

DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA À COMPRESSÃO DE AGREGADOS LEVES EM CONCRETOS DE AGREGADOS LEVES USANDO SIMULAÇÕES DE ELEMENTOS FINITOS

Pedro Henrique Garcia^a, Flávia de Souza Bastos^c, Leonardo Goliatt da Fonseca^c, Aldemon Lage Bonifácio^b, Michele Resende Farage^c, Anne Lise Beaucour^d e Sophie Ortola^e

^a*Mestrando em Modelagem Computacional, Universidade Federal de Juiz de Fora, Rua José Lourenço Kelmer, s/n - Bairro São Pedro - CEP: 36036-900 - Juiz de Fora - MG, pedro.garcia@engenharia.ufjf.br*

^b*Doutorando em Modelagem Computacional, Universidade Federal de Juiz de Fora, Rua José Lourenço Kelmer, s/n - Bairro São Pedro - CEP: 36036-900 - Juiz de Fora - MG, aldemon.bonifacio@engenharia.ufjf.br*

^c*Departamento de Mecânica Aplicada e Computacional, Universidade Federal de Juiz de Fora, Rua José Lourenço Kelmer, s/n - Bairro São Pedro - CEP: 36036-900 - Juiz de Fora - MG.*

^d*University of Cergy-Pontoise, Laboratoire de Mécanique et Matériaux du Génie Civil, EA4114, F-95000, Cergy-Pontoise, France*

^e*Université Paris Ouest Nanterre la Défense, Laboratoire Energétique Mécanique Electromagnétisme (LEME), EA4416, 50 rue de Sèvres, 92410, Ville d'Avray, France*

Palavras Chave: Simulação Computacional, Concreto de agregado leve, Fck, Problema Inverso.

Resumo. O concreto de agregado leve é usado em todo o mundo e é conhecido pelo seu baixo peso específico seco e sua alta capacidade de isolamento térmico e acústico. Um dos desafios relacionados a esse tipo de concreto é obter as propriedades mecânicas do agregado leve presente neste concreto. Devido ao seu reduzido tamanho, há dificuldades em se encontrar testes experimentais que quantifiquem diretamente as propriedades deste material. Uma alternativa é a aplicação de métodos matemáticos e computacionais para resolver o problema. O estudo tem como objetivo obter a resistência característica à compressão do agregado leve usando técnicas que combinem simulações de um ensaio uniaxial de compressão por meio de elementos finitos e um procedimento computacional inverso. As entradas do problema são a curva granulométrica, as propriedades elásticas e plásticas conhecidas da argamassa e do concreto, a porcentagem de agregados e as devidas condições de contorno para um modelo mecânico computacional representativo em duas dimensões. Em mesoescala, foi considerado um modelo bifásico, formado pela argamassa e agregados de formato circular e as simulações foram feitas no *software* Abaqus®. A proposta emerge como uma alternativa para a determinação da resistência à compressão dos agregados leves em um concreto de agregado leve, ao criar um método puramente computacional para resolver o problema em questão sem o uso de formulações matemáticas complexas, como os outros métodos comumente encontrados na literatura.

1 INTRODUÇÃO

Há diversos tipos de concretos e normas para classifica-los e a composição básica de um concreto, em mesoescala, é formada por 2 fases: argamassa (cimento, areia e água) e agregados graúdos (brita, pedregulhos e outros). Dentre todos os tipos de concretos, podemos encontrar o concreto de agregado leve, caracterizado por ter uma massa específica seca menor que $1200\text{kg}/\text{m}^3$, de acordo com a NBR 8953 (ABNT, 2015). Chandra e Berntsson (2002) cita que uma das vantagens deste tipo de concreto é sua alta capacidade de isolamento térmico nos edifícios, um menor custo de demolição, a redução dos resíduos da construção quando comparado com o concreto normal e da redução do peso da superestrutura, que pode trazer uma redução na fundação, no tempo e nos custos da obra e em alguns casos, pode diminuir a espessura da parede e no telhado. Por causa das vantagens práticas do concreto de agregado leve, sua demanda vem crescendo e pesquisas tem sido conduzidas em todo o mundo com o fim de desenvolver concretos estruturais de alta performance (Chandra e Berntsson, 2002).

Os agregados leves que podem ser utilizados em concretos leves estruturais geralmente são feitos de expansão de argila, xisto ou ardósia. Pela Fig.1(a) é possível observar, da esquerda para a direita, quatro diferentes tipos de agregados leves (argila expandida, poliestireno, ardósia e xisto). Já a Fig.1(b), demonstra um corte de um corpo de prova de concreto de agregado leve.

