

DISEÑO ÓPTIMO DE CANALES TRAPECIALES USANDO PROGRAMACIÓN NO LINEAL – METODO FAIPA

Oswaldo G. Mena^{*}, Alicia L. Gamino^{*}, Angel F. Queizán^{*}, Florencia C. Palmitano^{*}

^{} Departamento de Ingeniería Civil, Facultad Regional la Plata, Universidad Tecnológica Nacional, calle 60 esq. 124 – La Plata, Provincia de Buenos Aires, Argentina, gih@frlp.utn.edu.ar.*

Palabras claves: Diseño de canales. Optimización. Costo mínimo. Sección hidráulica optima. Método FAIPA.

Resumen. En este trabajo se desarrolla una metodología que permite encontrar una herramienta que define diseños ingenieriles óptimos de canales abiertos a flujo permanente de sección trapezoidal y revestida. Tomando como variables de diseño el ancho de fondo, la inclinación de los taludes y el tirante hidráulico y como fijas el caudal, la pendiente longitudinal y la rugosidad del revestimiento. El problema quedará definido por una función objetivo, por un conjunto de restricciones en igualdad y otro conjunto de ecuaciones en desigualdad.

La función objetivo será una combinación del costo del revestimiento por unidad de longitud del canal, el costo del movimiento de suelos por unidad de volumen y el costo de las pérdidas de agua por infiltración y evaporación.

La ecuación de resistencia al movimiento se toma como una restricción en igualdad, con lo cual realizamos en forma simultánea el diseño óptimo del problema y el diseño hidráulico, definiendo así una metodología SAND (Simultaneous ANalysis and Design)

1 INTRODUCCION.

La utilización de canales revestidos para el transporte de agua tiene numerosas ventajas, tales como:

- a) Como el revestimiento proporciona un límite rígido, garantiza protección contra la erosión del fondo, y resulta esencial para la estabilidad de los taludes.
 - b) La superficie lisa del revestimiento reduce las pérdidas de energía por fricción y permite escurrimientos con mayores velocidades medias. Estas ventajas no resultan suficientes para decidir el revestimiento, ya que debe considerarse el costo de la construcción de un canal revestido.
 - c) Se limitan las pérdidas por infiltración, con lo que permiten un uso eficiente del agua.
- En general, los canales se diseñan bajo la hipótesis de régimen uniforme, y una de las ecuaciones más utilizadas para tener en cuenta la resistencia al escurrimiento es la de Chezy-Manning:

$$U = \frac{1}{n} R_h^{2/3} i^{1/2} \quad (0.1)$$

siendo U la velocidad media, R_h el radio hidráulico, i la pendiente longitudinal y n el coeficiente de rugosidad de Manning.

Combinando la ecuación (0.1) con la expresión del caudal Q para régimen permanente y uniforme

$$Q = U \cdot A \quad (0.2)$$

y considerando que el radio hidráulico esta dado por

$$R_h = A/P \quad (0.3)$$

donde A es el área de escurrimiento y P es el perímetro mojado.

Reemplazando (0.3) y (0.1) en (0.2) se obtiene

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{2/3}}{P^{2/3}} i^{1/2} A \quad (0.4)$$

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} i^{1/2}$$

De (0.4) podemos definir la ecuación que vincula las características geométricas con las hidráulicas en un canal abierto

$$\frac{Q n}{i^{1/2}} - \frac{A^{2/3}}{P^{2/3}} = 0 \quad (0.5)$$

Analizando la expresión (0.5), vemos que para una misma sección transversal de canal, existe una que conducirá mayores caudales y es la que presenta el menor perímetro mojado. A la sección así obtenida se la denomina sección hidráulicamente más eficiente.

En general para poder materializar las formas hidráulicamente más eficientes resulta necesario proceder al revestimiento del canal, para así garantizar que dicha forma sea estable en el tiempo, y no se vea deformada por procesos de erosión y sedimentación. La sección trapecial hidráulicamente más eficiente es un semihéxagono.

En el proyecto de canales trapeciales revestidos, para un conjunto de valores fijos de Q , i y n , existen infinitas combinaciones posibles entre el tirante de diseño, el ancho de fondo y la inclinación de los taludes; que verifican la ecuación (0.5).

Con el objetivo de acotar esta variabilidad en las dimensiones a adoptar, incorporamos como elemento de decisión el factor económico, lo que dificulta la formulación del problema.

Para reducir la complejidad del abordaje y evitar la utilización del laborioso método de prueba-error, podemos utilizar técnicas numéricas de optimización. Tales técnicas nos permiten hallar la sección óptima que, respetando la ecuación de resistencia (0.5), tenga a su vez el menor costo económico.

La utilización de estas técnicas al diseño de canales fue propuesta entre otros por Trout (1982); French (1988); Froehlich (1994); Swamee (2000); Blackler y Guo (2009); Ayman (2010). Este último autor propone la utilización del utilitario MATLAB para resolver el problema de optimización en canales triangulares con fondo redondeado, línea de investigación que se aplica en el presente trabajo para secciones trapeciales. Para el análisis del costo mínimo, algunos autores utilizan revestimientos diferenciados para el fondo del canal y los taludes. En este estudio se utiliza el mismo revestimiento para fondo y taludes, práctica usual en los canales revestidos usados en Argentina.

