

CONSIDERACIONES SOBRE EL DICTADO DE UNA ASIGNATURA DE ELEMENTOS FINITOS EN CARRERAS DE INGENIERÍA

Laura Battaglia^{a,b}, Federico J. Cavalieri^{a,b} y Pablo J. Sánchez^{a,b}

^a*Centro de Investigación de Métodos Computacionales (CIMEC)*

Universidad Nacional del Litoral - CONICET

Predio CONICET Santa Fe, Colectora Ruta Nac 168, Km 472, Paraje El Pozo, Santa Fe, Argentina

e-mail: (lbattaglia,fcavalieri)@santafe-conicet.gov.ar, psanchez@intec.unl.edu.ar

web page: <http://www.cimec.santafe-conicet.gov.ar>

^b*Grupo de Investigación en Métodos Numéricos en Ingeniería (GIMNI)*

Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Santa Fe

Lavaise 610, Santa Fe, Argentina

web page: <http://gimni.frsf.utn.edu.ar>

Palabras Clave: enseñanza, elementos finitos, elasticidad, análisis estructural, ingeniería civil, ingeniería mecánica.

Resumen. En este trabajo se describe la experiencia adquirida en el dictado de asignaturas electivas propuestas para el quinto nivel de Ingeniería Civil e Ingeniería Mecánica en el ámbito de la Facultad Regional Santa Fe (FRSF) de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN) orientadas a la enseñanza del método de los elementos finitos con aplicación a problemas de mecánica de sólidos, térmicos y de dinámica estructural. Se describen los contenidos de las Cátedras, la metodología de enseñanza y las estrategias de evaluación, así como también las dificultades que se presentan y las propuestas para superarlas.

1. INTRODUCCIÓN

A partir del año 1999, en la FRSF de la UTN se dicta la asignatura electiva “Método de los Elementos Finitos para el Análisis Estructural”, actualmente incluida en el quinto nivel de la carrera de Ingeniería Civil de dicha Facultad. Posteriormente, se incorporó a la currícula de la carrera de Ingeniería Mecánica la materia “Teoría y Aplicaciones del Método de los Elementos Finitos”, que comparte la mayoría de los contenidos con la anterior, aunque orientada a la especialidad en el marco del cual se la dicta.

El curso fue propuesto debido al incremento en el uso de métodos numéricos en tareas de ingeniería, como ser realización de cálculos, simulaciones, diseños o verificaciones de elementos estructurales, análisis de piezas sometidas a cargas térmicas, estudio de casos de filtración en medios porosos, entre otros. Asimismo, desde un punto de vista académico, la aplicación de métodos como el de Elementos Finitos (MEF) en otras cátedras se realiza habitualmente sin introducciones previas a la teoría e hipótesis subyacentes, de modo tal que es habitual que los estudiantes cometan errores en la generación de modelos y en la interpretación de resultados.

La asignatura presenta un enfoque diferente al propuesto en la cátedra de “Cálculo Avanzado”, incorporada a estas ingenierías en el Plan 2005, con contenidos diferenciados de acuerdo a la especialidad (Weber, 2011), donde los métodos numéricos, como el de los elementos finitos, no son tratados en profundidad debido en general a limitaciones en la carga horaria de las asignaturas.

Una revisión no exhaustiva de los planes de estudios de estas carreras en otras universidades muestra que la enseñanza del MEF está asociada tanto a las cátedras tradicionales o típicas del área de Estructuras (Carlassare, 2010; Proença, 2011), como a asignaturas optativas o electivas, como ser en la Universidad de Buenos Aires, en tanto que en otras instituciones se dan ambas situaciones, como en la Universidad Nacional de Rosario (UNR, 2013).

Una perspectiva de la enseñanza del MEF en el contexto de Ingeniería Civil en Europa está dada por la conferencia de Gilewski (2008), en la que se analiza la inserción del método en los diseños curriculares europeos, así como también una propuesta de inclusión de dos cursos típicos en los planes de estudios, uno de ellos para el bachillerato y otro para el ciclo de maestría, en concordancia con los cursos correspondientes a cada ciclo y de acuerdo con recomendaciones de la *European Civil Engineering Education and Training (EUCEET) Association* (<http://www.euceet.eu/>). Otras apreciaciones sobre la importancia de la formación en el uso y aplicaciones del MEF, así como distintos enfoques, pueden hallarse en publicaciones de docentes de procedencias diversas (Shaikh, 2012; Siswanto y Darmawan, 2012; Moazed et al., 2010; Zhuge y Mills, 2009).

El presente trabajo pretende dar a conocimiento la experiencia adquirida durante los últimos años en el dictado de las cátedras mencionadas. En las secciones siguientes, se resumen los contenidos mínimos de ambas cátedras, la metodología de trabajo, las dificultades que habitualmente se presentan en el dictado del curso y las perspectivas para los próximos años.

2. OBJETIVOS Y CONTENIDOS

Las asignaturas “MEF para el Análisis Estructural” y “Teoría y Aplicaciones del MEF” tienen por objetivos generales proveer al alumno de conceptos básicos y fundamentos del MEF, así como también que adopte la capacidad de emplear dicho método para la resolución de problemas de resistencia de materiales, de análisis estructural, de dinámica y de transferencia de calor en medios continuos. En particular, se pretende que el alumno:

- comprenda la formulación matemática de diversos problemas de ingeniería a través de

dos enfoques: ecuaciones diferenciales convencionales y formulación variacional;

- se familiarice con la formulación matemática del MEF para la resolución de dichas ecuaciones;
- comprenda las etapas en que se desarrolla un cálculo por elementos finitos, de preproceso, análisis y postproceso;
- realice cálculos de aplicaciones reales empleando programas de análisis mediante el MEF de manera responsable.

Los contenidos mínimos de cada uno de los cursos, separados por Unidades Temáticas (UT) se presentan en las Tablas 1 y 2, para los cursos de Ingeniería Civil e Ingeniería Mecánica, respectivamente. Si bien existen diferencias menores en los contenidos de las UT 3 y 4 entre los cursos, en las que se destaca la orientación de cada especialidad en UTN-FRSF, la mayor parte de las clases se dicta con presencia simultánea de estudiantes de Ing. Civil e Ing. Mecánica.

