

OPTIMIZATION OF VENTILATION HOLES IN AN AERONAUTIC TURBINE HOLE

Alejandro Albanesi, José Risso, Víctor Fachinotti, Alberto Cardona

Centro Internacional de Métodos Computacionales en Ingeniería (CIMEC)
INTEC-Universidad Nacional del Litoral-CONICET
Guemes 3450, S3000GLN, Santa Fe, Argentina
e-mail: aalbanes@ceride.gov.ar, web page: <http://www.cimec.org.ar>

Key Words: Optimization, Rotating Discs, Aeronautic Turbines.

Abstract. Ventilation of turbine blades is used in aeronautic jet engines to increase the gas temperature inside the turbine, without incrementing the blades temperature beyond certain limits and thus preserving their expected lifetime. Ventilation is achieved by taking cold air from the compressor and passing it through holes in a rotating disc previous to the turbine. The shape of the hole plays a major role in the air flow and in the stress distribution of the disc.

Numerical optimization techniques were used to solve this problem. These methods provide a computational tool for design and a systematic approach to take design decisions that previously relied more on experiments and intuition. Classical optimization algorithms usually minimize an objective function under certain design constraints, by varying the design variables within prescribed bounds. The optimization algorithms use information computed by other analysis software to recalculate the design variables at each iteration.

The objective of the present study is the optimization of the shape of the ventilation hole in order to maximize the cross section area of the air channel and to minimize the equivalent stress in the surroundings of the hole. In order to perform the optimization, a parametric model of the disc was created. Several alternatives for defining the optimization problem were evaluated, and a final mechanical design was proposed that takes full account of the three-dimensional features of the problem.

The analysis was performed using the software Samcef. BOSS/Quattro was the optimization module, while the mechanical analysis was made using Mecano and Asef modules (nonlinear and linear modules, respectively) to carry out the coupled thermo- mechanical analysis.

1. INTRODUCCIÓN

La integridad mecánica de los álabes de impulsores aeronáuticos es crucial para obtener la seguridad operacional y la vida útil determinada. La temperatura de salida de los gases de la cámara de combustión viene limitada por la resistencia mecánica de los álabes de la turbina, que tienen que soportar elevadas temperaturas de trabajo, del orden de 1200°C en las turbinas de gas de aviación modernas. La distribución de temperaturas a la salida de la cámara de combustión debe ser lo más uniforme posible, lo que presenta ciertas ventajas por cuanto se evitan sobrecalentamientos locales de los álabes, pudiendo ser la temperatura media de entrada en la turbina más elevada, con el consiguiente aumento de su potencia específica.

En las turbinas de gas de aviación, el incremento de la temperatura de entrada en la turbina para una relación de compresión determinada conlleva un aumento del empuje (para un empuje determinado el motor resulta más pequeño), y también del consumo específico de combustible del impulsor. La ganancia de empuje específico obtenido por un aumento de la temperatura es siempre más importante que la penalización del consumo específico de combustible y que las pérdidas ocasionadas por la disminución del caudal principal del fluido de trabajo, en especial a elevadas velocidades de vuelo donde es indispensable reducir el tamaño del impulsor para disminuir tanto el peso como el arrastre aerodinámico.

El disco de ventilación posee orificios que permiten el paso de aire proveniente del compresor para ventilar y reducir la temperatura de los álabes de las etapas de turbina. Preservan la vida útil del aparato evitando que el material sufra sobrecalentamientos excesivos. El disco en sí mismo está sujeto a un campo de temperatura y los orificios mecanizados generan puntos donde se aparecen tensiones elevadas. En la Fig. 1 vemos la ubicación del disco de ventilación en la turbina marcado mediante un círculo.

El estudio consiste en la optimización geométrica de un orificio de ventilación maquinado en el disco de un impulsor aeronáutico. Conociendo la velocidad angular, el campo de temperaturas y desplazamientos y el material del disco, se desea maximizar el área del orificio de ventilación y simultáneamente minimizar las tensiones equivalentes en la periferia del orificio.

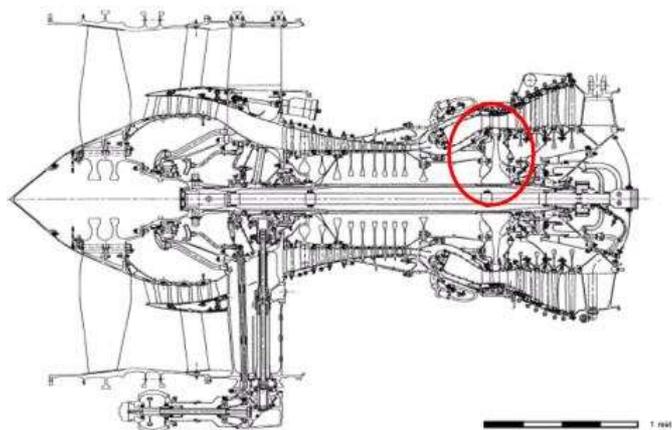


Figura 1: Ubicación del Orificio de Ventilación en el Impulsor

1.1. Formulación del Problema

Los algoritmos clásicos de optimización resuelven el mismo planteo matemático: minimizar una función objetivo $f(x)$ (si al minimizar f obtenemos un mejor diseño) sujeta a restricciones c , cambiando el valor de las variables de diseño x_j entre límites previamente establecidos, como vemos a continuación:

minimizar la función

$$f(x) \text{ función objetivo}$$

sujeto a restricciones:

$$g_j(x) \leq 0 ; i = 1, 2, \dots, n \text{ desigualdades}$$

$$h_k(x) \leq 0 ; i = 1, 2, \dots, n \text{ igualdades}$$

$$\underline{c}_j \leq c_j(x) \leq \bar{c}_j ; j = 1, 2, \dots, m \text{ intervalos}$$

modificando los valores de

$$\underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i ; i = 1, 2, \dots, n \text{ variables de diseño}$$

Un caso particular de optimización, utilizada en este estudio, es el tipo "mínimos-máximos" donde el objetivo es minimizar el valor máximo de un conjunto de funciones:

$$\min [f_k(x)] \quad (1)$$

donde $k = 1, 2, \dots, n$

$$\underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i \quad (2)$$

$i = 1, 2, \dots, n$

$$c_j(x) \leq \bar{c}_j \quad (3)$$

$j = 1, 2, \dots, m$

Al introducir una variable intermedia δ , es posible formular un problema equivalente que cumpla con la siguiente formulación:

$$\min [\delta] \quad (4)$$

$$f_k(x) \leq \delta \quad (5)$$

donde $k = 1, 2, \dots, n$

$$c_j(x) \leq \bar{c}_j \quad (6)$$

$j = 1, 2, \dots, m$

Esta última operación nos ha permitido transformar un problema con n funciones objetivos y n restricciones a un problema con solo una función objetivo y $m + n$ restricciones.

