

## MODELO NO LOCAL DE DAÑO PARA SIMULAR EL COMPORTAMIENTO DEL HORMIGÓN AFECTADO POR REACCIÓN ÁLCALI SÍLICE

M. E. Almenar<sup>a</sup>, M. Luege<sup>a</sup> y A. Orlando<sup>a</sup>

<sup>a</sup>CONICET, Instituto de Estructuras “Arturo M. Guzmán”, FACET, UNT, Av. Independencia 1800, 4000  
S.M. de Tucumán, Argentina, almenarm@gmail.com, <http://www.herrera.unt.edu.ar/iest/>

**Palabras Clave:** Reacción álcali sílice; Reacción álcali agregado; Reacción química; Modelo no local de daño.

**Resumen.** La reacción álcali sílice (RAS) es una reacción que se da entre los álcalis presentes en la pasta de cemento y la sílice reactiva de los agregados naturales. El producto de dicha reacción es un gel que se expande a través del tiempo, dependiendo del contenido de humedad y de la temperatura en el interior del hormigón. La expansión del gel puede producir micro fisuración tanto de la matriz como de los agregados, según la mineralogía de los agregados. Este proceso de micro fisuración reduce tanto la rigidez como la resistencia del hormigón, con la consiguiente disminución de la seguridad de la estructura a la cual pertenece. Para la modelación de este fenómeno es necesario tener en cuenta dos aspectos fundamentales: el primero es la cinética de la reacción química y el segundo es su efecto sobre el comportamiento mecánico del material, como expansión y consecuente microfisuración. En este trabajo se emplea un modelo de daño dependiente del gradiente espacial de daño para representar el comportamiento mecánico del hormigón. Se incluye una variable que mide el progreso de la RAS en el potencial de energía libre. La evolución de esta variable se rige por una ley cinética de primer orden, típica en este proceso químico. Finalmente el modelo se calibra para reproducir ensayos de laboratorio disponibles en la bibliografía.

## 1. INTRODUCCIÓN

Una de las reacciones químicas más importantes que afecta al hormigón es la reacción álcali sílice (RAS). La RAS en el hormigón es una reacción deleterea que se da en su interior al reaccionar los iones alcalinos ( $Na^+$  o  $K^+$ ), presentes en la solución de poros de la pasta de cemento, con la sílice activa, capaz de reaccionar, que se encuentra en los agregados. El producto de la RAS es un gel que al entrar en contacto con agua se expande. Al expandir el gel de la RAS en el interior de la porosidad del hormigón donde se aloja, causa presiones internas que pueden producir micro fisuración en el material y también, en casos extremos, fisuras apreciables a simple vista por donde puede incluso brotar el gel. Es evidente entonces que la RAS produce deterioro en la propiedades mecánicas del hormigón y por consiguiente esto afectará a las estructuras constituidas con este material. Por este motivo, al ser el hormigón uno de los materiales más utilizados en la construcción, el estudio de la RAS en diversos aspectos tomó gran importancia.

Con respecto al gran número de estructuras existentes realizadas con agregados potencialmente peligrosos para producir RAS, el único modo de reducir el peligro es tomando medidas tales como la reparación o sellado de fisuras. Las medidas a tomar dependen en gran parte de la predicción de los campos de tensiones y deformaciones en el hormigón reactivo. Es por esto, que se requieren los modelos constitutivos macroscópicos para una simulación realista de la expansión inducida por la RAS en la estructura. En los últimos años, muchos de estos modelos han sido desarrollados, y ellos reprodujeron con éxito los campos de tensiones y deformaciones de las estructuras afectadas por RAS. Todo modelo constitutivo macroscópico para reproducir el comportamiento del hormigón afectado por RAS debe poseer dos elementos fundamentales; el aspecto químico, para el cual se introducen una serie de variables que tiene en cuenta el avance de la RAS en el tiempo (cinética de la reacción); y la interacción de estas variables con el aspecto mecánico de la reacción de tal forma de producir deterioro en el material y por consiguiente afectar a la estructura que se desea analizar. Muchos de los modelos macroscópicos son formulados en el marco de los elementos finitos introduciendo en el modelo constitutivo la cinética de la reacción química. Se considera allí la degradación del material por medio de modelos de plasticidad o de daño isótropo o anisótropo, entre otros, pudiéndose mencionar [Pietruszczak \(1996\)](#), [Ulm et al. \(2000\)](#), [Huang y Pietruszczak \(1999\)](#) y [Comi et al. \(2009\)](#)). Algunos modelos constitutivos más sofisticados incluyen incluso los fenómenos de creep y shrinkage durante el proceso de RAS como ser [Grimal et al. \(2008a\)](#), [Grimal et al. \(2008b\)](#), [Pesavento et al. \(2012\)](#). Para la cinética de la reacción se adopta la cinética propuesta originalmente por [Larive \(1997\)](#) o sus modificaciones posteriores propuestas por [Steffens et al. \(2003\)](#), entre otros. Varios factores de los que dependen la RAS se introdujeron en la cinética, como por ejemplo los efectos de la temperatura, la humedad, el estado de tensiones, etc.

En este trabajo desarrollamos la formulación de un modelo constitutivo macroscópico para representar el comportamiento del hormigón afectado por RAS. El aspecto mecánico del modelo corresponde a un modelo no local de daño, dicho modelo introduce en la formulación el gradiente espacial del daño, como cantidad no local, con el objetivo de regularizar el problema durante el fenómeno de ablandamiento. Luego para tener en cuenta el efecto de la RAS se introducen en el modelo dos aspectos fundamentales: por un lado se utiliza una función de energía libre adecuada para representar el comportamiento de un material que se considera bifásico, constituido por la homogeneización de un esqueleto sólido (hormigón) y una fase gel. Por otro lado se tiene en cuenta el efecto de la RAS mediante una presión producida por el gel que responde a la teoría de Biot. Esta presión modifica principalmente la función de daño y el progreso

de la variable que mide la degradación del material. En el aspecto químico del modelo explicamos de que modo utilizamos la teoría de Biot para representar el comportamiento del hormigón afectado por RAS y explicamos también la inclusión y modo de cálculo de una variable que mide el progreso de la RAS. El modelo es finalmente verificado y validado con la reproducción numérica de diversos ensayos de laboratorio disponibles en la literatura.

## 2. MODELO DE DAÑO NO LOCAL PROPUESTO

Para tener en cuenta la degradación de la rigidez en el material se considera la variable de daño  $\beta$  que toma el valor 0 cuando el material se encuentra sano y 1 cuando se encuentra totalmente dañado. Para subsanar el problema al que lleva la reproducción de una respuesta con ablandamiento se decide introducir explícitamente en la formulación una cantidad no local como lo es el gradiente espacial del daño  $\nabla(\beta)$ . La introducción de esta cantidad en la formulación se hace por medio del potencial de energía libre (ver Lorentz y Godard (2011) y Frémond y Nedjar (1996)). Durante el proceso de daño la cantidad no local afecta a una serie de puntos vecinos gracias a la ayuda de un parámetro  $c > 0$  que controla indirectamente el ancho de localización del daño. De este modo la zona involucrada en el proceso de daño es siempre la misma independientemente de la malla elegida para resolver el problema.

### 2.1. Notación y consideraciones

En el siguiente desarrollo se utiliza la hipótesis de pequeños desplazamientos. Los vectores y tensores se denotan con letras en negrita. El producto escalar entre tensores se denota con “:”. El producto escalar entre vectores o entre tensor y vector se denota con “·”. El producto tensorial se denota con “ $\otimes$ ”. La operación  $\dot{\bullet}$  es la derivada en el tiempo de  $\bullet$ . La operación  $\nabla(\bullet)$  es el gradiente espacial de  $\bullet$ . La operación  $div(\bullet)$  es la divergencia de  $\bullet$ . El tensor de deformaciones  $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$  es el gradiente simétrico del campo de desplazamientos  $\mathbf{u}$ .

### 2.2. Leyes constitutivas generales

En este modelo el estado del material queda definido por la deformación  $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$ , y por el daño  $\beta$  mediante el potencial de energía libre global  $\Psi$  y el potencial de disipación global  $\Phi$  del siguiente modo:

$$\Psi(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \beta) = \Psi_1(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \beta) + \Psi_2(\beta),$$

$$\Psi_1(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \beta) = \int_{\Omega} \psi(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \beta) d\Omega, \quad \Psi_2(\beta) = \int_{\Omega} \frac{c}{2} (\nabla(\beta))^2 d\Omega, \quad (1)$$

$$\Phi(\dot{\beta}) = \int_{\Omega} \phi(\dot{\beta}) d\Omega, \quad (2)$$

donde  $\psi$  y  $\phi$  son la función de energía libre local y el potencial de disipación local respectivamente;  $\Omega$  denota el dominio del sólido analizado. Las funciones anteriores permiten realizar la formulación en el marco de los modelos estandar generalizados, consiguiendo una formulación termodinámicamente consistente. Para tal fin se exige a la función  $\Psi$  ser convexa con respecto a  $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$  y a  $\beta$  separadamente. Se exige también a la función  $\Phi$  ser convexa y mínima en 0.

