

## MODELADO DE MEDIOS ANISOTROPOS. ABAQUS-CAE

**Ariel Sánchez Camus<sup>a</sup>, Patricia M. Gauzellino<sup>a,b</sup> y Ricardo M. Ramos<sup>b,c</sup>**

<sup>a</sup>*Depto. de Geofísica Aplicada, Universidad Nacional de La Plata, Paseo del Bosque s/No, 1900 La Plata, Argentina, [arcamus@carina.fcaglp.unlp.edu.ar](mailto:arcamus@carina.fcaglp.unlp.edu.ar)*

<sup>b</sup>*Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, Calle 1 y 47, 1900 La Plata, Argentina, [gauze@fcaglp.unlp.edu.ar](mailto:gauze@fcaglp.unlp.edu.ar)*

<sup>c</sup>*Solaer Ingeniería, Solaer Ingeniería Argentina SA, Calle 31 No 1905, 1900 La Plata, Argentina, [rramos@solaer.com](mailto:rramos@solaer.com), <http://www.solaeringenieria.com>*

**Palabras Clave:** Elementos finitos, Anisotropía Sísmica, Fracturas, Abaqus.

**Resumen.** La presencia de fracturas y campos de esfuerzos direccionales en el subsuelo pueden determinarse a través de la anisotropía de velocidades que se observa en la propagación de las ondas sísmicas. Estimar estos parámetros es de importancia tanto en la prospección de hidrocarburos como en la minería. Las variaciones de amplitud en la respuesta sísmica con respecto a ángulos verticales o polares (AVO, Amplitude Versus Offset) y ángulos horizontales o acimutales (AVAz, Amplitude Versus Azimuth) son los atributos que brindan información sobre el estado de fracturamiento y tensiones del medio. El trabajo propuesto consiste de dos partes principales. En la primera parte se obtienen los CMP-gathers sintéticos con Abaqus-CAE para una arenisca fracturada y saturada con gas, que se encuentra confinada entre dos lutitas (shale); exponiendo una metodología de modelado que permite superar limitaciones de hardware. En la segunda parte, se realiza el procesamiento de los datos aplicando filtros y corrección moveout para luego estimar la orientación preferencial de las fracturas.

## 1. INTRODUCCIÓN

La presencia de fracturas y de campos de esfuerzos direccionales en el subsuelo tiene importante implicancia para numerosas aplicaciones geofísicas y de ingeniería. Estos fenómenos se manifiestan en la respuesta sísmica y pueden ser detectados por estudios de la variación acimutal de la amplitud versus el offset (AVO) y la variación de amplitud versus al acimut (AVAz) (Castagna y Backus (1993); Carcione (2007); Tsvankin y Grechka (2011); Chopra y Castagna (2014)). Conocer la dirección preferencial de fracturas y el campo de esfuerzos locales permiten caracterizar, por ejemplo, la permeabilidad de las formaciones y estimar la respuesta que tiene un reservorio cuando se lo fractura hidráulicamente (Zoback (2007); Fjaer et al. (2008)).

El presente trabajo expone aspectos teóricos de medios anisótropos que son de interés para la exploración geofísica y da los fundamentos del método de Li para la determinación de la dirección preferencial de fracturas (Li (1999)). Luego se generan los registros sísmicos sintéticos, explicando como se superaron limitaciones de hardware y validando los mismos con soluciones analíticas. Finalmente, el procesamiento de los datos permite obtener la dirección de fracturas del subsuelo.

## 2. ASPECTOS TEÓRICOS

### 2.1. Medio transversalmente isótropo

Asumiendo elasticidad lineal, la relación entre tensión y deformación permite obtener los parámetros de rigidez elástica que caracterizan el medio. Un medio de simetría elástica hexagonal queda caracterizado por cinco constantes independientes. Las propiedades elásticas de las ondas que se propagan a través de este tipo de medios, dependen del ángulo que forman la dirección de propagación y el eje de simetría del medio. Cuando el eje de simetría es horizontal, se lo denomina medio transversalmente isótropo con eje de simetría horizontal (HTI). Esta anisotropía proporciona un modelo simple para describir un sistema de fracturas verticales paralelas o un medio isótropo sometido a esfuerzos horizontales direccionales distintos, donde la componente del esfuerzo vertical y la máxima componente horizontal se asumen iguales (Bakulin et al. (2000)). Si el eje de simetría es vertical se llama medio transversalmente isótropo con eje de simetría vertical (VTI), representando un medio de láminas o fracturas horizontales. Este tipo de anisotropía también describe un medio isótropo con esfuerzos horizontales iguales y esfuerzo vertical distinto (Thomsen (1986)).

### 2.2. Rotación del sistema de coordenadas para un medio HTI

Un medio que exhibe simetría HTI como se muestra en la Figura 1 posee un eje de simetría normal al plano de fractura, o a lo largo de la dirección del esfuerzo horizontal mínimo (modelos de fracturas y esfuerzos respectivamente) en la dirección  $x_1$  (Bakulin et al. (2000); Carcione (2007); Cho y Margrave (2010)).

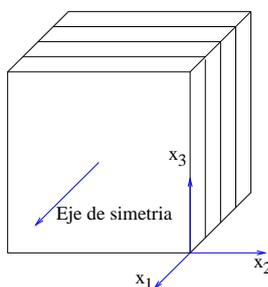


Figura 1: Sistema de coordenadas naturales de un medio HTI con eje de simetría en la dirección  $x_1$ .

Usando la notación de Voigt,  $c_{\alpha\beta}$ , donde  $\alpha$  y  $\beta$  toman valores que van de 1 a 6, la matriz de rigidez elástica para la configuración de la Figura 1 está dada por:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \quad (1)$$

donde se satisfacen las siguientes relaciones de simetría:

$$c_{22} = c_{33}, \quad c_{55} = c_{66}, \quad c_{13} = c_{12}, \quad c_{23} = c_{33} - 2c_{44}. \quad (2)$$

Por lo tanto, sólo cinco constantes elásticas de la matriz (1) son independientes.