2 PLANTEO DEL PROBLEMA

Teniendo en consideración los aspectos señalados, el problema a resolver quedará definido por una función objetivo, por un conjunto de restricciones en igualdad y otro conjunto de ecuaciones en desigualdad.

Así entonces, para el canal trapecial a optimizar las variables de diseño resultan ser: el ancho de fondo (B_f), la inclinación de los taludes (m) y el tirante hidráulico (h), tomando como parámetros fijos el caudal (Q), el coeficiente de Manning (n), la pendiente longitudinal (i), la revancha (r) y el espesor del revestimiento (e).

En la Figura 1 se muestra un corte de la sección transversal del canal revestido en la que se evidencian las variables citadas.

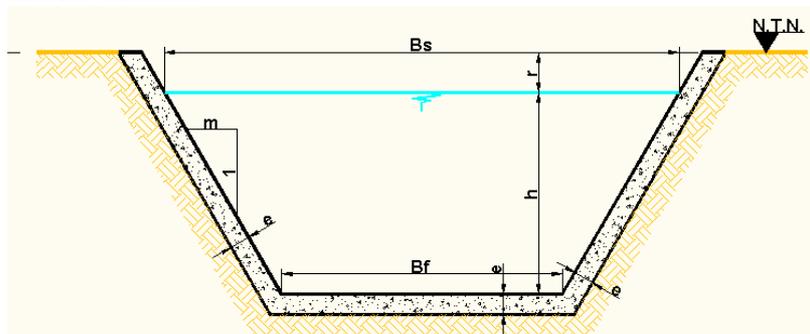


Figura 1 – Sección transversal de canal revestido

En las fórmulas estándar para el cálculo del área de la sección (A_s) y del perímetro (P_s) del canal, se hace intervenir la revancha (r), el tirante (h), la pendiente del talud (m) y el ancho de fondo (B_f), como se observa en las siguientes expresiones:

$$A_s = B_f (h + r) + m (h + r)^2 \quad (0.6)$$

$$P_s = B_f + 2(h + r)\sqrt{1 + m^2} \quad (0.7)$$

El modelo propuesto de optimización busca minimizar costo total por unidad de longitud del canal cumpliendo un conjunto de igualdades y desigualdades. El mismo resulta ser una problemática del tipo de programación no lineal (PNL).

El costo total involucra por un lado los costos constructivos debidos a la excavación y el revestimiento, y por el otro, los costos del agua perdida por evaporación y por infiltración, según la siguiente expresión:

$$\text{Min} \{C\} = \text{Min} \{C_e + C_r + C_{ai} + C_{ae}\} \quad (0.8)$$

siendo:

C_e es el costo de excavación por unidad de longitud del canal.

C_r es costo del revestimiento por unidad de longitud del canal.

C_{ai} es el costo del agua infiltrada por unidad de longitud del canal

C_{ae} es el costo del agua evaporada por unidad de longitud del canal

Sobre estos dos últimos componentes, C_{ai} y C_{ae} , se puede señalar lo siguiente:

- ✓ De acuerdo a lo indicado en el trabajo de Giménez el costo del agua puede evaluarse aproximadamente en 1 U\$S/m³ (8 \$/m³ en la actualidad).
- ✓ La cantidad de agua evaporada, además de las condiciones climáticas, resulta proporcional al ancho superficial del canal.
- ✓ La cantidad de agua infiltrada depende de la permeabilidad del material del revestimiento, del tipo de suelo en el que se ejecuta, del tirante normal y de las características geométricas de la sección transversal.
- ✓ Por otro lado, el agua perdida por infiltración y evaporación puede adicionarse al caudal de diseño.

Teniendo presente que en el trabajo comparamos la sección revestida hidráulicamente más eficiente con la de menor costo económico, la incidencia de los costos por agua evaporada y agua infiltrada resultan despreciables con respecto a los costos constructivos del canal. Debido a esto la función objetivo utilizada en el proceso de optimización numérica queda expresada:

$$\text{Min}_{B_f, h, m} \{C(B_f, h, m)\} = \text{Min}_{B_f, h, m} \{c_1 \cdot [B_f \cdot (h + r) + m \cdot (h + r)^2] + c_2 \cdot [B_f + 2 \cdot (h + r) \cdot \sqrt{1 + m^2}]\} \quad (0.9)$$

siendo:

c_1 el costo de la excavación por unidad de longitud.

c_2 el costo del revestimiento por unidad de longitud.