1.1.1. Espacio de Diseño

Este es el espacio geométrico donde se encuentran todos los diseños posibles, tanto los viables como los que no lo son. Los diseños viables son aquellos que no violan ninguna de las restricciones impuestas. Una forma intuitiva de interpretar este espacio es mediante una representación gráfica en el espacio de diseño, como vemos en la Fig. 2:

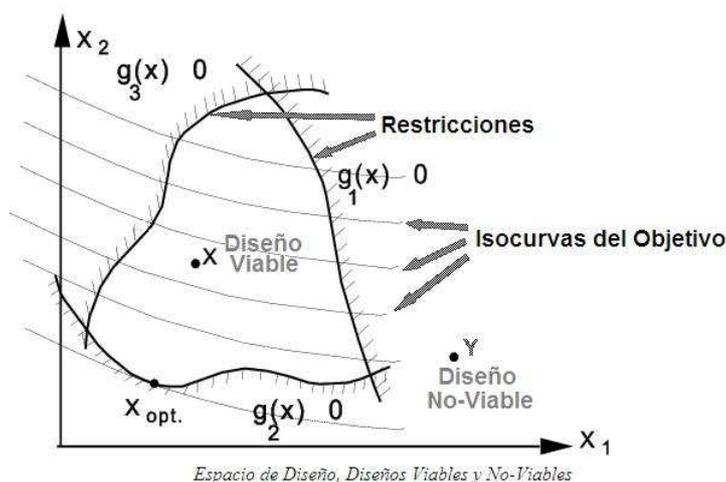


Figura 2: Espacio de Diseño

A partir de la figura se pueden interpretar las restricciones como los límites que separan a los diseños viables de los que no lo son. Todos los puntos de diseños viables se encuentran dentro del espacio limitado por las restricciones.

1.1.2. Restricciones activas

Una restricción es activa si alguno de los diseños viables es limitado por dicha función restricción, como vemos en la Fig. 3:

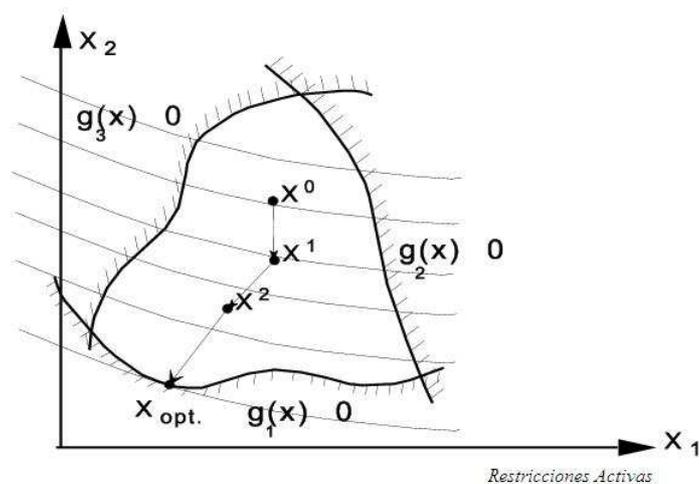


Figura 3: Restricciones Activas

2. ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN

2.1. GMMA

El GMMA (generalized method of moving asymptotes); A. Remouchamps e Y. Radovicic (2001); es un método asintótico. En este algoritmo la aproximación de una función $g_j(x)$ se realiza mediante la siguiente expresión:

$$g_j(x) \approx c_j + \sum_{+} \frac{p_{ij}}{(u_{ij} - x_i)} + \sum_{-} \frac{q_{ij}}{(x_i - l_{ij})} \quad (7)$$

en donde los coeficientes c_j , p_{ij} , q_{ij} son iguales a:

$$p_{ij} = \frac{\partial g}{\partial x_i} (u_{ij} - x_i^k)^2 \quad (8)$$

para $\frac{\partial g_j(x^k)}{\partial x_i} > 0$

$$q_{ij} = \frac{\partial g}{\partial x_i} (l_{ij} - x_i^k)^2 \quad (9)$$

para $\frac{\partial g_j(x^k)}{\partial x_i} < 0$

$$c_j \approx g_j(x^k) - \sum_{+} \frac{\partial g_j(x^k)}{\partial x_i} (u_{ij} - x_i^k) + \sum_{-} \frac{\partial g_j(x^k)}{\partial x_i} (x_i^k - l_{ij}) \quad (10)$$

La propiedad fundamental del GMMA es que cada función $g(x)$ tiene su propia asíntota móvil l_{ij} o u_{ij} a las variables de diseño x_i . Esto permite que las restricciones y la función objetivo sean tratadas de forma independiente. Al variar el valor de los parámetros asintóticos se genera una nueva familia de aproximación convexa, y es esta característica la que otorga flexibilidad al método.

Este algoritmo posee comportamiento monótono debido a que el signo de la primer derivada permanece inalterado a pesar de que se modifiquen los valores de las variables de diseño. Es por esta razón que el algoritmo GMMA posee gran aplicación en problemas donde la función objetivo y las restricciones varían de forma casi-monótona respecto a las variables de diseño, como por ejemplo en casos de optimización geométrica donde la deformación y las tensiones son las restricciones del problema.

Es importante asignarle valores adecuados a los parámetros asintóticos. Se utiliza un esquema de encaje de valores de dos puntos. El esquema analiza los parámetros asintóticos permitiendo al GMMA encajar los valores de la función en una iteración precedente x^{k-1} . De hecho:

$$l_{ij}^k = x_i^k - s_j (x_i^{k-1} - l_{ij}^{k-1}) \quad (11)$$

$$u_{ij}^k = x_i^k - s_j (u_{ij}^{k-1} - x_i^{k-1}) \quad (12)$$

$$(s_j > 0) \quad (13)$$

al expresar los parámetros asintóticos l_{ij} y u_{ij} en términos de una variable escalar s_j , se obtiene una función unidimensional convexa y decreciente dado que:

$$\frac{dg_j}{ds_j} < 0, \quad \frac{d^2g_j}{ds_j^2} < 0$$

Finalmente, la solución s_j que encaja en el punto x^{k-1} es obtenida resolviendo la siguiente ecuación no lineal:

$$g_j(s_j) = g_j(x^{k-1}) \quad (14)$$

2.2. GCM

Propuesto por Svanberg, el algoritmo GCM (globally convergent method for moving asymptotes) deriva del método GMMA; A. Remouchamps e Y. Radovic (2001). Es un método de segundo orden, por ello en cada iteración necesita información proveniente de una iteración previa (la primer iteración es siempre de primer orden). Permite resolver problemas con respuesta no lineal respecto a las variables de diseño.

De forma similar al método GMMA, la aproximación de la función es:

$$g_j(x) \approx c_j + \sum_+ \frac{p_{ij}}{(u_{ij} - x_i)} + \sum_- \frac{q_{ij}}{(x_i l_{ij})} \quad (15)$$

La diferencia con el método GMMA, donde p_{ij} o q_{ij} eran cero, en el GCM estos toman valores estrictamente positivos, con lo que ambas asíntotas se usan simultáneamente, y la aproximación es no monótona.

