

## ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONDUCCIÓN Y RADIACIÓN TÉRMICA COMBINADAS EN UN MEDIO ESFÉRICO PARTICIPANTE

**Daniel Rebollo, Marisol Velasco, Federico Bocca**

*Universidad Nacional de San Juan, Facultad de Ingeniería, Departamento de Electromecánica, Av. Libertador San Martín (Oeste) 1109, J5400ARL, San Juan, Argentina, drebollo.de.fi.unsj@gmail.com*

**Palabras claves:** Radiación Térmica, Cavidades Cilíndricas, Medio Participante, Volúmenes Finitos

**Resumen.** En este trabajo se ha resuelto numéricamente un proceso de transferencia de calor por conducción y radiación térmica combinadas en una cavidad esférica rellena con un medio que absorbe, emite y dispersa anisotrópicamente la radiación térmica. Para resolver el problema planteado se ha desarrollado un código computacional basado en el método de los volúmenes finitos. En trabajos anteriores se analizó el proceso de transferencia de calor por radiación térmica con dispersión anisotrópica en cavidades cilíndricas y esféricas con diferentes configuraciones térmicas y variadas condiciones de borde. En este trabajo se extiende al análisis a cavidades esféricas en dos y tres dimensiones, rellenas con un medio gris conductor, absorbente, emisor y anisotrópicamente dispersante. Las superficies de la cavidad son opacas, grises, difusas e isotérmicas y la emisión es difusa desde la frontera. Se analiza la influencia de la conductividad térmica, coeficiente de absorción, coeficiente de dispersión, dimensiones de la cavidad y reflectividad de las paredes. Se ha efectuado un exhaustivo y detallado análisis de error y los resultados obtenidos fueron comparados con los resultados disponibles. El análisis de resultados permite concluir que la metodología de cálculo, desarrollada en este trabajo, se puede aplicar para resolver configuraciones térmicas, similares a las analizadas en este estudio, con un grado de precisión aceptable.

## 1. INTRODUCCIÓN

En la ingeniería existen muchos ejemplos de aparatos y dispositivos de forma esférica en los cuales se presentan procesos de transporte de energía por conducción y radiación combinadas. Esta situación ha sido frecuentemente considerada por los investigadores en aplicaciones prácticas de transporte de energía en medios semitransparentes, en las que la conducción de calor y la radiación térmica ocurren simultáneamente. La importancia del transporte combinado de energía térmica puede ser apreciable en los hornos de fundición de vidrio. En estos fenómenos la radiación térmica juega un rol muy importante por lo que existe un gran interés en desarrollar modelos de análisis que permitan obtener resultados en forma rápida, precisa y económica.

Existe una gran cantidad de trabajos relacionados al estudio de la conducción y la radiación térmica combinadas en geometrías esféricas, la mayoría de ellos son simulaciones numéricas donde se aplica una gran variedad de métodos numéricos. Estos métodos se caracterizan por su capacidad de manejar una gran variedad de configuraciones geométricas y térmicas. A continuación se hace una revisión bibliográfica de los trabajos publicados en los cuales se han considerado problemas estacionarios de conducción y radiación combinadas en coordenadas esféricas. Uno de los primeros trabajos en radiación y conducción combinadas fue el de [Viskanta y Merriam \(1968\)](#), quienes resolvieron analíticamente la transferencia de calor en estado estacionario a través de dos esferas concéntricas rellenas con un medio que absorbe, emite y dispersa la radiación térmica, las paredes son grises, difusas e isotérmicas a diferentes temperaturas y el medio genera calor. [Jones y Bayazitoglu \(1990\)](#) aplicaron el método de las ordenadas discretas al cálculo de la transferencia de calor por conducción y radiación combinadas, estableciendo los límites paramétricos dentro de los cuales los procesos conductivos y radiativos se deben tratar combinados, o en forma separada, independientemente uno del otro. [Jia et al. \(1991\)](#) aplicaron el método de Galerkin para estudiar la transferencia de calor por conducción y radiación combinadas entre dos esferas concéntricas separadas por un medio gris absorbente, emisor e isotrópicamente dispersante, las fronteras son mantenidas a diferentes temperaturas, uniformes, y son opacas, grises y difusas. [Chu et al. \(1991\)](#) hicieron un análisis teórico de la transferencia de energía estacionaria por radiación y conducción en un medio emisor, absorbente y anisotrópicamente dispersante confinado entre dos esferas concéntricas, grises, con reflexión difusa y especular isotérmicas a diferentes temperaturas, resolviendo la ecuación de la transferencia radiante por el método de las armónicas esféricas  $P_3$  generando cuatro ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas. [Siewert y Thomas \(1991\)](#) aplicaron una técnica de transformación de coordenadas de una esfera a un plano junto con el método de las armónicas esféricas y splines cúbicos de Hermite para resolver, en forma iterativa, la ecuación de la transferencia radiante en un problema de radiación y conducción combinadas en una esfera. [Sghaier et al. \(2000\)](#) utilizaron un nuevo método, basado en el método de las ordenadas discretas modificado, para el análisis de la radiación, conducción y convección combinadas en un medio poroso semitransparente, resolviendo el conjunto de ecuaciones diferenciales con el método de Runge-Kutta de cuarto orden. [Hendi y Abulwafa \(2002\)](#) estudiaron la transferencia de calor por conducción y radiación combinadas en un medio absorbente, emisor y anisotrópicamente dispersante limitado por dos paredes esféricas, difusas e isotérmicas usando el método de Galerkin resolviendo el acople entre la radiación y la conducción en forma iterativa. [Aouled-Dlala et al. \(2007\)](#) aplicaron una nueva técnica mejorando el método de las ordenadas discretas al resolver problemas de radiación y conducción acoplados en medios esféricos y

cilíndricos, en esta técnica el término de la derivada angular de la ecuación de la transferencia radiante unidimensional discretizada se deriva a partir de una expansión, en polinomios de Chebyshev, de la intensidad de radiación, y el conjunto de ecuaciones diferenciales resultantes, obtenidas de la aplicación del método de las ordenadas discretas, se resuelve numéricamente como un problema de valor en la frontera con diferencias finitas. [Li et al. \(2009\)](#) presentaron un método espectral de colocación de Chebyshev para resolver la transferencia de calor radiante y conductiva simultánea en un medio esférico participante, la dependencia angular del problema se discretiza con el método de las ordenadas discretas convencional y la dependencia espacial se resuelve con polinomios de Chebyshev y el método espectral de colocación, con la ventaja de usar mallas de baja resolución gracias a la convergencia exponencial del método espectral. [Mishra y Stephen \(2011\)](#) resolvieron la transferencia de calor por radiación y conducción simultánea usando el método de los volúmenes finitos en un medio esférico, la conducción ha sido resuelta teniendo en cuenta la discontinuidad en la distribución de la temperatura que se propaga con una velocidad finita en el medio, también conocido como efecto no-Fourier, transformando la ecuación diferencial de la conducción en una ecuación de tipo hiperbólica. [Mishra y Sahai \(2012, 2014\)](#) implementaron el método de lattice Boltzmann para el análisis de la radiación y conducción simultánea en una geometría cilíndrica y esférica unidimensional teniendo en cuenta el efecto de no-Fourier en la que la evolución de la discontinuidad de la temperatura en el medio se obtiene introduciendo perturbaciones térmicas de entrada y salida en las fronteras del dominio.

De la revisión bibliográfica presentada se desprende que existe un marcado interés en desarrollar herramientas computacionales que permitan predecir la transferencia de calor combinada por conducción y radiación térmica en geometrías esféricas multidimensionales. Estas herramientas computacionales pueden ser usadas para facilitar el cálculo y diseño de dispositivos industriales, análisis y estudio de fenómenos ambientales y en todas las situaciones en la que estén involucrado el transporte de calor por modos combinados.

## 2. FORMULACIÓN MATEMÁTICA

El modelo matemático que representa la transferencia de calor por conducción y radiación combinadas en estado estacionario está formado por la ecuación de la energía (1), la cual viene dada en forma independiente del sistema de coordenadas ([Modest, 1993](#)), como

$$\nabla \cdot (k \nabla T) - \nabla \cdot \mathbf{q}_r + \dot{q} = 0 \quad (1)$$

en la que  $k$  es la conductividad térmica,  $T$  la temperatura,  $\dot{q}$  la fuente interna de generación de calor,  $\mathbf{q}_r$  el flujo de calor radiante y  $\nabla \cdot \mathbf{q}_r$  la divergencia del flujo radiante, dadas por

$$\mathbf{q}_r = \int_{\omega=0}^{4\pi} i \mathbf{s} d\omega \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_r = \kappa (4\pi i_b - G) \quad (3)$$

en estas ecuaciones  $i$  es la intensidad de radiación térmica,  $\mathbf{s}$  es el versor de la dirección angular,  $\omega$  el ángulo sólido,  $\kappa$  el coeficiente de absorción,  $i_b$  la intensidad de radiación térmica del cuerpo negro y  $G$  la radiación incidente, las cuales vienen dadas por

$$i_b = \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (4)$$

$$G = \int_{\omega=0}^{4\pi} i d\omega \quad (5)$$

donde  $\sigma$  es la constante de Stefan–Boltzmann.

