

SIMULACIÓN DE FLUJOS CON SUPERFICIE LIBRE MEDIANTE UNA METODOLOGÍA DE CAPTURA DE INTERFASE

Laura Battaglia^{a,b}, Marcela A. Cruchaga^c, Mario A. Storti^a y Jorge D'Elía^a

^a*Centro de Investigación de Métodos Computacionales (CIMEC)*

Universidad Nacional del Litoral - CONICET

Predio CONICET Santa Fe, Colectora Ruta Nac 168, Km 472, Paraje El Pozo, Santa Fe, Argentina.

e-mail: lbattaglia@santafe-conicet.gob.ar; (mstorti,jdelia)@intec.unl.edu.ar

web page: <http://www.cimec.org.ar>

^b*Grupo de Investigación en Métodos Numéricos en Ingeniería (GIMNI)*

Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Santa Fe

Lavaise 610, Santa Fe, Argentina

^c*Departamento de Ingeniería Mecánica*

Universidad de Santiago de Chile (USACH)

Av. Libertador Bernardo O'Higgins 3363, Santiago, Chile

e-mail: mcruchaga@lauca.usach.cl

Palabras Clave: superficie libre, elementos finitos, captura de interfase, validación experimental.

Resumen. Una metodología de captura de interfase de tipo *level set* (LS) es aplicada a la resolución de problemas de flujo con superficie libre, para los cuales la función marcadora o de LS indica presencia de líquido cuando es positiva, de gas cuando es negativa, y determina la posición de la interfase para el valor nulo. La metodología de cálculo, introducida previamente (Battaglia *et al.*, *Mecánica Computacional*, XXVIII(17):1423–1440 (2009)), consiste en la resolución consecutiva de tres instancias, cada una de ellas mediante elementos finitos. En la primera, se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes para obtener el estado en el fluido; en la segunda, se advecta la función de LS para determinar la nueva posición de la interfase; y en la tercera, se aplica una estrategia de renormalización sobre la función de LS, con el fin de mantener cierta regularidad de dicha función. Para complementar la estrategia de captura de interfase, se analiza la incorporación de una metodología de control de volumen, así como también la de un modelo que permita considerar la energía disipada por efectos turbulentos. La validación de los desarrollos se realiza mediante la simulación numérica de ensayos experimentales de agitación en tanques rectangulares.

1. INTRODUCCIÓN

Entre los problemas de flujo con superficie libre más estudiados se encuentran los de agitación, de sumo interés en el análisis del transporte de fluidos o de la respuesta de tanques de almacenamiento de líquidos ante excitaciones armónicas o sismos.

Los problemas de agitación han sido abordados mediante distintas estrategias en elementos finitos y otros métodos numéricos similares, como ser de seguimiento de interfase tipo *Arbitrary Lagrangian Eulerian* (ALE) (Hughes et al., 1981; Huerta y Liu, 1988; Battaglia et al., 2012), mediante métodos de captura de interfase, ya sean del tipo *level set* (LS) (Sussman et al., 1994, 1998; Battaglia et al., 2010b) u otros similares (Cruchaga et al., 2005, 2007), o empleando técnicas mixtas, en las cuales la superficie libre es representada mediante una grilla que se mueve independientemente de la malla de base fija (Cruchaga et al., 2001).

La validación de los métodos numéricos para sloshing se realiza en general recurriendo a soluciones analíticas o semianalíticas (Moiseev y Petrov, 1966; Prosperetti, 1981) que generalmente consideran fluidos no viscosos, o bien a resultados experimentales, como los presentados en Cruchaga et al. (2013), en los cuales los efectos viscosos resultan importantes para la correcta resolución de los problemas.

En este trabajo se empleará la técnica LS desarrollada anteriormente (Battaglia et al., 2010a,b) para la resolución de un problema de agitación que será validado con resultados experimentales (Cruchaga et al., 2013). Para ello, será preciso incorporar a la estrategia un modelo que permita tener en cuenta la disipación de energía mediante efectos turbulentos, así como también asegurar la conservación del volumen del líquido, dado que las simulaciones se desarrollan a lo largo de períodos de tiempo relativamente extensos.

2. ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN

La resolución de flujos con superficie libre es abordada mediante la resolución de tres problemas relacionados entre sí: el del estado del fluido, representado por las ecuaciones de Navier Stokes (NS) para los dos fluidos involucrados; el de transporte de la función marcadora ϕ resuelto mediante advección lineal; y el de renormalización de ϕ , que mantiene la regularidad del campo de la función de LS, empleando la estrategia denominada Renormalización Acotada con Penalización Continua (RAPC) (Battaglia et al., 2010a).

La interacción entre los tres problemas se resuelve operativamente resolviendo en cada paso de tiempo cada uno de ellos mediante elementos finitos lineales, de manera tal que las velocidades calculadas al resolver NS son empleadas para la advección de la función de LS ϕ , tras lo cual el campo de ϕ es renormalizado para ser empleado en el siguiente paso de tiempo como indicador de propiedades de los dos fluidos considerados al resolver NS.

Las tres instancias son resueltas mediante módulos del programa de propósito general **PETSc-FEM** (2014), orientado a multifísica y cálculo en paralelo mediante el uso de *Message Passing Interface* (MPI, 2013) y de Portable Extensible Toolkit for Scientific Computation (PETSc) (Balay et al., 2013). La sincronización entre los procesos se realiza mediante programas denominados *hooks*, que se ejecutan en determinados instantes de cada programa (Battaglia et al., 2010b). En particular, se utiliza la misma topología en los tres modelos de elementos finitos a resolver.

2.1. Estado en el fluido

El estado en el fluido dentro de un dominio Ω , en tiempo $t \in [0, T]$ está dado por el sistema de ecuaciones de NS para dos fluidos viscosos, incompresibles e inmiscibles,

$$\begin{aligned} \rho(\phi(\mathbf{x}, t)) (\partial_t \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} - \mathbf{f}) - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} &= 0 ; \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 ; \end{aligned} \quad (1)$$

donde $\mathbf{x} \in \Omega$ es el vector posición, \mathbf{v} es la velocidad, \mathbf{f} representa las fuerzas de cuerpo por unidad de masa, $\rho(\phi(\mathbf{x}, t))$ es la densidad, $\partial_t(\dots) = \partial(\dots)/\partial t$ representa derivación parcial con respecto al tiempo y ϕ es la función de LS. El tensor de tensiones $\boldsymbol{\sigma}$ se compone de una parte isotrópica $-p\mathbf{I}$ y una desviadora \mathbf{T} , tal que

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \mathbf{T} ; \quad (2)$$

donde p es la presión, \mathbf{I} el tensor identidad y \mathbf{T} el tensor de fuerzas viscosas,

$$\mathbf{T} = 2 \mu(\phi(\mathbf{x}, t)) \boldsymbol{\epsilon} ; \quad (3)$$

que es a su vez una función del tensor tasa de deformación $\boldsymbol{\epsilon}$ para fluidos newtonianos,

$$\boldsymbol{\epsilon} = \frac{1}{2} \left[\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T \right] ; \quad (4)$$

en la cual $(\dots)^T$ indica transposición y $\mu = \mu(\phi(\mathbf{x}, t))$ es la viscosidad dinámica.