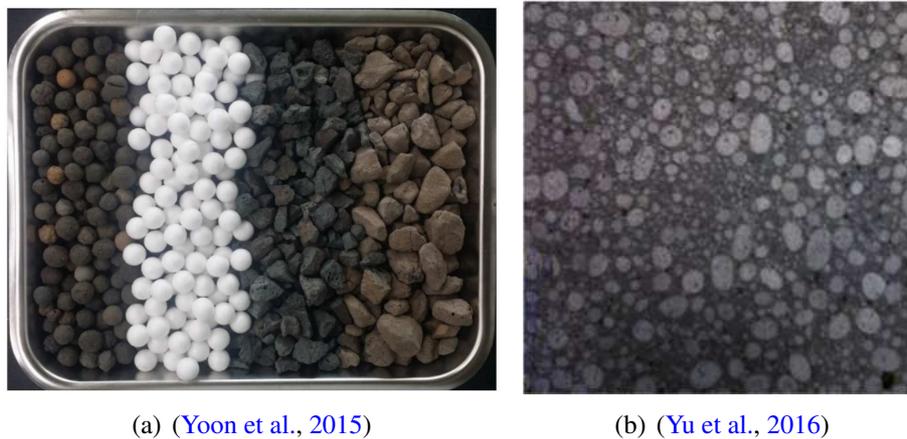


Figura 1: Diferentes tipos de agregados leves (a) e Corpo de prova de concreto de agregados leves (b)

Ao contrário dos concretos tradicionais, no concreto de agregado leve o agregado é a fase mais frágil, por onde a ruptura começa (Ke et al., 2009). A Ruptura dos corpos de prova é, portanto, caracterizada por um ou mais planos paralelos à aplicação da carga e pelo fracionamento de agregados (Arnould et al. (1986), Neville et al. (2000)). Os principais fatores que influenciam a resistência à compressão do concreto de agregado leve são as propriedades dos agregados e a composição do concreto. Para um melhor entendimento deste concreto, faz-se necessário um melhor estudo do agregado e suas propriedades mecânicas. Dentre as propriedades mecânicas mais utilizadas está seu módulo de elasticidade (E) e sua resistência característica à compressão (Fck). Segundo a NBR 5739 (ABNT, 2007) é possível obter o fck do agregado leve por meio de um ensaio de compressão de corpos cilíndricos e através da curva tensão-deformação é possível achar seu módulo de elasticidade e a resistência á compressão. Existe uma relação direta entre a resistência do concreto de agregado leve e a constituição e propriedades dos agregados.

É possível encontrar alguns ensaios e métodos na literatura para encontrar propriedades mecânicas de agregados. Em se tratando de módulo de elasticidade, um dos métodos comumente

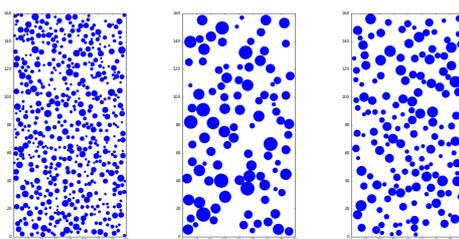
empregados obtém o módulo de elasticidade dinâmico do agregado (FIP, 1983), calculado a partir de medidas ultrassônicas e encontrado pela relação entre a massa específica da partícula e seu respectivo módulo de elasticidade. A desvantagem é que na formulação da metodologia, somente se considera o peso específico da partícula, desconsiderando seu formato, tamanho ou outras características do material. Métodos micromecânicos também são utilizados para prever o módulo de elasticidade de agregados, como no trabalho de Yang (1997), tendo como limitações o uso de fórmulas complexas com dificuldades de aplicações na prática (Cui, 2007). Um exemplo é o modelo de Mori-Tanaka, baseado na teoria da composição dos materiais (Nilsen et al., 1995). Outro exemplo é o método do agregado central usado por Chen (2003), onde a partir de um agregado posicionado no centro de um corpo de prova de concreto, é obtida uma fórmula em função das propriedades elásticas conhecidas da argamassa e do concreto.

Segundo Coutinho (1999), quando se utilizam agregados de origem até então nunca experimentada, ou ainda no caso de agregados leves, dispõe-se de alguns ensaios que permitem avaliar a resistência do agregado, tais como : determinação da tensão de ruptura da rocha originária, ensaios de compressão confinada sobre alguns grupos de partículas pra medir a resistência ao esmagamento por meio da NBR 9938 (ABNT, 2013), ensaios sobre partículas individuais, ensaios comparativos sobre concretos idênticos composto de um agregado cujo comportamento é conhecido e outros com o agregado em estudo (Coutinho, 1988). Um técnica usual de ensaios sobre partículas individuais para obter propriedades mecânicas de materiais é a indentação instrumentalizado e diversas pesquisas se utilizam desta técnica (Loubet et al. (1984); Stone et al. (1988); Li e Bhushan (2002)) com o objetivo de resolver problemas envolvendo dureza, ultramicrodureza e nanodureza. Segundo Antunes (2006), um dos equipamentos conhecido como DSI (“*Depth Sensing Indentation*”) representa um dos progressos mais marcantes do desenvolvimento deste tipo de ensaio, pois além da dureza calculada pelo traçado da curva de carga-descarga, determina-se também o módulo de elasticidade e a resistência do material.

O objetivo deste trabalho é determinar a resistência à compressão do agregado leve para alguns casos de curvas granulométricas, por meio de um procedimento inverso em um modelo elasto-plástico, perfeitamente plástico, com as devidas condições de contorno, porcentagens de agregados, módulo de elasticidade e fck_m da argamassa e do concreto (E_m , fck_m , E_c e fck_c) e módulo de elasticidade do agregado leve (E_a).

2 MÓDELO GEOMÉTRICO E CONDIÇÕES DE CONTORNO

É possível visualizar na Fig.2 exemplos de corpos de prova com 25% de agregados para curvas granulométricas diferentes. O modelo geométrico é bidimensional e representa 1/4 da seção longitudinal de um corpo de prova cilíndrico de 160mmx320mm, com 80x160mm.