Introduciendo un parámetro interno ρ por cada función, se definen p_{ij} y q_{ij} como:

$$p_{ij} = \left(\frac{\partial g_j(x^k)}{\partial x_i} + \left(\frac{\rho_j}{2} (u_{ij} - l_{ij}) \right) \right) (u_{ij} - x_i^k)^2 \quad (16)$$

para $\frac{\partial g_j(x^k)}{\partial x_i} > 0$

$$q_{ij} = \left(\frac{\partial g_j(x^k)}{\partial x_i} + \left(\frac{\rho_j}{2} (u_{ij} - l_{ij}) \right) \right) (x_i^k - l_{ij})^2 \quad (17)$$

para $\frac{\partial g_j(x^k)}{\partial x_i} < 0$

$$c_j \approx g_j(x^k) - \sum_+ \frac{\partial g_j(x^k)}{\partial x_i} (u_{ij} - x_i^k) + \sum_- \frac{\partial g_j(x^k)}{\partial x_i} (x_i^k - l_{ij}) \quad (18)$$

Los valores iniciales propuestos por Svanberg para el parámetro interno ρ son:

$$\rho_j^0 = \frac{1}{5n} \sum_{i=1}^n \frac{\left| \frac{\partial f_i}{\partial x_i}(x^0) \right|}{x_i^{max} - x_i^{min}} \quad (19)$$

El problema converge a una solución si, en la iteración k , el valor estimado de la función es menor que el valor actual, en tal situación el valor de ρ_j se actualiza como:

$$\rho_j^k = 2\rho_j^{k-1} \quad (20)$$

En caso de que el valor estimado de la función sea mayor o igual al valor actual, entonces ρ_j no es actualizado.

2.3. SQP

El SQP (sequential quadratic programming); G. Vanderplaats (1984); K. Schittkowski y S. Patnaik, R. Coroneos, J. Gupill and D. Hopkins (1996); es uno de los métodos de las “direcciones posibles” o “feasibles directions”, en los cuales el primer paso es crear una dirección de búsqueda, y luego realizar una búsqueda unidimensional tratando de mejorar el diseño en tal dirección. Una vez conocida la dirección S nos movemos en esta dirección para actualizar el vector X de acuerdo a la expresión, ver :

$$X^q = X^{q-1} + \alpha S^q \quad (21)$$

en donde α es un escalar.

En este caso particular, se crea la dirección de búsqueda resolviendo un subproblema con objetivos cuadráticos y restricciones lineales. La función objetivo es expandida utilizando multiplicadores de Lagrange y una penalidad exterior para que esta búsqueda unidimensional resulte libre de restricciones.

El primer paso es determinar la dirección de búsqueda deseada, mediante una aproximación cuadrática a la función objetivo expandida y una aproximación lineal a las restricciones, así el problema se expresa:

Minimizar la función:

$$Q(S) = F(X) + \nabla F(X) \cdot S + \frac{1}{2} S^T B S \quad (22)$$

Sujeto a las restricciones:

$$\nabla g_j(X) \cdot S + \delta_j g_j(X) \leq 0 \quad (23)$$

donde $j = 1, \dots, m$

$$\nabla h_k(X) \cdot S + \bar{\delta} h_k(X) \leq 0 \quad (24)$$

$$k = 1, \dots, l$$

En este caso las variables de diseño son las componentes de S . La matriz B es una matriz positiva la cual es inicialmente la matriz identidad, y será actualizada en cada iteración hasta alcanzar la forma de la matriz Hessiano (matriz de las segundas derivadas parciales de una función escalar) del Lagrangiano.

Los escalares δ y $\bar{\delta}$ dependen del problema y se utilizan para evitar inconsistencias entre las aproximaciones lineales de las restricciones. Aseguran que las restricciones linealizadas no eliminan por completo la región posible. Se definen como:

$$\delta_j = 1 \text{ si } g_j(X) < 0$$

$$\delta_j = \bar{\delta} \text{ si } g_j(X) \geq 0$$

$$0 \leq \bar{\delta} \leq 1$$

La experiencia muestra que el parámetro $\bar{\delta}$ se debe elegir tan cercano a 1 como sea posible. Valores entre $\bar{\delta}=0.90$ a 0.95 dan buenos resultados.

Una vez determinada la dirección posible de búsqueda S , se actualiza el diseño como si fuese un problema de búsqueda unidimensional, con la excepción de que aquí se utiliza una función de penalización exterior:

$$\phi = F(X) + \sum_{j=1}^m u_j \{ \max [0, g_j(X)] \} + \sum_{k=1}^l u_{m+k} |h_k(X)| \quad (25)$$

$$\text{donde } X = X^{q-1} + \alpha S$$

$$u_j = |\lambda_j| \text{ en la primer iteración, con: } j = 1, m + 1$$

$$u_j = \max \left[|\lambda_j|, \frac{1}{2} (u_j^i + |\lambda_j|) \right] \text{ en las subsecuentes iteraciones}$$

y $u_j^i = u_j$ de cada iteración previa.

3. MODELO

El estudio se realizó sobre un disco de un impulsor aeronáutico. El disco no posee alabes en su periferia y su función es actuar de sello neumático además de permitir el paso de aire para la ventilación de los alabes. La geometría del disco presenta un patrón periódico, tiene 520 mm de diámetro y posee 37 orificios de ventilación.

Aprovechando que las condiciones de contorno son axisimétricas, se ha modelado un sector de disco tridimensional que cubre el periodo mínimo de la geometría, definiendo condiciones de simetría periódica en ambas caras de corte. De acuerdo al número de orificios de ventilación, resulta un sector de disco con un ángulo de 4,86 grados, véase la Fig. 4.

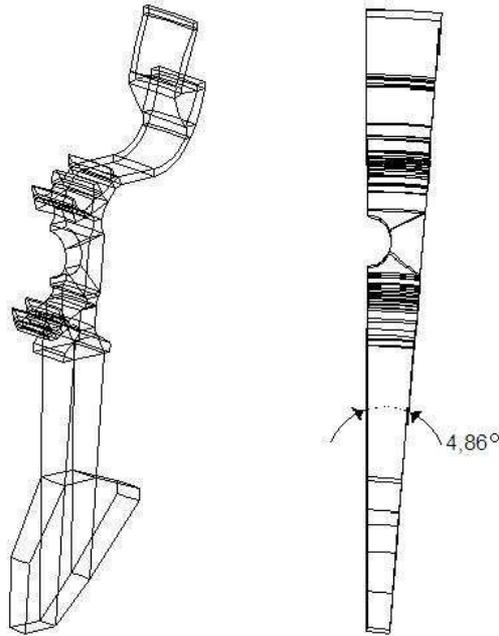


Figura 4: Sector de Disco Modelado

El modelo generado es paramétrico. Visto que el objetivo es maximizar el área del orificio de ventilación y simultáneamente minimizar las tensiones equivalentes en la zona de dicho orificio, se definió la parametrización del modelo en función de los radios del orificio de ventilación, RA y RB como podemos observar en la Fig. 5.

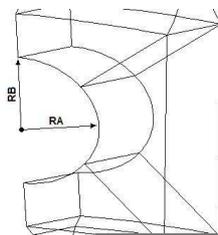


Figura 5: Variables de Diseño del Modelo Paramétrico

La geometría está compuesta por cuarenta y siete prismas de doce aristas cada uno. Definir todo en base a prismas permite utilizar una malla de elementos finitos estructurada, formada por elementos hexaédricos, dado que se conserva la topología de la geometría en el proceso de optimización. Se observa la malla resultante en la Fig. 6.