Las funciones anteriores permiten definir las cantidades escalares tensión global  $\mathcal{S}$  y fuerza global asociada al daño  $\mathcal{B}$ , por medio de las siguientes derivadas direccionales.

$$\mathcal{S}(\Psi(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \beta), \mathbf{E}) = D[\Psi(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \beta)]\mathbf{E} = \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{E} d\Omega, \quad \boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \psi(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \beta)}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})}, \quad (3)$$

$$\mathcal{B}(\Psi(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \beta), \mathbb{B}) = -D[\Psi(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \beta)]\mathbb{B} = \int_{\Omega} \mathcal{V} \mathbb{B} d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{A} \cdot \nabla(\mathbb{B}) d\Omega, \quad (4)$$

$$\mathcal{V} = -\frac{\partial \psi(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \beta)}{\partial \beta}, \quad \mathbf{A} = -c \nabla(\beta),$$

$$\mathcal{B} \in \partial\Phi(\dot{\beta}), \quad (5)$$

donde  $D[\bullet(\circ)]_{\diamond}$  es la derivada direccional de  $\bullet$ , centrada en  $\circ$  y en la dirección  $\diamond$ .  $\mathbf{E}$  es una función de test dado por un tensor de segundo orden compatible con el campo  $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$ .  $\mathbb{B}$  es una función de test dado por un escalar compatible con el campo  $\beta$ .  $\boldsymbol{\sigma}$  es la fuerza asociada termodinámicamente a  $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$  dada por un tensor de segundo orden, en adelante llamada tensión.  $\mathcal{V}$  y  $\mathbf{A}$  son la fuerza escalar y vectorial respectivamente asociadas termodinámicamente al campo  $\beta$ . El operación  $\partial\bullet$  denota la sub-diferencial o derivada generalizada de  $\bullet$ . El último requisito de los modelos estandar generalizados tiene que ver con el cumplimiento de la ecuación (5), la cual indica que la fuerza global asociada al daño  $\mathcal{B}$  debe estar contenida en el conjunto que representa la derivada generalizada del potencial de disipación  $\Phi(\dot{\beta})$ .

### 2.3. Aplicación del principio de las potencias virtuales

A partir de las ecuaciones (3) y (4) se puede definir la potencia virtual interna como:

$$\mathcal{P}_{int}(\delta\dot{\mathbf{u}}, \delta\dot{\beta}) = \mathcal{S}(\Psi(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \beta), \boldsymbol{\varepsilon}(\delta\dot{\mathbf{u}})) + \mathcal{B}(\Psi(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}), \beta), \delta\dot{\beta}) =$$

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}(\delta\dot{\mathbf{u}}) d\Omega + \int_{\Omega} \mathcal{V} \delta\dot{\beta} d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{A} \cdot \nabla(\delta\dot{\beta}) d\Omega, \quad (6)$$

donde el  $\delta\bullet$  indica la variación de  $\bullet$ . En la ecuación (6) el primer término es clásico; el segundo término que depende de  $\delta\dot{\beta}$  es el que tiene en cuenta la potencia de los micro movimientos producidos por el daño; el tercer término que depende de  $\nabla(\delta\dot{\beta})$  es el que tiene en cuenta la participación de puntos vecinos en el proceso de daño.

Considerando que solo se tiene en cuenta fuerzas externas asociadas al campo de desplazamientos  $\mathbf{u}$ , se define la potencia virtual de las fuerzas externas como:

$$\mathcal{P}_{ext}(\delta\dot{\mathbf{u}}) = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \delta\dot{\mathbf{u}} d\Omega + \int_{\partial\Omega} \mathbf{F} \cdot \delta\dot{\mathbf{u}} d\Gamma, \quad (7)$$

donde los vectores  $\mathbf{f}$  y  $\mathbf{F}$  son las fuerzas volumétricas y superficiales respectivamente.  $\partial\Omega$  es el contorno de  $\Omega$ .

Considerando el caso cuasiestático, de tal forma que la potencia virtual de las fuerzas de inercia no tienen incidencia, el principio de potencias virtuales se reduce a

$$\forall \delta\dot{\mathbf{u}}, \forall \delta\dot{\beta} \quad \mathcal{P}_{int}(\delta\dot{\mathbf{u}}, \delta\dot{\beta}) = \mathcal{P}_{ext}(\delta\dot{\mathbf{u}}) \quad \text{en } \Omega. \quad (8)$$

La ecuación (8) permite derivar las ecuaciones de equilibrio del problema, para esto se aplica integración por parte y se utiliza el teorema fundamental del cálculo variacional. También se tiene en cuenta la ecuación (5), con lo que llegamos a:

$$\text{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{f} = 0 \quad \text{en } \Omega \quad \text{con} \quad \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\gamma} = \mathbf{F} \quad \text{sobre } \partial\Omega, \quad (9)$$

$$\mathcal{V} - \text{div}(\mathbf{A}) \in \partial\phi(\dot{\beta}) \quad \text{en } \Omega \quad \text{con} \quad \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\gamma} = 0 \quad \text{sobre } \partial\Omega, \quad (10)$$

donde  $\boldsymbol{\gamma}$  es un vector normal unitario saliente a  $\partial\Omega$ .

La ecuación (10) no es clásica y describe la evolución del daño en el dominio  $\Omega$ .

## 2.4. Resolución del modelo de manera local

En esta sección veremos lo que ocurre cuando el problema planteado se intenta resolver de la forma en la que se lo hace con modelos locales. En el sistema dado por las ecuaciones (9) y (10), es la última ecuación la que requiere un tratamiento más complejo. Si nos restringimos al caso de comportamiento material rate-independent, la ecuación (10) puede resolverse mediante el cumplimiento de una regla de flujo y la condición de consistencia. Introducimos antes la siguiente notación:

$$y = \mathcal{V} - \text{div}(\mathbf{A}), \quad (11)$$

de manera que el cumplimiento de la ecuación (10) es equivalente a:

$$y \in \partial\phi(\dot{\beta}) \iff \begin{cases} \dot{\beta} = \epsilon \frac{df}{dy}(y), \\ f(y) \leq 0, \quad \epsilon \geq 0, \quad \epsilon f(y) = 0, \end{cases} \quad (12)$$

adoptando en este caso:

$$f(y) = y + k, \quad (13)$$

$$\phi(\dot{\beta}) = k\dot{\beta} + \mathbb{I}_{R^+}(\dot{\beta}) \quad \text{con} \quad \mathbb{I}_{R^+}(\dot{\beta}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \dot{\beta} \geq 0, \\ +\infty & \text{si } \dot{\beta} < 0, \end{cases} \quad (14)$$

Si reemplazamos la definición de la fuerza vectorial asociada al daño indicada en la ecuación (4) en la ecuación (11), podemos sustituir  $\text{div}(\mathbf{A})$  por  $c\nabla^2\beta$  donde  $\nabla^2\beta$  representa el Laplaciano del daño. En la ecuación (14) vemos que la función de disipación elegida es convexa y mínima en 0. Esta función de disipación contiene la función indicador  $\mathbb{I}_{R^+}$ , cuya misión es imponer la irreversibilidad del daño, pues vemos que para tener un valor coherente de disipación solo cabe la posibilidad  $\dot{\beta} \geq 0$ . La ecuación (13) es una función de daño. En esta vemos que el parámetro  $k > 0$  actúa como un umbral. Si se reemplaza la ecuación (11) en la ecuación (13) se llega a:

$$f(\mathcal{V} - \text{div}(\mathbf{A})) = \mathcal{V} + c\nabla^2\beta - k, \quad (15)$$

donde vemos que la función de daño depende del Laplaciano del daño  $\nabla^2\beta$ .

El problema a resolver finalmente queda descrito por las ecuaciones (9) y (12).

## 2.5. Parámetros introducidos durante la formulación

La formulación del modelo de daño antes descrito requiere del conocimiento de parámetros necesarios para su funcionamiento. Dichos parámetros son:  $c$  este parámetro controla la influencia del gradiente del daño en la formulación y es introducido en la definición del potencial de energía libre global  $\Psi(\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}), \beta)$  de la ecuación (1),  $k$  el umbral de la función de daño y es introducido al elegir la forma de la función de daño que cumple con la regla de flujo y la condición de consistencia (ver ecuación (13)). Los parámetros  $k$  y  $c$  pueden ser correlacionados a

datos obtenidos de ensayos experimentales mediante un análisis unidimensional que se propone en Lorentz y Godard (2011).

$$k = \frac{3}{4} \frac{G_f}{D}, \quad c = \frac{1}{2} k D^2, \quad (16)$$

donde  $G_f$  es la energía de fractura y  $D$  es el semiancho de localización. El semiancho de localización  $D$  es la semi longitud donde se concentra el daño sufrido por el material representando a una fisura que se propaga. El valor de  $D$  deber ser elegido en principio como mucho más pequeño que la máxima dimensión de la estructura que se desea resolver.

### 3. COMPORTAMIENTO CONSTITUTIVO DEL MATERIAL HORMIGÓN AFECTADO POR RAS

#### 3.1. Empleo de la teoría de Biot en un modelo bifásico

En el modelo realizado en este trabajo se utiliza la teoría de Biot ((Coussy, 2004)) para representar el comportamiento constitutivo del hormigón afectado por RAS siguiendo la línea de Ulm et al. (2000) y Comi et al. (2009). Consideramos que un punto del material hormigón afectado por RAS, en la meso escala es un elemento de volumen representativo (EVR) de volumen total  $\Omega$  constituido por dos fases: esqueleto sólido (homogeneización de pasta de cemento, agregado y porosidad del hormigón) de volumen  $\Omega^s$  y una fase gel de volumen  $\Omega^g$  alojado en una porosidad (porosidad Lagrangeana) no contenida en la de la fase de esqueleto sólido,  $\phi^g = \frac{\Omega^g}{\Omega_0}$ , referida al volumen total inicial  $\Omega_0$  (ver figura(1)). El gel comienza a expandir dentro de su porosidad disponible  $\phi^g$  hasta que la llena completamente, una vez que llena dicha porosidad un incremento del volumen del gel causa una presión  $p^g$ . En un proceso de expansión libre (el material solo esta sometido a la expansión del gel) la presión del gel  $p^g$  es balanceada por las tensiones internas en el esqueleto sólido  $\sigma^s$  de tal forma que la tensión total en el material  $\sigma$  es nula. En otras palabras la resultante de  $p^g$  que llamaremos presión total de gel  $P^g$  y la resultante de  $\sigma^s$  que llamaremos tensión efectiva  $\sigma^{ef}$ , ambas son iguales y de sentido opuesto. En el caso de actuar cargas externas la tensión total  $\sigma$  deja de ser nula.