En las Tablas 1 y 2 se indica también la carga horaria destinada a cada unidad, correspondiendo en ambos casos a un curso de 96hs cátedra. Actualmente, el cursado es anual, de 3hs cátedra presenciales por semana, que corresponden a 2:15hs de reloj.

La primer UT es la de mayor carga horaria, así como también la que permite mostrar a los estudiantes las bases del MEF planteado a partir del principio de los trabajos virtuales. En esta unidad, se pretende que identifiquen las incógnitas básicas para el problema de barras y de elasticidad, que comprendan los conceptos de discretización y de interpolación, realizando el paso del problema en el continuo hacia el problema en el discreto con elementos estructurales donde los grados de libertad son únicamente los desplazamientos, y que adquieran las herramientas para interpretar los resultados que obtienen, tanto en forma manual como mediante programas de cálculo “enlatados”, ya sean educativos o de aplicación.

La UT2 se destina a elementos flexionados, donde se incorporan las rotaciones como incógnitas en los elementos desarrollados y empleando diferentes hipótesis en su tratamiento, con la posibilidad de mostrar las limitaciones de este tipo de elementos a la hora de su aplicación, dadas las hipótesis con los cuales son formulados.

En la UT3 se estudian problemas representados por la ecuación de Laplace, fundamentalmente térmicos y con mención de la analogía con el problema de permeabilidad. En el caso de problemas de transferencia de calor, habitualmente se realizan aplicaciones a problemas térmico-mecánicos acoplados.

Finalmente, en la UT4 se abordan problemas de análisis de frecuencias naturales y modos de vibración de las estructuras para luego realizar análisis dinámicos; además, se aborda el tema de pandeo y, para Ingeniería Mecánica, se realiza una introducción al análisis de fatiga mediante el MEF (Cavalieri, 2010).

Los contenidos resumidos en las tablas permiten establecer un vínculo natural con cátedras previas, como ser Álgebra y Geometría Analítica, Análisis Matemático I y II, Cálculo Avanzado y las materias del área de las Estabilidades, esto es, de Estática, Estabilidad, Resistencia de Materiales, Elasticidad y Diseño Mecánico, dependiendo de la especialidad. Los cursos posteriores en los que pueden aprovecharse los contenidos dictados tienen que ver con el diseño y cálculo de estructuras, ya sea en hormigón o metálicas, o bien en el diseño de elementos de máquinas.

Estos contenidos abarcan los propuestos por Gilewski (2008) para un curso del ciclo de bachillerato en el contexto de la currícula europea, y parte de los temas que el mismo especialista propone para un ciclo de magister, equivalente hoy día a los cursos de niveles superiores de ingeniería en Argentina.

Método de los Elementos Finitos para el Análisis Estructural	
UT1	Formulación del MEF - Elasticidad 1D, 2D, 3D (42hs): Revisión de conceptos de álgebra de matrices, teoría de elasticidad, principio de trabajos virtuales, hipótesis cinemáticas en problemas 2D: tensión plana, deformación plana y axisimetría. Formulación variacional del Método de Elementos Finitos para problemas de elasticidad 1D, 2D y 3D. Ejemplos de formulaciones de elementos finitos 1D, 2D y 3D. Formulación matricial de las ecuaciones del método de elementos finitos. Organización básica de un programa de elementos finitos. Etapas del proceso de análisis estructural por el método de elementos finitos. Requisitos para la convergencia de la solución. Errores en la solución.
UT2	Elementos finitos para vigas y placas (9hs): Revisión de la teoría de Euler-Bernoulli para modelar flexión de vigas. Discretización con elementos finitos de dos nodos. Revisión de la Teoría de Kirchhoff para placas delgadas. Expresión del Principio de las Potencias Virtuales con variables generalizadas. Formulación de elementos finitos. Placas gruesas: Teoría de Reissner-Mindlin, formulación de elementos finitos, comportamiento de elementos de placa de Reissner-Mindlin para análisis de placas delgadas. Bloqueo de la solución. Integración reducida.
UT3	MEF aplicado a problemas de permeabilidad y problemas térmicos (27hs): Resolución de la ecuación de Poisson (problemas estacionarios) a través del MEF. Condiciones de contorno aplicables en el problema térmico. Aplicaciones a problemas de filtración en suelos. Problemas acoplados. Acoplamiento fuerte y débil entre el problema térmico y el problema mecánico.
UT4	Problemas en estado transitorio y de pandeo (18hs): Introducción a la resolución de problemas transitorios. Esquemas de integración numérica. Análisis modal, determinación de frecuencias naturales y modos de vibración de estructuras. Formulación del MEF para análisis de pandeo. Concepto de carga crítica. Análisis de valores y vectores propios para predecir la carga teórica de pandeo y modos de pandeo.

Tabla 1: Contenidos mínimos para la cátedra electiva de Ingeniería Civil.

3. METODOLOGÍA DE DICTADO Y EVALUACIÓN

Habitualmente, se destinan una o dos clases a la presentación de los contenidos teóricos y, a continuación, se propone la resolución de problemas aplicando el MEF, primero desarrollado en papel y luego empleando algún programa de cálculo.

Las tareas docentes se distribuyen hoy día entre un responsable de teoría y uno de práctica. En años anteriores se contó con la colaboración de un tercer docente, quien colabora actualmente en temáticas específicas. En total, asisten a clase entre 8 y 16 estudiantes de ambas carreras, toman los exámenes parciales de 6 a 8 de ellos, y unos 3 a 8 alumnos aprueban la asignatura completa cada año. Cabe recordar que, al tratarse de asignaturas electivas, la cantidad de alumnos es muy variable de un ciclo lectivo a otro.