Las propiedades de los fluidos considerados, densidad y viscosidad, dependen tanto de la posición \mathbf{x} como del instante t en que se evalúan, y vienen dados por la función de LS ϕ , que se encuentra definida sobre todo el dominio Ω e indica qué región está ocupada por uno u otro de los fluidos considerados (Sussman et al., 1994, 1998), de acuerdo con:

$$\phi(\mathbf{x}, t) \begin{cases} > 0 & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega_l; \\ = 0 & \text{si } \mathbf{x} \in \Gamma_{SL}; \\ < 0 & \text{si } \mathbf{x} \in \Omega_g; \end{cases} \quad (5)$$

donde la fase líquida es Ω_l y la fase gaseosa es Ω_g , tales que $\Omega = \Omega_l \cup \Omega_g$ y $\Omega_l \cap \Omega_g = \emptyset$ se verifican. Los subíndices adoptados, l y g , corresponden a las fases de líquido y de gas, respectivamente. Además, la superficie libre es

$$\Gamma_{SL} = \{\mathbf{x} | \phi(\mathbf{x}, t) = 0\}. \quad (6)$$

En el contexto de la RAPC, descrita en la Sec. 2.3, la función de LS se encuentra acotada, es decir, $-1 \leq \phi \leq 1$, y la transición entre fluidos es suave.

Conocidos los valores de ϕ , las propiedades de los fluidos en las Ecs. (1) y (3) están dadas como sigue,

$$\begin{aligned} \rho(\phi) &= \frac{1}{2} \left[\left(1 + \tilde{H}(\phi)\right) \rho_l + \left(1 - \tilde{H}(\phi)\right) \rho_g \right] ; \\ \mu(\phi) &= \frac{1}{2} \left[\left(1 + \tilde{H}(\phi)\right) \mu_l + \left(1 - \tilde{H}(\phi)\right) \mu_g \right] ; \end{aligned} \quad (7)$$

en las cuales $\tilde{H}(\phi)$ es una función signo suavizada,

$$\tilde{H}(\phi) = \tanh \left(\frac{\pi \phi}{\tilde{\epsilon}} \right) ; \quad (8)$$

adoptando $\tilde{\varepsilon}$ como parámetro de referencia para graduar el ancho de la transición, tal que cuando $|\phi| \rightarrow \tilde{\varepsilon}$, entonces $\tilde{H}(\phi) \rightarrow 1$.

La resolución numérica de las Ecs. (1) se realiza mediante el módulo de NS de PETSc-FEM, empleando elementos lineales de igual interpolación para velocidad y presión, estabilizados con *streamline upwind/Petrov-Galerkin* (SUPG) (Brooks y Hughes, 1982) y *pressure stabilizing/Petrov-Galerkin* (PSPG) (Tezduyar, 1991; Tezduyar et al., 1992).

2.2. Advección de la función marcadora

El transporte de la función ϕ en el dominio Ω está dado por la velocidad \mathbf{v} obtenida al resolver las ecuaciones de NS, y consiste en resolver

$$\partial_t \phi + \mathbf{v} \cdot \nabla \phi = 0; \quad (9)$$

con las siguientes condiciones de borde,

$$\phi = \bar{\phi} \quad \text{sobre} \quad \Gamma_{\text{in}}; \quad (10)$$

donde $\Gamma_{\text{in}} = \{\Gamma \mid \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} < 0\}$ es la sección de ingreso. Al transportar la variable, la interfase Γ_{SL} es adveccionada naturalmente.

La resolución numérica de las Ecs. (9) y (10) se realiza con el módulo de advección-difusión de PETSc-FEM, empleando elementos finitos lineales estabilizados con SUPG (Brooks y Hughes, 1982).

2.3. Reinicialización de la función marcadora

Son diversas las técnicas de reinicialización y regularización utilizadas en la literatura (Mut et al., 2006; Elias et al., 2007; Hartmann et al., 2010; Sun et al., 2010; Ausas et al., 2011), en su mayoría orientadas a la reconstrucción de la función distancia desde la interfaz $\phi = 0$, típica de las formulaciones fundacionales de LS (Sussman et al., 1994, 1998). En cambio, la presente metodología tiene por objetivo mantener una transición entre interfases de ancho prefijado, no necesariamente asociada a una función distancia, mientras que fuera de dicha transición la función de LS toma valores $\phi = \pm 1$, dependiendo de la fase. En este sentido, se trata de una aproximación que comparte características con la de *Conservative Level Set* (CLS) (Olsson y Kreiss, 2005), en la cual la función marcadora $\hat{\phi}$ se encuentra acotada al intervalo $[0, 1]$.

El procedimiento de renormalización aplicado se orienta a conservar la regularidad de la transición entre las fases mediante la resolución de una ecuación diferencial en derivadas parciales, en la cual la variable es la función marcadora ϕ (Battaglia et al., 2010a). El operador de Renormalización Acotada con Penalización Continua (RAPC) es

$$\phi (\phi^2 - \phi_{\text{ref}}^2) - \kappa \Delta \phi + M \left(\hat{H}(\phi) - \hat{H}(\phi^0) \right) = 0; \quad (11)$$

donde κ es una difusión, M un coeficiente de penalidad y ϕ_{ref} es un valor de referencia para la variable ϕ , para el cual se adopta $\phi_{\text{ref}} = 1$, mientras que ϕ^0 es el valor inicial de la función de LS, resultado de resolver el problema dado por las Ecs. (9) y (10). El parámetro de difusión κ está relacionado con el tamaño promedio de los elementos h , usualmente de h^2 a $(3h)^2$, tal que un menor valor de κ resulta en una faja de transición más estrecha. Para el coeficiente M , adimensional, se adoptan usualmente valores de $O(10^{n_d+2})$, siendo n_d el número de dimensiones espaciales involucradas. Por último, la expresión de la función adoptada para el término de penalidad es