Sujeta a:

- Restricción en igualdad

$$\frac{Qn}{\sqrt{i}} - \frac{(B_f h + m h)^{5/3}}{(B_f + 2 h \sqrt{1 + m^2})^{2/3}} = 0 \quad (0.10)$$

- Restricciones en desigualdad en box

$$m_{\min} \leq m \leq m_{\max} \quad (0.11)$$

$$U - U_{\max} \leq 0 \quad (0.12)$$

3 ALGORITMO DE OPTIMIZACION: FAIPA

La metodología aplicada es la FAIPA (Feasible Arc Interior Point Algorithm). Esta

formulación presenta la característica de poder realizar una búsqueda a lo largo de un arco como se ve en la figura 2, esto nos favorece en el caso de las restricciones no lineales ya que nos permite ir moviéndonos en forma iterativa siempre dentro de la región de diseño.

Para la descripción del algoritmo FAIPA suponemos la siguiente formulación general

$$\begin{aligned} & \text{Min}_{\underline{x}} \{f(\underline{x})\} \\ & \text{Restricciones} \begin{cases} \underline{g}(\underline{x}) \leq \underline{0} \\ \underline{h}(\underline{x}) = \underline{0} \end{cases} \end{aligned} \quad (0.13)$$

donde $x \in \mathfrak{R}^n$, f es la función objetivo $f: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$, g es conjunto de las inecuaciones $g: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^m$ y h es el conjunto de ecuaciones $h: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^p$. Nosotros asumimos que f , g y h son continuas y sus derivadas también.

El algoritmo FAIPA:

Parámetros: $\varphi > 0$, $\alpha \in (0,1)$ y $r > 0$, $r \in \mathfrak{R}^p$.

Datos iniciales:

$\lambda > 0$ y $B \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ simétrica y definida positiva.

$\underline{x} \in \mathfrak{R}^n$ es un punto factible.

Paso 1: Cálculo de la dirección \underline{d}

Computo de (d_0, λ_0, μ_0) y (d_1, λ_1, μ_1) por medio de la resolución de los sistemas lineales.

$$\begin{cases} Bd_0 + \nabla g(x)\lambda_0 + \nabla h(x)\mu_0 = -\nabla f(x) \\ \Lambda \nabla g^t(x)d_0 + G(x)\lambda_0 = 0 \\ \nabla h^t(x)d_0 = -h(x) \end{cases} \quad (0.14)$$

$$\begin{cases} Bd_1 + \nabla g(x)\lambda_1 + \nabla h(x)\mu_1 = 0 \\ \Lambda \nabla g^t(x)d_1 + G(x)\lambda_1 = -\lambda \\ \nabla h^t(x)d_1 = 0 \end{cases} \quad (0.15)$$

Si $d_0 = 0$ para el algoritmo

Si $r_i \leq \|\mu_{0i}\|$ hacemos $r_i > \|\mu_{0i}\|$ $i = 1, 2, \dots, p$

Definimos la función $\phi(x, r) = f(x) + r^t \text{sgn}[h(x)]h(x)$

Si $d_1^t \nabla \phi(x, r) > 0$ entonces

$$\rho = \inf \left[(\varphi) \|d_0\|^2; (\alpha-1) d_0^t \nabla \phi(x, r) / d_1^t \nabla \phi(x, r) \right]$$

sino

$$\rho = \varphi \|d_0\|^2$$

Cálculo de la dirección $d = d_0 + \rho d_1$

Paso 2: Cálculo de la dirección de descenso en arco.

Definimos $\tilde{w}_i^I = g_i(x+d) - g_i(x) - \nabla g_i^t d$ y $\tilde{w}_i^E = h_i(x+d) - h_i(x) - \nabla h_i^t d$ $i = 1, 2, \dots, m$.

Calculamos \tilde{d} y $\tilde{\lambda}$ mediante la resolución del sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} B\tilde{d} + \nabla g(x)\tilde{\lambda} + \nabla h(x)\tilde{\mu} = 0 \\ \Lambda \nabla g^t(x)\tilde{d} + G(x)\tilde{\lambda} = -\lambda \tilde{w}_i^I \\ \nabla h^t(x)\tilde{d} = -\mu \tilde{w}_i^E \end{cases} \quad (0.16)$$

Paso 3: Búsqueda a lo largo del arco.

Encontrar un paso t que satisfaga un criterio de búsqueda aplicado a $\phi(x, r)$ tal que las restricciones cumplan

$$g_i(x+td+t^2\tilde{d}) < 0 \text{ if } \bar{\lambda}_i \geq 0 \text{ o } g_i(x+td+t^2\tilde{d}) < g_i(x)$$

Paso 4: Actualizamos

$x = x + td + t^2\tilde{d}$ y definimos los nuevos valores $\lambda > 0, \mu > 0$ y la matriz \underline{B} simétrica y definida positiva.