En general, las clases teóricas consisten en desarrollar en el pizarrón, o mediante el apoyo de transparencias, la presentación de un elemento estructural formulado en el continuo, partiendo del principio de los trabajos virtuales y la determinación de las matrices elementales correspondientes al MEF formulado en desplazamientos. Luego, se resuelven manualmente ejemplos sencillos mediante el MEF, de fácil interpretación física, para completar la explicación. Un ejemplo típico de este último caso, para elasticidad en 2D, se muestra en la Fig. 1, donde se presenta la

Teoría y Aplicaciones del Método de los Elementos Finitos	
UT1	Formulación del MEF - Elasticidad 1D, 2D, 3D (42hs): Revisión de conceptos de álgebra de matrices, teoría de elasticidad, principio de trabajos virtuales, hipótesis cinemáticas en problemas 2D: tensión plana, deformación plana y axisimetría. Formulación variacional del Método de Elementos Finitos para problemas de elasticidad 1D, 2D y 3D. Ejemplos de formulaciones de elementos finitos 1D, 2D y 3D. Formulación matricial de las ecuaciones del método de elementos finitos. Organización básica de un programa de elementos finitos. Etapas del proceso de análisis estructural por el método de elementos finitos. Requisitos para la convergencia de la solución. Errores en la solución.
UT2	Elementos finitos para vigas y placas (9hs): Revisión de la teoría de Euler-Bernoulli para modelar flexión de vigas. Discretización con elementos finitos de dos nodos. Revisión de la Teoría de Kirchhoff para placas delgadas. Expresión del Principio de las Potencias Virtuales con variables generalizadas. Formulación de elementos finitos. Placas gruesas: Teoría de Reissner-Mindlin, formulación de elementos finitos, comportamiento de elementos de placa de Reissner-Mindlin para análisis de placas delgadas. Bloqueo de la solución. Integración reducida.
UT3	MEF aplicado a problemas de permeabilidad y problemas térmicos (24hs): Forma fuerte y débil de la ecuación diferencial de Laplace en 2D (problemas estacionarios). MEF aplicado a la ecuación de Laplace. Aplicaciones a problemas de transferencia de calor por conducción. Analogía con otros problemas de campo escalar de la ingeniería. Condiciones de contorno aplicables a estos tipos de problemas.
UT4	Problemas en estado transitorio y de pandeo (21hs): Introducción a la resolución de problemas transitorios. Esquemas de integración numérica. Análisis modal, determinación de frecuencias naturales y modos de vibración de estructuras. Formulación del MEF para análisis de pandeo. Concepto de carga crítica. Análisis de valores y vectores propios para predecir la carga teórica de pandeo y modos de pandeo. Análisis de fatiga de bajo número de ciclos: regla de Miner y Rain flow Counting. Fatiga de alto número de ciclos: análisis de fatiga a través del criterio de Crossland.

Tabla 2: Contenidos mínimos para la cátedra electiva de Ingeniería Mecánica.

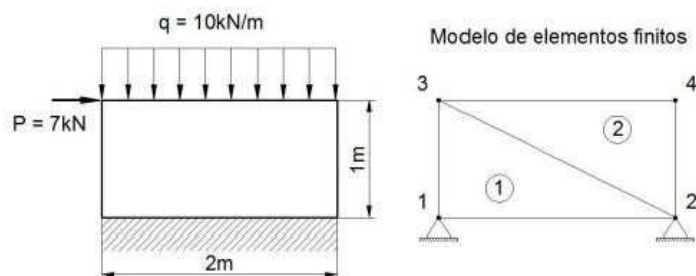
estructura a resolver y el modelo de elementos finitos propuesto para su resolución, así como también las consignas de la ejercitación. Este ejemplo es similar a algunos desarrollados en la bibliografía de referencia adoptada ([Vázquez Fernández y López Pérez, 2001](#)).

Las primeras consignas en la Fig. 1, de la a. a la c., consisten en determinar las diferentes matrices elementales que intervienen en la resolución del problema mediante el MEF. En esta instancia, se discuten aspectos tales como el tipo de funciones de interpolación a emplear, la hipótesis estructural apropiada para el problema, el tipo y cantidad de incógnitas, las condiciones de borde apropiadas para la hipótesis adoptada, entre otros.

Luego, en el ítem d., se realiza el ensamble de las matrices globales, para luego escribir y resolver el sistema de ecuaciones mediante el cual se obtienen los desplazamientos de los nodos libres. Para ello, se recurre a algún programa que permita resolver el sistema de ecuaciones, actualmente una planilla de cálculo, en el cual se construyen y ensamblan las matrices correspondientes.

Por último, en e., se resuelve exactamente el mismo ejemplo mediante un programa de cálculo por elementos finitos “enlatado”, empleando las mismas hipótesis y discretización que en

1. Estado plano de tensiones



Determine la magnitud de los desplazamientos en los nodos 3 y 4 de la estructura de la figura, considerando una hipótesis de estado plano de tensiones con espesor uniforme $t = 0.10\text{m}$, con un material de coeficiente de Poisson $\nu = 0.20$ y módulo de elasticidad longitudinal $E = 21\text{ GPa}$.

Para ello, siga los siguientes pasos:

- Calcule las funciones de forma de cada nodo, en cada elemento.
- Determine las matrices de rigidez elementales, para cada elemento, de acuerdo con la hipótesis propuesta.
- Halle el vector de fuerzas nodales equivalente, correspondiente a cada elemento.
- Escriba la ecuación matricial completa, y resuélvala para hallar los desplazamientos de los nodos 3 y 4.
- Compare con resultados obtenidos mediante un programa de análisis por elementos finitos.

Figura 1: Ejemplo típico para elasticidad 2D.

los pasos anteriores. La finalidad de este ítem es la de mostrar a los alumnos qué es lo que está resolviendo el programa, ya que los resultados en desplazamientos serán los mismos que en el caso anterior. También se analiza la aplicación de las condiciones de borde acordes con el modelo adoptado. Este ejercicio y similares son ejemplos de prueba que facilitan la comprensión de los usuarios sobre la introducción de hipótesis y la visualización de resultados en programas de cálculo.