La rotación de la matriz (1) alrededor de cualquier eje de referencia se realiza usando la técnica de Bond (Bond (1943)) que construye un operador matricial,

$$\mathbf{C}_{rot} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{M}^T, \quad (3)$$

donde  $\mathbf{C}_{rot}$  representa la matriz de rigidez elástica rotada y  $\mathbf{M}$  la matriz de transformación de Bond, que contiene la información de los cosenos directores para la rotación impuesta.

### 2.3. Rotación del sistema de coordenadas alrededor del eje $x_3$

Una rotación del sistema de coordenadas alrededor del eje  $x_3$  por un ángulo  $\psi$ , como se muestra en la Figura 2, representa el caso típico utilizado en la detección de fracturas o estimación del campo tensional cuando se desconoce la dirección del eje acimutal.

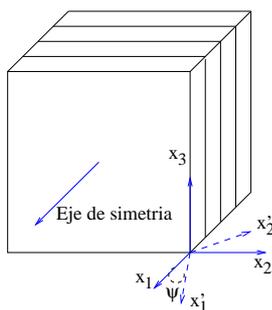


Figura 2: Medio HTI rotado un ángulo  $\psi$  alrededor del eje  $x_3$ .

La matriz de transformación de Bond para una rotación de un ángulo  $\psi$  alrededor del eje  $x_3$  viene dada por:

$$\mathbf{M}(\psi) = \begin{pmatrix} \cos^2 \psi & \sin^2 \psi & 0 & 0 & 0 & \sin(2\psi) \\ \sin^2 \psi & \cos^2 \psi & 0 & 0 & 0 & -\sin(2\psi) \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ -\frac{1}{2} \sin(2\psi) & \frac{1}{2} \sin(2\psi) & 0 & 0 & 0 & \cos(2\psi) \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Luego, realizando el producto matricial (3), se obtiene

$$\mathbf{C}_{rot}(\psi) = \begin{pmatrix} c_{11}(\psi) & c_{12}(\psi) & c_{13}(\psi) & 0 & 0 & c_{16}(\psi) \\ c_{12}(\psi) & c_{22}(\psi) & c_{23}(\psi) & 0 & 0 & c_{26}(\psi) \\ c_{13}(\psi) & c_{23}(\psi) & c_{33}(\psi) & 0 & 0 & c_{36}(\psi) \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}(\psi) & c_{45}(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{45}(\psi) & c_{55}(\psi) & 0 \\ c_{16}(\psi) & c_{26}(\psi) & c_{36}(\psi) & 0 & 0 & c_{66}(\psi) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Nótese la aparición de los parámetros  $c_{16}$ ,  $c_{26}$ ,  $c_{36}$  y  $c_{45}$ . Se tienen ahora trece componentes en la matriz y ya no son válidas las relaciones de simetría dadas por la ecuación (2). Por lo tanto, la discusión puede generalizarse a un medio ortorrómbico con nueve parámetros de rigidez elásticos no nulos independientes de su sistema natural de coordenadas.

#### 2.4. Parámetros de Thomsen

Thomsen, (Thomsen (1986)) definió a un medio de anisotropía débil, como aquel donde las velocidades varían con la dirección y estas variaciones no superan el 20 % de su magnitud. Por lo tanto, los llamados parámetros de Thomsen que se especifican a continuación, son valores pequeños. Considerando el sistema natural de coordenadas determinado por la dirección normal de fractura ( $x_1$ ), el rumbo de fractura ( $x_2$ ) y el eje vertical ( $x_3$ ), Figura 1, utilizando las cinco constantes de elasticidad  $c_{\alpha\beta}$  y la densidad  $\rho$ , los parámetros de Thomsen de anisotropía débil,

se definen como:

$$\begin{aligned} v_{p0} &= \sqrt{c_{33}/\rho} & v_{s0} &= \sqrt{c_{44}/\rho} \\ \epsilon &= \frac{c_{33} - c_{11}}{2c_{11}} & \gamma &= \frac{c_{44} - c_{66}}{2c_{66}} \\ \delta &= \frac{(c_{13} + c_{66})^2 - (c_{11} - c_{66})^2}{2(c_{11}(c_{11} - c_{66}))}, \end{aligned} \quad (6)$$

donde  $v_{p0}$  y  $v_{s0}$  son las velocidades de onda P y S, respectivamente, para incidencia normal. El parámetro  $\epsilon$  representa la diferencia entre la velocidad de onda P vertical y onda P horizontal. En tanto, el parámetro  $\gamma$  es la diferencia entre la velocidad de onda SH vertical y SH horizontal. El significado físico de  $\delta$  no es tan obvio, pero esencialmente está relacionado con las variaciones de la velocidad de ondas P y SV en la dirección vertical. La diferencia  $\epsilon - \delta$  es la constante que controla la forma del frente de onda P.

## 2.5. Dirección preferencial de fracturas, método de Li

La metodología desarrollada por Li (Li (1999)) determina la orientación de las fracturas. La misma se basa en las variaciones acimutales del moveout de las reflexiones de onda P en la base de un reflector objetivo. Para poder aplicar este método, se necesita que la relación offset-profundidad (distancia horizontal/distancia vertical) se encuentre entre los valores 1 y 1.5. La sensibilidad del método es mayor cuando el contraste de impedancia acústica en el techo del reflector objetivo es Bajo/Alto. Esta sensibilidad se reduce cuando dicho contraste es Alto/Bajo (caso del modelo en estudio).

## 2.6. Ecuación de moveout para una capa HTI

El moveout de reflexión (tiempo de viaje) para una línea sísmica que forma un ángulo acimutal  $\Phi$ , respecto a la dirección de fractura de un medio HTI, puede escribirse según Sayers y Ebrom (Sayers y Ebrom (1997); Al-Dajani y Tsvankin (1998)) como:

$$t^2(\Phi, x) = t_0^2 + \frac{x^2}{v_{nmo}^2} - \frac{Ax^4}{x^2 + t_0^2 v_{p0}^2}, \quad (7)$$

donde  $t_0$  es el tiempo doble de incidencia normal (offset cero). La velocidad de normal moveout (NMO),  $v_{nmo}$ , y el coeficiente de moveout  $A$  están dados por:

$$\frac{1}{v_{nmo}^2} = \frac{1}{v_{p0}^2} [1 - 2(\delta - 2\epsilon) \sin^2 \Phi], \quad (8)$$

$$A = \frac{2(\epsilon - \delta)}{v_{p0}^2} \sin^4 \Phi \quad (9)$$

Sustituyendo las ecuaciones (8) y (9) en la expresión (7) se obtiene

$$t(\Phi, x) = \sqrt{t_0^2 + \frac{x^2}{v_{p0}^2} [1 - (\delta - 2\epsilon) \sin^2 \theta \sin^2 \Phi - (\epsilon - \delta) \sin^4 \theta \sin^4 \Phi]}, \quad (10)$$

donde  $\theta$  es el ángulo de incidencia del rayo en el reflector objetivo medido desde la vertical y la raíz cuadrada es el tiempo de viaje clásico de NMO.