$$\hat{H}(\phi) = \tanh(2\pi\phi); \quad (12)$$

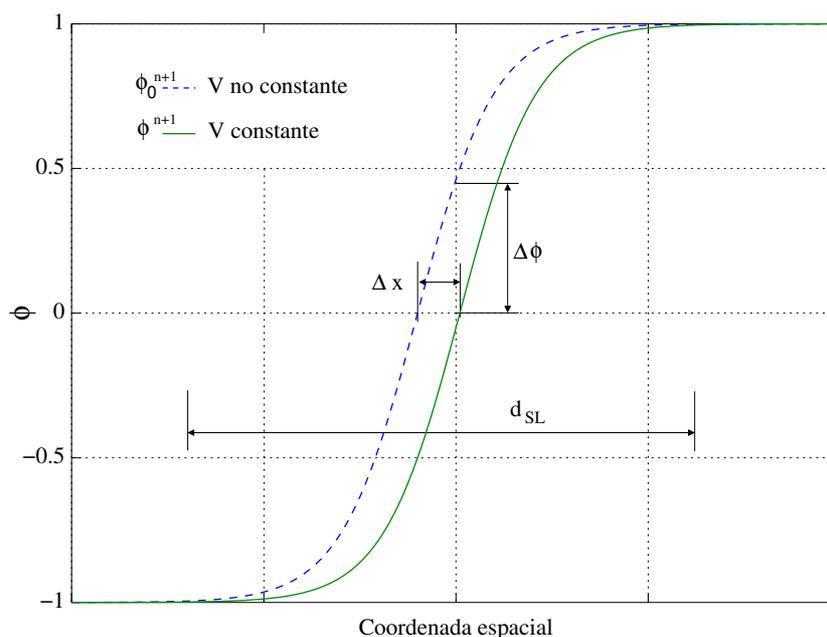


Figura 1: Esquema de parámetros intervinientes en la conservación de volumen.

que corresponde a una función signo suavizada.

Como resultado de la aplicación de la Ec. (11), la función de LS toma valores $\phi = 1$ o $\phi = -1$ en las regiones de líquido y de gas, respectivamente, que se encuentran fuera de la faja de transición de la interfase, mientras que en cercanías de Γ_{SL} se produce la transición suave, de semiancho $\delta = \mathcal{O}(\kappa^{1/2})$.

El operador de RAPC es resuelto numéricamente mediante elementos finitos, en cada paso de tiempo o cada cierta cantidad de pasos de tiempo, dependiendo de la rapidez de desplazamiento de la superficie libre. Un mayor detalle sobre las características del proceso de renormalización puede hallarse en trabajos previos (Battaglia et al., 2010a,b).

3. ESTRATEGIA DE CONSERVACIÓN DE VOLUMEN

Es un problema conocido de los métodos tipo LS la falta de conservación de masa durante los análisis (Sussman et al., 1998; Sussman y Fatemi, 1999). En particular, el aumento o pérdida de masa de cada fase no es uniforme a lo largo de la interfase, sino que tiende a concentrarse donde ésta presenta mayor curvatura (Mut et al., 2006). Para superar este inconveniente, se implementó una estrategia de conservación de masa global y explícita, que se ejecuta inmediatamente después de aplicar el operador de RAPC. En el caso de desplazamientos y deformaciones pequeñas de la superficie libre, como el que motiva este trabajo, el error que puede cometerse al desplazar uniformemente el campo de ϕ a lo largo de toda la interfase no afecta sensiblemente los resultados de la simulación.

La metodología de conservación de volumen consiste en sumar al campo de ϕ en el paso de tiempo $n + 1$, denominado ϕ_0^{n+1} , un $\Delta\phi^{n+1}$ calculado de la siguiente manera,

$$\Delta\phi^{n+1} = C_{\text{vol}} D_{\text{vol}}^{-1} (V^{n+1} - V^0); \quad (13)$$

siendo V^{n+1} el volumen de líquido en el paso de tiempo $n + 1$, V^0 el volumen de líquido inicial, C_{vol} un coeficiente adimensional que permite controlar la estabilidad del esquema de conservación, con $C_{\text{vol}} < 1$, y D_{vol} un parámetro que relaciona la extensión media de la superficie libre y

el gradiente de la función de nivel ϕ en la interfase. El valor de la variable en el paso de tiempo considerado será entonces $\phi^{n+1} = \phi_0^{n+1} + \Delta\phi^{n+1}$.

El funcionamiento de la corrección de masa se basa en lo siguiente: la variación de volumen puede estimarse como $\Delta V = (V^{n+1} - V^0) = L_{SL} \Delta x$, con L_{SL} la longitud aproximada de la superficie libre en 2D, o el área de la superficie libre en 3D, y Δx el desplazamiento de la curva de la función de nivel ϕ con respecto a la posición de volumen de líquido constante, como puede apreciarse en la Fig. 1. Debido a que la corrección se efectúa sobre ϕ , se recupera la relación entre Δx y $\Delta\phi$ mediante $\nabla\phi$,

$$\nabla\phi \approx \frac{\Delta\phi}{\Delta x} \approx \frac{2\phi_{\text{ref}}}{d_{\text{SL}}}; \quad (14)$$

en la cual d_{SL} es el ancho de la transición entre $\pm\phi_{\text{ref}}$ y se relaciona con el parámetro κ de la Sec. 2.3. En definitiva, d_{SL} se estima en función de la cantidad de elementos en el denominador espesor de la interfase, y en la Ec. (13) se emplea $D_{\text{vol}} = \frac{1}{2}L_{SL}d_{\text{SL}}$.

En la Sec. 5 se realizan consideraciones acerca de los valores adoptados para cada parámetro interviniente en la metodología de conservación, así como también de su desempeño.

4. CONSIDERACIONES SOBRE EFECTOS DE LA TURBULENCIA

Se espera que la metodología de cálculo pueda resolver casos de flujo con superficie libre en un régimen de flujo turbulento, motivo por el cual es preciso considerar de alguna manera la disipación de energía por efectos turbulentos.

Un modelo de implementación sencilla es el aplicado en Cruchaga et al. (2009) y Cruchaga et al. (2013), donde la viscosidad turbulenta está dada por

$$\mu_t = \min(\mu + l_{\text{mix}}^2 \rho \sqrt{2\epsilon} : \epsilon, \mu_{\text{max}}); \quad (15)$$

donde l_{mix} es una longitud de mezcla característica del problema y μ_{max} una viscosidad máxima dada. En Cruchaga et al. (2009) se adopta $l_{\text{mix}} = C_t h_{\text{UGN}}$, siendo C_t un parámetro dado y h_{UGN} una longitud característica del elemento, mientras que para los casos resueltos en Cruchaga et al. (2013) se emplea un parámetro global l_{mix} fijo.