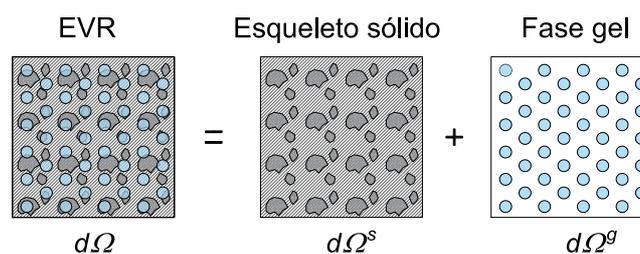


Figura 1: Fases del EVR.

En cualquiera de los dos casos anteriores, la relación ente las variables en la meso escala  $\sigma^s$ ,  $p^g$  y  $\phi^g$  y la variables en la macro escala  $\sigma$ ,  $\sigma^{ef}$ ,  $P^g$  y la deformación total  $\epsilon(\mathbf{u})$ , pueden ser expresada bajo la teoría de Biot, como se observa en la figura (2) asumiendo comportamiento elástico del esqueleto sólido, del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma^{ef} - P^g = \mathbf{C}^0 : \epsilon(\mathbf{u}) - \mathbf{B} p^g, \\ p^g &= M(-\mathbf{B} : \epsilon + \phi^g - \phi_0^g). \end{aligned} \quad (17)$$

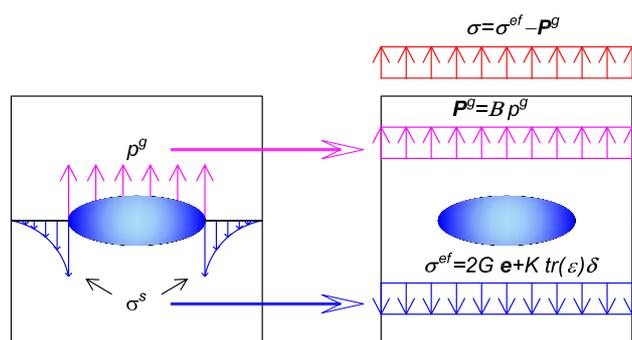


Figura 2: Tensiones en el EVR.

Con  $\sigma^{ef} = \mathbf{C}^0 : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$  y  $\mathbf{P}^g = \mathbf{B}p^g$ .  $\mathbf{C}^0$  es el tensor constitutivo elástico de cuarto orden del material hormigón afectado por RAS.  $M$  y  $\mathbf{B}$  son respectivamente el módulo y el tensor de segundo orden de Biot del material hormigón afectado por RAS. En la ecuación (17) se puede ver claramente el rol de estas dos últimas cantidades. El tensor de Biot  $\mathbf{B}$  tiene dos funciones, por un lado asocia la deformación total  $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$  a la diferencia de porosidad  $(\phi^g - \phi_0^g)$  y por otro lado transforma la presión de gel en el interior del poro  $p^g$  (meso escala) en la presión total producida por el gel  $P^g$  (macro escala). El módulo de Biot  $M$ , por su parte, transforma la variación total de porosidad  $(-\mathbf{B} \boldsymbol{\varepsilon} + \phi - \phi_0)$  en la presión del gel  $p^g$ . Si se considera comportamiento isótropo tanto del esqueleto sólido como de la presión del gel producida en el espacio poroso tenemos:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \boldsymbol{\sigma}^{ef} - \mathbf{P}^g = 2G\mathbf{e} + Ktr(\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{\delta} - bp^g\boldsymbol{\delta}, \\ p^g &= M(-btr(\boldsymbol{\varepsilon}) + \phi^g - \phi_0^g), \end{aligned} \quad (18)$$

donde  $\boldsymbol{\delta}$  es la identidad de segundo orden.  $\boldsymbol{\sigma}^{ef} = 2G\mathbf{e} + Ktr(\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{\delta}$  y  $\mathbf{P}^g = P^g\boldsymbol{\delta} = bp^g\boldsymbol{\delta}$ . El tensor  $\mathbf{e}$  y  $tr(\boldsymbol{\varepsilon})$  son el tensor desviador y la traza respectivamente de la deformación total  $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$ .  $G$  y  $K$  son los módulos de corte y volumétrico respectivamente del material hormigón afectado por RAS.  $b$  es el coeficiente de Biot del material hormigón afectado por RAS. La ecuación (18) también puede ser expresada de la siguiente manera, combinando las ecuaciones (18)a y (18)b,

$$\boldsymbol{\sigma} = 2G\mathbf{e} + Ktr(\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{\delta} - Mb^2 \left( -tr(\boldsymbol{\varepsilon}) + \frac{\phi^g - \phi_0^g}{b} \right) \boldsymbol{\delta}, \quad (19)$$

donde  $\frac{\phi^g - \phi_0^g}{b}$  es la deformación total sufrida por el gel de la RAS, menos la deformación volumétrica total del material  $tr(\boldsymbol{\varepsilon})$ , representa la deformación en exceso del gel que puede producir presión. Dicha deformación en exceso multiplicada por el coeficiente  $Mb^2$  representa la presión  $P^g$ .

### 3.2. Introducción de la variable progreso de la RAS en el modelo y consideraciones energéticas

En el trabajo de [Ulm et al. \(2000\)](#) se asimila la representación del modelo bifásico de las figuras (1) y (2) a un esquema de resortes en paralelo en un sistema unidimensional como se muestra en la figura (3). De esta representación en paralelo, el sistema de la derecha corresponde

a un resorte de módulo  $E^s$  esquematizando a la matriz sólida sobre el que actúa la tensión resultante  $\Sigma^s$  y el sistema de la izquierda representa al gel de la RAS expandido dentro de los poros. El gel de la RAS se representa como un resorte de módulo  $E^g$  en serie con una celda química que expande. La deformación total a la cual está sometido el sistema es  $\varepsilon$ , mientras que la deformación producida por la expansión del gel de la RAS es  $k^g \xi$ . Aquí introducimos la variable química  $\xi \in [0, 1]$  que mide la cinética global de la RAS. Dicha variable vale 0 cuando la reacción no ha comenzado y vale 1 cuando la reacción se ha agotado completamente. La constante química  $k^g$  es la encargada de transformar el progreso de la RAS  $\xi$  en una deformación química. La presión total del gel a la que está sometido el sistema de la izquierda es  $P^g$ . En el caso de expansión libre tenemos que  $\Sigma^s = P^g$ , mientras que en el caso de actuar alguna acción externa tenemos que  $\sigma = \Sigma^s - P^g$ . Podemos escribir entonces:

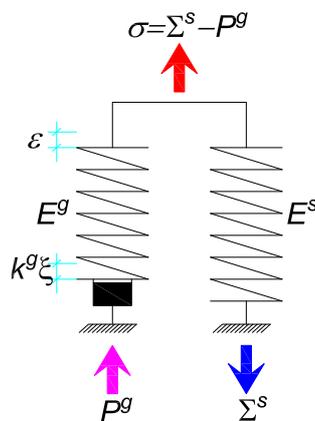


Figura 3: Representación unidimensional del hormigón afectado por RAS según Ulm et al. (2000).

$$\sigma = \Sigma^s - P^g = E^s \varepsilon - E^g (-\varepsilon + k^g \xi), \quad \text{con:} \quad \Sigma^s = E^s \varepsilon, \quad \text{y} \quad P^g = E^g (-\varepsilon + k^g \xi). \quad (20)$$

Vemos que la ecuación (19) para caso tridimensional es análoga a la ecuación (20) para caso unidimensional. Notamos como la deformación total producida por la expansión del gel de la RAS expresada como  $\frac{\phi^g - \phi_0^g}{b}$  puede ahora ser calculada en términos de la cinética global de la RAS como  $k^g \xi$ .

Si consideramos el caso de expansión libre ( $\sigma = 0$ ) en la ecuación (20) y llamamos a la deformación en expansión libre  $\varepsilon^g$ , tenemos

$$\varepsilon^g = \beta^g \xi; \quad \beta^g = \frac{k E^g}{E^g + E^s}. \quad (21)$$

La ecuación (21) nos ayudará en la sección (3.3) en el cálculo de  $\xi$ .

Plantearemos ahora la desigualdad de Clausius-Duhem para establecer la relación que existe entre las variables cinemáticas  $\varepsilon$  y  $\xi$  y sus fuerzas termodinámicamente asociadas  $\sigma$  y  $A^g$  respectivamente, por medio de la función de energía libre  $\psi$ . Definiremos a  $A^g$  como la afinidad química, representando una medida del desbalance químico. La desigualdad de Clausius-Duhem queda

$$-\dot{\psi} + \sigma \dot{\varepsilon} \geq 0. \quad (22)$$

En base al modelo de la figura (3) la forma que toma la energía libre es:

$$\psi = \frac{1}{2} [E^s \varepsilon^2 + E^g (-\varepsilon + k\xi)^2] + \psi_q(\xi), \quad (23)$$

donde el término entre corchetes representa la energía libre correspondiente a los resortes (matriz sólida y gel), mientras que  $\psi_q(\xi)$  es la energía libre correspondiente a la celda química.

Reemplazando la ecuación (23) en (22) tenemos:

$$[\sigma - (E^s \varepsilon - E^g (-\varepsilon + k\xi))] \dot{\varepsilon} + \left[ kE^g (\varepsilon - k\xi) - \frac{\partial \psi_q}{\partial \xi} \right] \dot{\xi} \geq 0. \quad (24)$$

De las ecuaciones (20) y (24) tenemos

$$\sigma = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} = E^s \varepsilon - E^g (-\varepsilon + k\xi). \quad (25)$$

El segundo término de (24) representa a la afinidad química, dada por:

$$A^g = -\frac{\partial \psi}{\partial \xi} = -kP^g - \frac{\partial \psi_q}{\partial \xi}. \quad (26)$$

La disipación producida por la reacción química puede calcularse como:

$$A^g \dot{\xi} = - \left[ kP^g + \frac{\partial \psi_q}{\partial \xi} \right] \dot{\xi} \geq 0. \quad (27)$$

El primer término de la ecuación (27) representa la disipación que se produce para que el gel tome la nueva forma luego de aplicada la acción. El segundo término representa la disipación de la celda química para producir la expansión. Según [Ulm et al. \(2000\)](#) el primer término de la ecuación (27) es despreciable frente al segundo término, con lo que tenemos:

$$A^g \approx -\frac{\partial \psi_q}{\partial \xi}. \quad (28)$$

La ecuación (28) introduce una importante simplificación que permite el cálculo del progreso de la RAS independientemente del estado de tensiones y deformaciones del cual depende  $P^g$ .