Luego, definiendo  $t_{\parallel}$  y  $t_{\perp}$  como los tiempos moveout de reflexión para las líneas paralelas y perpendiculares a las fracturas, respectivamente, se tiene

$$t_{\parallel}(x) = t(\Phi = 0, x) = \sqrt{t_0^2 + \frac{x^2}{v_{p0}^2}} \quad (11)$$

y

$$t_{\perp}(x) = t(\Phi = 90^\circ, x) = t_{\parallel}(x) - t_{\parallel}(x)(\delta - 2\epsilon) \sin^2 \theta - t_{\parallel}(x)(\delta - \epsilon) \sin^4 \theta. \quad (12)$$

Sustituyendo las ecuaciones (11) y (12) en la ecuación (10) se obtiene

$$t(\Phi, x) = t_{\parallel}(x) \cos^2 \Phi + t_{\perp}(x) \sin^2 \Phi + t_{\parallel}(x)(\delta - \epsilon) \sin^4 \theta \sin^2 \Phi \cos^2 \Phi. \quad (13)$$

## 2.7. Análisis acimutal de respuesta de moveout

Se asumen dos líneas sísmicas perpendiculares entre sí, que se intersectan en un punto común y están orientadas un ángulo  $\Phi$  y  $\Phi + 90^\circ$  respecto a la dirección de fractura. La Respuesta Acimutal de Moveout (AMR) se define para estas dos líneas como la diferencia de tiempo en las reflexiones de la base del reflector. Y se escribe

$$\Delta t(\Phi, x) = t(\Phi + 90^\circ, x) - t(\Phi, x) \quad (14)$$

Como se observa en la ecuación (10), el tiempo de viaje contiene de manera explícita el término raíz cuadrada del moveout. Antes de calcular  $\Delta t$ , conviene aplicar una corrección de NMO normal (hiperbólica) a ambas líneas. Esto implica reescribir la ecuación (14) de la siguiente manera

$$\Delta t(\Phi, x) = [t(\Phi + 90^\circ, x) - \sqrt{t_0^2 + \frac{x^2}{v_{nmo}^2}}] - [t(\Phi, x) - \sqrt{t_0^2 + \frac{x^2}{v_{nmo}^2}}], \quad (15)$$

donde  $v_{nmo}$  es la velocidad de moveout determinada desde el procesamiento.

## 2.8. Diseño de adquisición y algoritmos de procesamiento

La Figura 3 muestra la configuración de cuatro líneas sísmicas a  $45^\circ$  grados una de otra

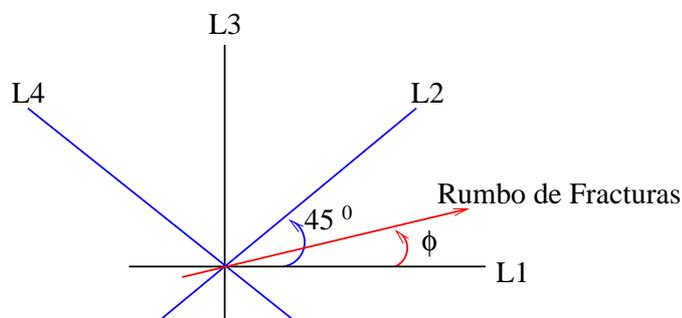


Figura 3: Configuración de 4 líneas separadas  $45^\circ$  entre sí.

A éstas cuatro líneas se las divide en dos pares ortogonales, uno correspondiente al par  $L_3$ - $L_1$  y el otro a  $L_4$ - $L_2$ . Donde el AMR para el primer par es  $\Delta t_1$  y para el segundo par es  $\Delta t_2$ .

$$\begin{aligned}\Delta t_1(\Phi, x) &= \Delta t(\Phi, x) = B \cos^2 2\Phi \\ \Delta t_2(\pi/4 - \Phi, x) &= B \sin^2 2\Phi,\end{aligned}\quad (16)$$

con lo cual resulta:

$$\tan 2\Phi = \frac{\sin 2\Phi}{\cos 2\Phi} = \frac{t_2(\pi/4 - \Phi, x)}{t_1(\Phi, x)}.\quad (17)$$

Esto implica que el crossplot entre  $\Delta t_1$  y  $\Delta t_2$  muestra una tendencia lineal, cuya pendiente forma un ángulo de  $2\Phi$  respecto al eje  $\Delta t_1$ . Este eje representa la dirección de la línea 1 de la Figura 3. Por lo tanto, el método de Li permite determinar la orientación preferencial de fracturas haciendo sólo un análisis del crossplot.

### 3. SIMULACIÓN NUMÉRICA

La ecuación que gobierna la propagación de ondas en medios anisótropos es

$$\rho(\mathbf{x}) \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( c_{ijkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) = f(\mathbf{x}, t) \quad (i = 1, 2, 3), \quad (18)$$

donde  $u_i$  indica las componentes del desplazamiento,  $\rho$  la densidad del medio y  $f$  la fuente externa.

Las condiciones de borde en el contacto aire-suelo corresponden a superficie libre y en profundidad se establece  $u_3 = 0$ . En los laterales correspondientes a los planos  $(x_2, x_3)$  las condiciones son  $u_1 = u_2 = 0$  y en los laterales correspondientes a los planos  $(x_1, x_3)$  se impone  $u_2 = 0$ .