(a) Curva 1 (b) Curva 3 (c) Curva 5

Figura 2: Modelos geométricos com 25% de agregados para algumas curvas granulométricas

Os agregados foram considerados circulares e através de um código em Python foram geradas as coordenadas dos pontos e o raio dos círculos, de acordo com a curva granulométrica escolhida, de forma a posicionar e dimensionar os agregados no modelo. O modelo foi baseado no trabalho de [Bonifácio et al. \(2014\)](#). A cada nova inserção, calculavam-se as distâncias aos vizinhos mais próximos, para verificar se havia colisão entre os agregados e, no caso positivo, fazia-se o reposicionamento para a nova inserção.

Para uma melhor confiabilidade dos resultados, foram reproduzidos 3 corpos de prova para cada uma das 5 curvas granulométricas diferentes, com fim à obtenção da média dos resultados para cada curva. É possível encontrar informações sobre os agregados em cada curva analisada no trabalho pela Tab.1 e as curvas da Fig.3, representam a dimensão de cada peneira em *mm* e a porcentagem de passantes em cada uma delas. As curvas de 1 a 3 são de agregados com argila expandida e as curvas 4 e 5 de agregados com xisto.

Curva	Agregado	Grãos(mm)	$\rho(\text{kg/m}^3)$ ¹	$\rho_{seca}(\text{kg/m}^3)$ ²	Abs. Agua (%)	$Peso_{granel}(\text{kg/m}^3)$
1	0/4 650A	0-4	1,22	0,93	24,2	600
2	4/10 550A	4-10	1,13	0,92	19,4	560
3	4/10 430 A	4-10	0,88	0,74	14,2	455
4	4/10 520S	4-10	1,03	0,9	8,3	493
5	4/10 470S	4-8	1,71	1,58	6,7	877

¹Massa específica

²Massa específica seca

Tabela 1: Detalhes das curvas granulométricas ([Farage et al., 2009](#))

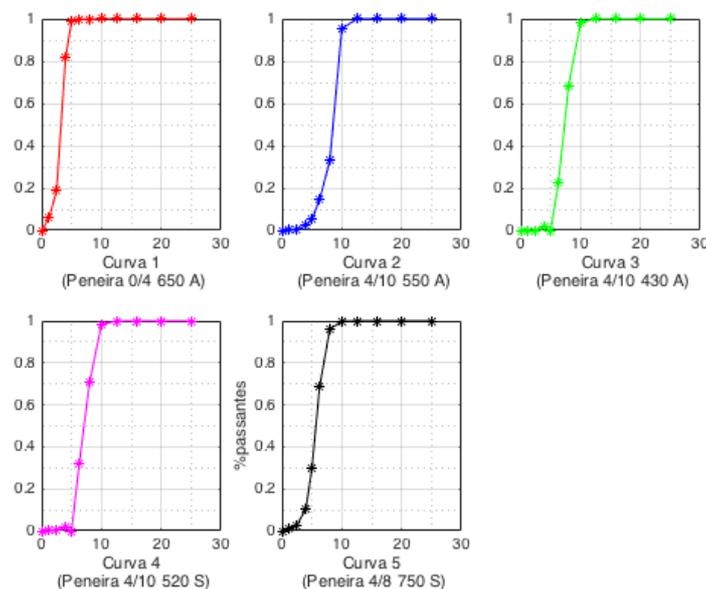


Figura 3: Gráficos das porcentagens de passantes para as 5 curvas granulométricas

Foram gerados os corpos de prova para quatro porcentagens de agregados diferentes (12.5, 25, 37.5 ou 45% de agregado) e aplicado de acordo com os dados presente na literatura, totalizando 180 modelos computacionais para análise. Em relação às condições de contorno e simetria do modelo, foi imposto um deslocamento vertical de 0,6mm para baixo no topo da seção e os deslocamentos foram impedidos nos nós situados nas arestas inferior e lateral esquerda, simulando uma compressão do corpo de prova no regime elasto-plástico. Em relação

à simetria, já que o modelo considerado não é um corpo de revolução, devido às inclusões de agregados, não se trata de um problema axissimétrico. Como o corpo de prova é comprimido na direção longitudinal e se alarga nas outras direções, temos uma abordagem sob estado plano de tensões. Por fim, com a definição do modelo geométrico e suas propriedades, o próximo passo consistiu na implementação da malha de elementos finitos e em uma análise de convergência desta.

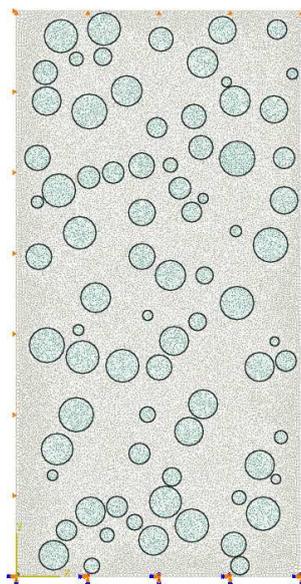


Figura 4: Condições de Contorno para um Corpo de Prova com 25% de Agregado e Curva do Tipo 2

Em relação à malha, utilizaram-se elementos quadrilaterais lineares de 4 nós. Efetuou-se um refinamento progressivo na região dos agregados, até se encontrar a convergência dos resultados. A partir de malhas com número de elementos em torno de 50 mil, como mostrado na Fig. 5, é possível observar pouca variação na propriedade observada.