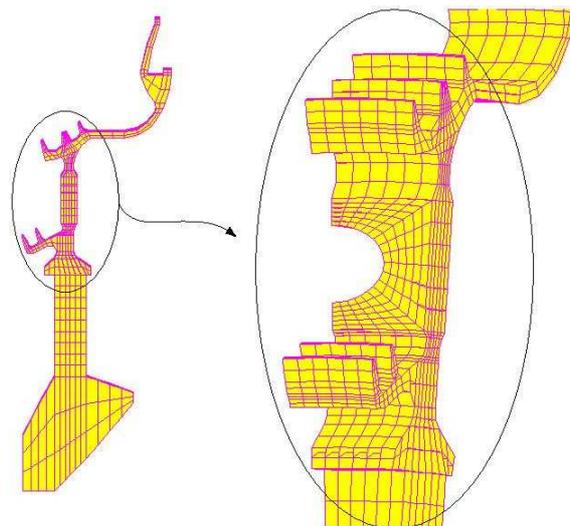


Figura 6: Malla de Elementos Finitos

3.1. Especificaciones Mecánicas - Condiciones de Contorno

Velocidad Angular	Orificio de Ventilacion	
Condicion de Despegue	Superficie	Cantidad Total
1772 rad/s	127 mm ² - 141 mm ²	37

Las condiciones de contorno del modelo, formadas por los desplazamientos impuestos y las temperaturas se observan en la Fig. 7.

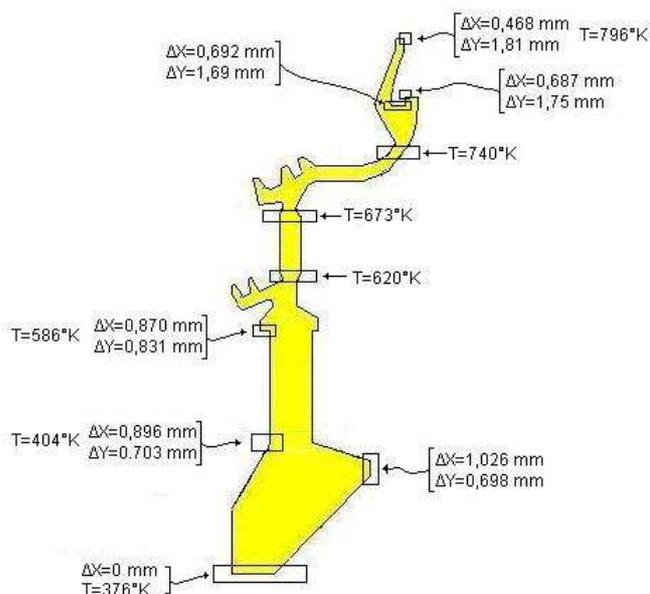


Figura 7: Condiciones de Contorno del Modelo

4. RESULTADOS

Se presentan a continuación los resultados obtenidos en la optimización para cada uno de los tres algoritmos utilizados. Se realizaron en total seis optimizaciones, dos por cada algoritmo. Todas han sido definidas en forma idéntica según los siguientes parámetros:

Valores de las Variables de Diseño	
RA	Min = 6 mm - Max = 12 mm
RB	Min = 4 mm - Max = 8 mm

Valores de las Funciones Restricciones	
Tensión Eq. Max	Minimizar
Superficie	Min = 127 mm ² - Max = 141 mm ²

Parametros de la Optiización	
Cantidad de Iteraciones	100
Nivel de Convergencia	1 %