La aproximación numérica de la solución del problema (18) se obtiene usando el Método de Elementos Finitos (FEM) provista por el software comercial Abaqus-CAE-Research versión 6.13 adquirido por la UNLP. Para lograr eficiencia en los tiempo de corrida se debe aplicar el método explícito.

La ecuación de equilibrio dinámico en forma esquemática puede escribirse

$$\mathbf{M}\mathbf{a} = \mathbf{I} - \mathbf{P} = 0, \quad (19)$$

donde  $\mathbf{M}$  es la matriz de masa,  $\mathbf{a}$  es la aceleración,  $\mathbf{I}$  y  $\mathbf{P}$  son matrices que dependen de los desplazamientos y velocidades nodales. Siendo

$$\mathbf{I} = \mathbf{C}\mathbf{u} + \mathbf{D}\mathbf{v}, \quad (20)$$

$\mathbf{C}$  indica el tensor de rigidez,  $\mathbf{D}$  la matriz de atenuación y  $\mathbf{v}$  las velocidades.

En el caso del modelo en estudio, la matriz de atenuación es nula. Es decir,  $\mathbf{I} = \mathbf{C}\mathbf{u}$ .

#### 3.1. Modelo Geológico

El modelo geológico 3D tiene 5600 m por lado en el plano horizontal y 1300 m de profundidad. La Figura 4 muestra un corte vertical del mismo. El primer estrato corresponde a un medio elástico, isótropo y homogéneo, cuyos parámetros físicos se corresponden a los de una lutita. El segundo estrato es un medio elástico de anisotropía débil debido a fracturas verticales (HTI) alineadas en la dirección del eje  $x_2$  del sistema de referencia del modelo (sistema natural de coordenadas). Los parámetros de este medio representan una arenisca fracturada y saturada con

	Lutita	Arenisca fracturada
Espesor	800 m	300 m
$\rho$	2300 kg/m <sup>3</sup>	2190 kg/m <sup>3</sup>
$v_{p0}$	3048 m/s	2183 m/s
$v_{s0}$	1574 m/s	1502 m/s
Módulo de Young	1.50 10 <sup>10</sup> Pa	–
Razón de Poisson	0.32	–
Parámetros de Thomsen	$\epsilon = 0, \delta = 0, \gamma = 0$	$\epsilon = 0,27, \delta = 0,26, \gamma = 0,15$

Tabla 1: Propiedades de los estratos del modelo (Li (1999)).

gas. La tercera capa repite las propiedades de la primera. Las propiedades de los estratos son dados por Li (Li (1999)) y se describen en la Tabla 1.

La adquisición sísmica que se realiza es 2D, cuya configuración es un tendido lineal de 26 receptores, equidistantes 50 m entre sí (Offset de 1300 m). La fuente que excita el medio es una ondícula de Ricker normalizada y una frecuencia central en 30 Hz. El radio Offset/Profundidad es de 1.18. Lo que permite tener un ángulo de reflexión lo suficientemente grande como para detectar la anisotropía en la capa de interés (Li (1999); Castagna y Backus (1993); Bale (2001)).

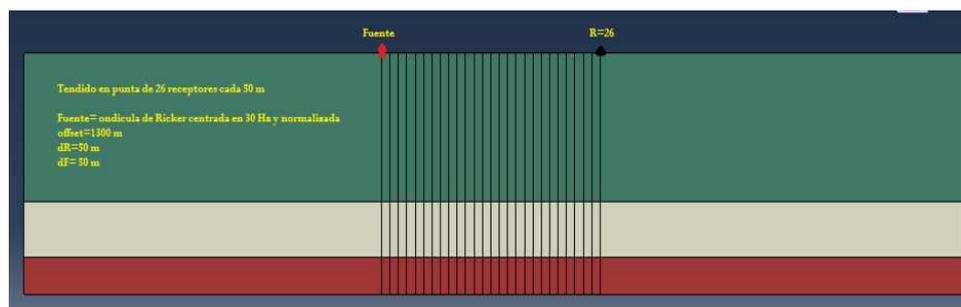


Figura 4: Modelo de subsuelo y arreglo de tendido.

### 3.2. Método de modelado

Primeramente, se intenta simular la propagación de onda en el modelo 3D anteriormente descrito. No siendo posible obtener resultados satisfactorios, debido a que la memoria RAM y el número de procesadores de la máquina de trabajo no soportan el tamaño del mismo. Con el fin de solucionar esta limitación, se procede a crear un modelo pseudo-3D que permita representar la adquisición sísmica de una línea 2D en un medio 3D. El modelo que se propone tiene forma laminar (lo que permite cargar la matriz de rigidez 3D) y sus dimensiones son de 5600 m de longitud, 1300 m de profundidad y 1 m de espesor.

La técnica empleada para la obtención de los datos consiste en dejar invariante el tendido de adquisición (paralelo al eje horizontal  $x_1$ ) y rotar sólo la capa anisótropa respecto al eje vertical  $x_3$ . La Figura 5 muestra la configuración de las 4 líneas sísmicas del modelo, indicadas como  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  y  $L_4$ . De esta manera, se puede simular una adquisición sísmica 2D en un medio 3D. Superando las dificultades de hardware y tiempo de cómputo que supone realizar el mismo modelo en forma cúbica y tener un tendido de adquisición para cada línea.

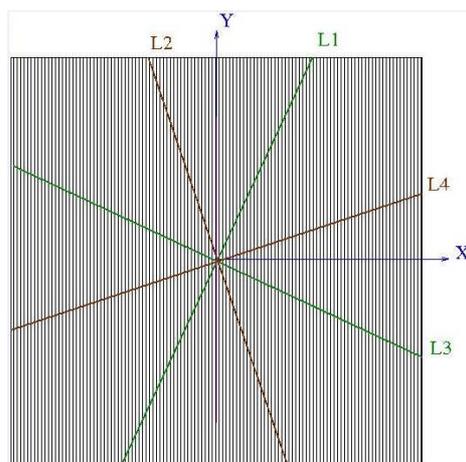


Figura 5: Disposición de las 4 líneas sísmicas  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  y  $L_4$  respecto al eje  $x_2$  (Vista en planta con la dirección de fracturas en la dirección de  $x_2$ ).