### 3.3. Cálculo del progreso de la RAS $\xi$

La evolución en el tiempo del progreso de la RAS  $\xi$  debe ser definida por una ley cinética. Esta ley cinética es una ecuación que relaciona la afinidad química  $A^g$  con la derivada en el tiempo del progreso de la RAS, es decir  $\dot{\xi}$ . El orden de la reacción (orden de la ecuación diferencial para calcular  $\xi$ ) queda finalmente definido por la función  $A^g$  que se adopte ([Atkins y De Paula, 2006](#)). Ya definimos a  $\xi$  como el progreso de la RAS con los valores 0 cuando la reacción no a comenzado y 1 cuando la RAS se agota completamente. Supondremos a la RAS también como una reacción irreversible lo cual implica que  $\dot{\xi} \geq 0$ . Como ya expresamos también la afinidad química es una medida del desbalance químico. Podemos decir entonces que la afinidad química toma un valor máximo en el comienzo de la reacción  $A^g(\xi = 0) = A_0^g$ , y toma un valor nulo cuando la reacción se agota  $A^g(\xi = 1) = 0$ . [Dron y Brivot \(1993\)](#) reprodujeron el mecanismo de difusión de la sílice en estudios experimentales usando distintos tipos de este mineral, que fueron almacenados en solución de hidróxido de sodio. Sus resultados muestran, que la disolución de la sílice puede ser interpretada como un mecanismo de reacción, que sigue una ley cinética de lineal y una reacción de primer orden. Esto significa que la velocidad del

proceso de disolución decrece linealmente de un valor inicial, cuando la reacción comienza, a cero, cuando la sílice es completamente disuelta. Lo anterior se condice con los resultados obtenidos por Larive (1997) en su campaña experimental. Teniendo en cuenta lo anterior Coussy (2004) proponer una ley cinética lineal,

$$A^g(\xi) = k^d \dot{\xi}, \quad (29)$$

donde  $k^d > 0$ . Para llegar a una ecuación que defina una reacción de primer orden es suficiente también con escoger una relación lineal entre  $A^g$  y  $\xi$ ,

$$A^g(\xi) = A_0^g(1 - \xi). \quad (30)$$

Reemplazando la ecuación (29) en (30) llegamos a la ecuación que define  $\xi$ ,

$$1 - \xi = t^i \dot{\xi}, \quad (31)$$

donde  $t^i = \frac{k^d}{A_0^g}$  es el tiempo intrínseco de la reacción el cual puede ser determinado experimentalmente. Este tiempo puede depender de distintos factores como temperatura, grado de saturación, estado tensional, tamaño de los agregados, etc, tal cual lo confirman algunos trabajos experimentales como Larive (1997), Haha et al. (2007), etc; y esto fue introducido en muchos de los modelos macro de los que se dispone hoy en día (ver Ulm et al. (2000), Comi et al. (2012), Pesavento et al. (2012), Grimal et al. (2008a), Saouma y Perotti (2006), etc.). En este trabajo nos limitaremos al caso de condiciones ambientales constantes (humedad y temperatura) de tal forma que  $t^i = cte$ .

Veremos ahora de que forma  $t^i$  puede ser obtenido mediante datos experimentales. Consideraremos el caso de expansión libre donde la deformación volumétrica del material es  $tr(\varepsilon) = 3\varepsilon^g$ , entonces mediante la ecuación (21) tenemos,

$$\xi(t) = \frac{tr(\varepsilon)(t)}{\varepsilon^\infty}, \quad o \quad \varepsilon^g = \frac{\varepsilon^\infty}{3} \xi(t), \quad (32)$$

donde  $\varepsilon^\infty$  es la deformación volumétrica asintótica, es decir la deformación volumétrica al final de la reacción. Si derivamos en el tiempo la ecuación (32) y combinamos con la ecuación (31) obtenemos,

$$\varepsilon^\infty - tr(\varepsilon)(t) = t^i \dot{\varepsilon}(t), \quad (33)$$

donde  $tr(\varepsilon)(t)$  y  $\dot{\varepsilon}(t)$  pueden ser medidos del ensayo de expansión libre. Con ayuda de la ecuación (33), Larive (1997) observó la dependencia de  $t^i$  con la temperatura del ensayo  $\bar{\theta}$  y el progreso de la RAS  $\xi = \frac{tr(\varepsilon)(t)}{\varepsilon^\infty}$ , proponiendo:

$$t^i = \tau_c(\bar{\theta}) \lambda(\xi, \bar{\theta}),$$

$$\lambda(\xi, \bar{\theta}) = \frac{1 + \exp\left[-\frac{\tau_l(\bar{\theta})}{\tau_c(\bar{\theta})}\right]}{\xi + \exp\left[-\frac{\tau_l(\bar{\theta})}{\tau_c(\bar{\theta})}\right]}, \quad (34)$$

donde  $\tau_l(\bar{\theta})$  y  $\tau_c(\bar{\theta})$  son los tiempos característicos y de latencia de la reacción a la temperatura  $\bar{\theta}$ . Si reemplazamos la ecuación (34) en (31), y resolvemos teniendo en cuenta las condiciones

ambientales constantes ( $t^i = cte$ ) sumado a  $\dot{\xi}(t = \infty) = 0$  tenemos,

$$\xi(t) = \frac{1 - \exp\left[-\frac{t}{\tau_c(\bar{\theta})}\right]}{1 + \exp\left[-\frac{-t}{\tau_c(\bar{\theta})} + \frac{\tau_l(\bar{\theta})}{\tau_c(\bar{\theta})}\right]}. \quad (35)$$

Si combinamos las ecuaciones (33) y (35) obtenemos que un ensayo de expansión libre en condiciones ambientales constantes puede ser ajustado por medio de una curva S como la que muestra la figura (4). Dicho ensayo permite calibrar los parámetros químicos del modelo  $\tau_l(\bar{\theta})$ ,  $\tau_c(\bar{\theta})$  y  $\epsilon^\infty$ .

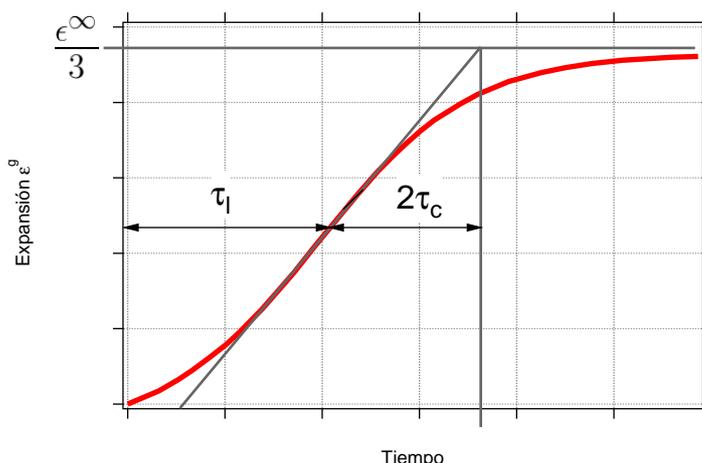


Figura 4: forma de la curva de expansión libre. Tiempo de la latencia  $\tau_l$ , tiempo característico  $\tau_c$  y expansión asintótica volumétrica  $\epsilon^\infty$ .

### 3.4. Función de energía libre utilizada y relaciones constitutivas finales

En base al trabajo de Comi et al. (2009) la función de energía libre de la ecuación (23) se extiende al caso tridimensional. Observando las ecuaciones (19), (20), y (25) se propone la energía libre del medio poroso  $\psi_{mp}(\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}), \xi)$  del siguiente modo:

$$\psi_{mp}(\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}), \xi) = \frac{1}{2} \left[ 2G\mathbf{e} : \mathbf{e} + Ktr(\boldsymbol{\epsilon})^2 + Mb^2 \left( tr(\boldsymbol{\epsilon}) - \frac{\epsilon^\infty}{Bb}\xi \right)^2 \right], \quad (36)$$

donde  $B = \frac{Mb}{K+Mb^2}$ . La energía libre del medio poroso  $\psi_{mp}$  es la energía correspondiente a los resortes de la figura (3), suponiendo para el esqueleto sólido igual comportamiento en la parte volumétrica y de corte y para la fase gel sólo comportamiento volumétrico.

Observando las ecuaciones (28) y (30) se propone la energía libre de la parte química  $\psi_q(\xi)$  del siguiente modo.

$$\psi_q(\xi) = \frac{1}{2} A_0^g (1 - \xi)^2. \quad (37)$$

La energía libre química  $\psi_q$  es la correspondiente a la celda química de la figura (3).

Con el fin de tener en cuenta el daño producido por las acciones mecánicas y químicas, se introduce una variable de daño escalar  $\beta$  por medio de una función de rigidez  $R(\beta)$  afectando a

la función de energía libre del medio poroso  $\psi_q$ . En la sección (4) veremos como en el cálculo la variable  $\beta$  se introduce también el efecto químico. De este modo la función de energía libre local  $\psi$ , que se usa finalmente en este modelo es:

$$\psi = R(\beta)\psi_{pm} + \psi_q. \quad (38)$$

Con la función de energía libre local  $\psi$  se pueden plantear las relaciones constitutivas locales del modelo propuesto.