Volvemos al paso 1)

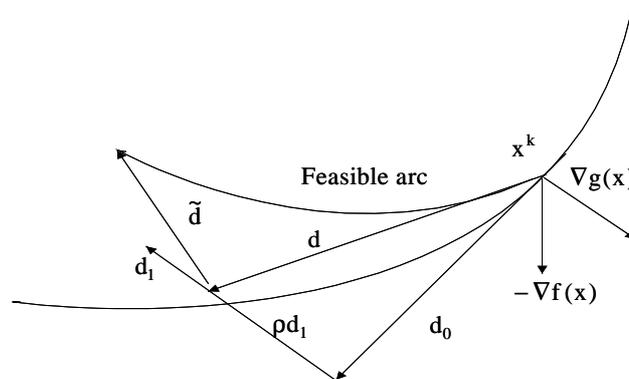


Figura 2: Direcciones de búsqueda. FAIPA

4 RESULTADOS

En resumen el problema de programación no lineal queda definido por:

- Función Objetivo

$$\begin{aligned} \text{Min}_{B_f, h, m} \{C(B_f, h, m)\} = \\ \text{Min}_{B_f, h, m} \{c_1 \cdot [B_f \cdot (h+r) + m \cdot (h+r)^2] + c_2 \cdot [B_f + 2 \cdot (h+r) \cdot \sqrt{1+m^2}]\} \end{aligned} \quad (0.17)$$

Sujeto a:

- Restricción en igualdad

$$\frac{Q n \left(B_f + 2 h \sqrt{1+m^2} \right)^{2/3}}{\sqrt{i} \left(B_f h + m h \right)^{5/3}} - 1 = 0 \quad (0.18)$$

- Restricciones en box y desigualdad

$$m_{\min} \leq m \leq m_{\max} \quad (0.19)$$

$$\frac{U}{U_{\max}} - 1 \leq 0 \quad (0.20)$$

siendo:

c_1 el costo de la excavación por unidad de longitud.

c_2 el costo del revestimiento por unidad de longitud.

B_f el ancho de fondo.

m la inclinación del talud.

m_{\max} la máxima inclinación del talud.

m_{\min} la mínima inclinación del talud.

U la velocidad de escurrimiento.

U_{\max} la máxima velocidad de escurrimiento.

h el tirante hidráulico.

Q el caudal.

n el coeficiente de Manning.

i la pendiente longitudinal.

r la revancha.

e el espesor del revestimiento.

Se realizaron dos experimentos numericos con diferente dominio de la pendiente de talud, para cada unos de estos dominios se impusieron distintos caudales de funcionamiento.

4.1 Experimento 1:

$m_{\max} = 1.75$ es la máxima inclinación del talud.

$m_{\min} = 0.514$ es la mínima inclinación del talud.

$c_1 \left[\$/m^2 \right] = 728.10$ el costo de la excavación por unidad de longitud.

$c_2 \left[\$/m^3 \right] = 137.52$ el costo del revestimiento por unidad de longitud.

$U_{\max} \left[m/seg \right] = 3$ la máxima velocidad de escurrimiento.

$n = 0.015$ el coeficiente de Manning.

$i = 0.001$ la pendiente longitudinal.

$r \left[m \right] = 0.5$ la revancha.

$e \left[m \right] = 0.10$ el espesor del revestimiento.

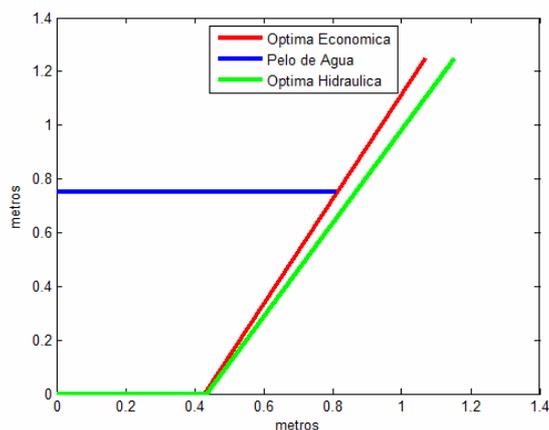
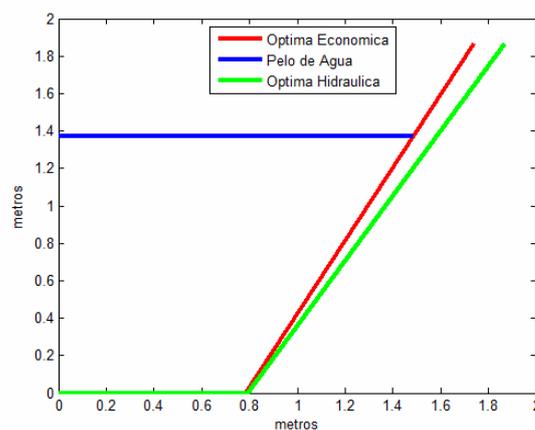
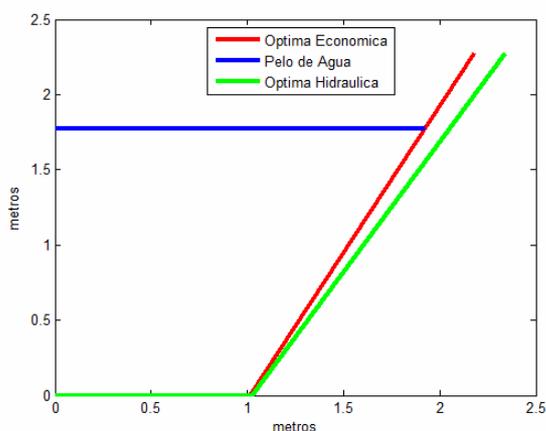
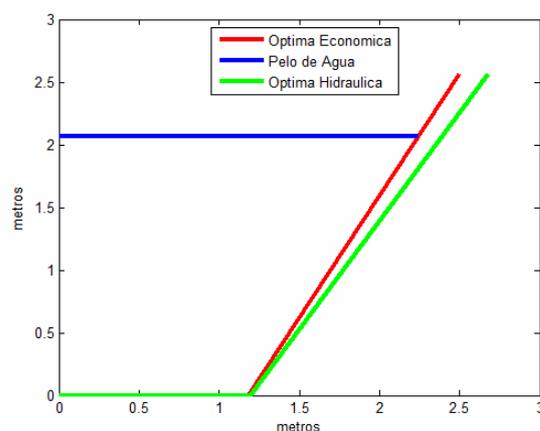
$Q \left[m^3/seg \right] = [1, 5, 10, 15, 20, 25, 30]$.