En el módulo de resolución de las ecuaciones de NS incompresibles de PETSc-FEM se encuentra implementada una estrategia para la resolución de flujos turbulentos mediante *Large Eddy Simulation* (LES) (Franck et al., 2009). En particular, a este modelo se le incorporó un valor de corte μ_{max} no considerado previamente, de manera tal que la viscosidad turbulenta se determina como

$$\mu_t = \min(\mu + C_s^2 h_s^2 \rho \sqrt{2\epsilon} : \epsilon, \mu_{\text{max}}); \quad (16)$$

en la cual C_s es el coeficiente de Smagorinsky y h_s es una longitud característica del elemento, que en 2D se calcula como $h_s = \sqrt{A_e}$, con A_e el área del elemento.

Las expresiones dadas en las Ecs. (15,16) resultan equivalentes cuando $l_{\text{mix}} = C_s h_s$. Notar que, dadas las bajas viscosidades de los fluidos considerados en los ejemplos a resolver, se asume una condición de deslizamiento perfecto en todo el contorno del dominio, motivo por el cual no es necesario definir leyes de pared.

5. EJEMPLO DE APLICACIÓN

5.1. Experimento

Los experimentos se realizaron empleando una caja acrílica conteniendo agua, montada sobre una mesa vibratoria, y fueron presentados en Cruchaga et al. (2013). El nivel de agua es



Figura 2: Mesa vibratoria y tanque instrumentado, con equipamiento instalado.

registrado en determinados puntos de control mediante sensores ultrasónicos con precisión de $\pm 0,5$ mm, que pueden apreciarse en la instalación para el experimento, Fig. 2. Tanto las dimensiones de la caja como la disposición de los sensores se indican en la Fig. 3.

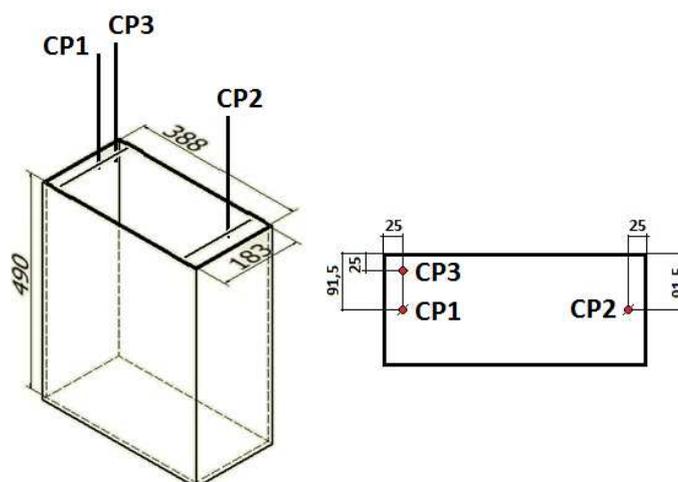


Figura 3: Dimensiones de la caja, en mm, y disposición de sensores CP para el ensayo.

Los desplazamientos impuestos a la mesa vibratoria son de amplitud $A = 10$ mm, mientras que en este trabajo se analizarán los resultados para una frecuencia $f = 0,87$ Hz, que corresponde a $0,75f_n$, siendo f_n la primer frecuencia natural correspondiente al sistema, determinada de la siguiente forma,

$$f_n = \sqrt{\frac{g}{4\pi l} \tanh \frac{\pi d}{l}}; \quad (17)$$

en la cual g es la aceleración de la gravedad, $l = 388$ mm es la longitud del tanque, y $d = 100$ mm es la altura de agua en reposo, de manera tal que $f_n = 1,16$ Hz. La excitación es aplicada durante 150 s, para luego detener la mesa.

Los desplazamientos de la superficie libre registrados por los sensores CP1 y CP2 son representados en la Fig. 4, donde se aprecia el período transiente inicial, seguido de un régimen