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{\partial \psi}{\partial \epsilon} = R(\beta) (2G\mathbf{e} + Ktr(\epsilon) \delta) - bp^g \delta, \\ p^g &= -R(\beta)M \left( btr(\epsilon) - \frac{\epsilon^\infty \xi}{B} \right), \\ \mathcal{V} &= -\frac{\partial \psi}{\partial \beta} = -\frac{dR}{d\beta} \psi_{pm}, \\ A^g &= -\frac{\partial \psi}{\partial \xi} = -\frac{\epsilon^\infty}{B} p^g + A_0^g(1 - \xi) \approx A_0^g(1 - \xi), \end{aligned} \quad (39)$$

Vemos que la ecuación (39)(b) es análoga a la ecuación (18)(b) donde la diferencia de porosidades  $(\phi^g - \phi_0^g)$  pudo ser remplazada en términos del progreso de la RAS por  $\frac{\epsilon^\infty \xi}{B}$ . Esto es una gran ventaja pues como ya se desarrolló en la sección (3.3),  $\xi$  puede ser calculado con ayuda de ensayos de expansión libre para condiciones ambientales constantes. En la ecuación (39)(d) aplicamos la hipótesis de [Ulm et al. \(2000\)](#), en virtud de la cual podemos despreciar el efecto mecánico en el cálculo de la afinidad química. Esta hipótesis es de gran importancia pues permite desacoplar el calculo del progreso de la RAS  $\xi$  y luego introducirlo como dato de entrada.

La función de rigidez adoptada en este trabajo es la propuesta en el trabajo de [Lorentz y Kazymyrenko \(2014\)](#)

$$R(\beta) = \frac{(1 - \beta)^2}{(1 - \beta)^2 + \frac{3E G_f}{2f_t^2 D} \beta (1 + p \exp(q\beta^2))}, \quad (40)$$

donde  $p$  y  $q$  son parámetros que controlan la rama de ablandamiento en una curva carga desplazamiento. Los parámetros materiales  $E$  y  $f_t$  son respectivamente el módulo de Young y la resistencia a tracción uniaxial.

#### 4. MODIFICACIÓN DEL MODELO MECÁNICO

A continuación indicamos cuales son las modificaciones que realizamos en el modelo mecánico presentado en la sección (2) para poder incluir el efecto químico producido por la RAS. Como se menciona en la sección (3) el cálculo del progreso de la RAS  $\xi$  puede hacerse de modo independiente por medio de la ecuación (35). De esta manera  $\xi$  puede usarse como un dato de entrada, realizando su cálculo previamente, por lo que las ecuaciones de equilibrio, como se explica la sección (2.3), continúan siendo función de los campos de deformación  $\epsilon$  y daño  $\beta$ , considerando a la función de energía libre local como  $\psi(\epsilon, \beta, \xi) = \psi(\epsilon, \beta)$ . De este modo todo el desarrollo realizado para la formulación del modelo mecánico es valida. Como ya se explicó en la sección (3) la función de energía libre local de la ecuación (4) es remplazado por la ecuación (38), con el objetivo de considerar al material hormigón afectado por RAS como un sistema bifásico. La otra modificación que se propone en el modelo tiene que ver con el cálculo de la variable de daño y es lo que pasamos a explicar a continuación.

#### 4.1. Evaluación de la función de daño

Para poder utilizar un criterio de daño adecuado para representar el comportamiento del hormigón y tener en cuenta en el mismo el efecto de la RAS, en base a los trabajos de [Lorentz y Kazymyrenko \(2014\)](#) y [Comi et al. \(2009\)](#), sustituimos la fuerza escalar asociada al daño que aparece en la función de daño de la ecuación (15) por:

$$\gamma^* = \frac{dR(\beta)}{d\beta} \varpi^*(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})), \quad (41)$$

$$\varpi^*(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})) = \frac{1}{2E} \left[ \mathcal{C}(\boldsymbol{\sigma}_0^{ief}) \right]^2 \quad (42)$$

donde  $\mathcal{C}$  es algún criterio de daño en función de la tensión inelástica efectiva no dañada  $\boldsymbol{\sigma}_0^{ief}$ .

La tensión inelástica efectiva es la tensión en la cual se basa el criterio de daño para poder contemplar en  $\beta$  tanto el efecto mecánico como el químico. Se define dicha tensión como:

$$\boldsymbol{\sigma}^{ief} = R(\beta)\boldsymbol{\sigma}_0^{ief} = \boldsymbol{\sigma} + \varsigma p^g \boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\sigma}^{ef} + (\varsigma - b)p^g \boldsymbol{\delta} \quad (43)$$

donde  $\varsigma$  es el coeficiente de daño químico. Como se observa en la ecuación (43)  $\varsigma$  controla el nivel de daño en un proceso de expansión libre, es decir cuando  $\boldsymbol{\sigma}$  es nula. También se observa que  $\varsigma$  indica que parte de la presión  $p^g$  es capaz de producir daño debiendo ser siempre  $\varsigma \leq b$ .

El criterio de daño que se elige para este trabajo es el propuesto en [Lubliner et al. \(1989\)](#)

$$\mathcal{C}(\boldsymbol{\sigma}_0^{ief}) = \frac{1}{\ell_1(1-\ell_2)} \left( \sqrt{2J_2} + \ell_2 I_1 + \ell_3 \langle \sigma_{0max} \rangle^+ \right), \quad (44)$$

con  $\ell_3 = \ell_1(1 - \ell_2) - (1 + \ell_2)$ ,

donde  $I_1$  es el primer invariante,  $J_2$  es el segundo invariante del tensor desviador y  $\sigma_{0max}$  es el máximo autovalor. Las tres cantidades antes mencionadas se calculan sobre  $\boldsymbol{\sigma}_0^{ief}$ . La función positiva vale  $\langle \bullet \rangle^+ = \frac{1}{2}(\bullet + |\bullet|)$ . Los parámetros  $\ell_1$ ,  $\ell_2$  y  $\ell_3$  se ajustan mediante ensayos. A continuación se indica que representa cada uno y se dan valores típicos para el caso de hormigón. El parámetro  $\ell_1$  indica la relación entre la resistencia uniaxial a compresión y tracción, es decir  $\ell_1 = f_c/f_t$ . El valor de  $\ell_1$  anda al rededor de 10. El parámetro  $\ell_2$  es una relación entre la resistencia a compresión uniaxial y equibiaxial, este valor varía entre  $0,08 < \ell_2 < 0,12$ . El parámetros  $\ell_3$  es el encargado de regular la relación entre la resistencia uniaxial de compresión y tracción cuando se alcanza el primer límite de discontinuidad. El valor de  $\ell_3$  está dado por la ecuación (44) y resulta aproximadamente 7,66. Para más detalle sobre los parámetros ver [Lubliner et al. \(1989\)](#).

## 5. EJEMPLOS NUMÉRICOS

### 5.1. Validación

En esta sección validaremos el modelo propuesto mediante la reproducción de los ensayos realizados por [Multon y Toutlemonde \(2006\)](#). En dicho trabajo se realizaron ensayos sobre probetas cilíndricas de hormigón (diámetro= 130mm; altura= 240mm) mantenidas a temperatura constante ( $T_e = 38^\circ C$ ) y contenido de humedad constante durante todo el ensayo. A estas probetas se las sometió a 4 estados de carga distintos (ver figura (5)): expansión libre, carga axial de compresión (para  $P = -10Mpa$  y  $P = -20Mpa$ ), confinamiento pasivo con anillos de acero (para  $e = 3mm$  y  $e = 5mm$ ), carga axial de compresión y confinamiento pasivo.

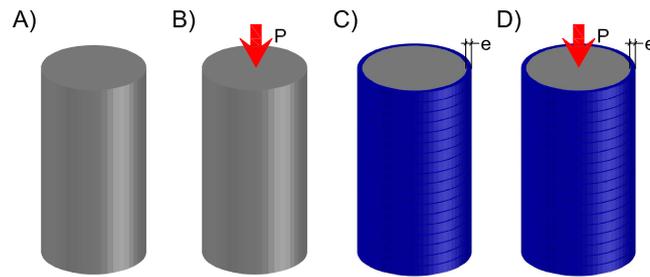


Figura 5: Ensayo de [Multon y Toutlemonde \(2006\)](#): a) expansión libre; b) carga axial de compresión,  $P = -10\text{Mpa}$  y  $P = -20\text{Mpa}$ ; c) confinamiento pasivo con anillos de acero,  $e = 3\text{mm}$  y  $e = 5\text{mm}$ ; d) carga axial de compresión y confinamiento pasivo.

Los estados de carga se mantuvieron durante todo el tiempo que duró el ensayo. La carga axial se aplicó a los 28 días luego del llenado. Para evitar al máximo el roce entre las probetas de hormigón y los anillos de acero se colocaron anillos de 10 mm hasta envolver totalmente al hormigón. Estos anillos se mantuvieron en estado plano de deformaciones durante el ensayo. [Multon y Toutlemonde \(2006\)](#) finalmente entregaron curvas de la evolución de la deformación axial y radial de las probetas a lo largo del tiempo.

Como se ve en la descripción del ensayo los campos de deformaciones y tensiones se mantiene constantes para estos ejemplo, esto lleva que la evolución del daño también sea constante en la probeta por lo que el gradiente del daño es nulo. Teniendo en cuenta lo anterior, el Laplaciano del daño  $\nabla^2\beta$  de la ecuación (15) resulta nulo, por lo que tenemos:

$$f = \mathcal{V}^* - k \leq 0. \quad (45)$$

La ecuación (45) permite calcular la evolución del daño de un modo sencillo dado a que el tratamiento del laplaciano del daño resulta complejo en el caso de no resultar nulo.