4.1. Algoritmo GMMA

4.1.1. Primer Optimización

Iteraciones Completadas	N = 82
Duracion del Estudio	104 min

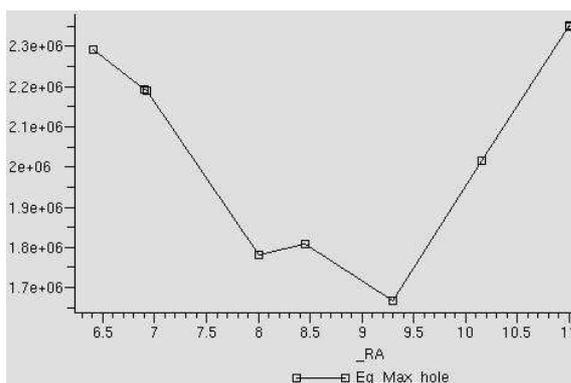


Figura 7: Tension Equivalente vs RA

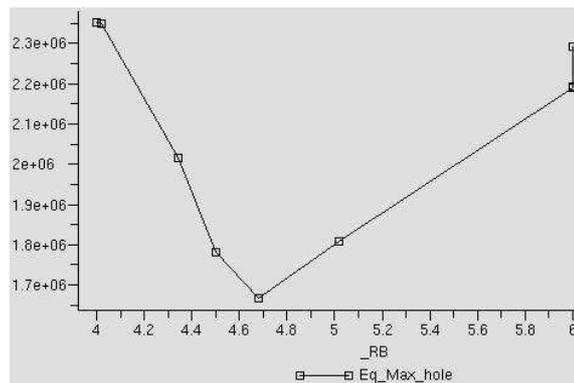


Figura 8: Tension Equivalente vs RB

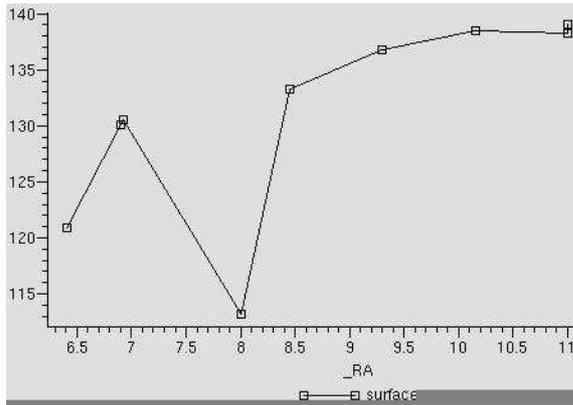


Figura 9: Superficie de Ventilacion vs RA

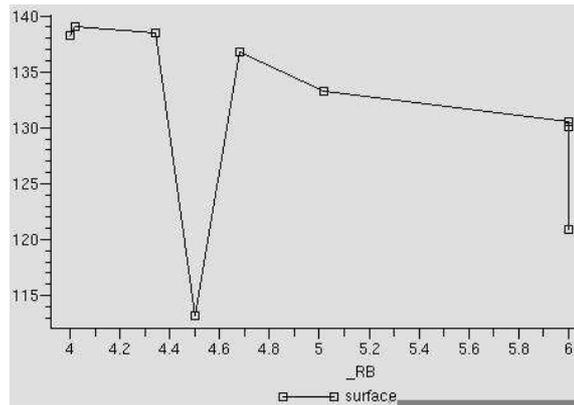


Figura 10: Superficie de Ventilacion vs RB

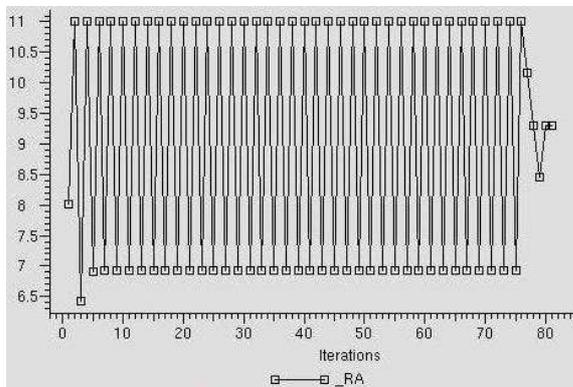


Figura 11: Radio Mayor RA

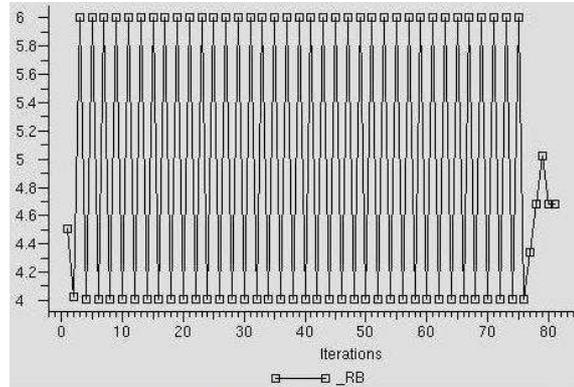


Figura 12: Radio Menor RB

4.1.2. Segunda Optimización

Iteraciones Completadas	N = 93
Duracion del Estudio	81 min

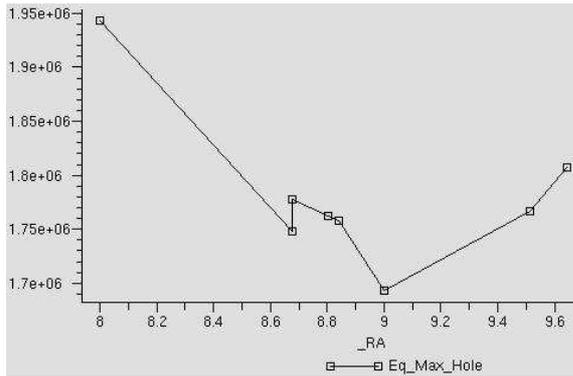


Figura 13: Tension Equivalente vs RA

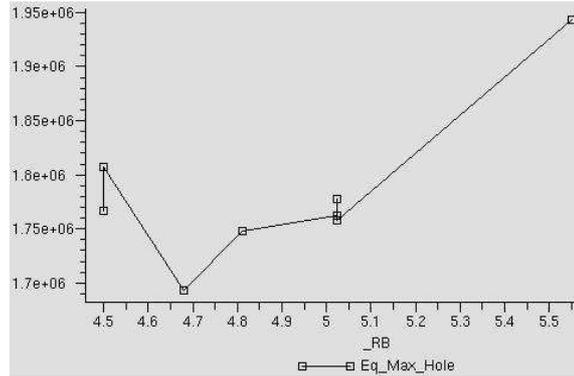


Figura 14: Tension Equivalente vs RB

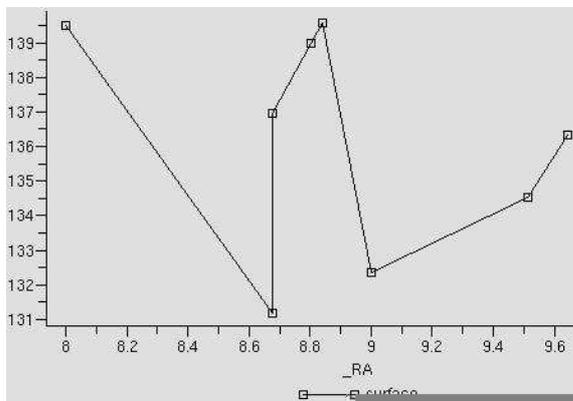


Figura 15: Superficie de Ventilacion vs RA

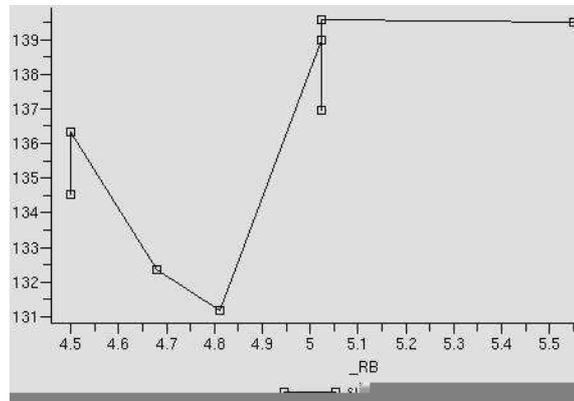


Figura 16: Superficie de Ventilacion vs RB

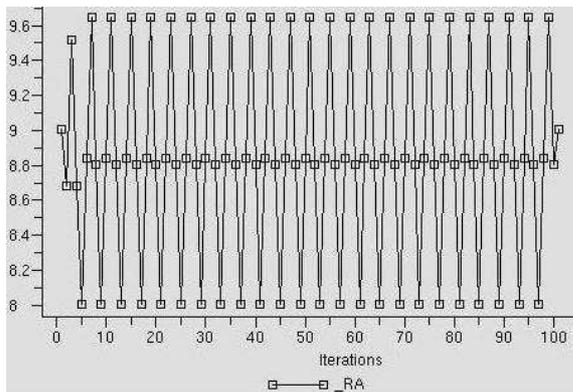


Figura 17: Radio Mayor RA

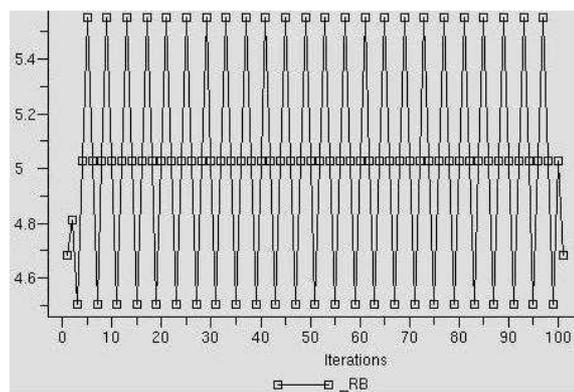


Figura 18: Radio Menor RB

4.2. Algoritmo GCM

4.2.1. Primer Optimización

Iteraciones Completadas	N = 100
Duracion del Estudio	172 min

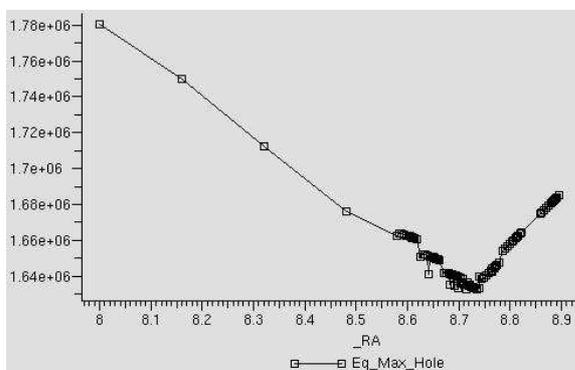


Figura 19: Tension Equivalente vs RA

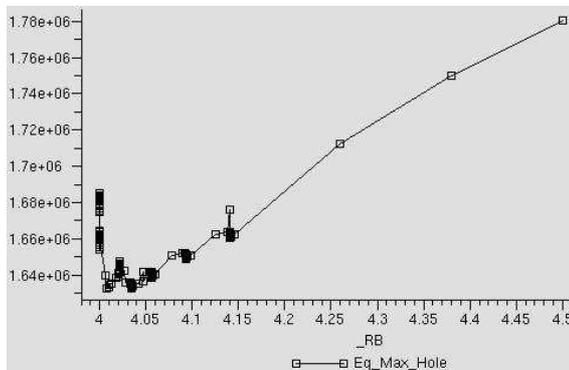