La intensidad de radiación térmica se obtiene resolviendo la ecuación (6) del transporte radiante para un medio gris, absorbente y dispersante ([Brewster, 1992](#); [Modest, 1993](#); [Siegel y Howell, 1992](#)), la cual se expresa como

$$\mathbf{s} \cdot \nabla i = -\beta i + \kappa i_b + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{\omega=0}^{4\pi} i \Phi d\omega \quad (6)$$

en la que  $\beta = \kappa + \sigma_s$  es el coeficiente de extinción,  $\sigma_s$  es el coeficiente de dispersión y  $\Phi$  la función de dispersión. En trabajos anteriores ([Rebollo, 2007, 2008a, 2009b](#)) se puede encontrar la metodología de cálculo de la función de dispersión usando una expansión en serie de los polinomios de Legendre.

La condición de borde para superficies radiantes grises, opacas, difusas e isotérmicas se puede escribir como ([Brewster, 1992](#); [Modest, 1993](#); [Siegel y Howell, 1992](#)):

$$i_w^l = \varepsilon_w i_{bw} + \frac{\rho_w H_w}{\pi} \quad (7)$$

donde el subíndice  $w$  representa la pared, el superíndice  $l$  representa la dirección de la radiación emitida por la pared,  $\varepsilon$  es la emisividad de la pared,  $\rho$  la reflectividad de la pared,  $i_b$  es la intensidad de radiación del cuerpo negro, emitida por la pared, y  $H$  es la irradiación hemisférica, es decir, el flujo de calor radiante incidente en la pared, el cual se calcula como:

$$H_w = \int_{\mathbf{s}^k \cdot \mathbf{n}_w < 0} i_w^k |\mathbf{s}^k \cdot \mathbf{n}_w| d\omega^k \quad (8)$$

donde  $\mathbf{n}$  es la normal unitaria a la pared y  $k$  representa la dirección de la radiación incidente en la pared.

En todos los problemas analizados en este trabajo, se supone que las superficies de la cavidad son opacas, grises y difusas. La rugosidad de la superficie y la deposición de productos de la combustión hacen que esta suposición sea válida en muchas aplicaciones de la ingeniería.

La formulación matemática de la ecuación (1) de la energía junto con la ecuación (6) de la transferencia radiante están dadas en forma tensorial, vectorial y direccional, es decir, independiente del sistema de coordenadas adoptado. La formulación matemática en coordenadas esféricas de la ecuación de la transferencia radiante ya fue presentada en un trabajo anterior por lo que no será incluida aquí ([Rebollo et al., 2014](#); [Kim et al., 2008a, 2008b](#)).

Toda la formulación matemática presentada en este trabajo está basada en la suposición de comportamiento gris del medio participante, es decir, independiente de la longitud de onda de la radiación térmica. En trabajos previos ([Rebollo, 2008b, 2009a](#); [Rebollo et al. 2010](#); [Rebollo y Rodríguez, 2011](#)) se han presentados diferentes modelos para el tratamiento de gases no grises, los cuales no han sido implementados, por el momento, en este trabajo.

Para resolver la ecuación (1) de la conducción y radiación combinadas, junto con la ecuación

(6) de la transferencia radiante se ha usado el Método de los Volúmenes Finitos, el cual ha sido descrito en trabajos previos ([Rebollo, 2007a](#), [2007b](#), [2008a](#), [2008b](#)) usando discretización espacial para la ecuación de la conducción radiación (1) y una doble, espacial y angular, para la ecuación de la transferencia radiante (6). Ambas discretizaciones están formadas por volúmenes de control esféricos, independientes una de otra. La discretización espacial se ha construido con diez capas esféricas de igual espesor, a lo largo del radio, y con 18 y 36 sectores angulares, correspondientes al ángulo polar y azimutal, respectivamente. La discretización angular se ha efectuado con 9 y 18 sectores angulares para el ángulo polar y azimutal, respectivamente.

### 3. RESULTADOS

En esta sección se hace una breve descripción de las configuraciones geométricas y térmicas analizadas en este trabajo, las cuales fueron propuestas por algunos autores hace ya algún tiempo, y reproducidas a lo largo de los años en muchos trabajos publicados, por lo que se han transformado en configuraciones clásicas. Se presentan los resultados obtenidos al reproducir estas diferentes configuraciones térmicas, se hace un muy breve análisis de resultados y se comparan resultados mostrando algunos errores.

Todos los resultados fueron obtenidos en el sistema internacional de medidas, pero son presentados en la misma forma que fueron publicados en los trabajos originales, por lo que, para facilitar la comprensión del lector, se describen los parámetros adimensionales comúnmente presentes en la mayoría de los trabajos originales. Entre los parámetros adimensionales más comunes se encuentra el parámetro conducción-radiación

$$N = \frac{k\beta}{4\sigma T^3} \quad (9)$$

la fuente de calor interna adimensional

$$Q = \frac{\dot{q}}{k\beta^2 T} \quad (10)$$

flujo de calor por conducción adimensional

$$Q_c = \frac{r}{T} \frac{dT}{dr} \quad (11)$$

flujo de calor por radiación adimensional

$$Q_r = \frac{q_r}{\sigma T_1^4} \quad (12)$$

en estos parámetros adimensionales  $T$  representa la temperatura de referencia,  $r$  el radio de referencia,  $k$  la conductividad térmica,  $\dot{q}$  la fuente de calor interna por unidad de volumen y  $q_r$  el flujo de calor radiante.

Para una descripción más detalladas de las configuraciones geométricas, térmicas y parámetros adimensionales utilizados se recomienda al lector recurrir a las publicaciones originales.

Se han analizado dos geometrías bidimensionales diferentes correspondientes a un corte transversal de una esfera de radio  $R$  y a una pared esférica de radio interior  $R_i$  y exterior  $R_e$ .

#### 3.1 Pared esférica

En esta sección se muestran resultados correspondientes a emisión difusa desde las fronteras de la pared esférica, con o sin generación de calor, y dispersión isotrópica o anisotrópica lineal. Se reproducen resultados de [Chu et al. \(1991\)](#), [Jia et al. \(1991\)](#), [Hendi y Abulwafa \(2002\)](#) y [Aouled-Dlala et al. \(2007\)](#) correspondientes a emisión difusa desde las paredes con y sin fuente de calor interna.

La [Figura 1](#) muestra la influencia del albedo de dispersión  $\omega = \sigma_s/\beta$  y del parámetro de conducción radiación  $N$  en la distribución de temperatura a lo largo de la cavidad de radio interior  $R_i=2\text{m}$ , radio exterior  $R_e=4\text{m}$ , temperatura en la pared interior  $T_i=100\text{K}$  y exterior  $T_e=0\text{K}$ , emisividad de las paredes  $\epsilon_i=\epsilon_e=1$ , coeficiente de extinción  $\beta=1\text{m}^{-1}$ , albedo de dispersión  $\omega=0.1;0.9$  y parámetro conducción radiación  $N=0.01;0.1;1.0$ . Se observa que la temperatura disminuye con el radio, lo que es lógico ya que la pared interna es la única fuente de energía, también se observa que la temperatura disminuye con el incremento del parámetro conducción radiación tendiendo a una distribución lineal típica del caso de conducción pura. Además se advierte que para cada valor del parámetro conducción radiación la temperatura disminuye con el incremento del albedo de dispersión.

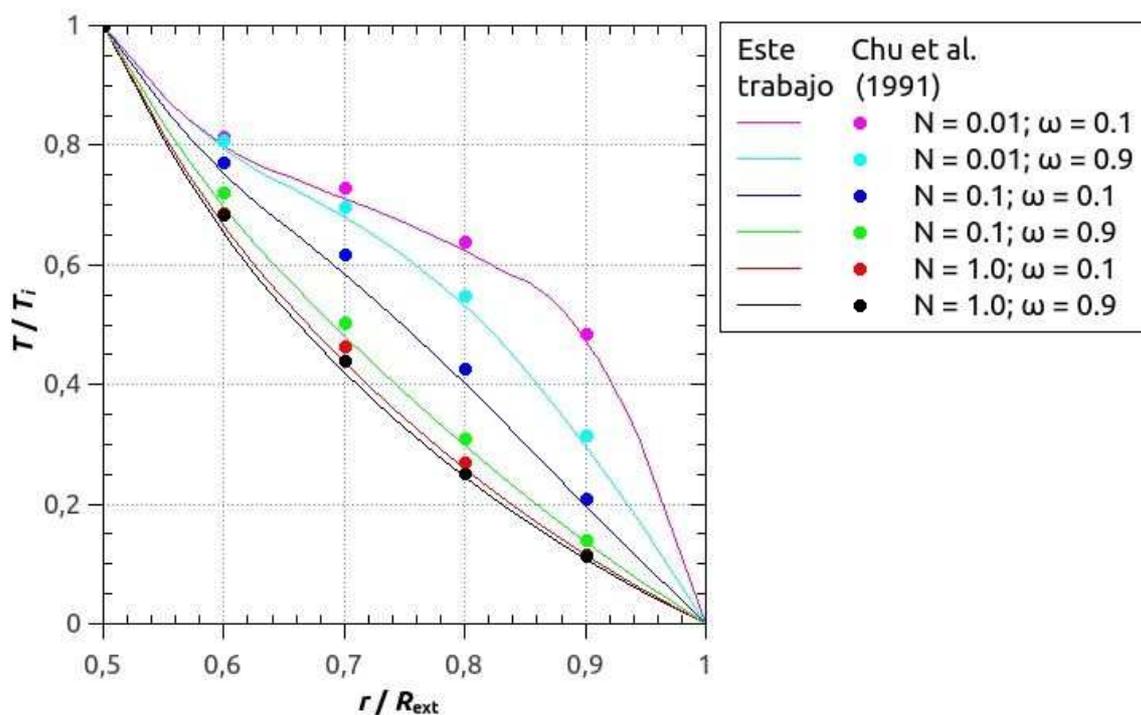


Figura 1: Efecto del parámetro conducción-radiación  $N$  y del albedo de dispersión isotrópica  $\omega$  en la temperatura para  $R_i=2\text{m}$ ,  $R_e=4\text{m}$ ,  $T_i=100\text{K}$ ,  $T_e=0\text{K}$ ,  $\epsilon_i=\epsilon_e=1$ ,  $\beta=1\text{m}^{-1}$ ,  $\omega=0.1;0.9$  y  $N=0.01;0.1;1.0$ .