La obtención de las ecuaciones tensión deformación en este caso surgen de considerar iguales la tensión y deformación radial en la interfase entre la probeta de hormigón y la camisa de acero. La ecuaciones tensión deformación que se consideran son las que surgen de la mecánica de los sólidos para el caso de un cilindro macizo con carga radial uniforme en sus laterales y un cilindro hueco de pared gruesa con presión uniforme en su interior. Las leyes constitutivas que se utilizan para el caso del hormigón queda definida por la ecuación (39), mientras que para la camisa de acero se considera una ley constitutiva dada por la ley de Hooke para material lineal elástico de comportamiento isótropo. El sistema de coordenadas utilizado para resolver este problema puede observarse en la figura (6). Las ecuaciones obtenidas son:

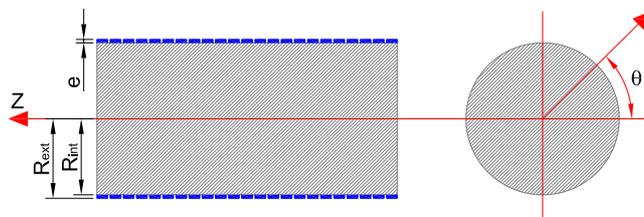


Figura 6: Coordenadas utilizadas en la resolución del problema para el ensayo de [Multon y Toutlemonde \(2006\)](#).

Tabla 1: Parámetros del modelo para los ensayos de [Multon y Toutlemonde \(2006\)](#).

P. poroelásticos		
$K =$	22202	[MPa]
$G =$	15287	[MPa]
$M =$	6000	[MPa]
$b =$	0,25	[-]
P. de daño		
$D =$	$3E - 3$	[m]
$G_f =$	$200E - 6$	[MPa m]
$F_t =$	4	[MPa]
$p =$	2	[-]
$q =$	0	[-]
$\ell_1 =$	0,1	[-]
$\ell_2 =$	10	[-]
P. químicos		
$\tau_l =$	130	[días]
$\tau_c =$	66	[días]
$\epsilon^\infty =$	0,003023	[-]
$\varsigma =$	0,0873	[-]

$$\begin{aligned}
 \sigma_z = P, \quad \sigma_r = \sigma_\theta = \frac{c_2\sigma_z + R(\beta)\epsilon^g}{c_0 - c_1}, \\
 \epsilon_z = \frac{c_1\sigma_r + c_2\sigma_z}{R(\beta)} + \epsilon^g, \quad \epsilon_r = \epsilon_\theta = \frac{c_3\sigma_r + c_4\sigma_z}{R(\beta)} + \epsilon^g, \\
 \epsilon^g = \frac{1}{3}\epsilon^\infty\xi, \quad K^{pm} = K + Mb^2, \\
 c_1 = \frac{4G + 3K^{pm}}{18GK^{pm}}, \quad c_2 = \frac{2G - 3K^{pm}}{18GK^{pm}}, \\
 c_3 = \frac{2G - 3K^{pm}}{9GK^{pm}}, \quad c_4 = \frac{G + 3K^{pm}}{9GK^{pm}}, \\
 c_0 = \frac{(1 + \mu^{met})(1 - 2\mu^{met})R_{int}^2 + (1 + \mu^{met})R_{ext}^2}{E^{met}(R_{ext}^2 - R_{int}^2)},
 \end{aligned} \tag{46}$$

donde  $E^{met}$  y  $\mu^{met}$  son el módulo de Young y el coeficiente de Poisson de la camisa de acero.

Pasamos ahora a realizar el ajuste de los ensayos con el modelo propuesto en este trabajo. Para obtener los parámetros poroelásticos y de daño se requieren ensayos de compresión, flexión, biaxiales, etc. Parte de estos parámetros fueron brindados por [Multon y Toutlemonde \(2006\)](#) y parte supuestos en base a valores típicos recomendados en [Comi et al. \(2009\)](#) y [Lubliner et al. \(1989\)](#). Dichos parámetros se muestran en la tabla (1).

El verdadero objetivo de esta sección es la obtención de los parámetros químicos.

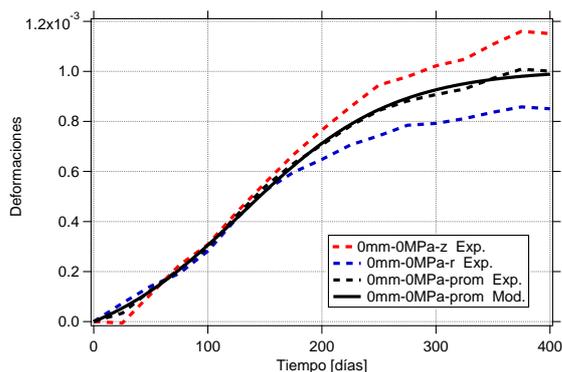
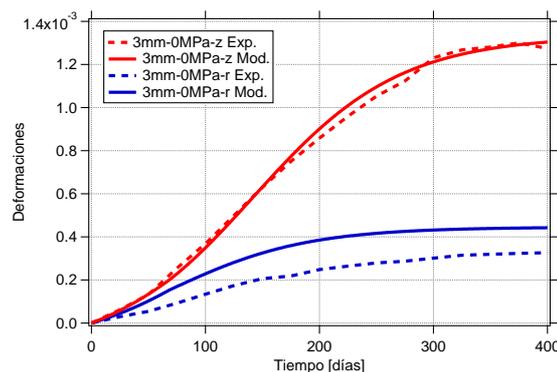


Figura 7: Ajuste para expansión libre.

Figura 8: Ajuste para confinamiento pasivo,  $e = 3mm$ .

Comenzamos por la obtención de  $\tau_l$ ,  $\tau_c$  y  $\epsilon^\infty$ . Para esto imponemos las condición de expansión libre, que es  $\sigma = 0$ , que en la ecuación (46) equivale a  $P = 0$  y  $e = 0$ , con lo que tenemos:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_z = \varepsilon^g = \frac{1}{3}\epsilon^\infty \xi, \quad (47)$$

Luego, la dependencia final de  $\varepsilon^g$  con  $\tau_l$ ,  $\tau_c$  y  $\epsilon^\infty$  puede verse reemplazando en la ecuación (47) la ecuación para el progreso de la RAS dado por (35).

El ajuste realizado para expansión libre se ve en la figura (7). Los parámetros que permite obtener el ajuste de las curvas expansión libre son  $\tau_l$ ,  $\tau_c$  y  $\epsilon^\infty$ , cuyo valor se muestran en la tabla (1).

Luego, se ajusta el parámetro químico  $\varsigma$ . Recordemos que dicho parámetro, como se indica en la sección (4.1), regula la influencia del daño mientras se produce la expansión de la RAS. Es por el motivo para su calibración se requieren ensayos que aparte de estar afectados por RAS, estén sometidas a algún proceso de carga externa. La reproducción de estos ensayos puede verse de la figura (8) a la (12). El valor de  $\varsigma$  para ajustar los ensayos antes mencionados se presenta en la tabla (1).

Para poder observar la evolución del daño en el tiempo para los ensayos anteriores presentamos en las figuras (13), (14) y (15) el valor de  $1 - R(\beta)$  vs el tiempo.

Para referirnos a todos los ensayos descritos anteriormente utilizamos la notación  $e\ mm - P\ MPa - A$  con  $(e = 0, 3, 5)(P = 0, 10, 20)(A = z, r)$ , representando espesor de la camisa de acero, carga axial de compresión y eje al que se refiere la curva respectivamente. Las curvas experimentales se indican con línea de trazo mientras que las numéricas con línea llena.

## 5.2. Reproducción de un ensayo de flexión

En esta sección se utilizará el modelo propuesto para reproducir los ensayos de experimentales del trabajo de Giaccio et al. (2008). Los hormigones elaborados tuvieron idéntica dosificación pero se constituyeron por agregados, gruesos y finos, de distinta naturaleza. En particular, se utilizaron tres tipos de agregados gruesos, dos de los cuales eran reactivos, mientras que el restante no lo era. En cuanto a los agregados finos, se utilizó una arena reactiva y otra no reactiva. Estos agregados se utilizaron en la dosificación de 4 tipos de hormigones, uno no reactivo denominado C1 y otros tres reactivos denominados R2, R3 y R4 respectivamente (ver el trabajo de Giaccio et al. (2008) para más detalles). Durante la campaña experimental se mantuvieron condiciones ambientales constantes ( $T = 21^\circ$  y condiciones de saturación total). El ensayo de flexión se realizó del siguiente modo. Por un lado las probetas fueron sometidas a un proce-

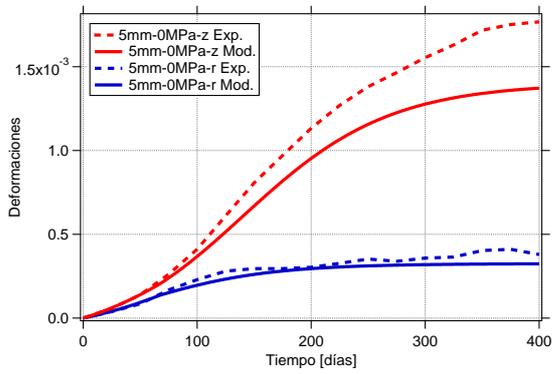


Figura 9: Ajuste para confinamiento pasivo,  $e = 5mm$ .

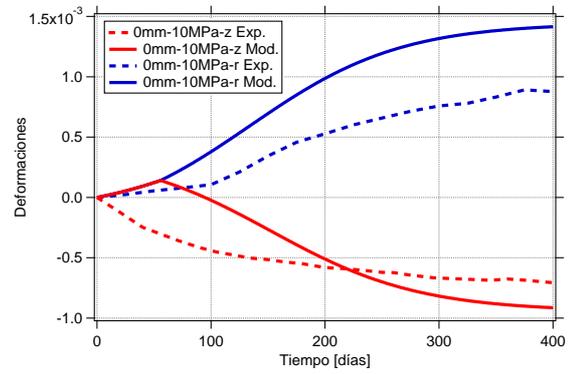


Figura 10: Ajuste para carga axial,  $P = -10MPa$ .

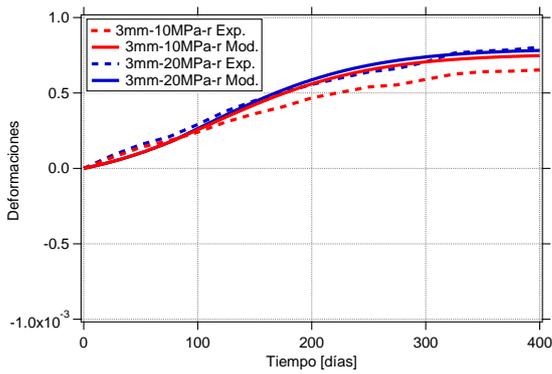


Figura 11: Ajuste para confinamiento mixto,  $e = 3mm$ .