Figura 5: Convergência da Malha para 25% de agregados leves

Ao fim, o tamanho adotado de cada elemento na região dos agregados foi de 0.5mm. Para todos as porcentagens de agregados testadas, o ponto de convergência girou em torno de 80-100 mil elementos.

2.1 PROPOSIÇÃO DE UM PROCEDIMENTO INVERSO

Neste trabalho, trata-se de um problema inverso, pois o que se conhece experimentalmente é o desempenho da força de resistência à compressão de um corpo de prova de concreto e da argamassa e o intuito é o de se determinar a propriedade de resistência à compressão de uma das fases, referente aos agregados.

Para a solução do problema foi utilizado um método inverso de penalização iterativo. A entrada considerada foi uma curva granulométrica com a devida porcentagem (V_a) de agregados leves presente no corpo de prova, o módulo de elasticidade da argamassa (E_{mexp}) e do concreto experimental (E_{cexp}), a resistência à compressão da argamassa (fck_{mexp}) e do concreto experimental (fck_{cexp}) são fornecidas pelo operador do programa no código externo ao software, além de uma estimativa inicial da força de resistência à compressão do agregado leve (fck_{anum}). Como saída teremos o fck do concreto de agregado leve (fck_{cnum}). Ao comparar o fck do concreto encontrado com o valor experimental informado, é possível encontrar a diferença ao quadrado entre estes valores pela Eq.1. A partir desta diferença, iterativamente vai se incrementando ou decrementando o valor do fck do agregado leve pela Eq.2, a depender do sinal da diferença obtido. O resultado é encontrado ao se chegar a um critério de parada, que representa a diferença ao quadrado entre o valor do fck do concreto encontrado numericamente e o valor do fck do concreto experimental, menor ou igual a 0,001%. Gastou-se em média de 3 a 9 iterações para encontrar o resultado de cada caso analisado.

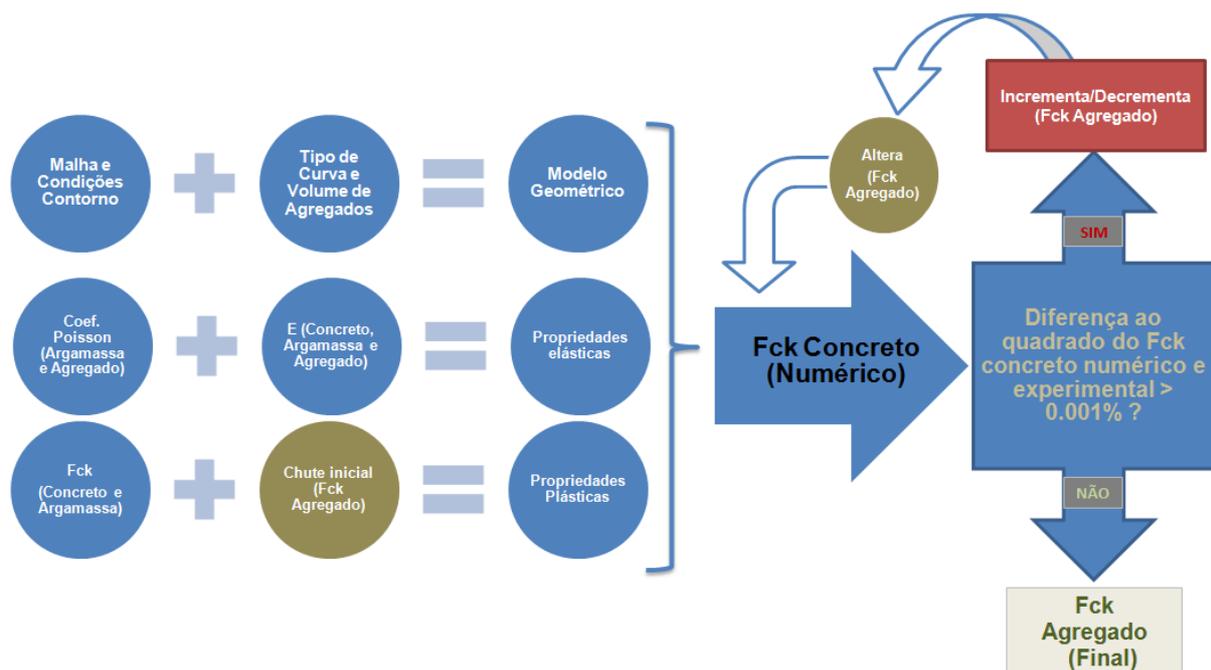


Figura 6: Esquema do Procedimento Inverso

$$f = 100 * \left(\frac{fck_{cexp} - fck_{cnum}}{fck_{cexp}} \right)^2 \quad (1)$$