Una vez logrado este punto, se realiza un análisis más completo de los resultados obtenidos mediante el programa de elementos finitos, como ser magnitudes de las reacciones y los campos tensionales, para luego realizar cambios tales como mayor refinamiento en la malla, cambio de elementos lineales a elementos de mayor orden, empleo de elementos cuadrangulares, cambios en las condiciones de borde, o modificaciones en la geometría.

La resolución del ejercicio tipo mostrado se lleva adelante procurando que los estudiantes realicen en el momento las actividades paso a paso, tanto en manuscrito como en computadora. De forma paralela, se hace hincapié en la estructura de funcionamiento típica de los programas de elementos finitos y en el uso de ejemplos sencillos de validación, con el fin de que los alumnos adquieran habilidades para el uso de cualquier software.

Los trabajos prácticos, propuestos en cada una de las unidades temáticas, consisten en resolver un ejercicio similar al propuesto en la Fig. 1, en el cual deban comparar la solución obtenida “a mano” con la un programa de cálculo por MEF, sumado a otro problema en el cual deben generar un modelo discreto de una estructura típica, simularla en un programa “enlatado” y realizar un análisis criterioso de los resultados obtenidos, conociendo el orden aproximado del error cometido en el cálculo.

Los requisitos de regularidad están dados por la presentación de los trabajos prácticos antes mencionados, más la aprobación de los dos parciales propuestos con un 40%. Los parciales,

teórico-prácticos, consisten en resolver problemas de pocos grados de libertad empleando el MEF y en modalidad “a carpeta abierta”, aceptando inclusive la asistencia con computadoras personales. Los alumnos regulares pueden aprobar la materia presentándose a un examen final que recorre la totalidad de los contenidos mínimos, escrito y oral.

Para la promoción de la materia, se exige la aprobación de los parciales con una calificación de al menos el 75 %, y como examen final se propone la realización de un trabajo final integrador individual o en grupos de hasta dos alumnos, para el cual realiza un análisis mediante el MEF tomado de situaciones reales, y en el cual suelen estar involucrados varios campos, como ser térmico y mecánico.

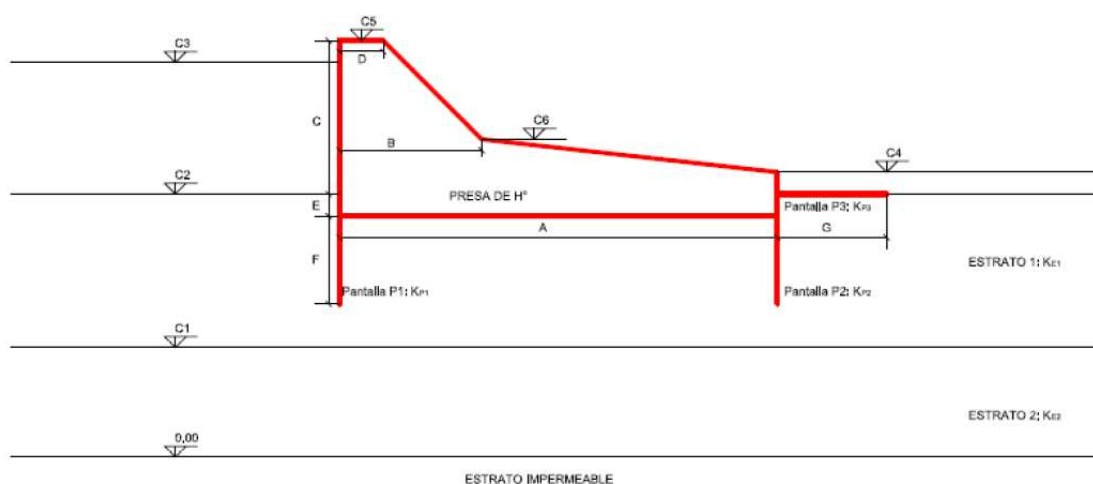


Figura 2: Esquema geométrico del dominio para la resolución del problema hidráulico.

Un ejemplo típico de trabajo final consiste en resolver un caso de filtración bajo un azud junto con el análisis de estabilidad y solicitaciones, empleando software “enlatado”. Pueden diferenciarse dos problemas específicos a resolver: el problema de flujo en medios porosos, bajo la presa, y el problema mecánico de estabilidad de la presa en sí mismo. La propuesta de resolución abarca entonces dos etapas,

1. *Problema hidráulico*: El problema de flujo en medios porosos responde a la misma ecuación diferencial que gobierna el problema de conducción de calor en un sólido, ambos estudiados durante el curso. Por lo tanto, se puede utilizar el módulo de conducción de calor de algún programa de elementos finitos estándar para resolver este problema, reinterpretando las variables según corresponda, o bien empleando un programa específico para flujo en medios porosos. El esquema geométrico del dominio a analizar se muestra en la Fig. 2. Se pide obtener:

- Diagrama de líneas de corriente
- Diagrama de equipotenciales (líneas de igual carga piezométrica)
- Caudal de filtración bajo la presa
- Mapa de distribución del gradiente hidráulico
- Diagrama de sub-presiones bajo la presa

2. *Problema mecánico*: Una vez analizado el problema hidráulico, se transfiere la información relevante y se resuelve el estado de sollicitaciones en el interior de la presa de hormigón. Para tal fin se considera además el estado de cargas que se muestra en la Fig. 3. Se pide obtener:

- Diagrama de tensiones principales
- Cruces de tensiones principales
- Diagrama de desplazamientos horizontales.
- Determinar si el diseño propuesto satisface condiciones de seguridad respecto al vuelco y deslizamiento.



Figura 3: Esquema geométrico del dominio para la resolución del problema mecánico.

Para la resolución del trabajo final, se espera que los estudiantes apliquen correctamente hipótesis asociadas al tipo de problema a resolver, propongan correctamente las condiciones de borde y realicen un análisis crítico de los resultados obtenidos.

