56	145,60	148,5	$4,35e^{-6}$	$3,58e^{-6}$
Ac10	83,52	85,21	87,03	91,17	$2,27e^{-6}$	$2,40e^{-6}$
Ac14	110		104		$3.5e^{-6}$	

Tabla 3: Coeficientes de atenuación constante y lineal.

En las [Figuras 12](#), [13](#) y [14](#) se muestran las formas de onda de las mediciones experimentales y sus respectivos espectros de amplitud, junto con las obtenidas a partir del modelo equivalente utilizando los valores de atenuación de la [Tabla 3](#) con  $\eta=0$  para los tres casos. Para Ac3 y Ac10 se presentan únicamente los gráficos correspondientes a las mediciones hechas con el transductor de frecuencia central 5,5 MHz.

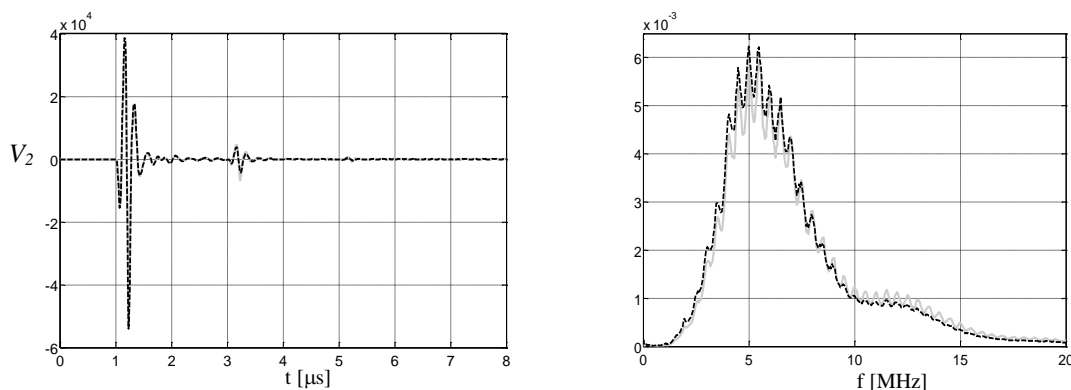
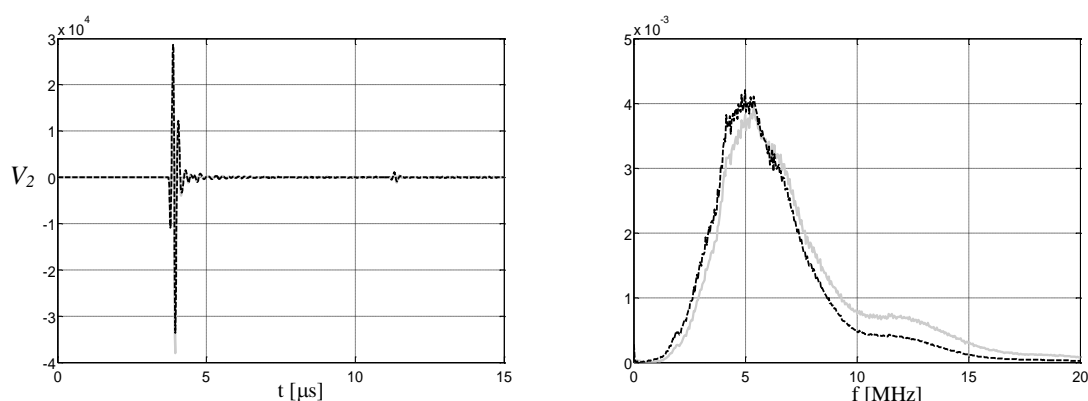
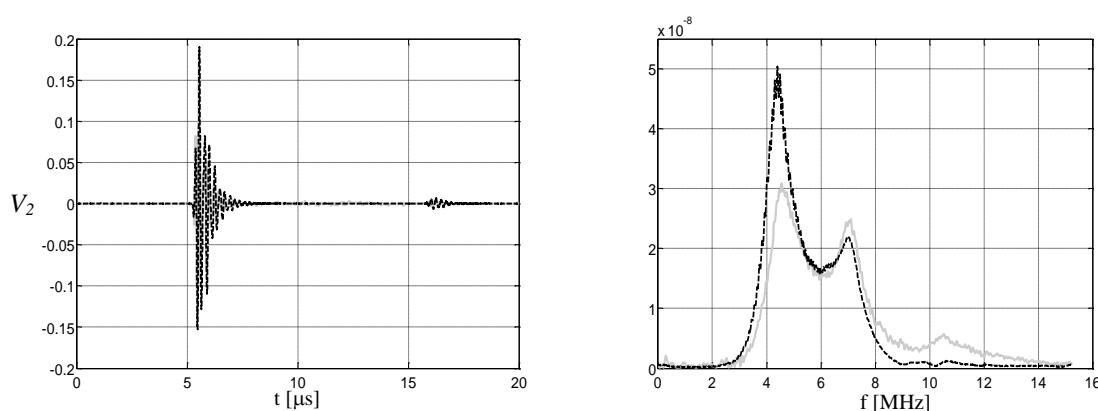