$$h = h \pm 0.4 * f \quad (2)$$

3 VALIDAÇÃO DO MODELO

A validação do modelo foi obtida parcialmente tomando-se como base os ensaios experimentais em regime elástico realizados por [Shi et al. \(2016\)](#) para corpos de prova de concreto normal que utiliza brita como agregado. Essa referência foi escolhida por ser a brita um material de propriedades normalmente conhecidas a partir de ensaios realizados com a rocha originária, o que aumenta a confiabilidade da validação. O procedimento inverso proposto foi aplicado a partir das propriedades elásticas do concreto e da argamassa conhecidas e dos devidos incrementos/decrementos calculados por meio da comparação do módulo de elasticidade do concreto numérico com o módulo de elasticidade do concreto encontrado na literatura, com fim a obter uma previsão numérica do módulo de elasticidade da brita. Foi adotado o mesmo coeficiente de Poisson obtido pelo trabalho de referência e não foi analisada esta propriedade no presente estudo. Os dados experimentais de [Shi et al. \(2016\)](#), representados pelo coeficientes de Poisson da argamassa (ν_m) e da brita (ν_a), as porcentagens de agregados ($V_a(\%)$), os módulos de elasticidade da argamassa e da brita (E_{mexp} e E_{aexp}), bem como a média dos valores do módulo de elasticidade do agregado encontrados para os modelos computacionais (E_{anum}), gerados com 5 curvas granulométricas diferentes, acoplados ao procedimento inverso adotado e a sua diferença percentual ($\Delta(\%)$) para o valor de referência podem ser vistos na Tab.2. Tais resultados satisfatórios motivaram a continuidade da aplicação do método proposto a agregados leves. No entanto, futuramente, caberá a tentativa de validação compreendendo o comportamento do concreto em regime elasto-plástico.

$V_a(\%)$	ν_a	ν_m	E_m (MPa)	E_{aexp}	E_{anum}	$\Delta(\%)$
18	0.171	0.14	28300	69000	67191,07	2,622
25	0.171	0.14	28300	69000	68668,59	0,48
28	0.171	0.14	28300	69000	69023,47	-0,03
30	0.171	0.14	28300	69000	69708,65	-1,03
35	0.171	0.14	28300	69000	71781,00	-4,04
40	0.171	0.14	28300	69000	72872,67	-5,61

Tabela 2: Validação do modelo : Resultados para um modelo bifásico com brita de [Shi et al. \(2016\)](#).

4 APLICAÇÃO DO MODELO A AGREGADOS LEVES

Os dados utilizados foram extraídos de [Ke \(2008\)](#). O autor utilizou para a resolução do problema de obtenção do fck do agregado um método de homogeneização iterativa, baseado em modelos matemáticos micromecânicos de [Arnould et al. \(1986\)](#). Os volumes de agregados utilizados foram de 12.5, 25, 37.5 e 45 %, considerando um modelo de 2 fases. O autor apresenta na resolução do problema 3 argamassas diferentes (M8, M9 e M10), com suas propriedades elásticas e plásticas presentes na Tab.3. A Tab.4 mostra alguns dos dados para a argamassa M10 encontrados pelos autores.

Arg.	ν_m	E_m	fck_m
M8	0,2	28588	40,18
M9	0,2	33183	64,18
M10	0,2	35397	85,96

Tabela 3: Argamassas utilizadas ([Ke, 2008](#)).

Curva	E_a	$V_a(\%)$	$fck_{c,exp}$	$fck_{a,num}$
1	9913	12,5	70,2	33,9
1	9913	45	42,4	27,8
2	11993	12,5	64,6	35,2
2	11993	37,5	38,9	26,2
3	9277	12,5	62,8	29,5
3	9277	25	46,4	24,4
4	12470	25	59,5	36,7
4	12470	45	42,3	30,6
5	29697	37,5	75,4	71,5
5	29697	45	73,2	69,3

Tabela 4: Alguns dados presentes em Ke (2008) para argamassa M10.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foram encontrados 60 resultados, por meio das 5 curvas granulométricas, 4 porcentagens de agregados e 3 argamassas diferentes utilizados no presente trabalho. Os resultados dos fck's dos agregados podem ser visualizados em negrito pela Tab.5 e a Fig.7 nos mostra as médias dos resultados das 4 porcentagens de agregados (12.5, 25, 37.5 e 45%) para cada curva granulométrica e argamassa (M8, M9 e M10). Nota-se que para todos os caso a média do fck do agregado encontrado foi maior, quanto maior o fck e o módulo de elasticidade da argamassa para uma mesma curva granulométrica, sendo possível notar que a argamassa influi nos resultados. Essa influência pode ser justificada pela condição de confinamento exercida pela argamassa sob o agregado. Cabe ressaltar que o resultado não está representando uma propriedade intrínseca do material, como se esperava a princípio, e sim uma medida associada ao conjunto que compõem uma determinada distribuição granulométrica. Uma alternativa é o estudo de um fator de correção para determinar as propriedades mecânicas dos agregados, excluindo-se a influência da curva granulométricas.