El trabajo realizado se expone frente a los docentes mediante transparencias, y el examinado debe responder con suficiencia las preguntas del tribunal. Cabe mencionar que este trabajo final integrador puede, y desde la cátedra se incentiva para que así sea, ser un problema concreto que el alumno deba resolver en el contexto de otras asignaturas de la carrera.

4. ANÁLISIS DE ASPECTOS RELEVANTES

4.1. Dificultades en el dictado

En primer término, se detectaron inconvenientes en la formación previa de la mayoría de los alumnos, cuyas consecuencias afectan el dictado del Curso.

Como primer déficit se detectan falencias en la formación en matemáticas en general, ya sea en el álgebra matricial necesaria para aplicar prácticamente el MEF como en el conocimiento de la descripción de los problemas típicos de ingeniería en términos de ecuaciones diferenciales, consecuencia de prácticas docentes no articuladas con asignaturas previas, especialmente del área de Estabilidades.

Otro factor que influye en el dictado es la diferencia en la formación previa entre las dos carreras. Por ejemplo, los contenidos mínimos de los cursos de Cálculo Avanzado difieren entre sí, tal como lo describe Weber (2011): la carrera de Ingeniería Mecánica, además de una mayor carga horaria, tiene contenidos de mayor consistencia en métodos numéricos que la de Ingeniería Civil. Como contrapartida, los estudiantes de esta última reciben una formación con mayor énfasis en teorías estructurales a lo largo de su carrera.

Por otro lado, es deseable que los asistentes realicen la programación de casos sencillos a resolver mediante el MEF, esto es, con pocos elementos y grados de libertad. Debe tenerse presente que, aún con pocos elementos, los tamaños de las matrices y las operaciones de ensamble hacen que sea sumamente engorroso proceder “a mano” o empleando planillas de cálculo. En este aspecto, el mayor inconveniente es la falta de formación de los estudiantes en programación en lenguajes apropiados para las ingenierías, aun en programas de cálculo numérico de amplia difusión como GNU-Octave (Eaton et al., 2014), MatLab (MathWorks, 2016) o Mathematica (Wolfram Research, 2016). Este inconveniente se subsana parcialmente empleando planillas de cálculo cuando se estudian elementos de barra, de viga y de elasticidad bidimensional para ejemplos académicos.

Existe una amplia disponibilidad de información sobre el MEF, tanto en libros como en publicaciones disponibles mediante la web; sin embargo, se ha detectado que los estudiantes no cuentan con una formación apropiada en inglés, lo cual reduce la bibliografía de referencia. Entonces, si bien se consultan publicaciones en inglés (Hughes, 1987; Zienkiewicz, 1971; Taylor y Zienkiewicz, 1989), se han adoptado como libros de cabecera las ediciones en español de Vázquez Fernández y López Pérez (2001) y de Oñate (1992).

En relación a las expectativas de los alumnos, se ha detectado que esperan resolver problemas complejos con numerosos grados de libertad desde el comienzo del curso, eludiendo la teoría, de manera tal que frecuentemente se producen deserciones tempranas al identificar una forma de trabajo con un enfoque diferente.

Otro aspecto negativo es la dificultad de conseguir aulas de informática para el dictado de las clases de práctica. Si bien se subsana parcialmente solicitando la asistencia de los alumnos con equipos personales, no siempre se accede a aulas con bancos o instalaciones apropiados para su empleo.

Por último, el sistema de otorgamiento de créditos por materias electivas en UTN perjudica a los estudiantes que optan por estas propuestas, dado que los créditos son proporcionales a las horas semanales de cursado y no contemplan la dificultad propia del curso y el esfuerzo que demanda en los alumnos en relación con otros de igual carga horaria. Por ello, es habitual que los estudiantes se vuelquen a propuestas de menor exigencia académica con equivalente compensación en términos de créditos. La proporción es tal quede alrededor de 55 alumnos en el 5to. nivel en cada carrera, pero solamente entre 3 y 8 alumnos de cada especialidad aprueban el curso cada año.

4.2. Dificultades en la inserción en las carreras

La mayor parte de los docentes de las áreas estructurales de las carreras de Ing. Civil e Ing. Mecánica no se han capacitado formalmente en MEF u otros métodos de cálculo, sino que han aprendido a emplear los programas comerciales mediante capacitaciones cortas y específicas de cada paquete. Dada esta experiencia, los docentes no incentivan a los estudiantes a profundizar en el conocimiento teórico de este método, u otros similares, pese a que en la actividad profesional podemos afirmar que hoy en día no existe proyecto de ingeniería de importancia que no cuente con modelos basados en análisis numérico y muy probablemente en el MEF. Por ello, es difícil además que alerten a los estudiantes sobre las limitaciones de las aplicaciones a las que acceden, más allá de cuestiones operativas.

Como se mencionó anteriormente, se detectan falencias en el dictado de materias con las cuales MEF es correlativa, esto es, en Estabilidades y en Elasticidad, especialmente en el enfoque de solución de ecuaciones diferenciales y problemas de valor inicial. Estas falencias hacen que sea preciso destinar tiempo de dictado a temas tales como teorías de placas, la ecuación del

calor y fundamentos de dinámica estructural.

El uso del análisis por elementos finitos como laboratorio virtual para el apoyo en el dictado de Estabilidad o Resistencia de los Materiales se ve aún rezagado, probablemente por la formación de los docentes que en la actualidad dictan los cursos. La aplicación del MEF con esta finalidad ha sido exitosa en varios casos, tanto desde el punto de vista de las cátedras básicas como desde la perspectiva de la difusión del método (Castrillo et al., 2014), ya que motiva a los alumnos a interiorizarse en la aplicación del MEF.

4.3. Recursos

La primer actividad práctica al comienzo de cada unidad temática consiste en la comparación entre resultados de problemas sencillos obtenidos a mano y con algún programa de cálculo, y tiene por finalidad brindar al alumno estrategias para que pueda comprender los resultados que puede obtener de un software “enlatado” (Sonzogni et al., 1998). Esto es, se analizan: la correcta aplicación de las hipótesis de la elasticidad; la identificación del modelo más apropiado, por ejemplo, la necesidad de modelar 3D, 2D o axisimétrico; la correcta aplicación de las condiciones de borde, analizando posibles simetrías u otras facilidades; la sensibilidad del problema al refinamiento en la malla; la verificación con soluciones dato, sean analíticas, experimentales o numéricas. En relación con los programas de aplicación del MEF disponibles, hay dos ramas a evaluar. La primera de ellas tiene que ver con el uso de programas educativos, y la segunda refiere a la aplicación de software comercial.