Figura 20: Tension Equivalente vs RB

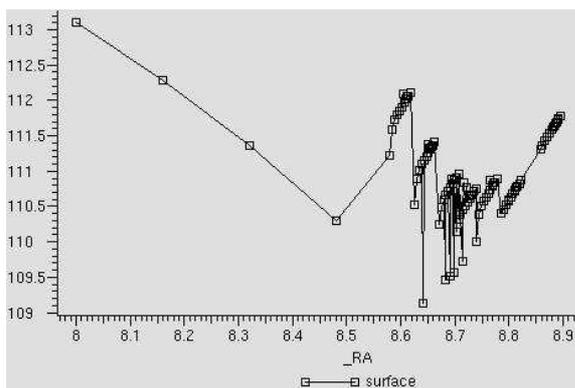


Figura 21: Superficie de Ventilacion vs RA

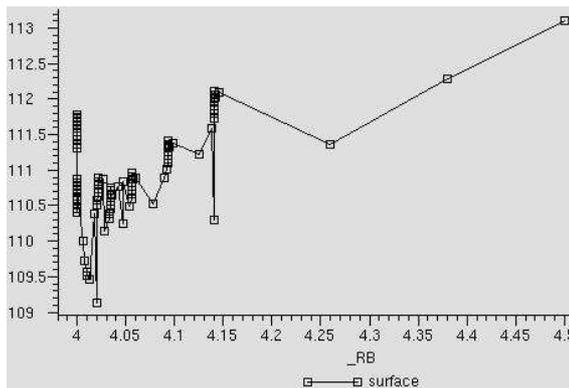


Figura 22: Superficie de Ventilacion vs RB

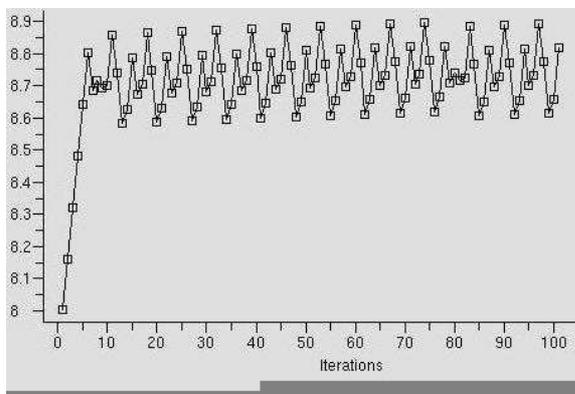


Figura 23: Radio Mayor RA

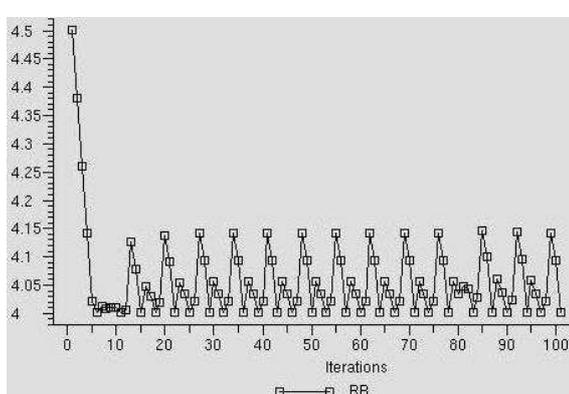


Figura 24: Radio Menor RB

4.2.2. Segunda Optimización

Iteraciones Completadas	N = 100
Duracion del Estudio	173 min

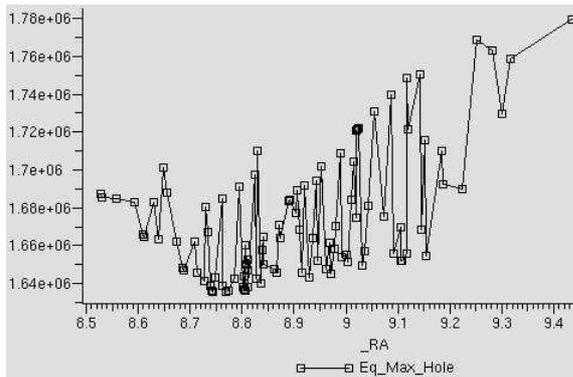


Figura 25: Tension Equivalente vs RA

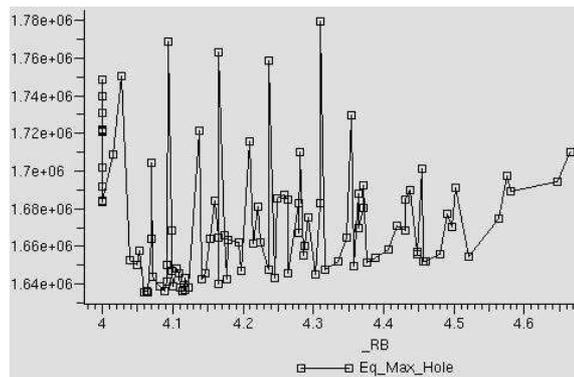


Figura 26: Tension Equivalente vs RB

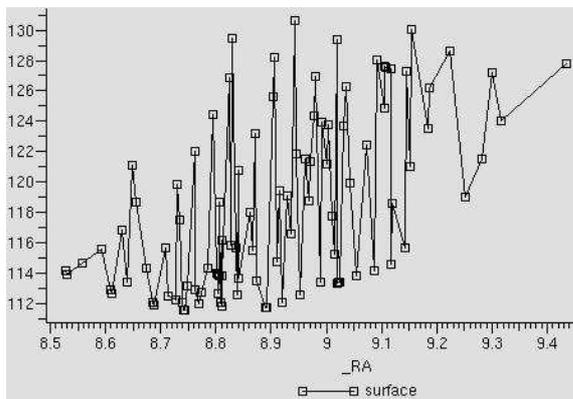


Figura 27: Superficie de Ventilacion vs RA

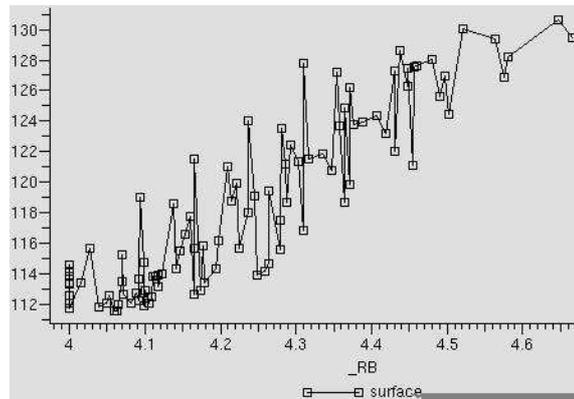


Figura 28: Superficie de Ventilacion vs RB

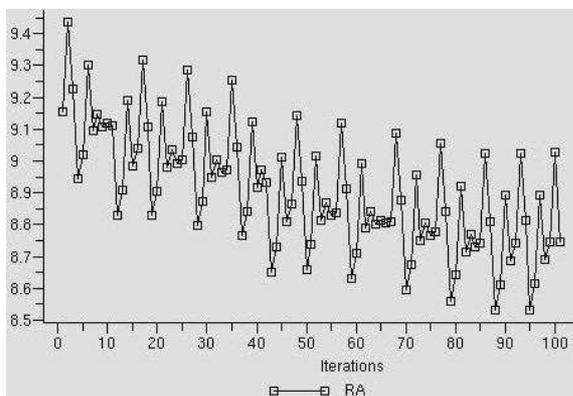


Figura 29: Radio Mayor RA

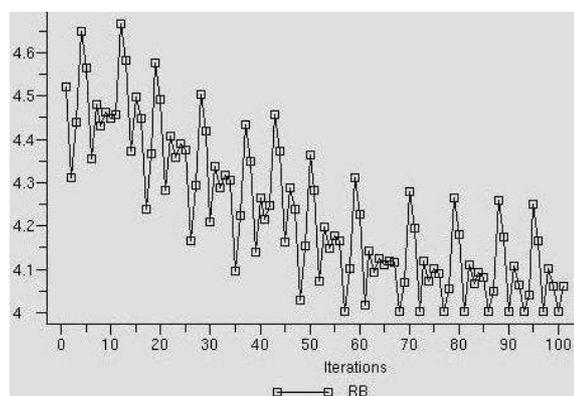


Figura 30: Radio Menor RB

4.3. Algoritmo SQP

4.3.1. Primer Optimización

Iteraciones Completadas	N = 54
Duracion del Estudio	123 min

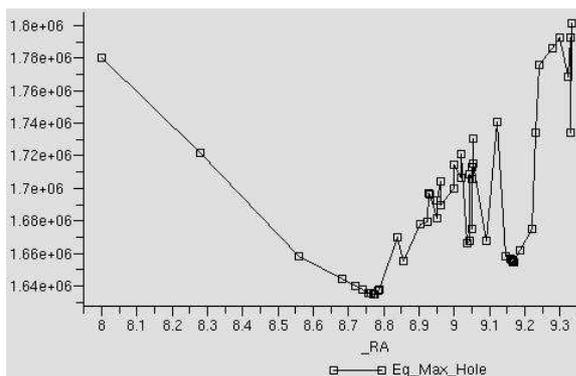


Figura 31: Tension Equivalente vs RA

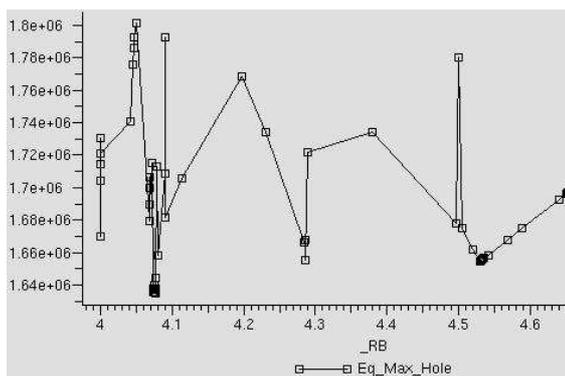


Figura 32: Tension Equivalente vs RB

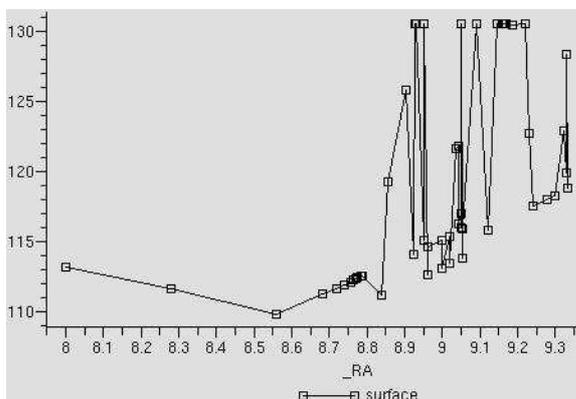


Figura 33: Superficie de Ventilacion vs RA

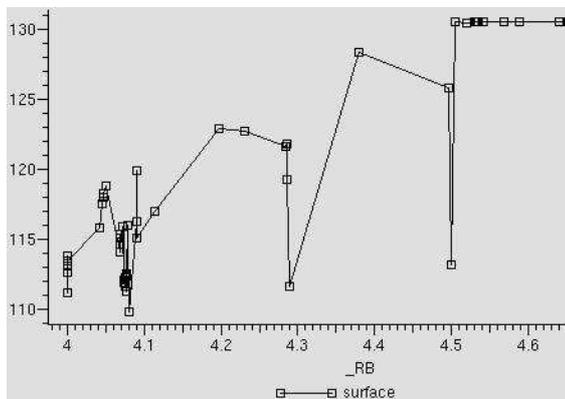


Figura 34: Superficie de Ventilacion vs RB