La matriz de rigidez del medio anisótropo para cada línea se obtiene aplicando una rotación alrededor del eje  $x_3$  del sistema natural de coordenadas.

- Rotando el medio  $15^\circ$  grados en sentido horario respecto al eje  $x_2$  se obtiene la matriz de parámetros elásticos para la línea  $L_1$ .
- Rotando el medio  $60^\circ$  grados en sentido horario respecto al eje  $x_2$  se obtiene la matriz de parámetros elásticos para la línea  $L_2$ .
- Rotando el medio  $105^\circ$  grados en sentido horario respecto al eje  $x_2$  se obtiene la matriz de parámetros elásticos para la línea  $L_3$ .
- Rotando el medio  $150^\circ$  grados en sentido horario respecto al eje  $x_2$  se obtiene la matriz de parámetros elásticos para la línea  $L_4$ .

La fuente empleada para estimular al medio es una ondícula de Ricker normalizada y centrada en 30 Hz, como se muestra en la Figura 6. Esta fuente excita al medio en dirección del eje  $x_3$ , simulando la perturbación que produce una fuente vibradora en el campo.

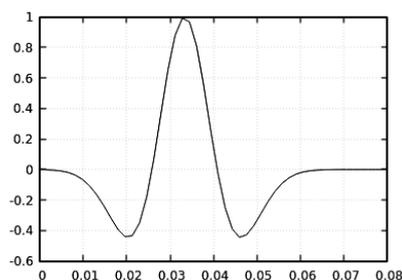


Figura 6: Ondícula de Ricker de frecuencia central 30 Hz.

La salida en los receptores corresponde a la velocidad de las partículas del suelo en superficie y en la dirección  $x_3$  ( $V_3$ ). Esta elección se debe a que se desea representar la señal de un geófono (transductor de velocidad). El intervalo de muestreo es de 4 ms y el tiempo total de registraci3n es de 1.2 s.

Para una correcta representación de los datos, Abaqus necesita al menos diez nodos por longitud de onda. Considerando la frecuencia central de la fuente y la velocidad de onda P de la capa anisótropa tenemos que:

$$\lambda = \frac{v_{p0}}{f} = \frac{2183 \text{ m/s}}{30 \text{ Hz}} = 72,76 \text{ m} \quad (21)$$

Por lo tanto, se necesitan elementos finitos de relación  $7.27 \times 7.27 \times 1$  metros (7.27 de longitud, 7.27 de profundidad y 1 de espesor). Para el modelo de estudio se eligen elementos hexaédricos de integración reducida cuya relación de proporcionalidad es de  $2 \times 2 \times 1$  metros. Utilizando estos elementos se obtiene una malla que ajusta cómodamente a la geometría del modelo y permite muestrear frecuencias mayores de 30 Hz con buena resolución y definición.

### 3.3. Validación de los resultados

La validación del resultado numérico se realiza mediante la comparación con un modelo analítico.

El modelo consta de una lámina cuadrada de 1300 m de lado, donde se ubica la fuente a 300 m por debajo de la superficie y el receptor a 600 m de la misma. Los elementos finitos que se utilizan para generar la malla son del tipo hexaedro de relación  $2 \times 2 \times 1$  metros y el medio es de simetría VTI.

La función de Green convolucionada con una función que caracterice la perturbación que se aplica al medio (cupla de fuerzas, fuentes impulsivas, etc.) da como resultado el campo de desplazamiento de las partículas del medio.

La Figura 7 muestra la función de Green bidimensional dada por Carcione ([Carcione \(2007\)](#)) para un medio homogéneo de anisotropía VTI cuyas propiedades son dadas en Tabla 2.

$v_p$	3928 m/s
$v_s$	2055 m/s
$\rho$	2590 kg/m <sup>3</sup>
$c_{11}$	66.66 [GPa]
$c_{12}$	19.62 [GPa]
$c_{13}$	39.42 [GPa]
$c_{33}$	39.96 [GPa]
$c_{55}$	10.94 [GPa]
$c_{66}$	23.52 [GPa]

Tabla 2: Propiedades del medio VTI para validación de los resultados numéricos.

Los tiempos de arribo de las ondas P y S son  $t_p=0.076$  s y  $t_s=0.146$  s.

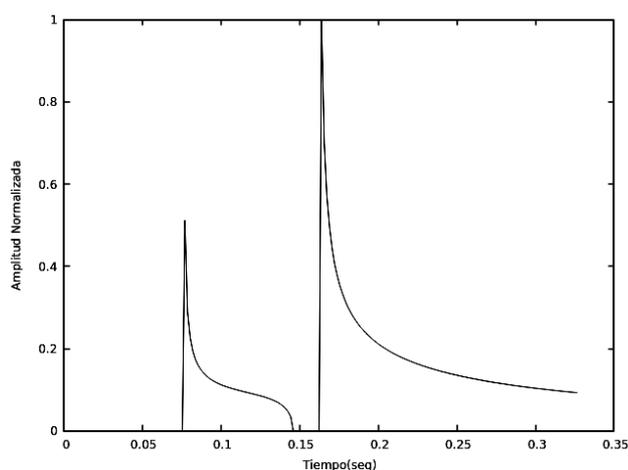


Figura 7: Función de Green bidimensional con tiempos de arribo de onda P,  $t_p=0.076$  s y onda S,  $t_s=0.146$  s.

La respuesta sísmica del modelo analítico se obtiene convolucionando la función de Green con la fuente. La Figura 8 muestra el desplazamiento en dirección vertical  $u_3$  para ambas salidas, solución numérica y analítica.