Existen experiencias diversas en cuanto a programas educativos. Por un lado, hay programas educativos “enlatados” en los cuales hay un grado de acceso mayor del usuario al proceso de construcción de matrices y ensamble en relación con programas típicos de MEF para estructuras, como ser Elas-2D o ED-Tridim, desarrollados por CIMNE (<http://www.cimne.com/>). Otros programas han sido generados por docentes e investigadores ya sea para el dictado de cursos de MEF o para apoyo en cursos del área de Estabilidades o Estructuras, como el de código abierto IETFEM (Castrillo et al., 2014; Pérez Zerpa et al., 2015), programado en GNU-Octave, el PEFiCA (Linero Segreya y Garzón-Alvarado, 2012) o el LAS (Paultre et al., 2016), por mencionar algunos actualmente en uso.

En el caso de la FRSF, se encuentran disponibles en el Grupo de Investigación en Métodos Numéricos en Ingeniería (GIMNI) algunos desarrollos propios programados en GNU-Octave o MatLab (Sanchez y Sonzogni, 2002; Croppi y Lazzaroni, 2011). Sin embargo, el hecho de que los alumnos no cuentan con formación en programación o uso de programas de cálculo numérico, hace que se proponga de manera obligatoria solamente el análisis de algunas estructuras sencillas, como ser barras, vigas o elasticidad 2D, mediante planillas de cálculo en las cuales es posible visualizar la construcción de matrices y vectores elementales, para luego ensamblarlos. La relativa facilidad para la construcción de las matrices, las operaciones algebraicas sobre ellas y la visualización de los contenidos de las matrices, a veces con ayuda de colores, son ventajas que se aprovechan en el trabajo con las planillas de cálculo como apoyo didáctico para el curso, como lo hacen notar también Teh y Morgan (2005) y Siswanto y Darmawan (2012). Se han dado casos en que algunos estudiantes se han interesado en la programación del método; en tales oportunidades, se les ha dado cabida en el curso e, inclusive, en el GIMNI, de manera tal que algunos de ellos han desarrollado sus propias aplicaciones o han realizado sus proyectos finales de carrera con aplicaciones del MEF (Román, 2015; Toro, 2009; Guillerón y Guillerón, 2007).

Además de la resolución de problemas académicos con planillas de cálculo o programas propios, se trabaja en el uso de programas comerciales para resolver los mismos ejemplos académicos y el proyecto final del curso, dando libertad de elección a los estudiantes en cuan-

to al software a emplear, generalmente versiones de demostración o estudiantiles. El uso de programas comerciales se considera de suma importancia, ya que los estudiantes toman contacto con softwares similares a las que emplearán durante su desempeño profesional, como hace notar [Watkins \(2013\)](#). Si desconocen las hipótesis subyacentes o las limitaciones, cualquier resultado que obtengan puede ser tomado por bueno simplemente porque parece serlo ([Shaikh, 2012](#)). En este aspecto, influye sensiblemente la facilidad de uso de programas actuales, que integran herramientas de CAD con el análisis por elementos finitos de manera inmediata. Incluso en experiencias empleando exclusivamente programas comerciales y con fuerte entrenamiento en CAD-CAM-CAE, siempre se especifica la importancia de la comparación con cálculos manuales para saber si el orden de magnitudes es el apropiado ([Moazed et al., 2010](#)).

A lo largo de los años, se ha accedido a distintos programas de análisis por elementos finitos comerciales; más allá de cuál de ellos se haya usado, la enseñanza ha tratado de ser lo suficientemente independiente para que, en lugar de un entrenamiento en un programa, se haya enseñado la metodología en general. Además, se da libertad de elección a los estudiantes en cuanto a programas de preferencia, ya que de la mayoría hay versiones estudiantiles o de prueba que pueden obtenerse de los desarrolladores.

Por último, se hace notar que existe una articulación docencia-investigación gracias a la integración de la actividad de los docentes de la cátedra con sus labores de investigación en el marco de dos grupos de investigación: el Centro de Investigaciones de Métodos Computacionales (CIMEC), dependiente de CONICET y de UNL (<http://www.cimec.santafe-conicet.gov.ar>) y el GIMNI, en la misma UTN-FRSF (<http://gimni.frsf.utn.edu.ar>). Esta articulación provee diferentes beneficios al curso, en cuanto a la formación y actualización continua de los docentes, a la aplicación cotidiana del método, y a la posibilidad de acceso a recursos específicos.

4.4. Balance

Las materias son electivas para las dos carreras involucradas, y habitualmente son elegidas por alumnos con fuerte vocación por el cálculo estructural, o bien entusiastas del trabajo en computadoras. Por ello, se identifican dos alumnos tipo: los que aprovechan el curso en todas sus facetas, y los que prefieren las actividades de aplicación en los programas de cálculo “enlatados”, y no siempre completan todos los requisitos de aprobación del curso. Probablemente, lo más difícil de conseguir es que los estudiantes sean conscientes de las potencialidades pero también de las limitaciones del método, y de los programas con los cuales pueden llegar a hacer análisis por elementos finitos, especialmente en cuanto a las hipótesis subyacentes en cada caso.

No obstante, el balance es siempre positivo. Por ejemplo, aun sin haber hecho encuestas formales, se ha tomado conocimiento de que varios ex alumnos destacan la utilidad del curso y, particularmente, el ejercicio de llevar adelante el trabajo integrador, ya destacado en sus beneficios por otros autores ([Raichman et al., 2011](#); [Watkins, 2013](#); [Zhuge y Mills, 2009](#)). Esta valoración se ha dado con mayor frecuencia en los estudiantes que propusieron sus propios temas para la elaboración del trabajo final, ya que contaban con motivaciones adicionales para llevarlo adelante. Asimismo, el desafío de resolver algo no estudiado previamente los obliga a investigar, probar y reelaborar, permitiéndoles adquirir a su vez herramientas de autoaprendizaje.