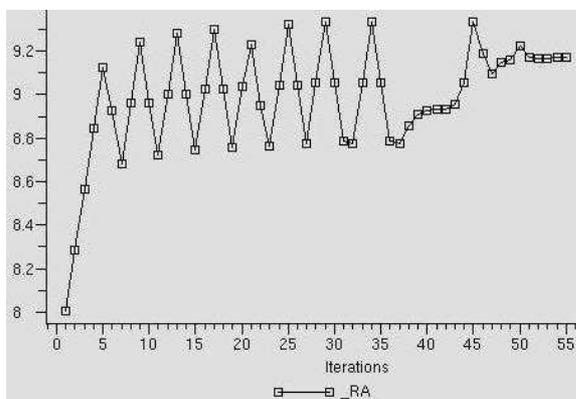


Figura 35: Radio Mayor RA

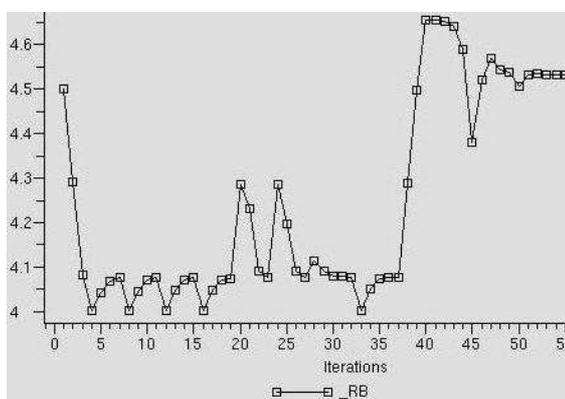


Figura 36: Radio Menor RB

4.3.2. Segunda Optimización

Iteraciones Completadas	N = 57
Duración del Estudio	121 min

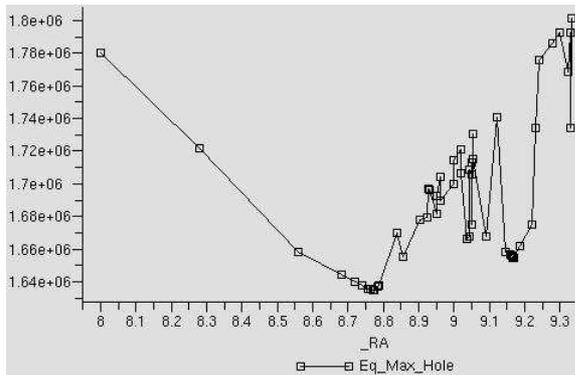


Figura 37: Tension Equivalente vs RA

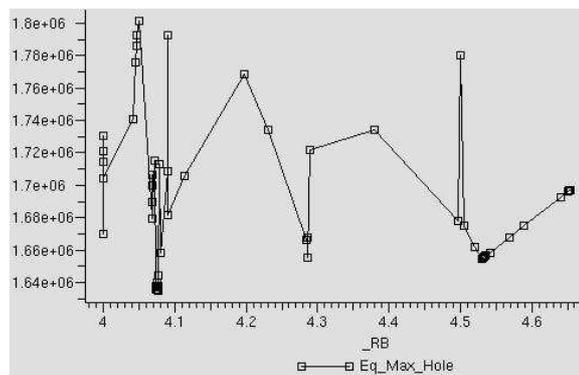


Figura 38: Tension Equivalente vs RB

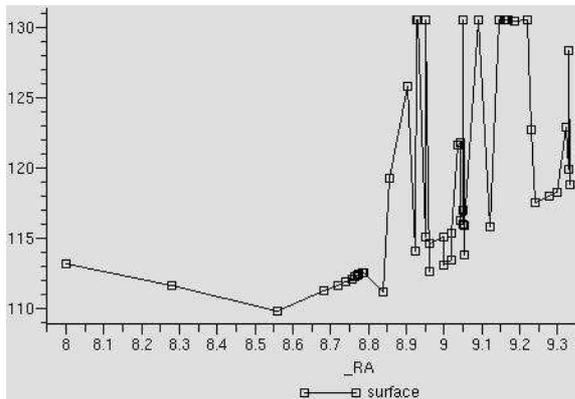


Figura 39: Superficie de Ventilacion vs RA

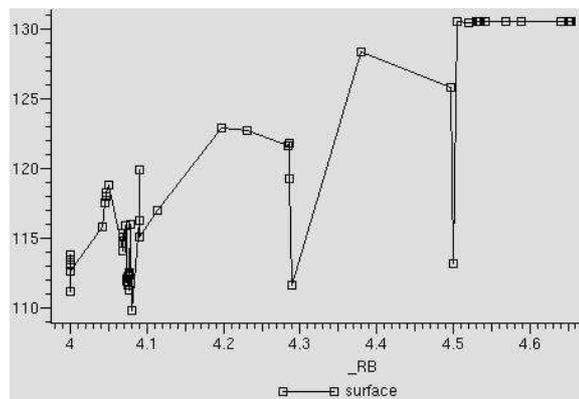


Figura 40: Superficie de Ventilacion vs RB

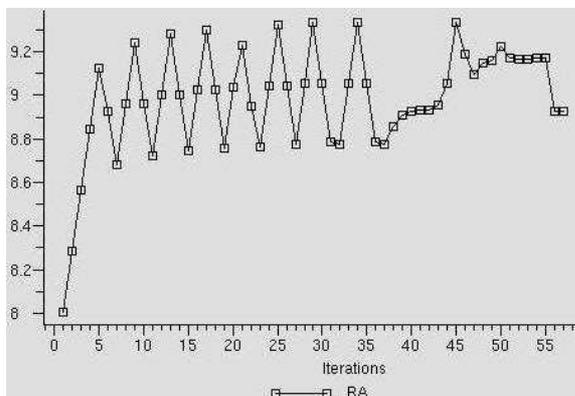


Figura 41: Radio Mayor RA

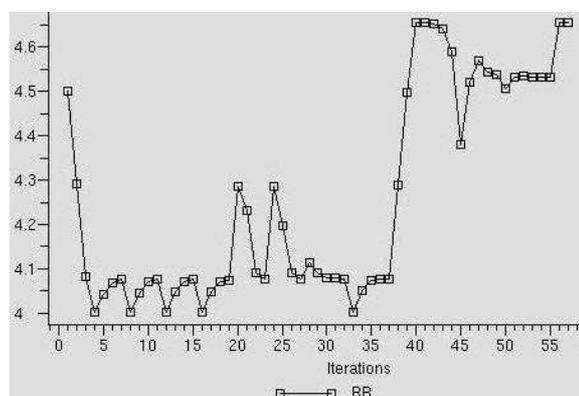


Figura 42: Radio Menor RB

5. CONCLUSIONES

El algoritmo GMMA ha sido el de peor comportamiento para este problema particular. En las dos optimizaciones realizadas su comportamiento fue muy oscilante, y no demuestra tendencia a alcanzar un valor de convergencia. Es el que menos tiempo demanda en finalizar un estudio. Los resultados obtenidos con este algoritmo no serán considerados como validos.

El GCM ha mostrado el mejor comportamiento de los tres algoritmos, con una rápida tendencia a alcanzar un valor de convergencia y a estrechar el campo de oscilación. Ha sido el que menos tiempo demanda en finalizar un estudio. La limitación del GCM en este problema particular es que ha violado una de las restricciones, la