En la [Figura 2](#) se presenta la influencia del parámetro conducción radiación  $N$  y el coeficiente de dispersión anisotrópica lineal  $a_1=-\frac{1}{3}(\text{B});0(\text{I});\frac{1}{3}(\text{F})$  a lo largo de la cavidad de radio interior  $R_i=2\text{m}$ , radio exterior  $R_e=4\text{m}$ , temperatura en la pared interior  $T_i=100\text{K}$  y exterior  $T_e=0\text{K}$ , emisividad de las paredes  $\epsilon_i=\epsilon_e=1$ , coeficiente de extinción  $\beta=1\text{m}^{-1}$ , albedo de dispersión  $\omega=0.9$  y parámetro conducción radiación  $N=0.01;0.1;1.0$ . Como en el caso anterior, al ser la pared interior

la única fuente de calor, la temperatura disminuye con el radio, además, la temperatura disminuye con el parámetro conducción radiación. La influencia de la dispersión anisotrópica es un poco difícil de observar, pero para dispersión anisotrópica hacia adelante, la temperatura es menor que en la dispersión isotrópica, y esta, menor que en la dispersión anisotrópica hacia atrás, esto se observa con más nitidez en la primera mitad de la cavidad, más cerca de la fuente de calor.

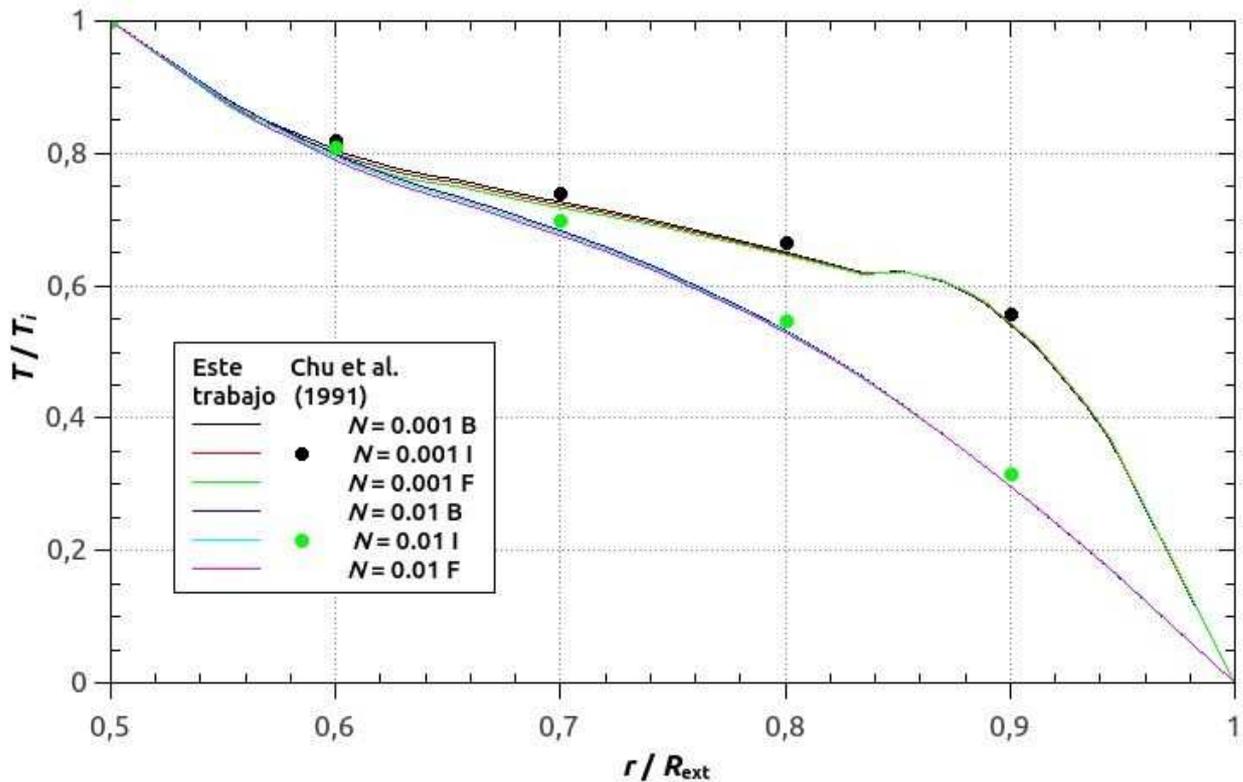


Figura 2: Efecto del parámetro conducción radiación  $N$  y de la dispersión anisotrópica lineal en la temperatura para  $R_i=2m$ ,  $R_e=4m$ ,  $T_i=100K$ ,  $T_e=0K$ ,  $\epsilon_i=\epsilon_e=1$ ,  $\beta=1m^{-1}$ ,  $\omega=0.9$  y  $N=0.01;0.1;1.0$ .

$\epsilon$	interior			exterior		
	B	I	F	B	I	F
Este trabajo						
1,0	0,19044	0,19601	0,20192	0,04357	0,04503	0,04658
0,5	0,09841	0,09987	0,10137	0,02026	0,02064	0,02103
Chu et al. (1991)						
1,0	0,1966	0,2146	0,2365	0,0438	0,0485	0,0542
0,5	0,1011	0,1055	0,1104	0,0203	0,0215	0,0228
Error %						
1,0	3,13	8,66	14,62	0,52	7,15	14,06
0,5	2,66	5,34	8,18	0,19	4,00	7,77

Tabla 1: Influencia de la emisividad de la superficie  $\epsilon$  y de la dispersión anisotrópica lineal en el flujo de calor radiante  $Q_r$  en las paredes de la cavidad con  $R_i=2m$ ,  $R_e=4m$ ,  $T_i=100K$ ,  $T_e=0K$ ,  $\beta=1m^{-1}$ ,  $\omega=0.9$  y  $N=0.01$ .

La [Tabla 1](#) muestra los flujos de calor en las paredes de la cavidad correspondientes a la

diferentes emisividades en las paredes de la cavidad y para los tres coeficientes de dispersión anisotrópica lineal para una cavidad de radio interior  $R_i=2\text{m}$ , radio exterior  $R_e=4\text{m}$ , temperatura en la pared interior  $T_i=100\text{K}$  y exterior  $T_e=0\text{K}$ , emisividad de las paredes  $\epsilon_i=\epsilon_e=0.5;1$ , coeficiente de extinción  $\beta=1\text{m}^{-1}$ , albedo de dispersión  $\omega=0.9$  y parámetro conducción radiación  $N=0.01$ . Se advierte que los mayores flujos de calor corresponden a una pared negra, debido a que no hay reflexión radiante interna, además, se observa que los flujos de calor para dispersión hacia atrás y adelante son menores y mayores, respectivamente, que los correspondientes al caso isotrópico, como es de esperar. También se muestran los errores relativos, los cuales se calculan, para todas los casos mostrados en este trabajo, usando el valor de la referencia como valor exacto.

La [Figura 3](#) muestra la influencia del albedo de dispersión  $\omega=0.0;0.5;0.9;1.0$  en la distribución de temperatura a lo largo de la cavidad de radio interior  $R_i=0.5\text{m}$ , radio exterior  $R_e=1\text{m}$ , temperatura en la pared interior  $T_i=100\text{K}$  y exterior  $T_e=50\text{K}$ , emisividad de las paredes  $\epsilon_i=\epsilon_e=1$ , coeficiente de extinción  $\beta=2\text{m}^{-1}$  y parámetro conducción radiación  $N=0.01$ . Se advierte que alrededor de la coordenada 0.33 se produce un cruce en las curvas de temperatura incrementándose los gradientes de temperatura en las cercanías de las paredes para los albedos de dispersión menores.