5. ASPECTOS A MEJORAR

Un objetivo que trasciende el curso es la formación de estudiantes de ingeniería y profesionales en el uso correcto y responsable de los métodos numéricos, particularmente el MEF. Por

ello, más que en la cátedra misma, las propuestas de mejora se vislumbran en relación con las carreras en general, y con la práctica profesional. Para que este objetivo se cumpla, cada uno de los siguientes ítems debe cumplirse, tomando como referencia el listado de [Agbezuge \(2007\)](#):

- es preciso conocer la física y los fundamentos detrás de las ecuaciones de gobierno del problema, así como las hipótesis aplicables para su resolución;
- es indispensable que el alumno identifique correctamente las condiciones de borde e iniciales a aplicar;
- hace falta tener un conocimiento mínimo acerca de qué resuelve el programa de elementos finitos, con el fin de incluir los datos correctos;
- es necesario insistir en la importancia práctica de analizar las soluciones obtenidas por medio de elementos finitos, contrastando con soluciones analíticas, cálculos a mano, resultados experimentales u otras soluciones numéricas.

En relación a las carreras, es esperable que los objetivos sean más fáciles de cumplir a través de estimular el uso del MEF como apoyo en cátedras previas, para que los alumnos lleguen mejor preparados al momento de cursar la materia, y con mayor interés en el método. Son de especial interés las cátedras del área de Estabilidad, y en particular las de Resistencia de Materiales y Elasticidad, donde se registran las mayores experiencias en el uso del MEF como laboratorio virtual ([Ma y Yaw, 2015](#); [Castrillo et al., 2014](#)).

Resulta difícil en general que los estudiantes sean plenamente conscientes de las limitaciones de los análisis abarcados en el curso, como por ejemplo la hipótesis de elasticidad lineal perfecta. En este aspecto, y para este tipo de cursos, es preciso complementar la formación con contraejemplos, en los cuales la aplicación de los conceptos desarrollados en el curso no es suficiente para resolver un problema de la práctica profesional, dado que determinados fenómenos no son tenidos en cuenta en los modelos estudiados en el dictado de la asignatura. Desde el punto de vista académico, no es posible ampliar las temáticas abarcadas en el curso actual. Por este motivo, debería preverse además la planificación de cursos de posgrado en aplicaciones del método, integrados o no a una carrera de posgrado, como el curso descrito por [Pagano et al. \(2012\)](#). De esta manera, se daría la posibilidad de interiorizarse en el MEF a recientes egresados y a profesionales de mayor trayectoria.

6. CONCLUSIONES

En las secciones anteriores se han presentado aspectos relacionados con el dictado de cátedras electivas dedicadas a la enseñanza del MEF en carreras de grado, particularmente Ingeniería Civil e Ingeniería Mecánica, en la UTN-FRSF. En primer término, se presentaron los contenidos mínimos de la propuesta, y luego la metodología de trabajo adoptada, ilustrada mediante un ejemplo, en la cual se prioriza la comprensión de las bases del método y el análisis de los resultados obtenidos mediante el MEF por sobre el estudio de particularidades muy específicas del método. Por último, se resumieron aspectos destacados del dictado de la materia, tanto positivos como negativos, contrastados con experiencias similares en otras instituciones.

El curso cuenta con buena recepción de parte de los alumnos, dado su interés en las aplicaciones que actualmente permite el MEF, aunque la escasa cantidad de créditos de electivas en relación a otras materias menos exigentes hace que la deserción sea importante a lo largo del año. A esto se suman las dificultades en matemáticas y la falta de formación en cálculo

numérico y programación que acarrearán los alumnos, y que son también motivo de deserción. Asimismo, es fundamental generar conciencia acerca de las limitaciones en el empleo de programas “enlatados”, dada la facilidad con que brindan resultados con apariencia de correctos, sin que por ello necesariamente lo sean.

Complementariamente, se han identificado aspectos en los cuales puede trabajarse para aumentar el interés de los estudiantes por la temática del curso, con el fin de incrementar las tasas de asistencia y de aprobación del curso.

7. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado en el marco de las actividades docentes de los autores en la Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Santa Fe, Argentina, con apoyo de los proyectos de investigación y desarrollo UTN3526, UTN3527 y UTI3567. Asimismo, ha sido editado empleando los recursos de fuente abierta L^AT_EX y JabRef.

Agradecemos además a Jorge D’Elía por el intercambio de opiniones, por la formulación de sugerencias constructivas y por la lectura del manuscrito.

REFERENCIAS

- Agbezuge L. On validating finite element results from commercial software by applying tests of reasonableness. En *2007 St Lawrence Section Proceedings Archive - ASEE*. American Society for Engineering Education, 2007.
- Carlassare C.A. Herramientas informáticas para la enseñanza en las carreras de Ingeniería y Ciencias. En *Primer Congreso sobre Los métodos numéricos en la enseñanza, la ingeniería y las ciencias EMNUS 2010*. Facultad Regional Haedo - UTN, 2010.
- Castrillo P., Mondino F., Pérez Zerpa J.M., y Canelas A. Desarrollo y extensión de una herramienta numérica de elementos finitos para el dictado de cursos de grado y de posgrado. En G. Bertolino, M. Cantero, M. Storti, y F. Teruel, editores, *Mecánica Computacional*, volumen XXXIII, páginas 2073–2086. 2014.
- Cavalieri F.J. *Diseño a fatiga multiaxial y desgaste en componentes mecánicos a elevada temperatura*. Tesis de Doctorado, Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, Argentina, 2010.
- Croppi J.I. y Lazzaroni M. Predicción numérica de la elevación de temperatura en hormigón a edades tempranas por efecto del calor de hidratación. En O. Möller, J.W. Signorelli, y M.A. Storti, editores, *Mecánica Computacional*, volumen XXX. Asociación Argentina de Mecánica Computacional, 2011.
- Eaton J.W., Bateman D., Hauberg S., y Wehbring R. *GNU Octave version 3.8.1 manual: a high-level interactive language for numerical computations*. CreateSpace Independent Publishing Platform, 2014. ISBN 1441413006.
- Gilewski W. To teach or not to teach finite elements: this is a question. En *Proceedings of the 6th AECEF Symposium on Civil Engineering Education in Changing Europe*, páginas 115–124. 2008.
- Guillerón M. y Guillerón M. Estudio numérico y experimental de secado y retracción del hormigón. Proyecto Final de Carrera - Ing. Civil - UTN - FRFS, 2007.
- Hughes T. *The Finite element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. Prentice-Hall, New Jersey, 1987.
- Linero Segre D.L. y Garzón-Alvarado D.A. Enseñanza del método de los elementos finitos en ingeniería civil y mecánica utilizando el programa de computador a código abierto PEFiCA. *Revista Educación en Ingeniería*, 7(14):35–46, 2012.