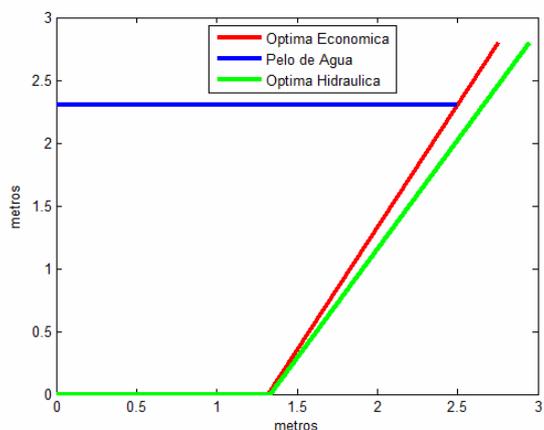
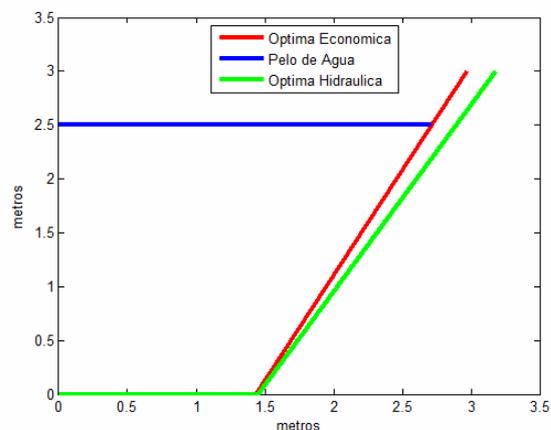
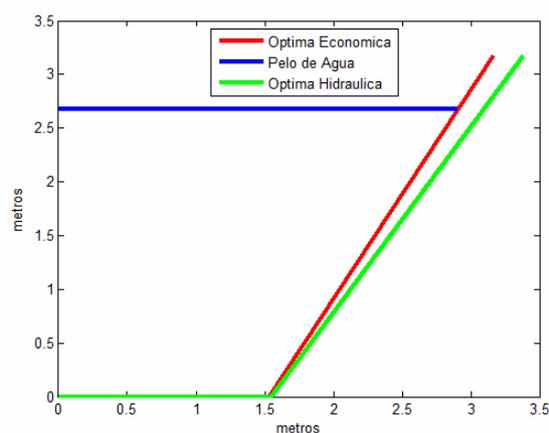
Para lo cual obtuvimos el siguientes conjunto de soluciones:

Q [m^3/seg]	B_f [m]	h [m]	m	Velocidad U [m/seg]	Función Objetivo Económica [$$/m$]	Función Objetivo Hidráulica [$$/m$]	Porcentaje de la función objetivo respecto a la hidráulica
1	0.8528	0.74940	0.514	1.07781	2.92349e+003	3.00352e+003	97.33540
5	1.560	1.369	0.514	1.61171	4.84620e+003	4.97949e+003	97.32318
10	2.025	1.775	0.514	1.91667	6.20072e+003	6.37215e+003	97.30968
15	2.359	2.066	0.514	2.12115	7.21882e+003	7.41912e+003	97.30017
20	2.628	2.301	0.514	2.27933	8.06928e+003	8.29380e+003	97.29299
25	2.859	2.502	0.514	2.41010	8.81508e+003	9.06087e+003	97.28734
30	3.062	2.679	0.514	2.52250	9.48776e+003	9.75277e+003	97.28276

Tabla 1: Resultados del Experimento 1

En las figuras 3 a 6 se representan las secciones transversales óptimas económicas vs. hidráulicas para los distintos caudales.

Figura 3: $Q = 1$ [m^3/seg]Figura 4: $Q = 5$ [m^3/seg]Figura 5: $Q = 10$ [m^3/seg]Figura 6: $Q = 15$ [m^3/seg]

Figura 7: $Q = 20$ [m^3/seg]Figura 8: $Q = 25$ [m^3/seg]Figura 9: $Q = 30$ [m^3/seg]

4.2 Experimento 2:

$m_{\max} = 1.75$ es la máxima inclinación del talud.