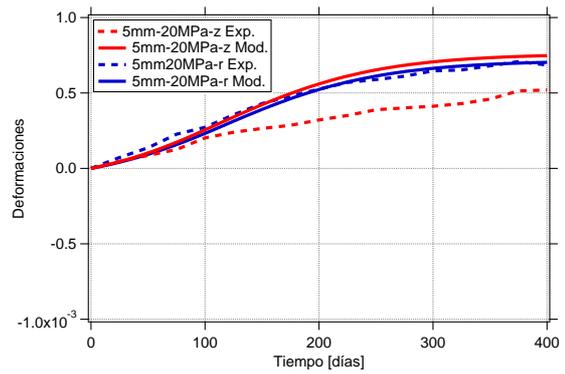


Figura 12: Ajuste para carga mixto,  $e = 5mm$ .

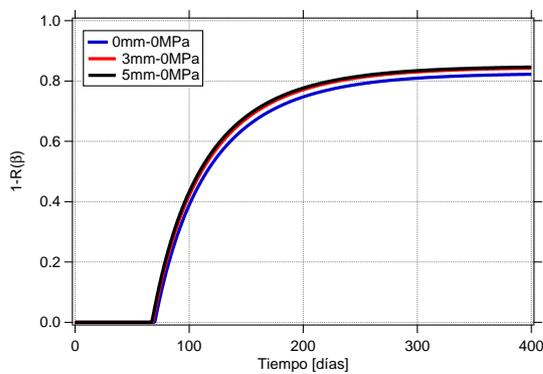


Figura 13: Evolución de daño. Confinamiento pasivo.

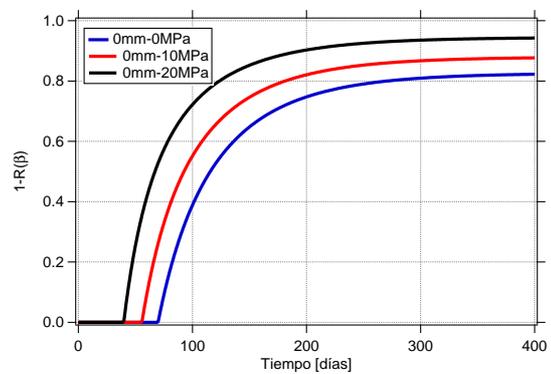


Figura 14: Evolución de daño. Carga axial.

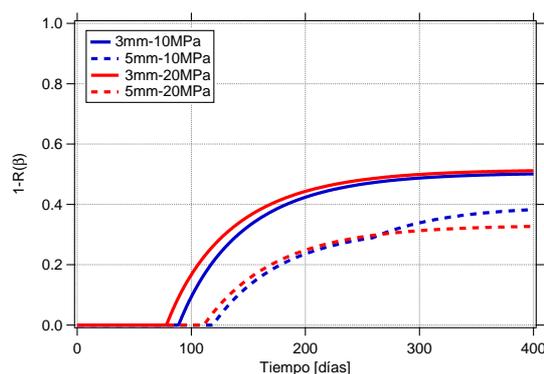


Figura 15: Evolución de daño. Confinamiento pasivo y Carga axial.

so de expansión libre, hasta que se alcanza una expansión a una determinada edad. Luego, las probetas eran sometidas a un ensayo de flexión propiamente dicho.

La reproducción de este ejemplo requiere de una formulación variacional del modelo mostrado en la sección (2) para su posterior resolución numérica con el método de elementos finitos. Para tal objetivo la formulación variacional se obtiene a partir de la búsqueda del punto de silla de un funcional mixto que representa la energía potencial del problema, de igual modo al que se muestra en [Lorentz y Godard \(2011\)](#). Al derivarse las ecuaciones de equilibrio de un funcional mixto los elementos finitos elegidos para resolver el problema deben cumplir con la condición inf-sup. De este análisis se eligen elementos finitos triangulares de 6 nodos para el campo de desplazamientos y triangulares de tres nodos para el campo de daño.

La reproducción numérica del ensayo de flexión se centra en la obtención de los parámetros químicos  $\tau_l$ ,  $\tau_c$ ,  $\epsilon^\infty$  y  $\zeta$  y los parámetros de daño  $F_t$  y  $G_f$ . El resto de los parámetros fue brindado directamente por los datos experimentales (proelásticos:  $K$ ,  $G$ ; daño:  $\ell_2$ ), mientras que para los restantes se toman valores típicos en base a [Comi et al. \(2009\)](#) y [Lubliner et al., 1989](#) (poroelástico:  $M$ ,  $b$ ; rigidez:  $p$ ,  $q$ ; daño:  $\ell_1$ ).

La reproducción del ensayo de expansión libre puede hacerse utilizando la ecuación (46), particularizando para  $P = 0$  y  $e = 0$ . De este modo se pueden obtener los parámetros químicos  $\tau_l$ ,  $\tau_c$  y  $\epsilon^\infty$  para los distintos hormigones. El ajuste de las curvas experimentales del ensayo de expansión libre por medio del modelo se pueden ver en la figura (16).

Una vez que se obtiene los parámetros químicos  $\tau_l$ ,  $\tau_c$  y  $\epsilon^\infty$ ; se puede obtener el parámetro químico restante  $\zeta$  por medió también del ensayo de expansión libre, sumado a los datos experimentales que se tiene de los módulos de Young a distintas edades para cada hormigón. El valor del daño en la probeta a distintas edades puede ser representado por el valor  $1 - R(\beta)$ , y este puede ser calculado como:

$$[1 - R(\beta)]^t = 1 - \frac{E^t}{E^0}, \quad (48)$$

donde  $[1 - R(\beta)]^t$  y  $E^t$  son el nivel de daño y el módulo de Young al tiempo  $t$  y  $E^0$  es el módulo de Young del material virgen. Lo que se hace entonces es reproducir el ensayo de expansión libre de tal manera de tener el nivel de daño dado por la ecuación (48), en el tiempo  $t$ . La variación de  $1 - R(\beta)$  en el tiempo puede verse en la figura (17) para los distintos hormigones.

Una vez obtenidos los parámetros indicados anteriormente nos centramos en el ajuste de la energía de fractura y la resistencia a tracción de tal manera de copiar con el modelo las curvas experimentales que se disponen del ensayo de flexión para los hormigones a distintas edades.

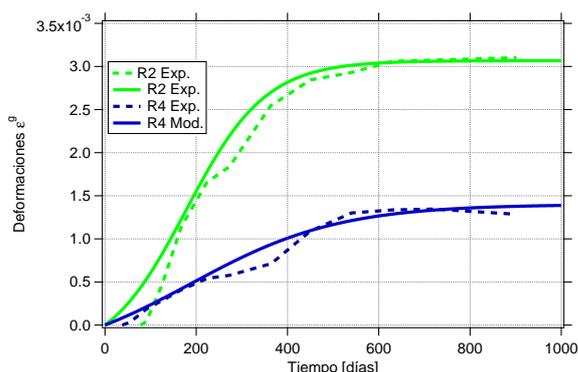


Figura 16: En sayo de expansión libre.

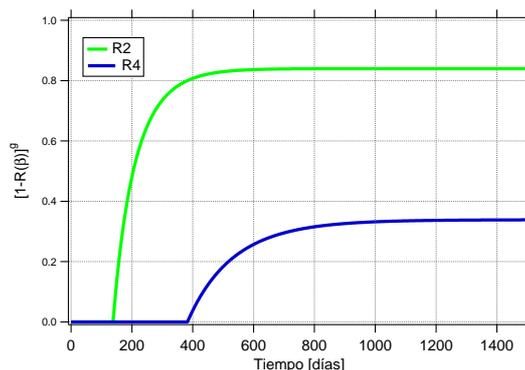


Figura 17: Curvas  $1 - R(\beta)$  vs tiempo.

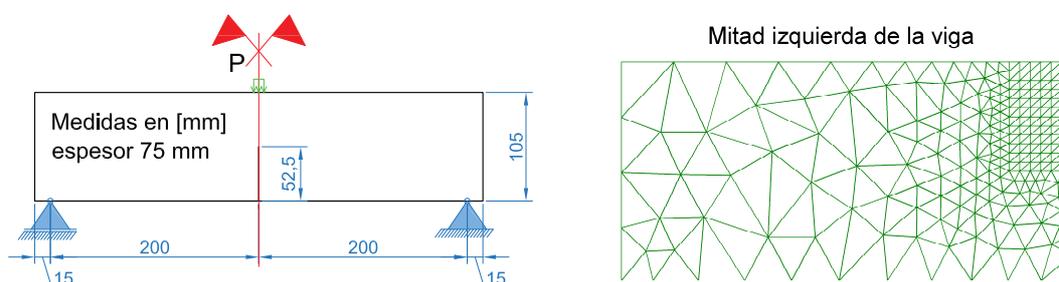


Figura 18: Geometría y malla utilizada en el ensayo de flexión.

Debido a la variación observada en el trabajo de [Giaccio et al. \(2008\)](#) para estos parámetros por efectos de la RAS se propone las siguientes expresiones

$$F_t(\xi) = F_{t0} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{F_{t\infty}}{F_{t0}} \right) \xi \right], \quad (49)$$

$$G_f([1 - R(\beta)]^g) = G_{f0} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{G_{f\infty}}{G_{f0}} \right) \frac{[1 - R(\beta)]^g}{[1 - R(\beta)]^{g\infty}} \right], \quad (50)$$

donde  $F_{t0}$  y  $G_{f0}$  son las resistencia a tracción y la energía de fractura para el material virgen y  $F_{t\infty}$  y  $G_{f\infty}$  son las resistencia a tracción y la energía de fractura para el material al fin del proceso de la RAS.  $[1 - R(\beta)]^g$  representa el nivel de daño en expansión libre y  $[1 - R(\beta)]^{g\infty}$  representa el nivel de daño al final del proceso de expansión libre, es decir cuando la reacción a ha agotado. Las curvas de evolución de  $[1 - R(\beta)]^g$  en el tiempo, usadas como entrada para la reproducción de los ensayos de flexión para los hormigones R2 y R4 se pueden ver en la figura (17).