Figura 12: Ac3 (Real: negro; Calculada por el modelo con  $\eta=0$ : gris).

Figura 13: Ac10 (Real: negro; Calculada por el modelo con  $\eta=0$ : gris).Figura 14: Ac14 (Real: negro; Calculada por el modelo con  $\eta=0$ : gris).

Por último, y resolviendo el PI utilizando la metodología descrita en los apartados 3 y 4, se estima también  $\eta$  y el resto de los parámetros de cada muestra. En la [Tabla 4](#) se muestran los valores así obtenidos y puede verse en ella que los mismos presentan una buena concordancia con los reales ([Tabla 2](#)).

Material	$Z$ [Mrayls]	$\tau$ [ $\mu$ s]	$\alpha_0$ [Np/m]	$\eta$	$c$ [m/s]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$M$ [Gpa]
Ac3	3,1061	0,9886	0,0122	0,5388	2613,4	1188	8,11
Ac10	3,1596	3,7225	6,37e <sup>-4</sup>	0,68	2681,3	1178	8,47
Ac14	3,1000	5,2800	3,33e <sup>-4</sup>	0,72	2725,4	1137	8,44

Tabla 4: Valores estimados a partir del PI.

En las [Figuras 15\(a\)](#), [16\(a\)](#) y [17\(a\)](#) se comparan los espectros experimentales con los calculados considerando tanto atenuación lineal como los valores de  $\alpha_0$  y  $\eta$  de la [Tabla 4](#), es decir, atenuación según una ley de potencia. En las [Figuras 15\(b\)](#), [16\(b\)](#) y [17\(b\)](#) se muestran los respectivos residuos con respecto a la medición experimental. En general puede considerarse, observando estos residuos, que el modelo potencial es el que mejor ajusta a los datos experimentales, especialmente en altas frecuencias.

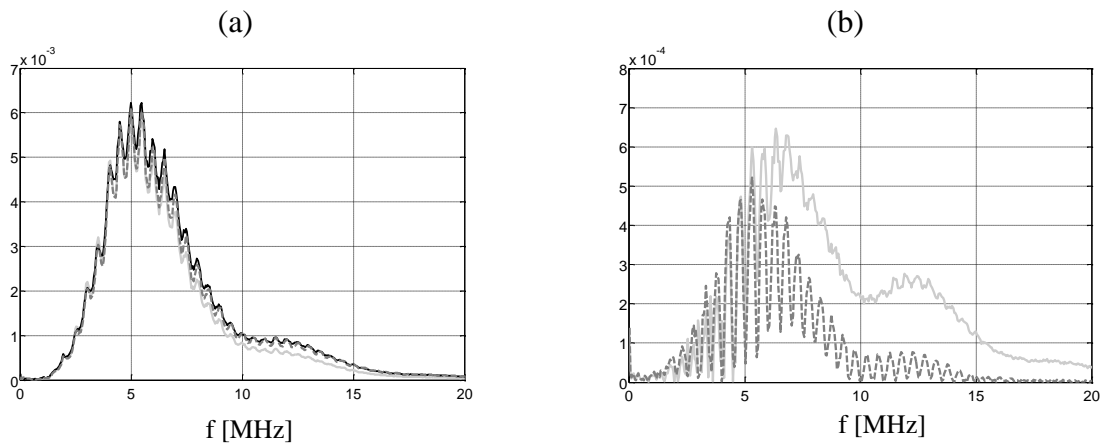


Figura 15: Ac3. Espectro de amplitud y residuo (Experimental: negro; atenuación lineal: gris claro; atenuación potencial: gris oscuro).