Médias obtidas de cada curva granulométrica

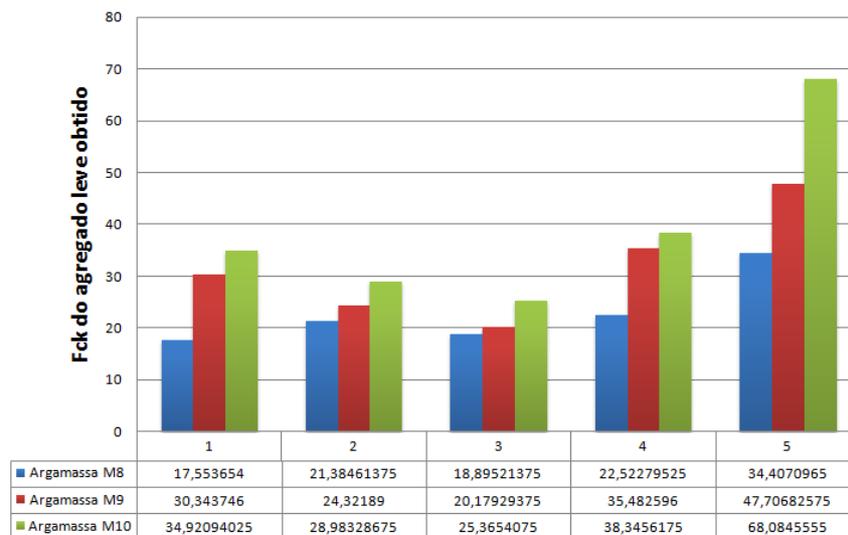


Figura 7: Médias dos resultados para cada CP e curva granulométrica

A Fig.8 apresenta as diferenças percentuais entre os resultados encontrados em (Ke, 2008) com a metodologia proposta. A diferença média de todos os 60 resultados comparados com a

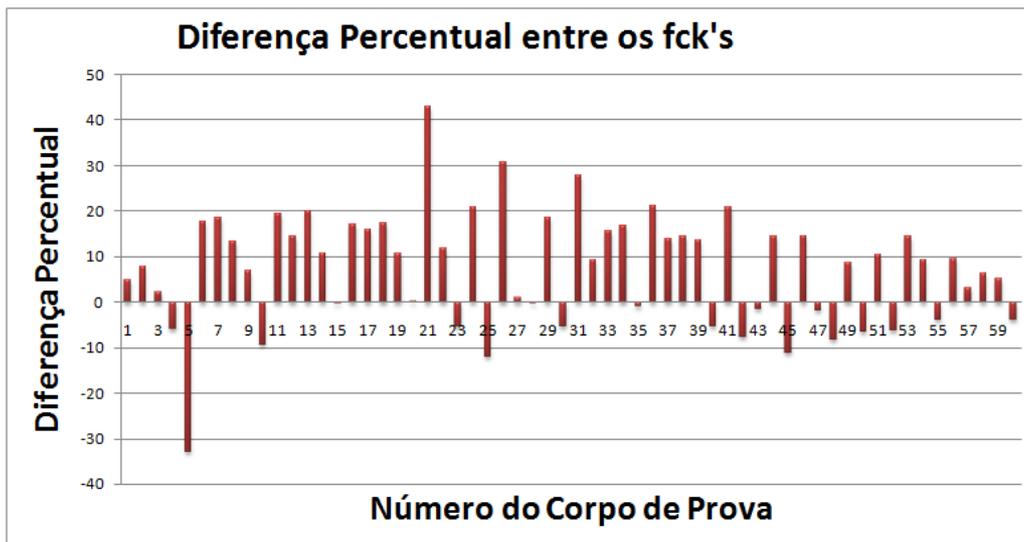


Figura 8: Diferenças Percentuais comparadas com Ke (2008).

literatura foi de 7,33% com um desvio padrão de 12,48% e um desvio médio de 9,94%. Foi observado uma diferença percentual muito acima da média entre os resultados encontrados para as curvas 1 e 4 no caso da argamassa M9 e para um caso de 12,5% de agregados para a curva 5 com argamassa M8. É necessário um melhor estudo de causa para esses casos citados.

É possível visualizar pela Fig.9 as comparações utilizando as três argamassas e a média para as 4 porcentagens de agregados estudadas (12.5, 25, 37.5 e 45%) para cada uma das cinco curvas granulométricas presentes no trabalho. Nota-se que há uma concordância entre os resultados, principalmente para o caso da argamassa M10 e uma divergência maior de comportamento para a curva 1 e 4 da argamassa M9. Para os casos utilizando argila expandida (Curvas de 1 a 3) o resultado da média obtida foi maior que o encontrado na literatura. Já para o caso do xisto, o resultado da literatura encontrou um maior valor para a curva 5 nas três argamassas.

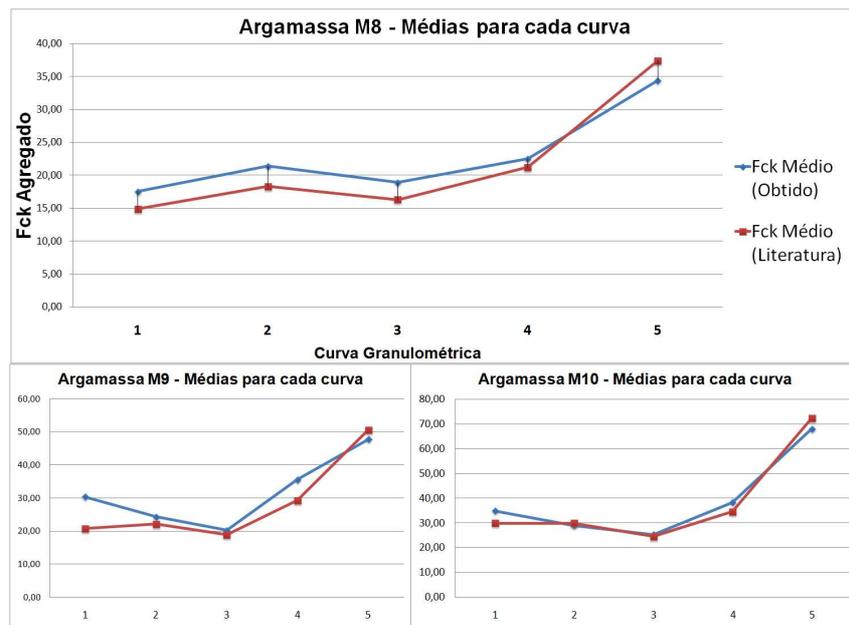


Figura 9: Comparação das médias obtidas em cada curva para cada argamassa em relação à Ke (2008).