superficie de ventilación, donde los valores finales están por debajo de lo requerido, y además es que mas tiempo demando en finalizar el estudio. No obstante, el comportamiento y los resultados han sido muy buenos, por lo que vale la pena realizar ensayos a futuro, modificando parámetros del optimizador que permitan mejorar el desempeño del estudio.

El SQP se muestra oscilante hasta la mitad del estudio aproximadamente, punto a partir del cual presenta tendencia a alcanzar un valor de convergencia. Esto es posible verlo en la figuras del SQP, ya que comienza a estrechar el rango de oscilación. Es tiempo que demanda en finalizar un estudio es intermedio. Los resultados son buenos y no se ha violado ninguna restricción.

El mejor resultado alcanzado en este estudio es la segunda optimización del algoritmo SQP, en la iteración N 55.

6. REFERENCIAS

G. Vanderplaats. Numerical Optimization Techniques for Engineering Design. *McGraw-Hill*. 1984.

A. Remouchamps and Y. Radovicic. Theoretical Aspects about Optimization Methods and Algorithms. *Samtech*. 2001

S. Patnaik, R. Coroneos, J. Guptill and D. Hopkins. Performance Trend of Different Algorithms for Structural Design Optimization. *NASA Technical Memorandum 4698*. 1996.

K. Schittkowski. Optimization in Industrial Engineering: SQP-Methods and Applications.

Boss/Quattro User Manual. *Version 5.1. Samtech*. 2005