$m_{\min} = 0$ es la mínima inclinación del talud.

c_1 [$\$/m^2$] = 728.10 el costo de la excavación por unidad de longitud.

c_2 [$\$/m^3$] = 137.52 el costo del revestimiento por unidad de longitud.

U_{\max} [m/seg] = 3 la máxima velocidad de escurrimiento.

$n = 0.015$ el coeficiente de Manning.

$i = 0.001$ la pendiente longitudinal.

r [m] = 0.5 la revancha.

e [m] = 0.10 el espesor del revestimiento.

Q [m^3/seg] = [1, 5, 10, 15, 20, 25, 30].

En este caso obtuvimos el siguientes conjunto de soluciones:

Q [m^3/seg]	B_f [m]	h [m]	m	Velocidad U [m/seg]	Función Objetivo Económica [$\$/m$]	Función Objetivo Hidráulica [$\$/m$]	Porcentaje de la función objetivo respecto a la hidráulica.
1	1.0292	0.7452	0.3020	1.06973	2.884316e+003	2.99088e+003	96.43704
5	1.7623	1.3661	0.3782	1.60583	4.822028e+003	4.96788e+003	97.06394
10	2.2307	1.7728	0.4060	1.91172	6.18200e+003	6.36230e+003	97.16600
15	2.5634	2.0653	0.4200	2.11668	7.20298e+003	7.41399e+003	97.15383
20	2.8325	2.2996	0.4303	2.27527	8.05534e+003	8.28576e+003	97.21905
25	3.0610	2.5004	0.4375	2.40632	8.80253e+003	9.05341e+003	97.22887
30	3.2621	2.6772	0.4431	2.51894	9.47629e+003	9.74576e+003	97.23492

Tabla 2: Resultados del Experimento 2

En las figuras 10 a 16 se representan las secciones transversales óptimas económicas vs. hidráulicas para los distintos caudales.