CP	Curva	V_a	Arg	$fck_c(exp)$	$fck_c(num)$	E_a	$fck_a(num)$
1	1	12,5	M8	36,46	36,47	6470,00	16,09
2	2	12,5	M8	39,03	38,95	8030,00	20,71
3	3	12,5	M8	37,17	37,18	7183,00	17,18
4	4	12,5	M8	38,07	38,05	10077,00	20,51
5	5	12,5	M8	42,31	42,24	20273,00	27,06
6	1	25	M8	30,81	30,78	6470,00	17,94
7	2	25	M8	33,99	33,96	8030,00	22,86
8	3	25	M8	32,18	32,09	7183,00	19,05
9	4	25	M8	35,20	35,19	10077,00	23,50
10	5	25	M8	42,00	41,95	20273,00	33,47
11	1	37,5	M8	27,16	27,19	6470,00	18,47
12	2	37,5	M8	28,63	28,62	8030,00	20,48
13	3	37,5	M8	27,80	27,80	7183,00	20,00
14	4	37,5	M8	39,14	39,05	10077,00	23,05
15	5	37,5	M8	43,12	41,23	20273,00	38,43
16	1	45	M8	24,90	24,83	6470,00	17,71
17	2	45	M8	27,80	27,72	8030,00	21,48
18	3	45	M8	25,80	25,75	7183,00	19,35
19	4	45	M8	28,80	28,86	10077,00	23,03
20	5	45	M8	42,60	42,55	20273,00	38,67
21	1	12,5	M9	56,40	56,24	7140,00	40,01
22	2	12,5	M9	50,90	50,78	9620,00	28,89
23	3	12,5	M9	45,60	45,71	8313,00	19,55
24	4	12,5	M9	55,70	55,57	11363,00	39,33
25	5	12,5	M9	59,40	59,21	25347,00	46,62
26	1	25	M9	44,21	44,18	7140,00	29,57
27	2	25	M9	36,37	36,40	9620,00	20,39
28	3	25	M9	36,41	36,52	8313,00	18,55
29	4	25	M9	50,42	50,53	11363,00	37,90
30	5	25	M9	57,69	57,51	25347,00	49,25
31	1	37,5	M9	37,30	37,24	7140,00	27,45
32	2	37,5	M9	32,80	32,72	9620,00	22,36
33	3	37,5	M9	29,70	29,64	8313,00	20,29
34	4	37,5	M9	41,70	41,61	11363,00	33,51
35	5	37,5	M9	56,20	56,03	25347,00	51,03
36	1	45	M9	33,20	33,16	7140,00	24,35
37	2	45	M9	33,60	33,62	9620,00	25,65
38	3	45	M9	30,80	30,85	8313,00	22,32
39	4	45	M9	38,40	38,39	11363,00	31,19
40	5	45	M9	50,00	49,94	25347,00	43,94
41	1	12,5	M10	70,06	70,23	9913,00	42,84
42	2	12,5	M10	64,43	64,63	11993,00	32,66
43	3	12,5	M10	62,65	62,84	9277,00	29,03
44	4	12,5	M10	70,50	70,72	12470,00	45,54
45	5	12,5	M10	81,47	81,71	29697,00	68,35
46	1	25	M10	55,60	55,50	9913,00	35,23
47	2	25	M10	50,30	50,24	11993,00	29,62
48	3	25	M10	46,40	46,38	9277,00	22,53
49	4	25	M10	59,50	59,41	12470,00	40,17
50	5	25	M10	78,00	78,21	29697,00	68,44
51	1	37,5	M10	45,15	45,02	9913,00	30,91
52	2	37,5	M10	38,92	38,90	11993,00	24,64
53	3	37,5	M10	39,39	39,27	9277,00	26,98
54	4	37,5	M10	47,59	47,52	12470,00	35,45
55	5	37,5	M10	75,40	75,20	29697,00	68,79
56	1	45	M10	42,44	42,31	9913,00	30,71
57	2	45	M10	39,51	39,52	11993,00	29,02
58	3	45	M10	33,95	33,98	9277,00	22,92
59	4	45	M10	42,27	42,21	12470,00	32,23
60	5	45	M10	73,20	73,02	29697,00	66,76

Tabela 5: Resultados para o fck do agregado leve.