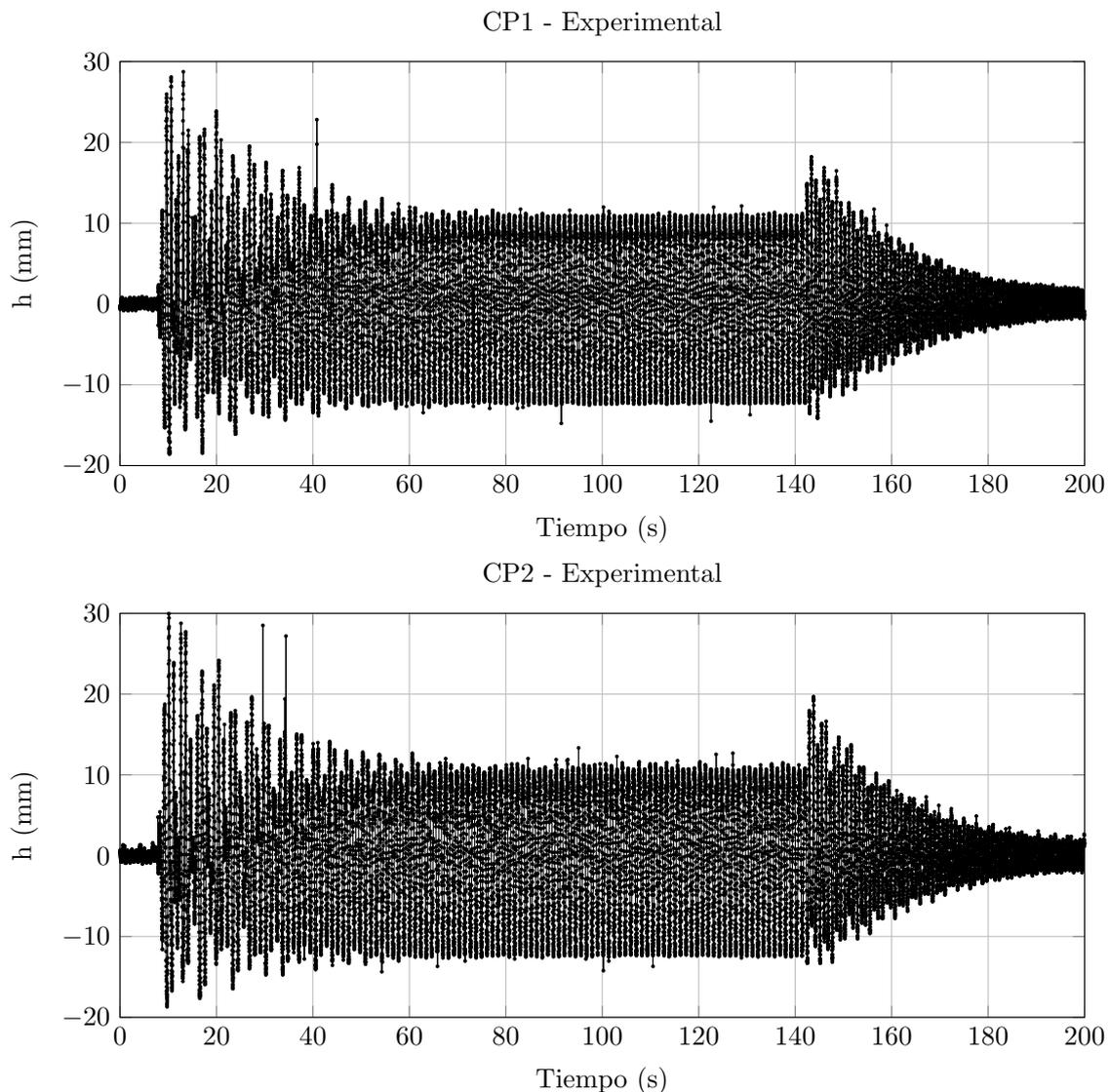


Figura 4: Registro del experimento para $f = 0,87$ Hz en los sensores CP1 y CP2.

periódico y, por último, un régimen de decaimiento una vez que la mesa vibratoria se ha detenido. Se verifica además que la agitación muestra un comportamiento cuasi-2D (Cruchaga et al., 2013), efecto que puede apreciarse en los registros de video y en la comparación de las mediciones de los sensores CP1 y CP3, que resultan prácticamente coincidentes.

5.2. Modelo numérico

La simulación numérica se realizó sobre un modelo de elementos finitos 2D con cuadrángulos lineales, de dimensiones $l = 0,388$ m de ancho y $b = 0,30$ m de altura. Los parámetros de los fluidos son: para el agua, viscosidad dinámica $\mu_l = 0,001$ kg (m s)⁻¹ y densidad $\rho_l = 998,2$ kg m⁻³; para el aire, viscosidad dinámica $\mu_g = 0,000018$ kg (m s)⁻¹ y densidad $\rho_g = 1,225$ kg m⁻³. La aceleración de la gravedad es $g_y = -9,81$ m s⁻², y la agitación es producida mediante la aplicación de una aceleración horizontal g_x variable con el tiempo,

$$g_x = -A\omega^2 \sin(\omega t); \quad (18)$$

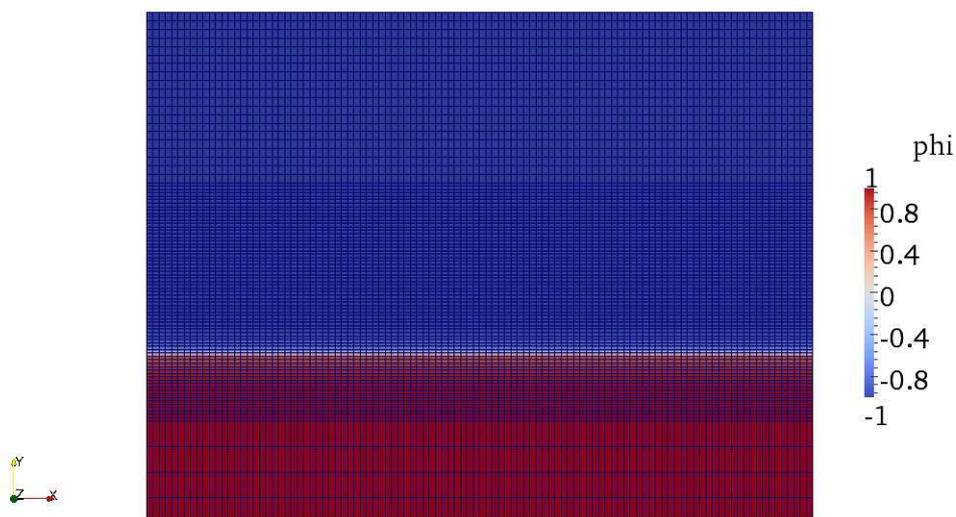


Figura 5: Discretización y estado inicial para el ejemplo de agitación.

donde $A = 10$ mm es la amplitud de desplazamiento de la mesa vibratoria, $\omega = 2\pi f$ es la frecuencia circular y t el tiempo, dado en segundos. La excitación horizontal es aplicada en el período $0 \leq t < 140$ s, luego del cual el sistema se amortigua hasta el tiempo final de análisis $t_f = 170$ s.

La discretización espacial cuenta con 106 elementos de ancho constante en horizontal, es decir, 3,66 mm de ancho cada uno, mientras que en altura se definieron tres sectores: el inferior, con elementos de 15 mm; el central, con cuadrángulos de 2 mm; y el superior, con elementos de 5 mm. La malla se encuentra representada en la Fig. 5, y se propuso con idénticas dimensiones a la empleada en Cruchaga et al. (2013). Notar que en el análisis se emplea una malla refinada en la zona donde se espera se mueva el frente material, quedando el movimiento del mismo contenido en dicha franja en todo momento. Tanto en este caso como en los restantes ejemplos de la referencia anterior no se observa efecto alguno debido al cambio en la aproximación de las variables por la diferencia de mallado.

El paso de tiempo adoptado es $\Delta t = 0,01$ s, con reinicialización propuesta en cada uno de ellos e integración temporal implícita. Para la RAPC, se emplearon $M = 1000$ y $k = (4h)^2 = 6,40 \times 10^{-5}$. El coeficiente de Smagorinsky para el modelo LES se propuso en $C_s = 55,5$, con viscosidad máxima $\mu_{\max} = 0,1$ kg (m s) $^{-1}$. El valor de C_s se determinó con el fin de establecer una equivalencia entre el modelo dado en la Ec. (15) empleado en Cruchaga et al. (2013) con $l_{\text{mix}} = 0,15$ m y el implementado en PETCs-FEM de la Ec. (16), teniendo en cuenta que $h_s = \sqrt{A_e} = 0,0027$ m en la mayor parte del dominio, y particularmente donde se produce el desplazamiento de la superficie libre.

Los parámetros para el algoritmo de conservación de volumen dado en la Sec. 3 son $C_{\text{vol}} = 0,05$ y $D_{\text{vol}} = 0,002328$ m 2 , pues $L_{SL} = 0,388$ m y $d_{SL} = 0,006$ m.