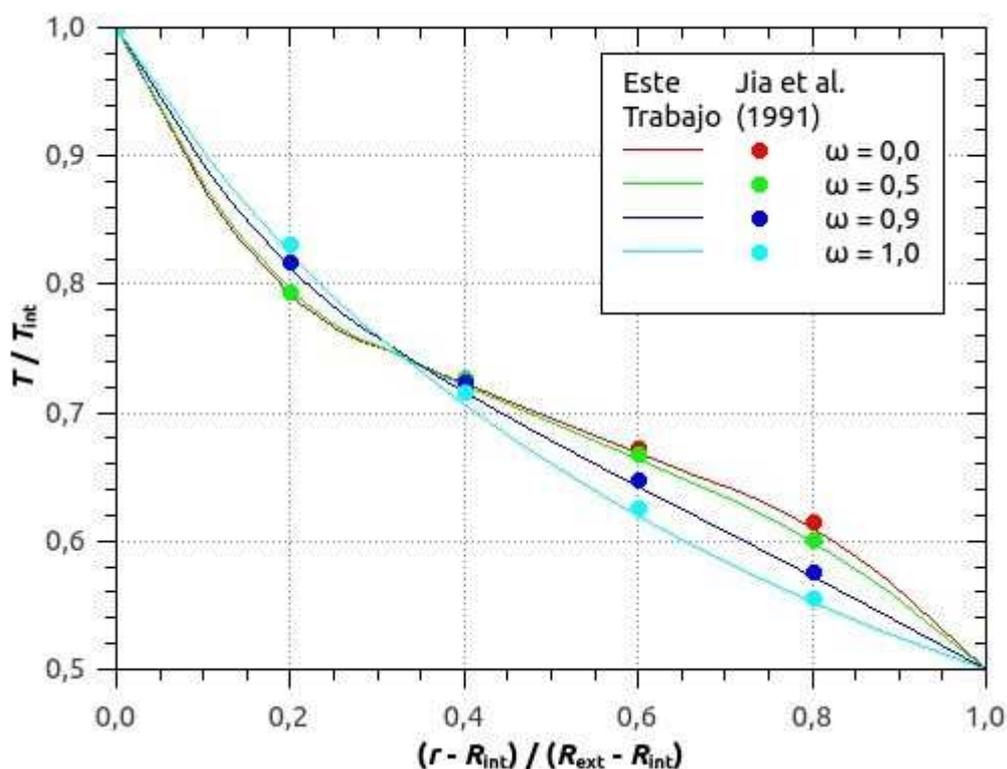


Figura 3: Efecto del albedo de dispersión  $\omega=0.0;0.5;0.9;1.0$  en la distribución de temperatura para  $R_i=0.5\text{m}$ ,  $R_e=1\text{m}$ ,  $T_i=100\text{K}$  y  $T_e=50\text{K}$ ,  $\epsilon_i=\epsilon_e=1$ ,  $\beta=2\text{m}^{-1}$  y  $N=0.01$ .

La [Figura 4](#) muestra la influencia de la fuente de calor  $Q$  en la distribución de temperatura a lo largo de la cavidad de radio interior  $R_i=0.5\text{m}$ , radio exterior  $R_e=1\text{m}$ , temperatura en la pared interior  $T_i=100\text{K}$  y exterior  $T_e=50\text{K}$ , emisividad de las paredes  $\epsilon_i=\epsilon_e=1$ , coeficiente de extinción  $\beta=2\text{m}^{-1}$  y parámetro conducción radiación  $N=0.1$ . Se observa, como es de esperar, que la

temperatura aumente con la fuente de calor haciéndolo con mayor intensidad en la región central de la cavidad de la cavidad.

En la [Tabla 2](#) se presentan los flujos de calor por conducción, radiación y total en las paredes de la cavidad de radio interior  $R_i=0.5\text{m}$ , radio exterior  $R_e=1\text{m}$ , temperatura en la pared interior  $T_i=100\text{K}$  y exterior  $T_e=50\text{K}$ , emisividad de las paredes  $\varepsilon_i=\varepsilon_e=1$ , coeficiente de extinción  $\beta=2\text{m}^{-1}$ , albedo de dispersión  $\omega=0.1;0.5;0.9$  y parámetro conducción radiación  $N=0.01;0.1;1.0$ . En las [Tablas 3](#) y [4](#) se presentan los resultados de [Hendi y Abulwafa \(2002\)](#) y [Aouled-Dlala et al. \(2007\)](#), respectivamente, quienes reprodujeron los resultados de [Jia et al. \(1991\)](#). Se observa que, para cada valor del parámetro conducción radiación, los flujos de calor por conducción disminuyen con el albedo de dispersión, debido a que se incrementa la interacción entre la radiación y la conducción, dando mayores gradientes de temperatura en las fronteras y menores en la región central de la cavidad, como se puede observar en la [Figura 3](#). Se aprecia, además, que los flujos de calor por conducción y radiación se incrementa con la disminución del parámetro conducción radiación para cada valor del albedo de dispersión, este comportamiento también se refleja en el flujo de calor total, pero de una manera mucho más marcada.

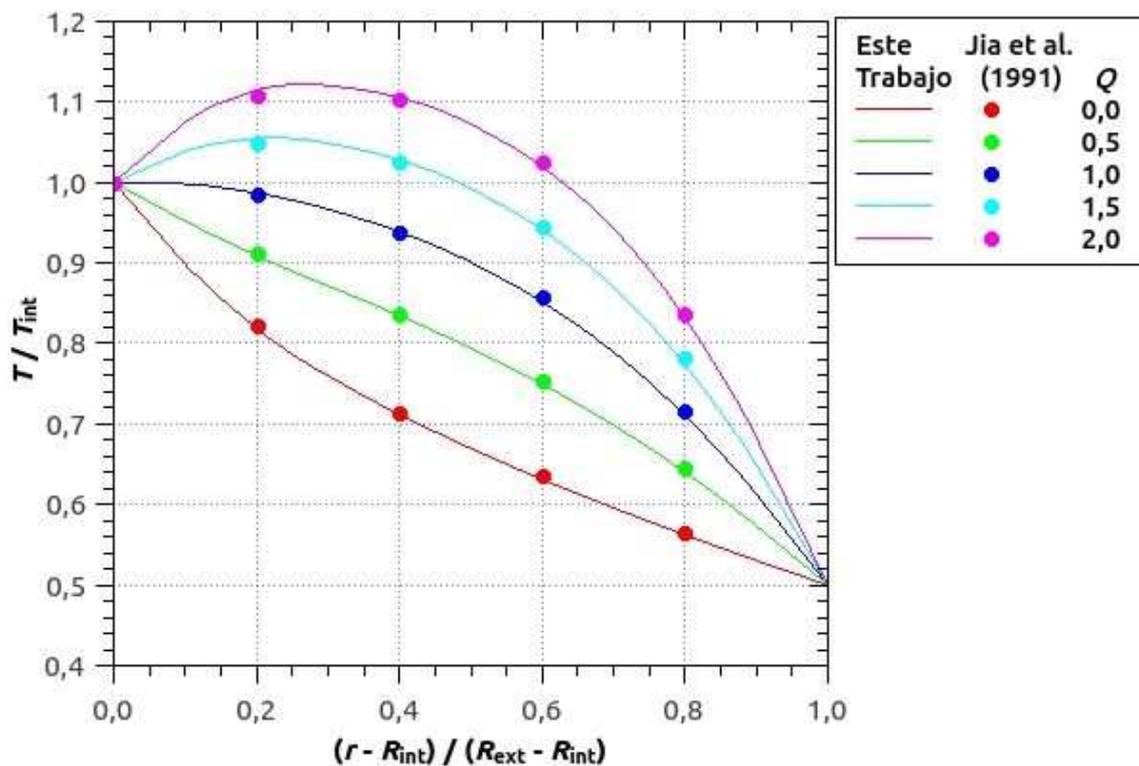


Figura 4: Influencia de la fuente de calor  $Q$  en la distribución de temperatura para  $R_i=0.5\text{m}$ ,  $R_e=1\text{m}$ ,  $T_i=100\text{K}$ ,  $T_e=50\text{K}$ ,  $\varepsilon_i=\varepsilon_e=1$ ,  $\beta=2\text{m}^{-1}$  y  $N=0.1$ .

La [Figura 5](#) muestra la influencia del parámetro de dispersión anisotrópica  $a_1$  en la distribución de temperatura en la cavidad de radio interior  $R_i=0.5\text{m}$ , radio exterior  $R_e=1\text{m}$ , temperatura en la pared interior  $T_i=0\text{K}$  y exterior  $T_e=100\text{K}$ , emisividad de las paredes  $\varepsilon_i=\varepsilon_e=0.8$ , coeficiente de extinción  $\beta=1\text{m}^{-1}$ , albedo de dispersión  $\omega=0.9$ , parámetro conducción radiación  $N=0.1$  y  $a_1=-0.58659;0;1.81517$  correspondiente a dispersión hacia atrás (B), isotrópico (I) y

hacia adelante (F) respectivamente. Se advierte que la temperatura aumenta con el radio ya que la única fuente de calor es la pared exterior y, como ocurre en el trabajo original, es prácticamente imposible diferenciar las tres curvas para los tres casos de dispersión analizados.