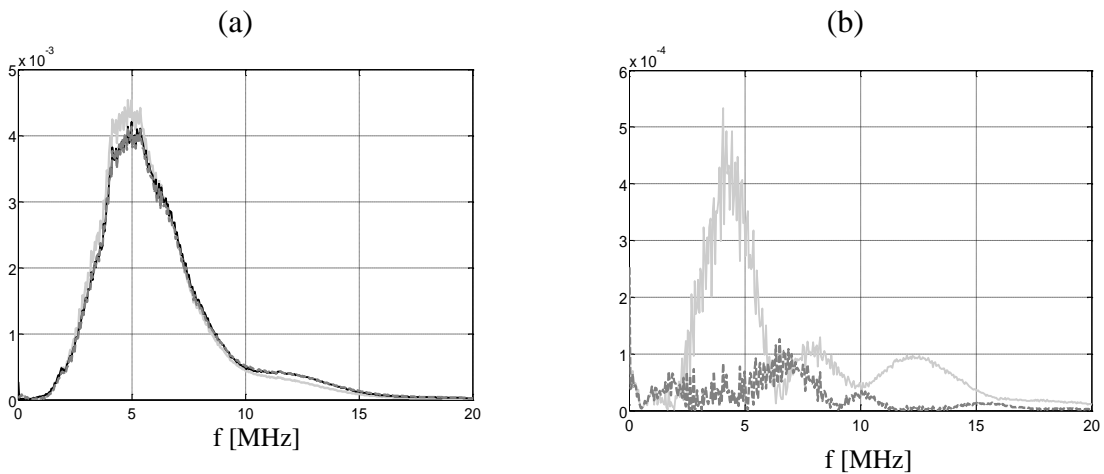


Figura 16: Ac10. Ac3. Espectro de amplitud y residuo (Experimental: negro; atenuación lineal: gris claro; atenuación potencial: gris oscuro).

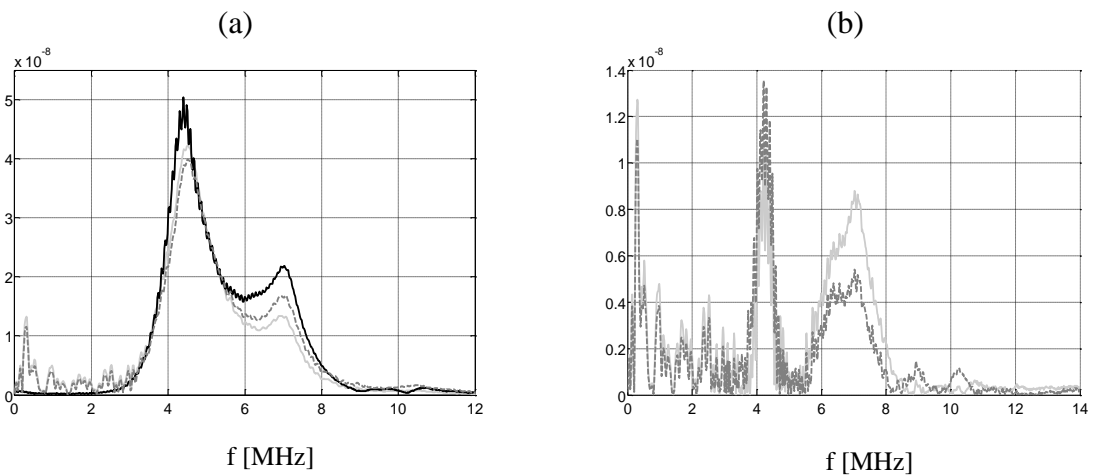


Figura 17: Ac14. Espectro de amplitud y residuo (Experimental: negro; atenuación lineal: gris claro; atenuación potencial: gris oscuro).

La atenuación estimada para las muestras Ac10 y Ac14 en función de la frecuencia al

utilizar el modelo potencial es muy similar, como se muestra en la [Figura 18](#). Esto podía esperarse dado que, como ya mencionamos, se trata de dos muestras diferentes del mismo acrílico. En la misma figura se grafica también la atenuación de Ac3 que es superior a las otras dos para todas las frecuencias.