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Para a grande parte dos resultados dos fck's de agregado leve, foi possível encontrar resultados condizentes ao se comparar com a metodologia utilizada no artigo de (Ke, 2008) e em alguns casos pontuais encontramos uma diferença comparativa percentual que precisa de um melhor estudo. Apesar disso, como os métodos encontrados na literatura para obter o fck do agregado leve são numéricos e/ou matemáticos e os experimentos/equipamentos ainda não estão normatizados para efeitos de comparação e aferição de erros e incertezas, não é elementar concluir a respeito dos resultados. Logo, não é possível afirmar que uma diferença de resultados é capaz de desqualificar o modelo e a metodologia proposta emerge como uma alternativa para a resolução do problema inverso em questão, já que foi utilizado um modelo simples (elasto-plástico) em comparação com modelos complexos e robustos utilizados na literatura, além de apresentar uma facilidade de aplicação. Uma observação importante é que o trabalho precisa de uma análise estatística mais elaborada, sendo assim, é necessário aumentar a amostragem dos corpos de prova e assim realizar testes estatísticos, como o ANOVA, para se ter uma maior confiabilidade das comparações apresentadas. Para trabalhos futuros, é interessante fazer um estudo separado levando em consideração a influência da curva granulométrica, da porcentagem de agregados, do módulo de elasticidade e da resistência à compressão da argamassa e do concreto, bem como incorporar um modelo mais robusto, ao considerar a porosidade dos agregados e da argamassa e até mesmo aplicar um modelo 3D.

7 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio concedido pelas seguintes agências: CNPq, CAPES, FAPESP e à Universidade Federal de Juiz de Fora.

REFERÊNCIAS

- ABNT. NBR 5739:2007 - Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2007.
- ABNT. NBR 9938:2013 - Agregados — Determinação da resistência ao esmagamento de agregados graúdos — Método de ensaio. Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2013.
- ABNT. NBR 8953:2015 - Concreto para fins estruturais - Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência. Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2015.
- Antunes J.M.A. A indentação de materiais maciços e filmes finos: modelação e análise inversa. 2006.
- Arnould M., Virlogeux M., ALBENQUE M., COUGNY G., BERTRANDY R., GAUDON P., STRUILLON R., COQUILLAT G., LEJEUNE C., LESAGE R., et al. *Granulats et bétons légers*. 1986.
- Bonifácio A.L., Cunha F.M., Mendes J.C., Farage M.C., Barbosa F.S., e Ortola S. Aplicação de um modelo bidimensional na avaliação da resistência à compressão de agregados leves. 2014.
- Chandra S. e Berntsson L. *Lightweight aggregate concrete*. Elsevier, 2002.
- Chen H.J. Evaluating elastic modulus of lightweight aggregate. 2003.
- Coutinho A.S. Concrete production and properties. 1988.
- Coutinho J.d.S. Agregados para argamassas e betões. *Materiais de Construção*, 1, 1999.
- Cui H.Z. *Mechanical properties of lightweight aggregate concrete—effect of lightweight aggregate on the concrete*. Tesis de Doutorado, City University of Hong Kong, 2007.
- Farage M.C.R., Beaucour A.L., Barra L.P.d.S., Ke Y., Sanábio D.F.d.S., e Ferreira A.P.G. Mul-

- tiscale modeling of the elastic moduli of lightweight aggregate concretes: numerical estimation and experimental validation. *Rem: Revista Escola de Minas*, 62(4):455–462, 2009.
- FIP d.l.P. *FIP manual of lightweight aggregate concrete*. Surrey University Press, 1983.
- Ke Y. *Caractérisation du comportement mécanique des bétons de granulats légers: expérience et modélisation*. Tesis de Doutorado, Cergy-Pontoise, 2008.
- Ke Y., Beaucour A., Ortola S., Dumontet H., e Cabrillac R. Influence of volume fraction and characteristics of lightweight aggregates on the mechanical properties of concrete. *Construction and Building Materials*, 23(8):2821–2828, 2009.
- Li X. e Bhushan B. A review of nanoindentation continuous stiffness measurement technique and its applications. *Materials characterization*, 48(1):11–36, 2002.
- Loubet J., Georges J., Marchesini O., e Meille G. Vickers indentation curves of magnesium oxide (mgo). *Journal of tribology*, 106(1):43–48, 1984.
- Neville A.M., Neville A.M., Neville A.M., e Neville A.M. *Propriétés des bétons*. Eyrolles, 2000.
- Nilsen A.U., Monteiro P.J., e Gjörv O.E. Estimation of the elastic moduli of lightweight aggregate. *Cement and Concrete Research*, 25(2):276–280, 1995.
- Shi C., Tu Q., Fan H., e Li S. An interphase model for effective elastic properties of concrete composites. *Journal of Micromechanics and Molecular Physics*, pagina 1650005, 2016.
- Stone D., LaFontaine W., Alexopoulos P., Wu T.W., e Li C.Y. An investigation of hardness and adhesion of sputter-deposited aluminum on silicon by utilizing a continuous indentation test. *Journal of Materials Research*, 3(01):141–147, 1988.
- Yang C. Approximate elastic moduli of lightweight aggregate. *Cement and concrete research*, 27(7):1021–1030, 1997.
- Yoon J.Y., Kim J.H., Hwang Y.Y., e Shin D.K. Lightweight concrete produced using a two-stage casting process. *Materials*, 8(4):1384–1397, 2015.
- Yu R., van Onna D., Spiesz P., Yu Q., e Brouwers H. Development of ultra-lightweight fibre reinforced concrete applying expanded waste glass. *Journal of Cleaner Production*, 112:690–701, 2016.