La [Figura 6](#) muestra la influencia del parámetro conducción radiación  $N$  en la distribución de temperatura en la cavidad de radio interior  $R_i=0.5\text{m}$ , radio exterior  $R_e=1\text{m}$ , temperatura en la pared interior  $T_i=50\text{K}$  y exterior  $T_e=100\text{K}$ , emisividad de las paredes  $\epsilon_i=\epsilon_e=0.8$ , coeficiente de extinción  $\beta=1\text{m}^{-1}$ , parámetro conducción radiación  $N=0.05;0.1;1.0$  con dispersión isotrópica y un albedo de dispersión variable con la coordenada  $r$  dado por las ecuaciones (13) y (14). Como es de esperar, la temperatura aumenta con el radio debido a que la pared exterior está más caliente que la interior, se advierte que la temperatura aumenta con la disminución del parámetro conducción radiación, lo que resulta lógico ya que al disminuir el parámetro conducción radiación se reduce la importancia de la conducción respecto a la radiación.

$N$	$\omega$	interior			exterior		
		$Q_c$	$Q_r$	$Q_t$	$Q_c$	$Q_r$	$Q_t$
Este trabajo							
1,00	0,1	1,92792	0,69745	2,27665	0,51257	0,15437	0,58976
	0,5	1,91290	0,70908	2,26745	0,50434	0,16389	0,58628
	0,9	1,89415	0,72268	2,25549	0,49248	0,17874	0,58185
0,10	0,1	2,23623	0,70002	5,73631	0,69737	0,15892	1,49196
	0,5	2,11409	0,70973	5,66276	0,63132	0,16624	1,46253
	0,9	1,94061	0,72264	5,55382	0,52675	0,17895	1,42149
0,01	0,1	3,51644	0,71280	39,15663	1,52056	0,17222	10,13141
	0,5	3,17850	0,71609	38,98293	1,29668	0,17452	10,02245
	0,9	2,34817	0,72282	38,48903	0,79120	0,18022	9,80201
<a href="#">Jia et al. (1991)</a>							
1,00	0,1	2,0562	0,7037	2,4080	0,5238	0,1564	0,6020
	0,5	2,0339	0,7230	2,3954	0,5156	0,1664	0,5988
	0,9	2,0073	0,7449	2,3797	0,5039	0,1821	0,5949
0,10	0,1	2,5166	0,7071	6,0519	0,7100	0,1606	1,5130
	0,5	2,3233	0,7240	5,9433	0,6426	0,1687	1,4858
	0,9	2,0728	0,7448	5,7970	0,5378	0,1823	1,4493
0,01	0,1	4,9547	0,7253	41,2209	1,6833	0,1724	10,3052
	0,5	4,0792	0,7333	40,7451	1,3934	0,1759	10,1863
	0,9	2,6546	0,7453	39,9189	0,8060	0,1835	9,9789
Error %							
1,00	0,1	6,24	0,89	5,45	2,14	1,30	2,03
	0,5	5,95	1,92	5,34	2,18	1,51	2,09
	0,9	5,64	2,98	5,22	2,27	1,84	2,19
0,10	0,1	11,14	1,00	5,21	1,78	1,05	1,39
	0,5	9,00	1,97	4,72	1,76	1,46	1,57
	0,9	6,38	2,98	4,20	2,05	1,84	1,92
0,01	0,1	29,03	1,72	5,01	9,67	0,11	1,69
	0,5	22,08	2,35	4,32	6,94	0,79	1,61
	0,9	11,54	3,02	3,58	1,84	1,79	1,77

Tabla 2: Influencia del parámetro conducción-radiación  $N$  y del albedo de dispersión  $\omega$  en los flujos de calor por conducción  $Q_c$ , radiación  $Q_r$  y total  $Q_t$  en las paredes de la cavidad con  $R_i=0.5\text{m}$ ,  $R_e=1\text{m}$ ,  $T_i=100\text{K}$ ,  $T_e=50\text{K}$ ,  $\epsilon_i=\epsilon_e=1$  y  $\beta=2\text{m}^{-1}$ .

N	ω	interior		exterior	
		Q <sub>c</sub>	Q <sub>r</sub>	Q <sub>c</sub>	Q <sub>r</sub>
<a href="#">Hendi y Abulwafa (2002)</a>					
1,00	0,1	1,0282	0,1759	0,2619	0,0391
	0,5	1,0176	0,1804	0,2578	0,0417
	0,9	1,0039	0,1861	0,2520	0,0456
0,10	0,1	1,2608	1,7662	0,3552	0,4015
	0,5	1,1677	1,8069	0,3216	0,4220
	0,9	1,0389	1,8610	0,2689	0,4561
Error %					
1,00	0,1	6,25	0,87	2,14	1,30
	0,5	6,01	1,73	2,18	1,74
	0,9	5,66	2,92	2,29	2,01
0,10	0,1	11,32	0,92	1,83	1,05
	0,5	9,48	1,80	1,85	1,52
	0,9	6,60	2,92	2,05	1,91

Tabla 3: Flujos de calor por conducción Q<sub>c</sub> y radiación Q<sub>r</sub> en las paredes de la cavidad, para las mismas condiciones de la [Tabla 2](#).

N	ω	DOM				FCT			
		interior		exterior		interior		exterior	
		Q <sub>c</sub>	Q <sub>t</sub>						
<a href="#">Aouled-Dlala et al. (2007)</a>									
1,00	0,1	2,0629	2,4149	0,5243	0,6037	2,0527	2,4112	0,5243	0,6028
	0,5	2,0606	2,4032	0,5161	0,6008	2,0312	2,3994	0,5160	0,5998
	0,9	2,0062	2,3892	0,5040	0,5973	2,0064	2,3851	0,5041	0,5963
0,10	0,1	2,4862	6,1279	0,7142	1,5319	2,4905	6,0889	0,7135	1,5222
	0,5	2,2978	6,0258	0,6462	1,5064	2,3022	5,9862	0,6457	1,4966
	0,9	2,0629	5,8924	0,5395	1,4731	2,0647	5,8507	0,5393	1,4627
0,01	0,1	4,9739	41,8609	1,7110	10,4667	4,9861	41,7625	1,7075	10,4406
	0,5	4,0765	41,7080	1,3984	10,4271	4,0868	41,2866	1,3929	10,3217
	0,9	2,6041	40,8963	0,8147	10,2240	2,6141	40,4739	0,8135	10,1185
Error %									
1,00	0,1	6,54	5,72	2,24	2,31	6,08	5,58	2,24	2,16
	0,5	7,17	5,65	2,28	2,42	5,82	5,50	2,26	2,25
	0,9	5,59	5,60	2,29	2,59	5,59	5,43	2,30	2,42
0,10	0,1	10,05	6,39	2,36	2,61	10,21	5,79	2,26	1,99
	0,5	7,99	6,02	2,30	2,91	8,17	5,40	2,23	2,28
	0,9	5,93	5,75	2,36	3,50	6,01	5,07	2,33	2,82
0,01	0,1	29,30	6,46	11,13	3,20	29,48	6,24	10,95	2,96
	0,5	22,03	6,53	7,27	3,88	22,23	5,58	6,91	2,90
	0,9	9,83	5,89	2,89	4,13	10,17	4,90	2,74	3,13

Tabla 4: Flujos de calor por conducción Q<sub>c</sub> y total Q<sub>t</sub> en las paredes de la cavidad, para las mismas condiciones de la [Tabla 2](#).

$$\omega(r) = 0.8 - 0.4 \frac{\beta r}{W_1} \tag{13}$$

$$W_1 = \beta (r_e^4 - r_i^4) / (r_e^3 - r_i^3) \tag{14}$$

La [Figura 7](#) muestra la influencia de la fuente de calor adimensional  $Q$  en la distribución de temperatura en la cavidad de radio interior  $R_i=0.5\text{m}$ , radio exterior  $R_e=1\text{m}$ , temperatura en la pared interior  $T_i=50\text{K}$  y exterior  $T_e=100\text{K}$ , emisividad de las paredes  $\epsilon_i=\epsilon_e=0.8$ , coeficiente de extinción  $\beta=1\text{m}^{-1}$ , parámetro conducción radiación  $N=0.1$ , con dispersión isotrópica y un albedo de dispersión que varía con la coordenada  $r$  dado por las ecuaciones (13) y (14). Como en el caso anterior, la temperatura aumenta con el radio debido a que la pared exterior está más caliente que la interior, las temperaturas crecen con el incremento de la fuente de calor en la zona central de la cavidad y su diferencia se reduce al acercarse a las paredes isotérmicas.