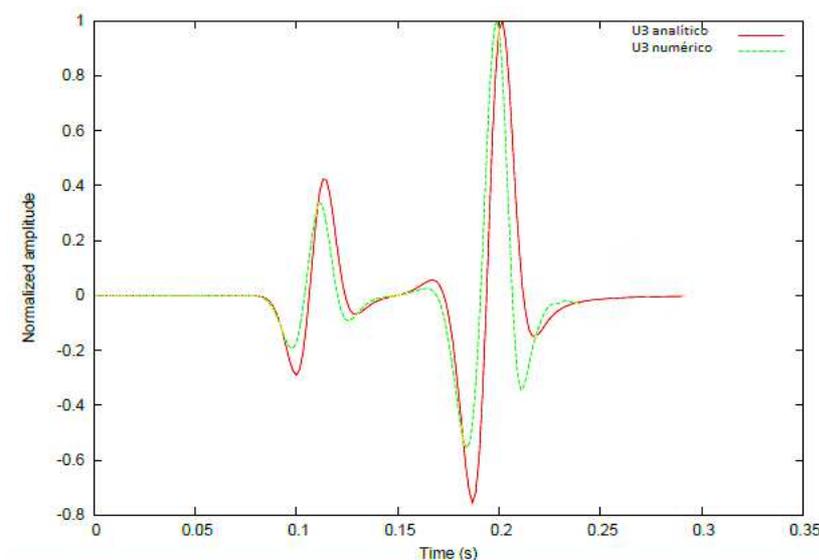


Figura 8: Señal analítica vs Señal numérica para medio VTI.

### 3.4. Resultados

Las líneas sísmicas sintéticas del modelo se obtienen traza por traza. Se exportan como código ASCII, luego se transforman a código binario y finalmente se convierten a formato SEG-Y haciendo uso del software de procesamiento Seismic Unix. Al conjunto de las trazas que componen cada línea sísmica se lo denomina gather. Se dispone entonces, de cuatro gathers.

Salida línea  $L_1$ :

Se observa en la Figura 9 la salida del gather correspondiente a la línea  $L_1$ . Puede verse el rayo directo (RD), la onda Rayleigh (OR), la reflexión del techo de la capa anisótropa (RT), la reflexión de la base de la capa anisótropa (RB) y la reflexión del borde inferior (RBI) generada

por la condición de borde. El tiempo total de registración es inferior al tiempo de arribo de reflexiones espúreas de los bordes laterales.

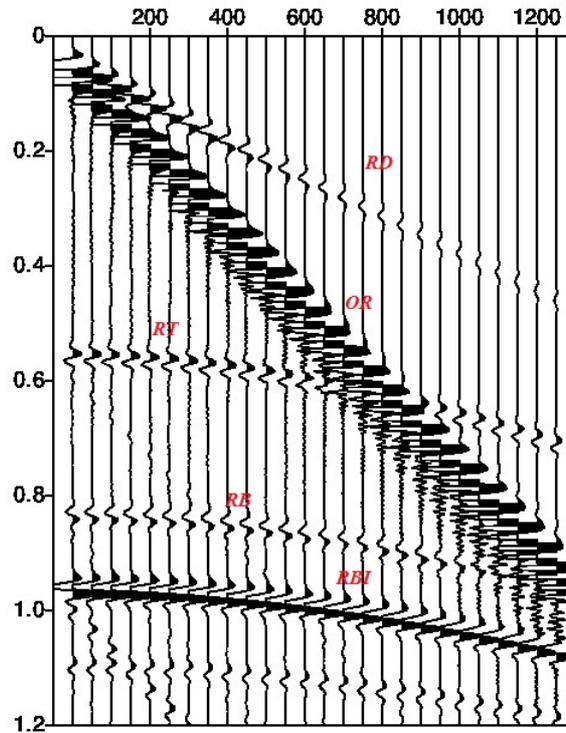


Figura 9: CMP gather correspondiente a  $L_1$ -Seismic Unix.

Similares resultados se obtuvieron para las líneas restantes  $L_2, L_3$  y  $L_4$ .

Como se observa en la Figura 9, existen dos eventos lineales. El de menor pendiente es el arribo directo y el de mayor pendiente y amplitud corresponde a una onda Rayleigh generada en la superficie libre del modelo. La Figura 10 muestra una captura de la reproducción de video de la propagación de onda del modelo.

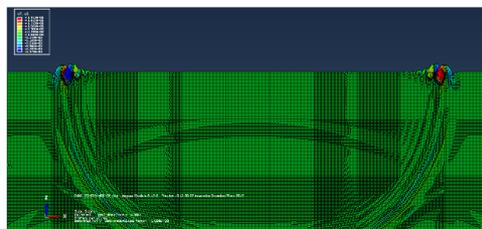


Figura 10: Propagación de ondas para  $t=0.9$  s para la componente de deformación vertical  $u_3$ .

Se puede evidenciar claramente la deformación de gran amplitud perpendicular a la dirección de propagación de onda. Esta deformación es la superposición de las componentes  $u_1$  y  $u_3$  desfasadas  $90^\circ$  grados entre sí, como se muestra en la Figura 11. También puede observarse en la Figura 11 que la amplitud de  $u_3$  es aproximadamente mayor que la de  $u_1$  en un factor de 1.5.

La velocidad de onda Rayleigh es  $v_R=0.95v_s=1495.5$  m/s, que se corresponde con una razón de Poisson igual a 0.32 y  $v_s=1574$  m/s, propiedades de la capa 1.

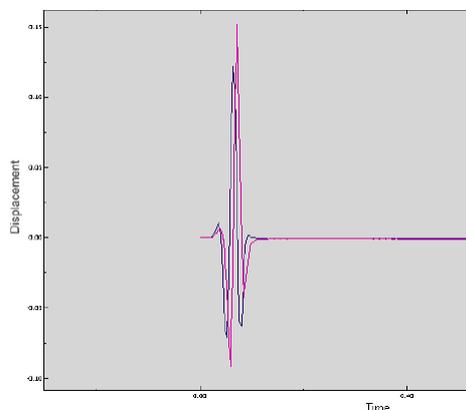


Figura 11: Superposición de las componentes horizontal  $u_1$  y vertical  $u_3$  del desplazamiento.

#### 4. PROCESAMIENTO DE LOS GATHERS

Una vez obtenidos los gathers, se procesan para luego aplicar la técnica de Li. La secuencia de procesamiento es simple, ya que solo requiere la atenuación de la onda Rayleigh y la corrección por NMO.

Secuencia de procesamiento:

1. Lectura de los datos sintéticos.
2. Atenuación de Ruido y aplicación de Ganancia.
3. Muestreo de velocidades.
4. Mute.
5. Corrección por NMO.
6. Creación de los SEG-Y de salida.