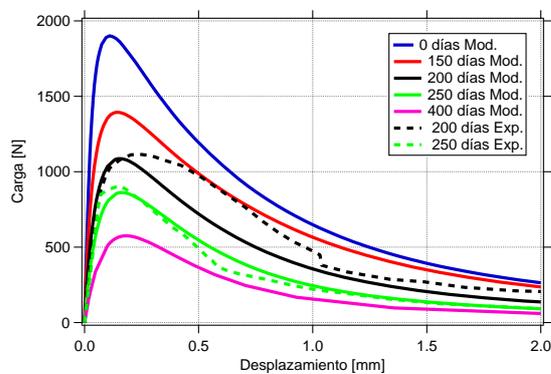
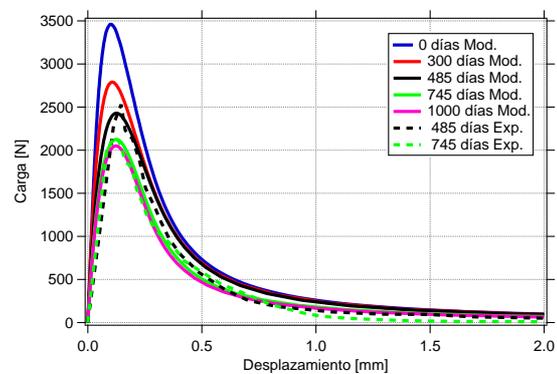
La geometrías, condiciones de borde en carga y apoyos y malla utilizada en el ensayo numérico se muestran en la figura (18).

En la tabla (2) puede observarse un resumen de todos los parámetros obtenidos para cada hormigón a lo largo de todo el proceso antes descrito.

En las figuras (19) y (20) observamos las curvas carga desplazamiento para los hormigones R2 y R4 respectivamente. En línea de trazo se muestran los resultados experimentales y en línea llena se muestran los ensayos numéricos. En los rótulos de las gráficas se indica la cantidad de días que la probeta estuvo en expansión libre hasta que se realiza el ensayo de flexión.

Tabla 2: Parámetros del modelo para los ensayos de Giaccio et al. (2008).

<b>P. poroelásticos</b>			
Parámetro	<i>R2</i>	<i>R4</i>	Unidad
$K =$	17778	21167e	[MPa]
$G =$	13333	15875	[MPa]
$M =$	6000	6000	[MPa]
$b =$	0,40	0,40	[—]
<b>P. de daño</b>			
$F_{t0} =$	2,25	5,00	[MPa]
$F_{t\infty} =$	1,00	5,00	[MPa]
$G_{f0} =$	400	250	[MPa m]
$G_{f\infty} =$	100	200	[MPa m]
$p =$	2	2	[—]
$q =$	0	0	[—]
$\ell_1 =$	0,1	0,1	[—]
$\ell_2 =$	24,5	10	[—]
<b>P. químicos</b>			
$\tau_l =$	178	189	[días]
$\tau_c =$	87	162	[días]
$\epsilon^\infty =$	0,0092	0,0042	[—]
$\zeta =$	0,0156	0,0355	[—]

Figura 19: Ensayo de flexión Hormigón *R2*.Figura 20: Ensayo de flexión Hormigón *R4*.

## 6. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

En este trabajo presentamos un modelo constitutivo macroscópico adecuado para la representación del comportamiento del hormigón afectado por RAS. El modelo toma como base la formulación del modelo de daño no local que se presenta en la sección (2). Luego, sobre dicha formulación se incorpora una función de energía libre adecuada para representar el comportamiento del hormigón afectado por RAS presentada en la sección (3). Dicha función de energía libre considera al material constituido por dos fases: esqueleto sólido y fase gel, de acuerdo a la teoría de Biot. Otra modificación que se tiene en cuenta para incluir el efecto químico en el modelo es la introducción de la tensión inelástica efectiva en la función de daño, como se indica en la sección (4.1). Los resultados experimentales reproducidos por el modelos muestran en general un ajuste satisfactorio, como se ve en la sección (5).

En el caso del ensayo de [Multon y Toutlemonde \(2006\)](#) de la sección (5.1), vemos un mejor ajuste por parte del modelo para los casos de expansión libre (figura (7)) y confinamiento pasivo (figuras (8) y (9)), notando algunas dificultades para los casos de carga axial (figura (10)) y combinación de confinamiento pasivo y carga axial (figuras (11) y (12)). En la evolución del daño en el tiempo se observa que cuando actúa únicamente el confinamiento pasivo o la carga axial el daño aparece en edades más tempranas cuando se incrementa ya sea el espesor de los anillos como la carga axial (figuras (13) y (14)). Cuando actúan en conjunto el confinamiento pasivo y la carga axial se retrasa la aparición del daño conforme aumentan las acciones externas (figuras (15)).

En la reproducción del ensayo de flexión de [Giaccio et al. \(2008\)](#) se nota en la figura (16) que el hormigón *R2* es un hormigón con mayor expansión final y velocidad de reacción que el hormigón *R4*. En la figura (17) podemos observar en el hormigón *R2* que el daño aparece a una edad más temprana y llega a un mayor valor final que en el hormigón *R4*. Lo anterior pone en evidencia que los hormigones *R2* y *R4* son distintos en cuanto a la reacción que presentan. Aún así el modelo es capaz de ajustar de modo satisfactorio su comportamiento como se ve en las figuras (19) y (20). En dichas figuras aparte de reproducir con el modelo (líneas llenar) las curvas experimentales (líneas de trazo), se reproduce el ensayo a otras edades a las que no se poseen datos experimentales, obteniendo en todos los casos un comportamiento coherente con lo que se espera.

## 7. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido soportado financieramente por CONICET y el proyecto PICT 2011-0094.

## REFERENCIAS

- Atkins P.W. y De Paula J. *Atkins' Physical chemistry*. Oxford University Press, 2006.
- Comi C., Fedele R., y Perego U. A chemo-thermo-damage model for the analysis of concrete dams affected by alkali-silica reaction. *Mechanics of Materials*, 41(3):210–230, 2009.
- Comi C., Kirchmayr B., y Pignatelli R. Two-phase damage modeling of concrete affected by alkali-silica reaction under variable temperature and humidity conditions. *International Journal of Solids and Structures*, 49(23-24):3367–3380, 2012.
- Coussy O. *Poromechanics*. Wiley, 2004.
- Dron R. y Brivot F. Thermodynamic and kinetic approach to the alkali-silica reaction. part 2: Experiment. *Cement and Concrete Research*, 23(1):93–103, 1993.

- Frémond M. y Nedjar B. Damage, gradient of damage and principle of virtual power. *International Journal of Solids and Structures*, 33(8):1083–1103, 1996.
- Giaccio G., Zerbino R., Ponce J., y Batic O. Mechanical behavior of concretes damaged by alkali-silica reaction. *Cement and Concrete Research*, 38(7):993–1004, 2008.
- Grimal E., Sellier A., Pape Y.L., y Bourdarot E. Creep, shrinkage, and anisotropic damage in alkali-aggregate reaction swelling mechanism-part i: A constitutive model. *ACI Materials Journal*, 105(3):227–235, 2008a.
- Grimal E., Sellier A., Pape Y.L., y Bourdarot E. Creep, shrinkage, and anisotropic damage in alkali-aggregate reaction swelling mechanism—part ii: Identification of model parameters and application. *ACI Materials Journal*, 105(3):236–242, 2008b.
- Haha M.B., Gallucci E., Guidoum A., y Scrivener K. Relation of expansion due to alkali silica reaction to the degree of reaction measured by sem image analysis. *Cement and Concrete Research*, 37(8):1206–1214, 2007.
- Huang M. y Pietruszczak S. Modeling of thermomechanical effects of alkali-silica reaction. *Journal of Engineering Mechanics*, 125(4):476–485, 1999.
- Larive C. *Apports combinés de l'expérimentation et de la modélisation à la compréhension de l'alcali-réaction et de ses effets mécaniques*. Theses, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1997.
- Lorentz E. y Godard V. Gradient damage models: Toward full-scale computations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(21-22):1927–1944, 2011.
- Lorentz E. y Kazymyrenko K. Application of a nonlocal damage law to model concrete fracture. En *Computational Modelling of Concrete Structures - Proceedings of EURO-C 2014*, volumen 1, páginas 209–217. 2014.
- Lublinter J., Oliver J., Oller S., y Oñate E. A plastic-damage model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 25(3):299–326, 1989.
- Multon S. y Toutlemonde F. Effect of applied stresses on alkali-silica reaction-induced expansions. *Cement and Concrete Research*, 36(5):912–920, 2006.
- Pesavento F., Gawin D., Wyrzykowski M., Schrefler B.A., y Simoni L. Modeling alkali-silica reaction in non-isothermal, partially saturated cement based materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 225-228:95–115, 2012.
- Pietruszczak S. On the mechanical behaviour of concrete subjected to alkali-aggregate reaction. *Computers and Structures*, 58(6):1093 – 1097, 1996.
- Saouma V. y Perotti L. Constitutive model for alkali-aggregate reactions. *ACI Materials Journal*, 103(3):194–202, 2006.
- Steffens A., Li K., y Coussy O. Aging approach to water effect on alkali-silica reaction degradation of structures. *J. Eng. Mech.*, 129(1):50–59, 2003.
- Ulm F.J., Coussy O., Kefei L., y Larive C. Thermo-chemo-mechanics of asr expansion in concrete structures. *J. Eng. Mech.*, 126(3):233–242, 2000.