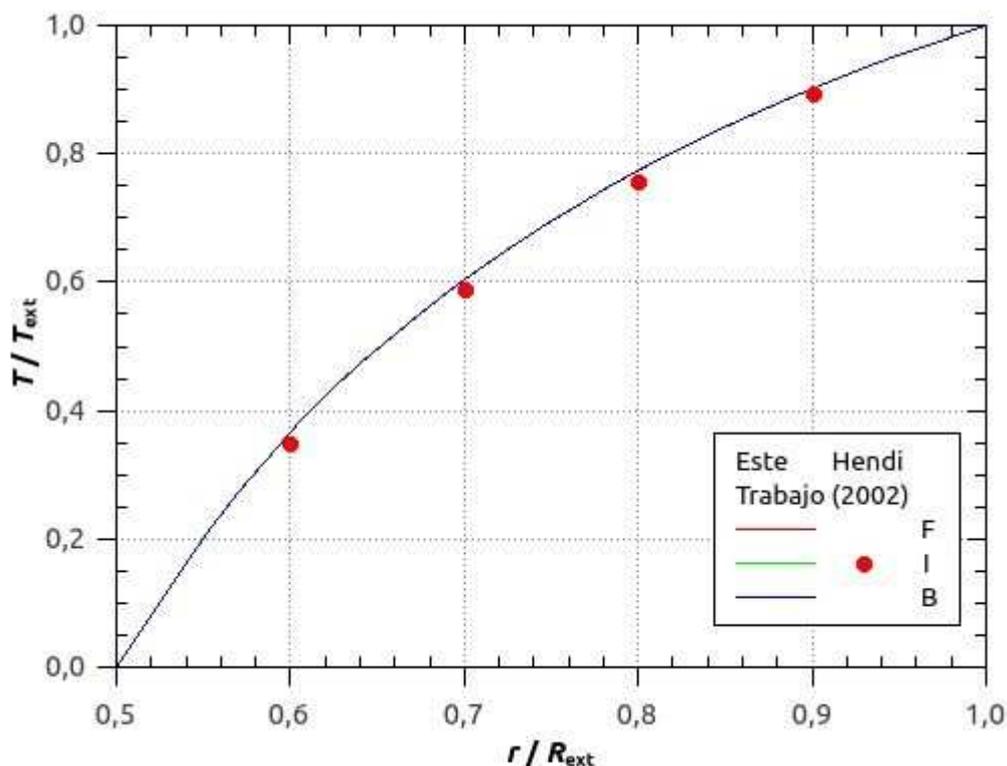


Figura 5: Efecto de la dispersión anisotrópica en la distribución de temperatura para  $R_i=0.5\text{m}$ ,  $R_e=1\text{m}$ ,  $T_i=0\text{K}$ ,  $T_e=100\text{K}$ ,  $\epsilon_i=\epsilon_e=0.8$ ,  $\beta=1\text{m}^{-1}$ ,  $\omega=0.9$ ,  $N=0.1$  y  $a_1=-0.58659;0;1.81517$ .

La [Tabla 5](#) muestra la distribución de temperatura en la cavidad de radio interior  $R_i=0.5\text{m}$ , radio exterior  $R_e=1\text{m}$ , temperatura en la pared interior  $T_i=50\text{K}$  y exterior  $T_e=100\text{K}$ , emisividad de las paredes  $\epsilon_i=\epsilon_e=0.8$ , coeficiente de extinción  $\beta=1\text{m}^{-1}$ , parámetro conducción radiación  $N=0.1$ , fuente de calor interna  $Q=0.5$  con dispersión isotrópica I ( $a_1=0$ ) y anisotrópica lineal hacia adelante F ( $a_1=1.81517$ ) y hacia atrás B ( $a_1=-0.58659$ ) y un albedo de dispersión que varía con la coordenada  $r$  dados por las ecuaciones (14-18). Del análisis de error se aprecia que el error máximo no supera el 1.91% y el error medio es del 0.7%.

$$\omega_1(r) = \frac{2\beta r}{3W_1} \quad (15)$$

$$\omega_2(r) = 0.8 - 0.4 \frac{\beta r}{W_1} \quad (16)$$

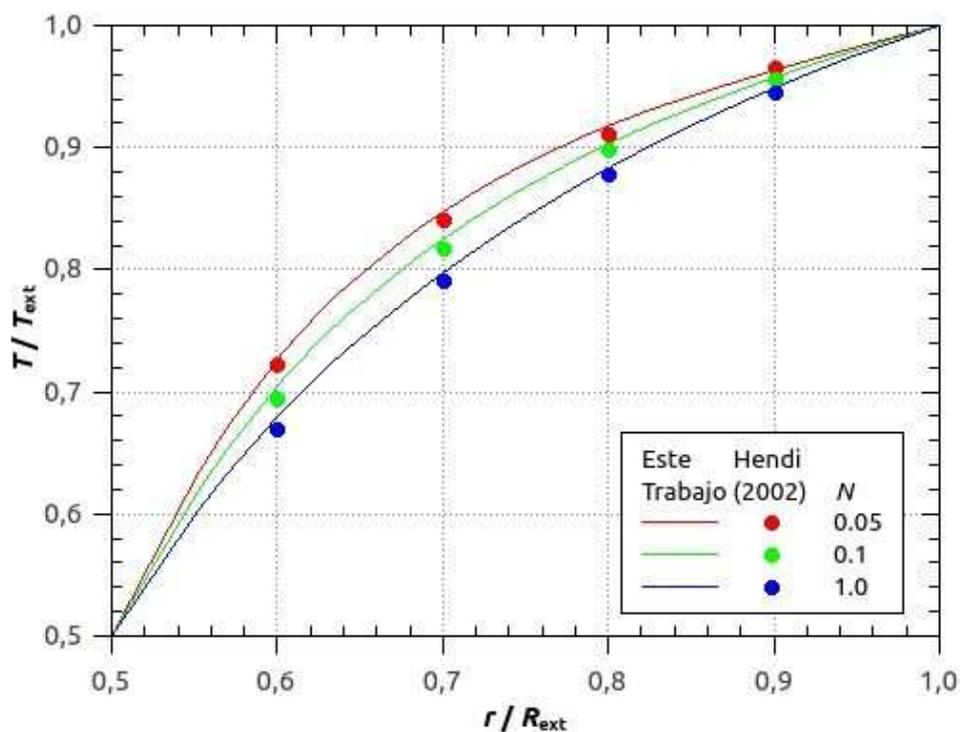


Figura 6: Influencia del parámetro conducción radiación  $N$  en la distribución de temperatura para  $R_i=0.5m$ ,  $R_e=1m$ ,  $T_i=50K$ ,  $T_e=100K$ ,  $\epsilon_i=\epsilon_e=0.8$ ,  $\beta=1m^{-1}$ ,  $N=0.05;0.1;1.0$  con dispersión isotrópica y  $\omega(r)$ .

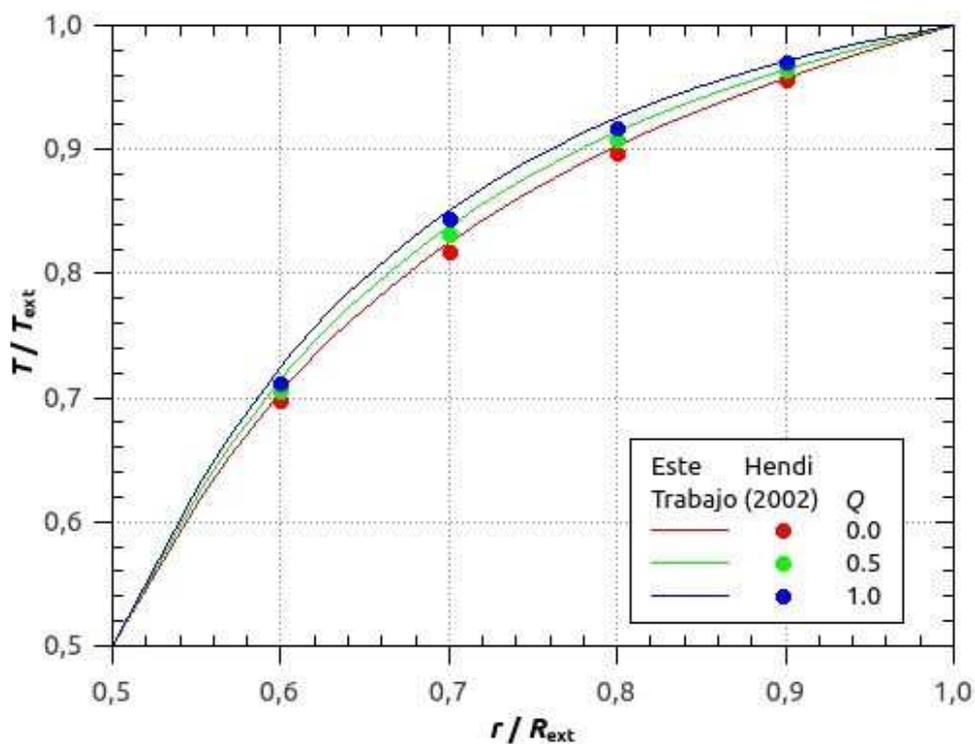


Figura 7: Efecto de la fuente de calor adimensional  $Q$  en la distribución de temperatura para  $R_i=0.5m$ ,  $R_e=1m$ ,  $T_i=50K$ ,  $T_e=100K$ ,  $\epsilon_i=\epsilon_e=0.8$ ,  $\beta=1m^{-1}$ ,  $N=0.1$ , con dispersión isotrópica y  $\omega(r)$ .