Una vez finalizado el procesamiento, se obtiene el producto final. Como ejemplo se muestra la línea sísmica  $L_2$ , ver Figura 12.

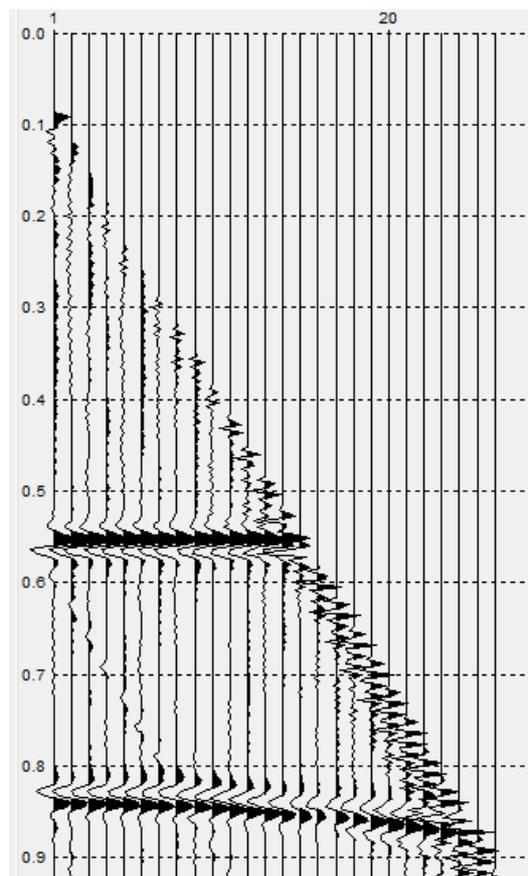


Figura 12: Salida de la línea sísmica  $L_2$  procesada y en formato SEG-Y.

#### 4.1. Determinación de la orientación de fracturas

Siguiendo la metodología desarrollada por Li se miden las variaciones acimutales del moveout de las reflexiones de onda P sobre la base de la arenisca fracturada y saturada con gas y se calculan los AMRs ( $\Delta t$ ) para cada par de líneas perpendiculares entre sí.

AMR para el par  $L_3$ - $L_1$  es mostrado en Figura 13.

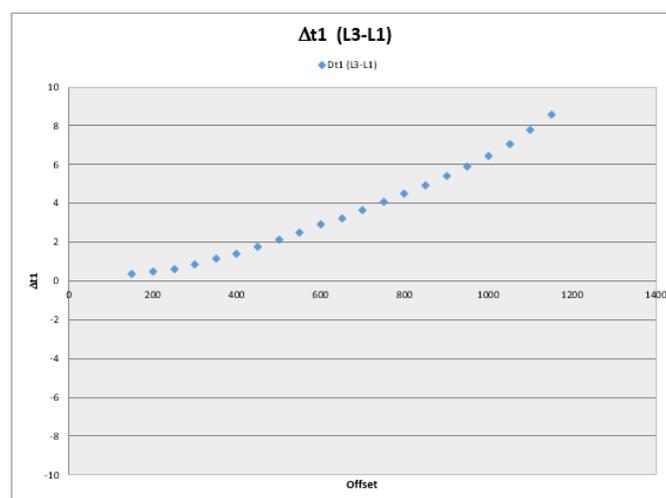


Figura 13: Gráfico  $\Delta t_1$  vs offset.

En Figura 14 se presenta el AMR para el par  $L_4-L_2$ .

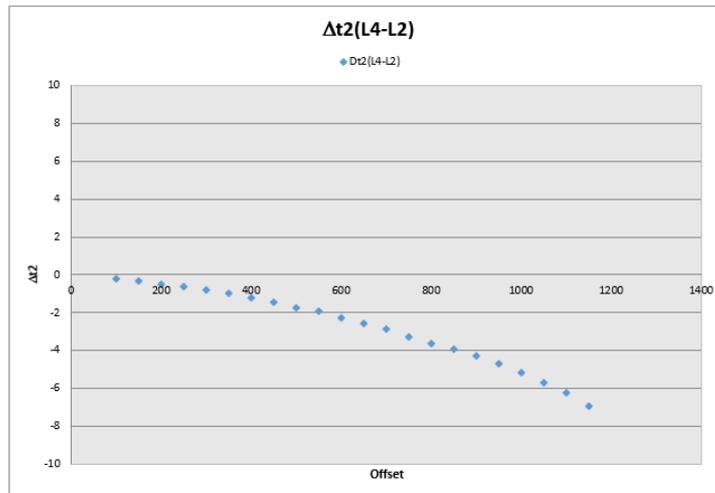


Figura 14: Gráfico  $\Delta t_2$  vs offset.

En el siguiente gráfico, Figura 15, se superponen ambos AMRs y puede verse que las diferencias de tiempo son mayores para el par  $L_3-L_1$  que para el par  $L_4-L_2$ . Esto es lo esperado, ya que  $L_1$  y  $L_3$  son el par donde el contraste de velocidad es mayor.

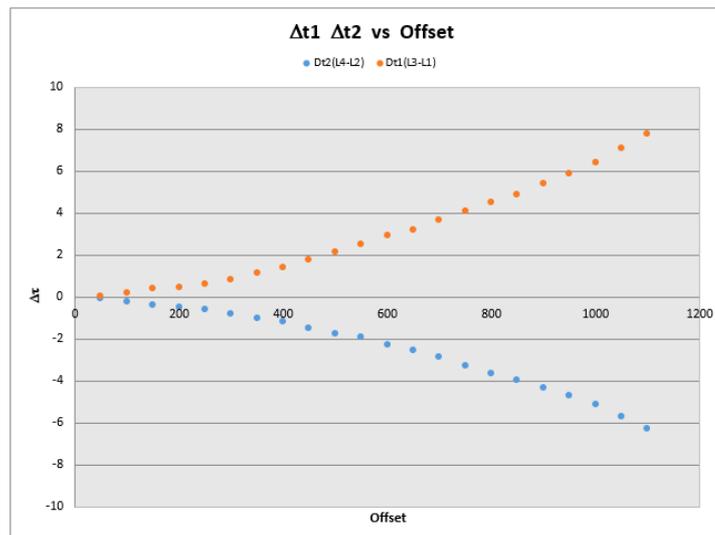


Figura 15: Gráfico  $\Delta t_1$  y  $\Delta t_2$  vs offset.