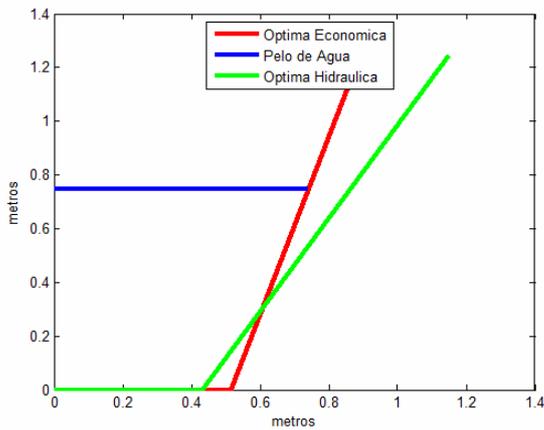


Figura 10: $Q = 1 [m^3/seg]$

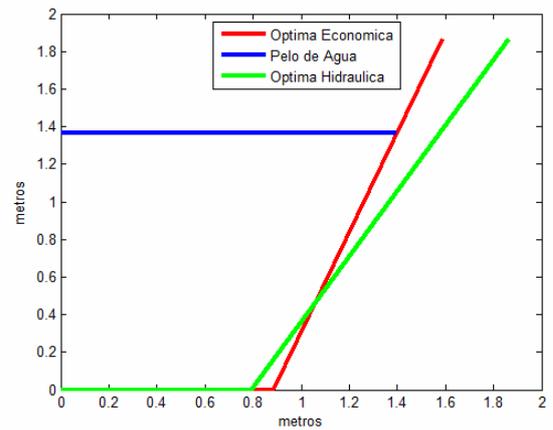


Figura 11: $Q = 5 [m^3/seg]$

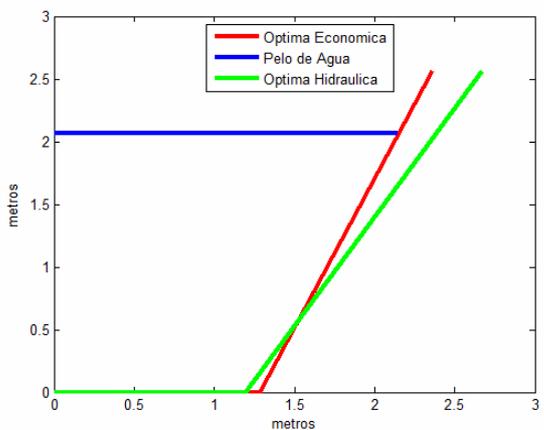


Figura 12: $Q = 10 [m^3/seg]$

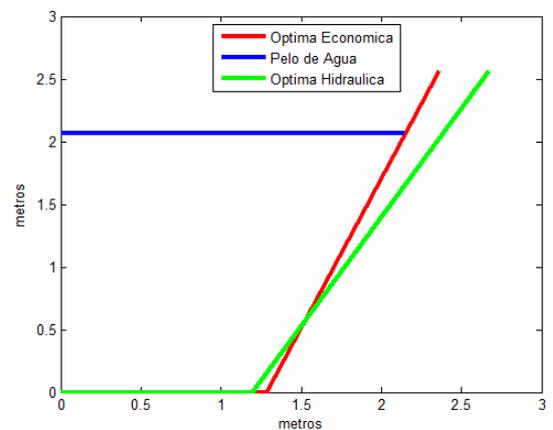


Figura 13: $Q = 15 [m^3/seg]$

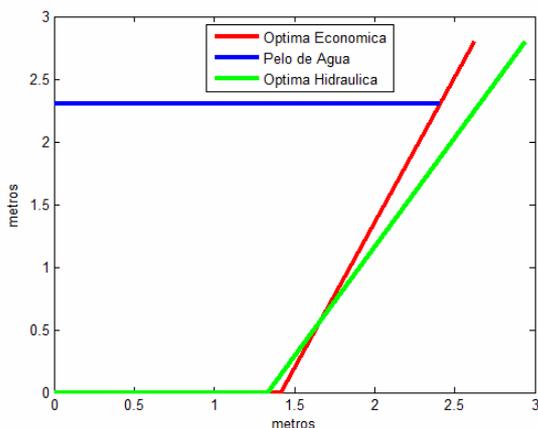


Figura 14: $Q = 20 \text{ [m}^3/\text{seg]}$

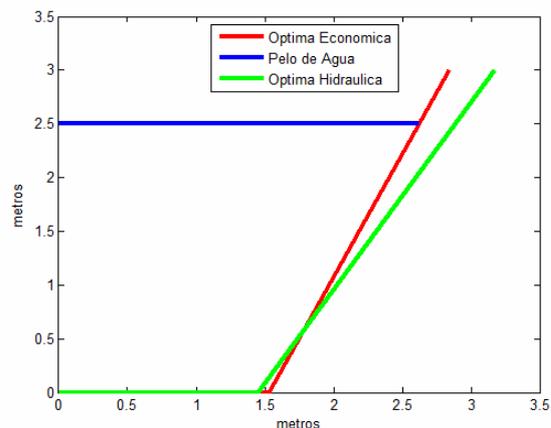


Figura 15: $Q = 25 \text{ [m}^3/\text{seg]}$

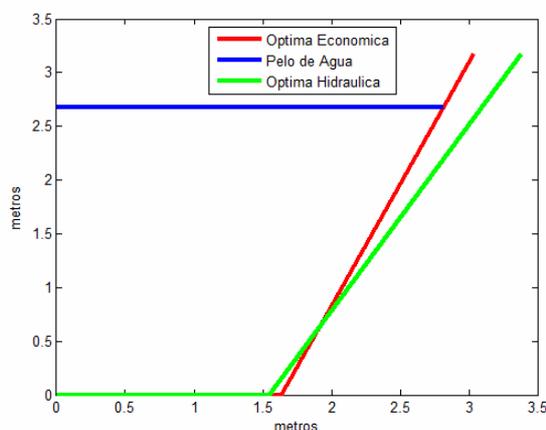


Figura 16: $Q = 30 \text{ [m}^3/\text{seg]}$

5 ANALISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Comparados los costos de las secciones transversales obtenidas del modelo de mínimo costo económico vs. el de mínima resistencia hidráulica, observamos los siguientes porcentajes de reducción:

Q [m^3/seg]	Función Objetivo Económica Hidráulica [\$/m]	Función Objetivo Hidráulica [\$/m]	Porcentaje de reducción de la objetivo económica respecto a la hidráulica
1	2.92349e+003	3.00352e+003	2.6646
5	4.84620e+003	4.97949e+003	2.67682
10	6.20072e+003	6.37215e+003	2.69032
15	7.21882e+003	7.41912e+003	2.69983
20	8.06928e+003	8.29380e+003	2.70701
25	8.81508e+003	9.06087e+003	2.71266
30	9.48776e+003	9.75277e+003	2.71724

Tabla 3: Resultados del Experimento 1
Comparación función objetivo Económica vs. Hidráulica.

Q [m^3/seg]	Función Objetivo Económica Hidráulica [\$/m]	Función Objetivo Hidráulica [\$/m]	Porcentaje de la función objetivo respecto a la hidráulica.
1	2.884316e+003	2.99088e+003	3.56296
5	4.822028e+003	4.96788e+003	2.93606
10	6.18200e+003	6.36230e+003	2.834
15	7.20298e+003	7.41399e+003	2.84617
20	8.05534e+003	8.28576e+003	2.78095
25	8.80253e+003	9.05341e+003	2.77113
30	9.47629e+003	9.74576e+003	2.76508

Tabla 4: Resultados del Experimento 2
Comparación función objetivo Económica vs. Hidráulica.