$r$	$\omega_1(r)$			$\omega_2(r)$			$\omega_3(r)$		
	F	I	B	F	I	B	F	I	B
Este trabajo									
0,500	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000
0,550	0,62542	0,62461	0,62436	0,62095	0,62040	0,62024	0,62354	0,62285	0,62264
0,600	0,72246	0,72119	0,72081	0,71591	0,71506	0,71480	0,71974	0,71867	0,71834
0,650	0,79111	0,78975	0,78933	0,78488	0,78397	0,78370	0,78860	0,78745	0,78709
0,700	0,83678	0,83549	0,83509	0,83162	0,83077	0,83052	0,83477	0,83368	0,83335
0,750	0,88075	0,87965	0,87931	0,87700	0,87632	0,87611	0,87934	0,87842	0,87814
0,800	0,91499	0,91414	0,91387	0,91246	0,91195	0,91179	0,91406	0,91336	0,91314
0,850	0,93631	0,93565	0,93545	0,93449	0,93412	0,93401	0,93564	0,93511	0,93495
0,900	0,96596	0,96563	0,96552	0,96494	0,96478	0,96474	0,96558	0,96532	0,96524
0,950	0,98449	0,98434	0,98429	0,98400	0,98394	0,98393	0,98430	0,98419	0,98416
1,000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
Hendi v Abulwafa (2002)									
0,500	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000	0,50000
0,550	0,61886	0,61803	0,61777	0,61580	0,61515	0,61495	0,61760	0,61685	0,61662
0,600	0,70863	0,70743	0,70707	0,70376	0,70288	0,70261	0,70664	0,70559	0,70527
0,650	0,77741	0,77614	0,77575	0,77176	0,77090	0,77064	0,77512	0,77403	0,77370
0,700	0,83097	0,82980	0,82944	0,82539	0,82468	0,82446	0,82873	0,82776	0,82747
0,750	0,87351	0,87254	0,87224	0,86866	0,86813	0,86796	0,87158	0,87080	0,87057
0,800	0,90807	0,90732	0,90709	0,90439	0,90401	0,90390	0,90663	0,90605	0,90587
0,850	0,93680	0,93628	0,93611	0,93448	0,93422	0,93415	0,93592	0,93551	0,93539
0,900	0,96118	0,96085	0,96075	0,96013	0,95996	0,95991	0,96081	0,96054	0,96046
0,950	0,98210	0,98194	0,98189	0,98194	0,98184	0,98181	0,98207	0,98193	0,98189
1,000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
Error %									
0,500	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,550	1,05	1,05	1,06	0,83	0,85	0,85	0,95	0,96	0,97
0,600	1,91	1,91	1,91	1,70	1,70	1,71	1,82	1,82	1,82
0,650	1,73	1,72	1,72	1,67	1,67	1,67	1,71	1,70	1,70
0,700	0,69	0,68	0,68	0,75	0,73	0,73	0,72	0,71	0,71
0,750	0,82	0,81	0,80	0,95	0,93	0,93	0,88	0,87	0,86
0,800	0,76	0,75	0,74	0,88	0,87	0,87	0,81	0,80	0,80
0,850	0,05	0,07	0,07	0,00	0,01	0,01	0,03	0,04	0,05
0,900	0,50	0,49	0,49	0,50	0,50	0,50	0,49	0,50	0,50
0,950	0,24	0,24	0,24	0,21	0,21	0,22	0,23	0,23	0,23
1,000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabla 5: Influencia de la dispersión anisotrópica lineal y del albedo de dispersión  $\omega$  en la distribución de temperatura  $T$  a lo largo del radio  $r$  de la cavidad para  $R_i=0.5m$ ,  $R_e=1m$ ,  $T_i=50K$ ,  $T_e=100K$ ,  $\epsilon_i=\epsilon_e=0.8$ ,  $\beta=1m^{-1}$ ,  $N=0.1$  y  $Q=0.5$ .

La [Tabla 6](#) muestra los flujos de calor por conducción y radiación en las paredes de la cavidad para las mismas condiciones de la [Tabla 5](#). Se advierte que, en general, los errores para los flujos de calor son mayores que para la temperatura dados en la [Tabla 5](#), el error máximo para los flujos de calor es del 16.93% para conducción y del 11.34% para radiación, y los errores medios son del 9.83% para conducción y del 5.98% para radiación.

## 2. Esfera

En esta sección se muestran resultados correspondientes a emisión difusa desde la pared de la esfera, con o sin generación de calor, y dispersión isotrópica. Se reproducen los seis problemas

propuestos de [Siewert y Thomas \(1991\)](#) para un albedo de dispersión  $\omega=0.9$ , temperatura en la pared  $T_e=100K$  y coeficiente de extinción  $\beta=1m^{-1}$ , el resto de los datos originales se muestran en la [Tabla 7](#).

$r$	$\omega_1(r)$			$\omega_2(r)$			$\omega_3(r)$		
	F	I	B	F	I	B	F	I	B
Este trabajo									
$Q_c$									
0,50	2,55459	2,53516	2,52920	2,43403	2,42078	2,41677	2,50195	2,48537	2,48029
1,00	-0,30733	-0,31003	-0,31086	-0,31852	-0,31915	-0,31932	-0,31162	-0,31344	-0,31401
$Q_r$									
0,50	1,45528	1,39403	1,37529	1,51644	1,43894	1,41548	1,48191	1,41330	1,39239
1,00	-0,57549	-0,55240	-0,54535	-0,54521	-0,52223	-0,51523	-0,56288	-0,53974	-0,53269
<a href="#">Hendi y Abulwafa (2002)</a>									
$Q_c$									
0,50	2,67015	2,65014	2,64402	2,53307	2,51957	2,51547	2,60917	2,59216	2,58697
1,00	0,35137	0,35362	0,35432	0,37246	0,37270	0,37277	0,35935	0,36077	0,36121
$Q_r$									
0,50	1,42405	1,36445	1,34623	1,48207	1,40852	1,38622	1,44984	1,38402	1,36397
1,00	0,52635	0,50419	0,49741	0,48549	0,46349	0,45681	0,50957	0,48744	0,48069
Error %									
$Q_c$									
0,50	4,52	4,54	4,54	4,07	4,08	4,08	4,29	4,30	4,30
1,00	14,33	14,06	13,98	16,93	16,78	16,74	15,32	15,10	15,03
$Q_r$									
0,50	2,15	2,12	2,11	2,27	2,11	2,07	2,16	2,07	2,04
1,00	8,54	8,73	8,79	10,95	11,25	11,34	9,47	9,69	9,76

Tabla 6: Influencia de la dispersión anisotrópica lineal y del albedo de dispersión  $\omega$  en los flujos de calor de conducción  $Q_c$  y radiación  $Q_r$  en las paredes de la cavidad con  $R_i=0.5m$ ,  $R_e=1m$ ,  $T_i=50K$ ,  $T_e=100K$ ,  $\epsilon_i=\epsilon_e=0.8$ ,  $\beta=1m^{-1}$ ,  $N=0.1$  y  $Q=0.5$ .

	Problema					
	1	2	3	4	5	6
$\epsilon$	0,80	0,90	0,90	0,90	0,90	1,0
$R_e$	1,00	0,50	0,050	0,50	5,00	5,0
$N$	0,050	0,050	0,00050	0,0050	0,50	0,10
$H$	1,50	100,0	4000,0	40,0	0,40	1,0

Tabla 7: Parámetros originales correspondientes a los seis problemas planteados por [Siewert y Thomas \(1991\)](#).

Prob	Este trabajo		<a href="#">Siewert y Thomas (1991)</a>		Error %	
	$Q_c$	$Q_r$	$Q_c$	$Q_r$	$Q_c$	$Q_r$
1	0,349556	0,149387	0,350169	0,149831	-0,18	-0,30
2	11,668674	5,010769	11,617800	5,048850	0,44	-0,76
3	52,623972	14,083884	52,453900	14,212700	0,32	-0,91
4	3,152907	3,476954	3,190080	3,476590	-1,18	0,01
5	0,396160	0,268583	0,399335	0,267331	-0,80	0,47
6	0,507845	1,132635	0,543128	1,123540	-6,95	0,80

Tabla 8 : Flujos de calor por conducción  $Q_c$  y radiación  $Q_r$  en la superficie de la cavidad para  $\omega=0.9$ ,  $T_e=100K$  y  $\beta=1m^{-1}$ .