Una vez obtenidos  $\Delta t_1$  y  $\Delta t_2$ , se realiza un crossplot con estos valores y se determina la orientación de las fracturas.

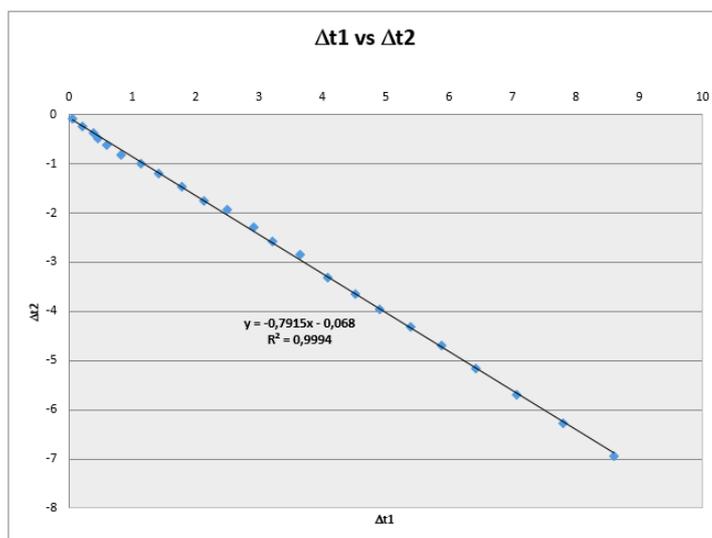


Figura 16: Crossplot  $\Delta t_2$  vs  $\Delta t_1$ .

La regresión lineal del crossplot da una pendiente de valor  $-0.7915$  respecto al eje  $\Delta t_1$ . Con lo cual,

$$\arctan(-0,7915) = -38,36 \Rightarrow 2\Phi = -38,36 \Rightarrow \Phi = -19^\circ,18. \quad (22)$$

Se estima una dirección de fracturas de  $-19^\circ.18$  grados respecto a la línea sísmica  $L_1$ . En la simulación numérica, la orientación de fracturas es de  $-15^\circ$  grados respecto a  $L_1$ . La diferencia es de  $4^\circ.18$  grados. Esta sobreestimación de la dirección de fractura se debe a distintos factores que se detallan a continuación:

- La interferencia entre la onda Rayleigh y la reflexión de interés, no permite incrementar el offset para tener un mayor radio Offset/Profundidad.
- La sensibilidad del método de Li se reduce considerablemente para contrastes de impedancia acústica Alto/Bajo.
- Errores numéricos
- Errores en el procesamiento de los datos.

## 5. CONCLUSIONES

La estimación de la dirección preferencial de fracturas es de gran importancia en la industria del Petróleo y Gas. Cuando se desarrolla un reservorio, lo que se busca es perforar de manera perpendicular a la dirección de fracturas. Esto se hace con el fin de incrementar la permeabilidad y porosidad efectiva. De esta manera, se logra tener un mayor caudal de producción. Por lo anteriormente expuesto, desarrollar técnicas de modelado numérico que permitan representar distintos escenarios geológicos con datos provenientes de sísmica de superficie, sísmica de pozo y sísmica multicomponente puede ayudar a reducir considerablemente el riesgo y el impacto económico que supone no contar con un modelo de subsuelo preciso a la hora de perforar y desarrollar un yacimiento.

La implementación del modelo pseudo-3D permitió superar limitaciones de hardware y mejorar considerablemente los tiempos de ejecución. La validación de la aproximación numérica

con una solución analítica bidimensional se considera muy buena. Además, se destaca la generación de la onda Rayleigh en la superficie libre, fenómeno habitual en datos reales y que alienta a usar este modelado numérico en estudios de sísmica para la caracterización de las capas superficiales.

Finalmente, habiendo planteado un escenario no favorable (contrastes de impedancia acústica y relación offset/profundidad) se puede concluir que los resultados obtenidos al calcular la dirección de fracturas son aceptables.

## REFERENCIAS

- Al-Dajani A. y Tsvankin I. Nonhyperbolic reflection moveout. *Geophysics*, 63:1738–1753, 1998.
- Bakulin A., Grechka V., y Tsvankin I. Estimation of fracture parameters from reflection seismic data. part i: Hti model due to a single fracture set. *Geophysics*, 65:1788–1802, 2000.
- Bale R. Offset-to-angle transformations for pp and ps avo analysis. *SEG International Exposition and Annual Meeting*, SEG-2001-0235, 2001.
- Bond W. The mathematics of the physical properties of crystals. *Bell Labs Technical Journal*, 22:1–72, 1943.
- Carcione J. *Wave Fields in real media: Wave Propagation in Anisotropic, Anelastic, Porous and Electromagnetic Media*. ELSEVIER, 2007.
- Castagna J. y Backus M. *Offset-Dependent Reflectivity: Theory and Practice of AVO Analysis*, volumen I. SEG Books, 1993.
- Cho D. y Margrave G. Estimation of elastic stiffness parameters in weakly anisotropic rotated hti media. *CREWES*, 22, 2010.
- Chopra S. y Castagna J. *AVO*, volumen 16. SEG Investigation in Geophysics, 2014.
- Fjaer E., Holt R., Horsrud P., Raaen A., y Risnes R. *Petroleum related rock mechanics*, volumen 53. Elsevier, 2nd ed., 2008.
- Li X. Fracture detection using azimuthal variation of p-wave moveout from orthogonal seismic survey lines. *Geophysics*, 64:1193–1201, 1999.
- Sayers C.M. y Ebrom D.A. Seismic travelttime analysis for azimuthally anisotropic media: Theory and experiment. *Geophysics*, 62:1570–1582, 1997.
- Thomsen L. Weak elastic anisotropy. *Geophysics*, 51:1954–1966, 1986.
- Tsvankin I. y Grechka V. *Seismology of azimuthally anisotropic media and seismic fracture characterization*, volumen 17. SEG Geophysical References Series, 2011.
- Zoback M. *Reservoir geomechanics*. Cambridge University Press, 2007.