5.3. Resultados

La Fig. 6 muestra las amplitudes medidas en las posiciones de los sensores CP1 y CP2 obtenidas mediante el método numérico. En relación a los resultados experimentales graficados en la Fig. 4, se aprecian mayores diferencias de amplitud en dos períodos: en el transitorio

inicial y en el de amortiguamiento posterior a la detención de la excitación en tiempo $t = 140$ s, mientras que cuando el sistema se encuentra en régimen las amplitudes son coincidentes, tanto en máximos como en mínimos.

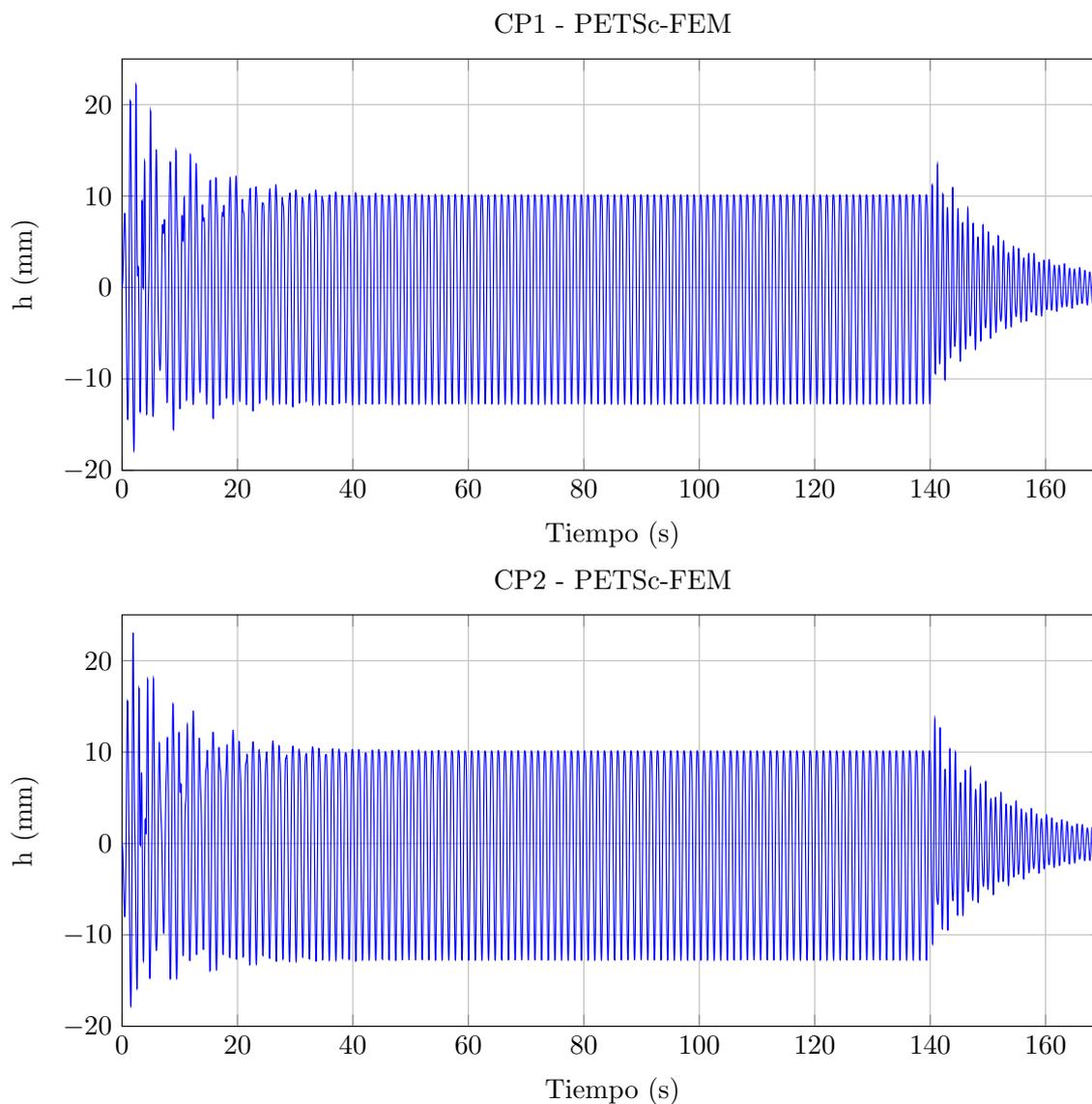
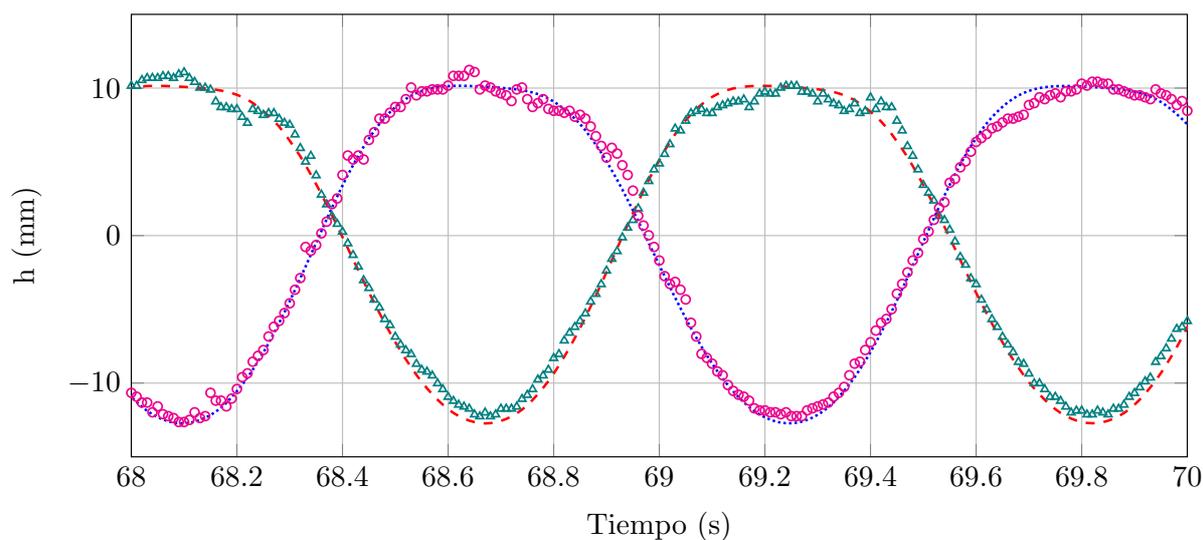


Figura 6: Amplitudes de desplazamiento para $f = 0,87$ Hz en las posiciones CP1 y CP2 obtenidas numéricamente.