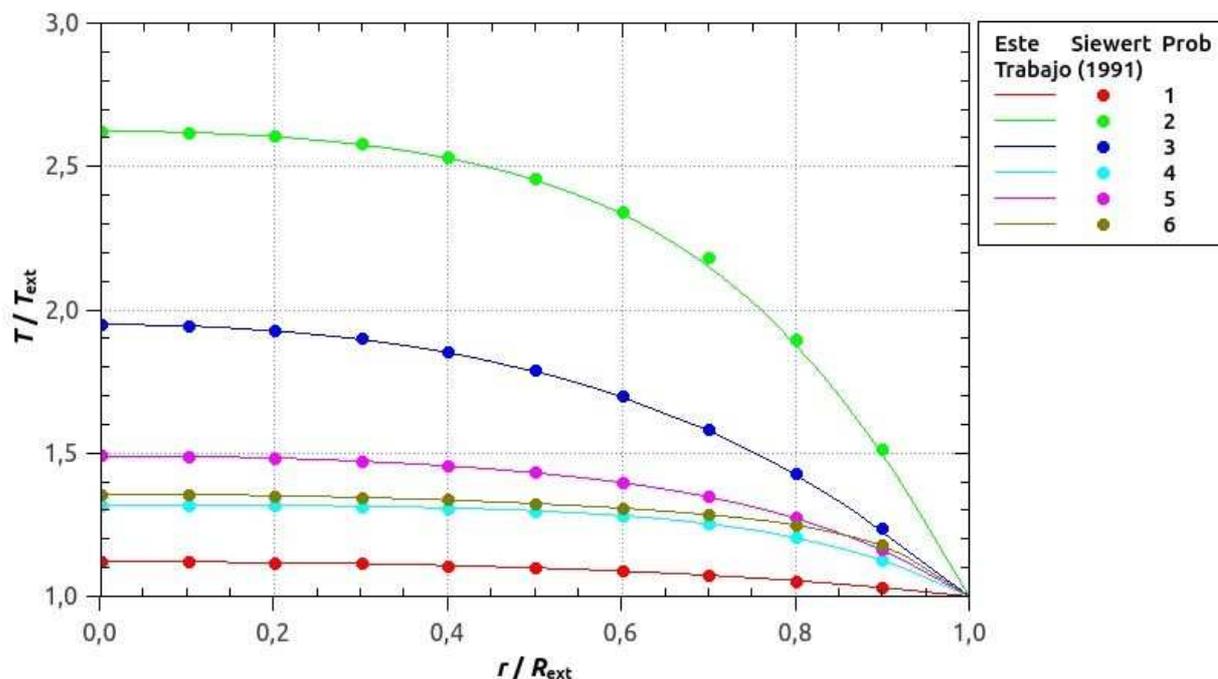


Figura 8: Distribución de temperatura a lo largo de la cavidad para los seis problemas propuestos por [Siewert y Thomas \(1991\)](#).

La [Figura 8](#) muestra la distribución de temperatura a lo largo de la cavidad para los seis problemas propuestos por [Siewert y Thomas \(1991\)](#). Se advierte que la temperatura disminuye con el radio, desde un máximo en el centro de la cavidad hasta el mínimo en la pared de la cavidad esférica, esto se puede explicar por el hecho que en los seis problemas existe una fuente de calor uniformemente distribuida en el medio que rellena la cavidad.

La [Tabla 8](#) muestra los flujos de calor por conducción y radiación en la pared de la cavidad para los seis problemas propuestos por [Siewert y Thomas \(1991\)](#). Se advierte que los errores en los flujos de calor por conducción y radiación están por debajo del 1.18% y del 0.91%, a excepción del flujo de calor por conducción correspondiente al Problema 6 que alcanza el 6.95%.

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha desarrollado un código computacional para el cálculo de la transferencia de calor por conducción y radiación combinadas en cavidades esféricas multidimensionales con paredes grises, difusas y reflectantes, rellenas con un medio gris absorbente, emisor y anisotrópicamente dispersante.

Se ha utilizado el método de los volúmenes finitos para resolver las ecuaciones de la conducción y de la transferencia radiante junto con una expansión de los polinomios de Legendre para tener en cuenta los efectos de la dispersión anisotrópica.

Se han reproducido una gran cantidad de configuraciones geométricas y térmicas existentes en la literatura y se ha evaluado la influencia de los parámetros radiantes más importantes.

Los resultados obtenidos fueron comparados con los resultados existentes en la literatura, donde se han usado métodos numéricos diferentes para resolver las ecuaciones de la conducción

del calor y de la transferencia radiante.

De la comparación de resultados se puede concluir que las herramientas computacionales desarrolladas en este trabajo proporcionan resultados con un grado de precisión aceptable.

El análisis de resultados permite concluir que la metodología de cálculo, desarrollada en este trabajo, se puede aplicar a configuraciones térmicas, no incluidas en este estudio, con un amplio margen de seguridad.

Se ha verificado nuevamente la capacidad del método de los volúmenes finitos para resolver problemas de transferencia de calor y radiación térmica combinadas, siendo totalmente confiable y preciso para resolver las configuraciones térmicas analizadas en este trabajo.

## Referencias

- Aouled-Dlala N., Sghaier T., Seddiki E., Numerical solution of radiative and conductive heat transfer in concentric spherical and cylindrical media, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 107, pp. 443–457, 2007.
- Brewster M. Q., *Thermal radiative transfer and properties*, John Wiley & Sons, 1992.
- Chu Hsin-Sen, Weng Ling-Chia, Tseng Chung-Jen, Combined Conduction and radiation in absorbing, emitting and anisotropically-scattering, concentric, spherical media, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Volume 46, Issue 4, October 1991, Pages 251–257.
- Hendi A.A., Abulwafa E.M., Heat transfer in a spherical turbid medium with conduction and radiation, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Volume 75, Issue 5, Pages 647–659, 1 December 2002.
- Jia G., Yener Y., Cipolla Jr J. W., Radiation between two concentric spheres separated by a participating medium, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 46, pp. 11–19, 1991.
- Jones P. D., Bayazitoglu Y., Combined radiation and conduction from a sphere in a participating medium, *Proceedings of the Ninth International Heat Transfer Conference*, vol. 6, pp. 397-402, Hemisphere, Washington D.C., 1990.
- Kim M. Y., Baek S. W., Lee C. Y., Prediction of radiative heat transfer between two concentric spherical enclosures with the finite volume method, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, Issues 19–20, Pages 4820–4828, 2008a.
- Kim M. Y., Cho J. H., Baek S. W., Radiative heat transfer between two concentric spheres separated by a two-phase mixture of non-gray gas and particles using the modified discrete-ordinates method, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol. 109, Issue 9, Pages 1607–1621, 2008b.
- Li Ben-Wen, Sun Ya-Song and Zhang Da-Wei, Chebyshev Collocation Spectral Methods for Coupled Radiation and Conduction in a Concentric Spherical Participating Medium, *J. Heat Transfer* 131(6), 2009.
- Mishra S. C., Sahai H., Analyses of non-Fourier heat conduction in 1-D cylindrical and spherical geometry – An application of the lattice Boltzmann method, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 55, Issues 23–24, November 2012, Pages 7015–7023
- Mishra S. C., Sahai H., Analysis of non-Fourier conduction and volumetric radiation in a concentric spherical shell using lattice Boltzmann method and finite volume method, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 68, January 2014, Pages 51-66

- Mishra S. C., Stephen A., Combined mode conduction and radiation heat transfer in a spherical geometry with non-Fourier effect, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 54, Issues 13–14, June 2011, Pages 2975–2989.
- Modest M. F., *Radiative heat transfer*, Mc Graw-Hill, 1993.
- Rebollo D, Análisis de la radiación térmica con dispersión anisotrópica de Mie en cavidades bidimensionales mediante el método de los volúmenes finitos, XVIII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, Tandil, Buenos Aires, Argentina, Noviembre del 2009.
- Rebollo D., Análisis de la radiación térmica con dispersión anisotrópica en placas planas, I Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica, Bahía Blanca, Buenos Aires, Argentina, Octubre del 2008a.
- Rebollo D., Olivera M., Romero C., Simulación numérica de la radiación térmica no gris del vapor de H<sub>2</sub>O en un medio plano, II Segundo Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica, San Juan, Argentina, Noviembre del 2010.
- Rebollo D., Rodriguez C., Análisis de la radiación térmica no gris del dióxido de carbono en un medio plano no isotérmico, XIX Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones (ENIEF 2011), Rosario, Argentina, Noviembre del 2011.
- Rebollo D., Simulación Numérica de la Radiación Térmica con Dispersión Anisotrópica de Mie mediante el Método de los Volúmenes Finitos, XVI Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, Córdoba, Argentina, Octubre del 2007.
- Daniel Rebollo. “Soluciones Benchmark para el Problema de la Transferencia de Calor por Convección Natural en Cavidades Bidimensionales a Diferentes Temperaturas”. XVI Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, Córdoba, Argentina, Octubre del 2007.
- Rebollo D., Simulación numérica de la radiación térmica de gases no grises en cavidades multidimensionales, XVII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, San Luis, Argentina, Noviembre del 2008b.
- Rebollo D., Simulación numérica de la radiación térmica de gases no grises en un medio plano, XVIII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, Tandil, Buenos Aires, Argentina, Noviembre del 2009a.
- Rebollo, D.; Velasco, M.; Bocca, J. C., Predicción de la radiación térmica en cavidades esféricas con el método de los volúmenes finitos, XXI Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones ENIEF 2014, Septiembre del 2014, Bariloche, Argentina, ISSN 1666-6070.
- Sghaier T., Sifaoui M. S., Soufiani A., Study of radiation in spherical media using discrete ordinates method associated with the finite Legendre transform, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 64, pp. 339–351, 2000.
- Siegel R., Howell J. R., *Thermal Radiation Heat Transfer*, Taylor & Francis, 1992.
- Siewert C. E., Thomas Jr. J. R., On coupled conductive-radiative heat-transfer problems in a sphere, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Volume 46, Issue 2, August 1991, Pages 63–72.
- Viskanta R. and Merriam R. L., Heat Transfer by Combined Conduction and Radiation Between Concentric Spheres Separated by Radiating Medium, *J. Heat Transfer* 90(2), 248-255, 1968.