Analizando las tablas 3 y 4 vemos que para el Experimento 1 ($0.514 \leq m \leq 1.750$) la mayor reducción es de 2.71724% y acontece para un caudal de 30[m³/seg], mientras que en el Experimento 2 ($0 \leq m \leq 1.750$) es de 3.56296% y acontece para un caudal de 1[m³/seg]. Estos porcentajes se logran para valores de m inferiores a la inclinación correspondiente a la sección de mínima resistencia.

Además, en el primer experimento ($0.514 \leq m \leq 1.750$), viendo la tabla 1, podemos decir:

- a) El mayor ahorro acontece para los caudales mayores donde la diferencia porcentual entre el caudal de 30[m³/seg] (más económico) al de 1[m³/seg] (menos económico) es de 0.05264.
- b) La variable m toma siempre la cota inferior e igual 0.514, es decir se hace activa la restricción de box asociada a las pendientes del talud.

En el caso del segundo experimento ($0 \leq m \leq 1.750$), viendo la tabla 2, podemos decir:

- a) El mayor ahorro acontece para los caudales menores donde la diferencia porcentual entre el caudal de 30[m³/seg] (menos económico) al de 1[m³/seg] (más económico) es de 0.79788
- b) La variable m toma valores crecientes al aumentar el caudal, es decir que al incrementar el caudal, el proceso de cálculo tiende a la adopción de secciones transversales que tienen mayor inclinación de taludes. Esto se puede observar en las figuras 10 a la 16.

En general podemos decir que, para el caso de un canal trapecial revestido en la elección de los parámetros geométricos de la sección transversal del canal, deben hacerse intervenir los factores económicos asociados a la construcción de la obra. Esta intervención podría desestimarse en un prediseño considerando que el costo del canal resultará proporcional al del revestimiento, más aún teniendo en cuenta que la sección hidráulicamente más eficiente resulta ser la del menor perímetro mojado. Pero los resultados observados en el presente trabajo muestran que si se contemplan los costos de la excavación, existen configuraciones de la sección transversal distintas de la de mínima resistencia, que tienen asociados costos menores que esta última. Las diferencias encontradas serían mayores si se contemplaran los costos del traslado del suelo sobrante, no incluidos en el análisis de este trabajo.

Además del caso señalado en el párrafo anterior, quedan abiertos a investigaciones futuras

el estudio del comportamiento para distintas pendientes y los análisis de sensibilidad a realizar examinando alternadamente la derivada de la función objetivo con respecto a B_f , h y m , circunstancia que permitiría evaluar, en el caso de no poder adoptar la sección óptima, cuál variable resultaría más conveniente cambiar desde el punto de vista económico.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Herskovits, J. de la Universidad Federal de Rio de Janeiro, por permitirnos generosamente utilizar el programa FAIPA, desarrollado por él.

Al Mg, Ing Gerardo Botaso, Director del LEMaC, y a las Autoridades del Dpto de Ingeniería Civil, de la Universidad Tecnológica Nacional – Facultad Regional La Plata, por facilitarnos el ámbito para poder desarrollar el presente trabajo.

REFERENCIAS

- Ayman, H., *Optimal design of roud bottomed triangle channels*, ISSN:1813-162X/10/0003-0031-0043, Irak, 2010.
- Blackler, G., and Guo, J., *Least-cost and most efficient channel cross sections*, ISSN:0733-9437/09/0004-0248-0250, Estados Unidos, 2009.
- Chow, V.T., *Hidráulica de canales abiertos*, Editorial Mc-Graw-Hill, pgs. 158-159. ISBN:958-600-228-4, Estados Unidos, 2000.
- Farias, H., *Criterio Económico para el Proyecto de Canales Revestidos*, Universidad Nacional de Santiago del Estero, Argentina, 1990.
- French, R., *Hidráulica de canales abiertos*, Editorial Mc-Graw-Hill, pgs. 287-293, ISBN:968-451-445-X, Estados Unidos, 1988.
- Froehlich, D., *Width and depth-constrained best trapezoidal section*, ISSN:0733-9437/94/0004-0828-0835, Estados Unidos, 1994.
- Giménez, J., *Manejo de los Recursos Hídricos en la Argentina – Aspectos Económicos y financieros*, Banco Mundial, Argentina, 1999.
- Herskovits, J., Mappa, P. Goulart, E. y Mota Soares, C.M., *Mathematical programming models and algorithms for engineering design optimization. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, 194: 3244-3268. 2005.
- Herskovits, J and Santos, G. *On the Computer Implementation of Feasible Direction Interior Point Algorithms For Nonlinear Optimization*. 1997
- Streeter, V., and Wylie, B., *Mecánica de los Fluidos*, Editorial Mc-Graw-Hill, pgs. 478-480. ISBN:968-451-841-2, Estados Unidos, 1988.
- Sun, W. Yuan, Y., *Optimization Theory and Methods Nonlinear Programming*. 2006
- Swamee, P., and Mishra, G., *Comprehensive design of minimum cost irrigation canal sections*, ISSN:0733-9437/00/0010-0322-0327, India, 2000.
- Trout, T., *Channel design to minimize lining material costs*, ISSN:0044-7978/82/0004-0242-0249, Estados Unidos, 1982.