Para comparar el período de oscilación y las amplitudes de manera precisa, se representan en la Fig. 7 los resultados experimentales y numéricos en un lapso de tiempo de 2 s, donde puede apreciarse la coincidencia en ambos parámetros.

En el presente trabajo, la finalidad de incorporar una viscosidad modificada permite una captura de la interfaz más estable numéricamente, sin degradar la solución (Cruchaga et al., 2013). La comparación de estos resultados con los obtenidos con una metodología diferente y con predicciones experimentales de Cruchaga et al. (2013) son concurrentes. Asimismo, se hicieron pruebas sin considerar una viscosidad máxima en el modelo de turbulencia, cosa que afectó fuertemente las amplitudes de desplazamiento, que en el tramo en régimen mostraron una amplitud máxima en subida de apenas 4 mm. Además, de no incorporarse el efecto de la



▲ CP1 - Experimental; ○ CP2 - Experimental; - - - CP1 - PETSsc-FEM; CP2 - PETSsc-FEM

Figura 7: Comparación entre resultados numéricos y experimentales de amplitudes de desplazamiento para $f = 0,87$ Hz en las posiciones CP1 y CP2.

disipación turbulenta, los desplazamientos calculados son muy superiores a los mostrados por los experimentos físicos.

5.4. Conservación de volumen

Con el fin de evaluar la eficiencia del algoritmo de conservación de volumen, se analiza la variación porcentual del volumen a lo largo de la simulación numérica, representada en la Fig. 8. Al igual que las diferencias en las amplitudes con respecto a los resultados experimentales, las mayores variaciones se producen en los tramos de transitorio inicial y tras la finalización de la excitación horizontal, con máximos de casi 0,3 %, mientras que para el tramo de régimen constante las variaciones máximas están en el orden del 0,12 %, siempre en referencia al volumen inicial de líquido.

Se hicieron pruebas con diferentes valores de C_{vol} , desde la centésima hasta $C_{vol} = 0,5$. Para este ejemplo, ni la conservación ni la calidad de los resultados en general se vieron sensiblemente afectadas; sin embargo, para casos en los cuales pudieran producirse grandes desplazamientos de la superficie libre o rotura de la interfase, sería conveniente estudiar con mayor detalle tanto la elección de C_{vol} como la de D_{vol} .

6. CONCLUSIONES

El método numérico logra reproducir aceptablemente los resultados experimentales, especialmente en el período de régimen constante.

El modelo de disipación de energía permite considerar la disminución de amplitudes de agitación debido al empleo de una viscosidad corregida, que es función del tamaño de los elementos y del coeficiente de Smagorinsky C_s . Asimismo, se estableció una correspondencia entre la metodología empleada por Cruchaga et al. (2009) y la implementada en PETSsc-FEM, permitiendo la obtención de amplitudes muy similares a las registradas en el ensayo experimental y en resultados numéricos (Cruchaga et al., 2013). Independientemente de ello, resta profundizar la relación entre los problemas a resolver y el coeficiente C_s .

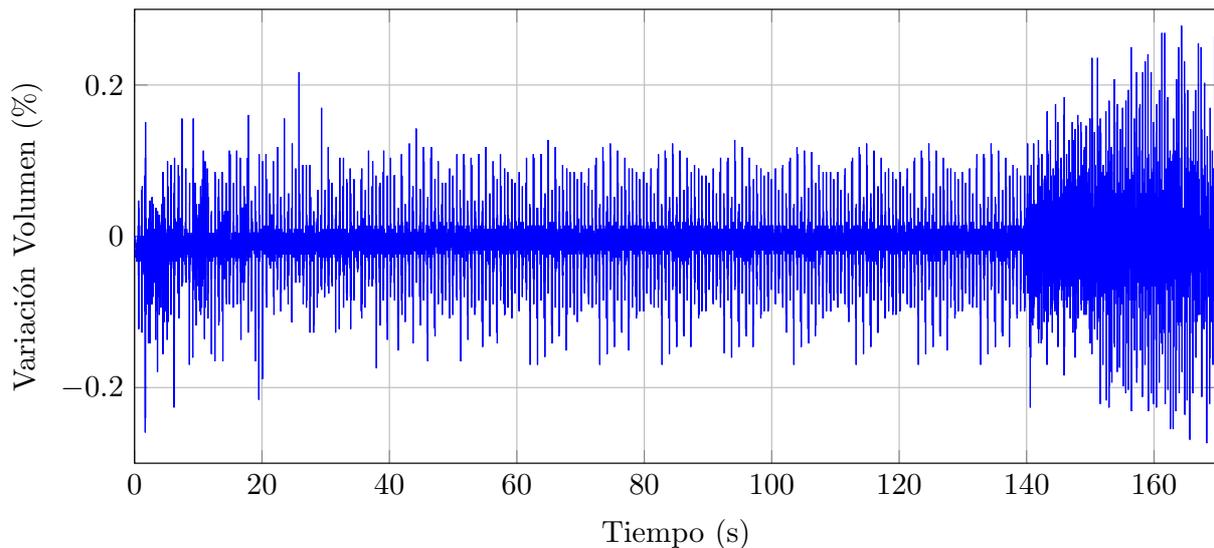


Figura 8: Variación porcentual del volumen.

La conservación de volumen mostró un buen comportamiento y baja sensibilidad a la variación del parámetro C_{vol} , que debe mantenerse en un rango $0 < C_{vol} < 0,10$; en el caso de proponerse valores cercanos a la unidad, se han detectado inestabilidades en la solución debido a la formulación explícita del esquema de conservación. La elección del valor de D_{vol} se relaciona con la extensión de la superficie libre y con el espesor de la transición entre el líquido y el gas, de manera que depende de las escalas espaciales del problema a resolver. A pesar del carácter explícito y global del algoritmo, las variaciones en el volumen del líquido se mantuvieron por debajo del 1%, aunque deben realizarse pruebas adicionales con problemas de grandes desplazamientos o rotura de la superficie libre para evaluar completamente su desempeño.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET, Argentina, proyecto PIP 112-20111-00978), la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (ANPCyT, Argentina, PICT 2492/2010), la Universidad Nacional del Litoral (UNL, Argentina, proyectos CAI+D 501-201101-00134, CAI+D 501-201101-00233, CAI+D 501-201101-00495), el Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico (FONDECYT, Chile, Proy. Nro. 1130278), y ha sido realizado empleando recursos de *Free Software Foundation GNU-Project*, como GNU/Linux OS y GNU/Octave, así como también otros recursos de fuente abierta, como ser PETSc, MPICH, Paraview, \LaTeX , PGFPlots y JabRef.