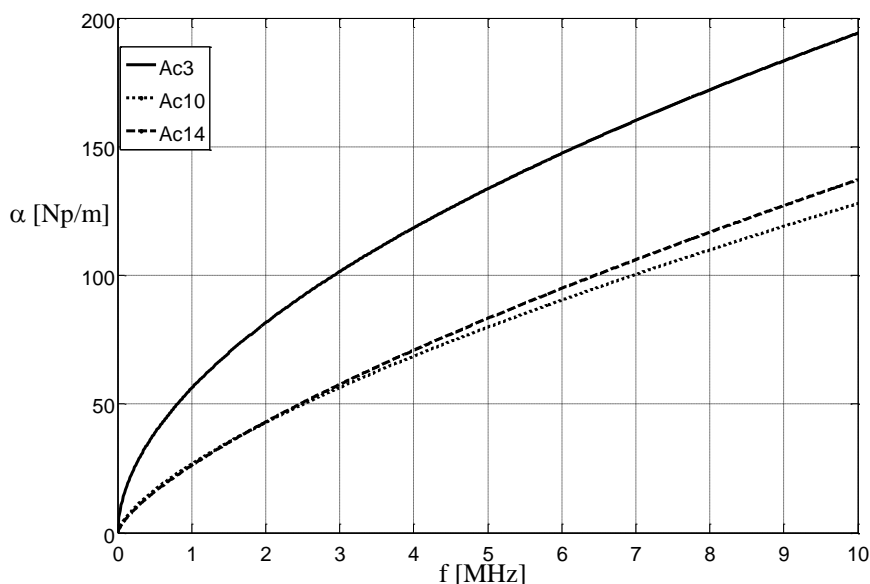


Figura 18. Atenuación de las tres muestras

## 6 CONCLUSIONES

A la vez que identifica la impedancia acústica y los tiempos de tránsito de la muestra, de donde se pueden estimar la densidad, la velocidad de propagación y el módulo de onda longitudinal, la metodología planteada permitió realizar una caracterización de la atenuación del material en función de la frecuencia.

En todos los casos la resolución del PI planteado llevó a estimaciones correctas de los parámetros buscados. En cuanto a la atenuación, los resultados hacen concluir que el modelo de atenuación potencial es una buena aproximación para predecir la forma en que este fenómeno depende de la frecuencia en este tipo de materiales.

Una de las ventajas que presenta la metodología es que una única medición es necesaria para realizar la caracterización completa del material. Por otro lado, al no emplear una discretización geométrica de la muestra para la resolución numérica del PI, la solución es muy eficiente desde el punto de vista computacional.

### Agradecimientos

Los autores desean agradecer la colaboración de los investigadores del Laboratorio de Ultrasonido de la Universidad de Santiago de Chile y del Laboratorio de Evaluación no destructiva de la Universidad de Granada, donde se llevaron a cabo los ensayos utilizados en este trabajo, y a sus respectivos directores, el Dr. Luis Gaete y el Dr. Guillermo Rus.

### REFERENCIAS

Achenbach, J.D., Quantitative nondestructive evaluation. *International Journal of Solids and Structures*, 37:13-27, 2000.

- Bochud, N., Signal Processing-Based Identification of Pathology using Ultrasonics. *Tesis Doctoral Universidad de Granada*, 2014.
- Carlson, J.E., van Deventer, J., Scolan, A. y Carlander, C., Frequency and Temperature Dependence of Acoustic Properties of Polymers Used in Pulse-Echo Systems. *IEEE Ultrasonic Symposium*, 885-888, 2003.
- Marquardt, D., An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 11: 431-441, 1963.
- Messineo, M.G., Frontini, G.L., Eliçabe, G.E., Gaete-Garretón, L., Equivalent Ultrasonic Impedance in Multilayer Media. A Parameter Estimation Problem, *Inverse Problems in Science and Engineering*, 21: 1268-1287, 2013.
- Ping He, Determination of Ultrasonic Parameters based on Attenuation and Dispersion Measurements, *Ultrasonic Imaging*, 20: 275-287, 1998.
- Rosenbaum, J, *Bulk Acoustic Waves. Theory and Devices*, Artech House Inc., 1988.
- Schmerr, L.W., Sun-Jing Song, *Ultrasonic Nondestructive Evaluation Systems. Models and Measurements*, Springer Science+Business Media, LLC, 2007.
- Szabo, T.L., Time domain wave equations for lossy media obeying a frequency power law, *Acoust. Soc. Am.*, 96: 491-500, 1994.
- Treeby, B.E., Cox, B.T., Modeling power law absorption and dispersion for acoustic propagation using the fractional Laplacian, *J. Acoust. Soc. Am.*, 127: 2741-2748, 2009.
- Umchid, S., Frequency Dependent Ultrasonic Attenuation Coefficient Measurement, *3<sup>rd</sup> International Symposium on Biomedical Engineering*, 234-238, 2008.
- Wells, P.N.T., Review: Absorption and Dispersion of Ultrasound in Biological Tissue, *Ultrasound Med. Biol.* , 1: 369, 1975.