- Ma Q. y Yaw L. Finite element method as a useful modern engineering tool to enhance learning of deformation concepts. En *Proceedings of the 122nd ASEE Annual Conference and Exposition*. American Society for Engineering Education, 2015.
- MathWorks. MATLAB. 2016.
- Moazed A.R., Roberts R., Le X., y Duva A. Teaching finite element analysis in undergraduate technology curriculum. En *Proceedings of 2010 ASEE Northeast Section Conference*. American Society for Engineering Education, 2010.
- Oñate E. *Cálculo de Estructuras por el Método de los Elementos Finitos*. Barcelona, 1992.
- Pagano A.M., Ciancio P.M., Gelyc C., Orificic L., de Figueiredo A., Manzur A., y Irassar L. Enseñando el método de los elementos finitos mediante una actividad teórico-práctica integradora. En A. Cardona, P.H. Kohan, R.D. Quinteros, y M.A. Storti, editores, *Mecánica Computacional*, volumen XXXI, páginas 3935–3954. 2012.
- Paultre P., Lapointe E., Carbonneau C., y Proulx J. LAS: A programming language and development environment for learning matrix structural analysis. *Computer Applications in Engineering Education*, 24(1):89–100, 2016.
- Pérez Zerpa J.M., Castrillo P., Otegui X., y Canelas A. IETFEM: Una herramienta de código abierto aplicada a la enseñanza del método de elementos finitos en ingeniería. *Revista Argentina de Enseñanza de la Ingeniería*, 4(8):51–58, 2015.
- Proença S.P. Una experiencia de ensino do método dos elementos finitos para Engenharia. En O. Möller, J.W. Signorelli, y M.A. Storti, editores, *Mecánica Computacional*, volumen XXX, páginas 2353–2361. AMCA, 2011.
- Raichman S., Palazzo G., Masnú V., y Totter E. Estrategia didáctica para el aprendizaje significativo de métodos numéricos en la carrera de ingeniería civil. En O. Möller, J.W. Signorelli, y M.A. Storti, editores, *Mecánica Computacional*, volumen XXX, páginas 2363–2374. AMCA, 2011.
- Román N.D. Herramienta para el diseño y cálculo de pórticos planos metálicos según los reglamentos circosoc 300. Proyecto Final de Carrera - Ing. Civil - UTN - FRFS, 2015.
- Sanchez P. y Sonzogni V. Análisis dinámico no lineal de pórticos y tabiques,. En S. Idelsohn, V. Sonzogni, y A. Cardona, editores, *Mecánica Computacional*, volumen XXI. Asociación Argentina de Mecánica Computacional, 2002.
- Shaikh F.U.A. Role of commercial software in teaching finite element analysis at undergraduate level: a case study. *Engineering Education*, 7(2):2–6, 2012.
- Siswanto W.A. y Darmawan A.S. Teaching finite element method of structural line elements assisted by open source FreeMat. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 4(10):1277–1286, 2012.
- Sonzogni V., Heinz M., y Zanetta A. Una biblioteca de casos de prueba para programas de elementos finitos. En *XVI Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural*. 1998.
- Taylor R. y Zienkiewicz O. *Finite Element Method (Vol 1-2)*. McGraw-Hill, 1989.
- Teh K. y Morgan L. The application of excel in teaching finite element analysis to final year engineering students. En A.A. for Engineering Education, editor, *Proceedings of the 2005 ASEE/AeE 4th Global Colloquium on Engineering Education*. 2005.
- Toro S. Cálculo de estructuras de hormigón armado con el reglamento CIRSOC 201-2005. Dimensionamiento para esfuerzos de flexión y axial. Proyecto Final de Carrera - Ing. Civil - UTN - FRFS, 2009.
- UNR. Universidad Nacional de Rosario. Plan de Estudios de la Carrera de Ingeniería Civil. 2013.
- Vázquez Fernández M. y López Pérez E. *El Método de los Elementos Finitos aplicado al*

- Análisis Estructural*. Ed. Noela, Madrid, 2001.
- Watkins G.K. Theory and commercial software - finding the balance in a finite elements course. En *Proceedings of the 120th ASEE Annual Conference and Exposition*. American Society for Engineering Education, 2013.
- Weber J.F. Sobre la necesidad de una materia específica en el ámbito de los métodos numéricos - experiencias en la UTN, Facultad Córdoba. En O. Möller, J.W. Signorelli, y M.A. Storti, editores, *Mecánica Computacional*, volumen XXX, páginas 2389–2404. AMCA, 2011.
- Wolfram Research I. Mathematica 10.2. 2016.
- Zhuge Y. y Mills J.E. Teaching finite element modelling at the undergraduate level: a PBL approach. En *Proceedings of the 2009 AaeE Conference, Adelaide*. Australasian Association for Engineering Education, 2009.
- Zienkiewicz O. *Finite Element Method in Engineering Science*. McGraw-Hill, 1971.