REFERENCIAS

- Ausas R.F., Dari E.A., y Buscaglia G.C. A geometric mass-preserving redistancing scheme for the level set function. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 65(8):989–1010, 2011. ISSN 1097-0363. doi:10.1002/fld.2227.
- Balay S., Brown J., Buschelman K., Eijkhout V., Gropp W.D., Kaushik D., Knepley M.G., McInnes L.C., Smith B.F., y Zhang H. PETSc users manual. Informe Técnico ANL-95/11 - Revision 3.4, Argonne National Laboratory, 2013.
- Battaglia L., D'Elía J., y Storti M. Simulación numérica de la agitación en tanques de almacenamiento de líquidos mediante una estrategia lagrangiana euleriana arbitraria. *Revista*

- Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 28(2):124–134, 2012. ISSN 0213-1315. doi:10.1016/j.rimni.2012.02.001.
- Battaglia L., Storti M.A., y D'Elía J. Bounded renormalization with continuous penalization for level set interface-capturing methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 84(7):830–848, 2010a. ISSN 1097-0207. doi:10.1002/nme.2925.
- Battaglia L., Storti M.A., y D'Elía J. Simulation of free-surface flows by a finite element interface capturing technique. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 24(3-4):121–133, 2010b. doi:10.1080/10618562.2010.495695.
- Brooks A.N. y Hughes T.J. Streamline upwind/Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 32(1–3):199–259, 1982. ISSN 0045-7825. doi:10.1016/0045-7825(82)90071-8.
- Cruchaga M., Celentano D., y Tezduyar T. A moving Lagrangian interface technique for flow computations over fixed meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191(6–7):525–543, 2001. ISSN 0045-7825. doi:10.1016/S0045-7825(01)00300-0. <ce:title>Minisymposium on Methods for Flow Simulation and Modeling</ce:title>.
- Cruchaga M.A., Celentano D.J., y Tezduyar T.E. Moving-interface computations with the edge-tracked interface locator technique (ETILT). *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 47(6-7):451–469, 2005. ISSN 1097-0363. doi:10.1002/flid.825.
- Cruchaga M.A., Celentano D.J., y Tezduyar T.E. Collapse of a liquid column: Numerical simulation and experimental validation. *Computational Mechanics*, 39(4):453–476, 2007. ISSN 0178-7675. doi:10.1007/s00466-006-0043-z.
- Cruchaga M.A., Celentano D.J., y Tezduyar T.E. Computational modeling of the collapse of a liquid column over an obstacle and experimental validation. *Journal of Applied Mechanics - Transactions of the ASME*, 76(2):0212021–021205, 2009. doi:10.1115/1.3057439.
- Cruchaga M.A., Reinoso R.S., Storti M.A., Celentano D.J., y Tezduyar T.E. Finite element computation and experimental validation of sloshing in rectangular tanks. *Computational Mechanics*, páginas 1–12, 2013. ISSN 0178-7675. doi:10.1007/s00466-013-0877-0. In press.
- Elias R.N., Martins M.A.D., y Coutinho A.L.G.A. Simple finite element-based computation of distance functions in unstructured grids. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 72(9):1095–1110, 2007. ISSN 1097-0207. doi:10.1002/nme.2079.
- Franck G., Nigro N., Storti M., y D'Elía J. Numerical simulation of the flow around the Ahmed vehicle model. *Latin American Applied Research*, 39(4):295–306, 2009.
- Hartmann D., Meinke M., y Schröder W. The constrained reinitialization equation for level set methods. *Journal of Computational Physics*, 229(5):1514–1535, 2010. ISSN 0021-9991. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.jcp.2009.10.042.
- Huerta A. y Liu W.K. Viscous flow with large free surface motion. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 69(3):277–324, 1988. ISSN 0045-7825. doi:10.1016/0045-7825(88)90044-8.
- Hughes T.J., Liu W.K., y Zimmermann T.K. Lagrangian-Eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 29(3):329–349, 1981. ISSN 0045-7825. doi:10.1016/0045-7825(81)90049-9.
- Moiseev N.N. y Petrov A.A. The calculation of free oscillations of a liquid in a motionless container. En *Advances in Applied Mechanics*, volumen 9, páginas 91–155. Academic Press, 1966.
- MPI. Message passing interface. 2013. [Http://www.mpi-forum.org](http://www.mpi-forum.org).

- Mut F., Buscaglia G.C., y Dari E.A. New mass-conserving algorithm for level set redistancing on unstructured meshes. *ASME - Journal of Applied Mechanics*, 73(6):1011–1016, 2006. doi:10.1115/1.2198244.
- Olsson E. y Kreiss G. A conservative level set method for two phase flow. *Journal of Computational Physics*, 210(1):225–246, 2005. ISSN 0021-9991. doi:10.1016/j.jcp.2005.04.007.
- PETSc-FEM. A general purpose, parallel, multi-physics FEM program. 2014.
- Prosperetti A. Motion of two superposed viscous fluids. *Physic of Fluids*, 24(7):1217–1223, 1981.
- Sun M.B., Wang Z.G., y Bai X.S. Assessment and modification of sub-cell-fix method for re-initialization of level-set distance function. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 62(2):211–236, 2010. ISSN 1097-0363. doi:10.1002/fld.2204.
- Sussman M. y Fatemi E. An efficient, interface-preserving level set redistancing algorithm and its application to interfacial incompressible fluid flow. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 20(4):1165–1191, 1999. doi:10.1137/S1064827596298245.
- Sussman M., Fatemi E., Smereka P., y Osher S. An improved level set method for incompressible two-phase flows. *Computers & Fluids*, 27(5–6):663–680, 1998. ISSN 0045-7930. doi:10.1016/S0045-7930(97)00053-4.
- Sussman M., Smereka P., y Osher S. A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. *Journal of Computational Physics*, 114(1):146–159, 1994. ISSN 0021-9991. doi:10.1006/jcph.1994.1155.
- Tezduyar T. Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations. volumen 28 de *Advances in Applied Mechanics*, páginas 1–44. Elsevier, 1991. doi:10.1016/S0065-2156(08)70153-4.
- Tezduyar T., Mittal S., Ray S., y Shih R. Incompressible flow computations with stabilized bilinear and linear equal-order-interpolation velocity-pressure elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 95(2):221–242, 1992. ISSN 0045-7825. doi:10.1016/0045-7825(92)90141-6.