

## ESTUDIO COMPARATIVO DE TRANSFERENCIA TERMICA EN TOBERA SUPERSONICA MEDIANTE CFD

Yen K. Ho<sup>a</sup> y Ana Scarabino<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Grupo Fluidodinámica Computacional, Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ingeniería,  
Universidad Nacional de La Plata, Calle 116 e/ 47 y 48, 1900 La Plata, Argentina,  
gfc@ing.unlp.edu.ar, <http://www.gfc.ing.unlp.edu.ar/>

**Palabras Clave:** Transferencia térmica, Tobera supersónica, CFD, modelo de turbulencia.

**Resumen.** En el presente trabajo se reproduce mediante herramientas de fluidodinámica computacional un ensayo experimental de transferencia de calor del aire caliente hacia la pared de una tobera supersónica. El estudio de dicha transferencia de energía en forma de calor es una parte crítica con respecto al diseño de un motor cohete, ya que los gases calientes que fluyen en el interior de la tobera pueden alcanzar valores de temperaturas mucho más altos que las temperaturas de fusión de los materiales utilizados en su construcción. Por lo tanto, es esencial tener conocimientos del comportamiento de esta transferencia térmica para saber la cantidad de energía que se transfiere en forma de calor y estimar la distribución de temperaturas alcanzadas por los materiales. Estos resultados parciales servirán para validar los modelos numéricos y de turbulencia para que los mismos sean utilizados en los procesos de diseño de nuevos motores. Se procede a generar un modelo bidimensional con simetría axial con las dimensiones geométricas de la tobera convergente – divergente utilizada en el ensayo experimental presentado en los trabajos de Back y Massier en el Jet Propulsion Laboratory de Pasadena (L. Back, P. Massier and H. Gier, *Int J Heat and Mass Transf*, 7:549-569 (1964); L. Back, P. Massier and R. Cuffel, *J Spacecraft and Rocket*, 4:1040-1047 (1967)). Las simulaciones numéricas fueron realizadas mediante el código Fluent. Se usaron distintos solvers numéricos (basados en densidad y en presión) para comparar los diferentes resultados numéricos con las mediciones experimentales de las temperaturas y los flujos de calor en la pared interna de la tobera convergente – divergente.

## 1 INTRODUCCIÓN

Con el advenimiento de la era espacial, cobraron auge los estudios, tanto de forma analítica como experimental, sobre flujos supersónicos a altas temperaturas y su transferencia térmica para entender mejor este fenómeno para que las extremas temperaturas no dañen las paredes del motor cohete. Y la predicción y análisis de la transferencia de calor en la tobera de motor cohete han sido de importancia vital para poder diseñar sistemas de refrigeración que protejan satisfactoriamente los materiales de las temperaturas extremas a las que están sometidas.

Entre los desarrollos pioneros en esta temática, se pueden mencionar, además de los datos obtenidos de algunos ensayos estáticos de motor cohete, los trabajos de Back y Massier en el Jet Propulsion Laboratory de Pasadena (Back et al. 1964, Back et al. 1967), los cuales consisten en estudios experimentales sobre la transferencia de calor convectiva y la dinámica del flujo de gases turbulento a través de una tobera supersónica cónica en un amplio rango de presiones y temperaturas de remanso. El presente trabajo consiste en simular unos de los ensayos realizados para luego comparar ambos resultados y, de esta manera, evaluar la validez de los modelos numéricos.

Como resultados generales de los ensayos experimentales mencionados, se observó que el coeficiente de transferencia de calor incrementa considerablemente a medida que la presión de remanso crece. En cambio, dichos coeficientes muestran una dependencia mucho más débil con respecto a la temperatura de remanso. Además, el máximo valor del coeficiente de transferencia de calor se obtiene corriente arriba de la región inmediata a la garganta, donde el flujo másico por unidad de área también toma un valor máximo. Una disminución sustancial de este coeficiente es observada en la sección divergente de la tobera. Sin embargo, en algunas condiciones de operación de la tobera supersónica ensayadas (presión de remanso de 45 psia), se observaron picos de transferencia de calor mayores corriente abajo de la garganta debido a una retransición de una capa límite laminar (o parcialmente laminar) a una capa límite turbulenta.

Dicha transferencia de calor desde los gases de combustión hacia las paredes de la tobera supersónica forma una parte muy crítica del diseño y desarrollo de un motor cohete que impulsa el vehículo lanzador, ya que cuando los propelentes se combustionan, esta reacción química alcanza valores de temperatura mucho más altos que aquellos correspondientes al punto de fusión de la mayoría de los materiales utilizados en las paredes de la cámara de empuje. Por lo tanto, es esencial tener conocimientos del comportamiento de esta transferencia térmica para saber la cantidad de energía que se transfiere a las paredes en forma de calor y estimar la distribución de temperaturas alcanzadas en las mismas durante el tiempo de operación. Si la transferencia de calor es demasiado “efectiva” de tal manera que las temperaturas de las paredes de la tobera se vuelvan extremadamente altas localmente, la cámara de empuje podrá fallar. En este caso, es necesario refrigerar las paredes o detener la operación del motor antes de que las áreas críticas se calienten excesivamente (Sutton, 2001).

Gracias a los rápidos avances de la capacidad de cómputo de los CPUs y, por ende, de los modelos numéricos cada vez más complejos de los métodos de simulación, hoy en día, la fluidodinámica computacional (CFD) se ha convertido en una herramienta sumamente valiosa para estudiar el flujo interno de los gases calientes de una tobera supersónica. Se pueden encontrar desde simulaciones correspondientes a análisis fluidodinámico en general de dicho flujo supersónico (Chowdhury, Ahamed, Faruque and Bhuiya, 2011; Balabel, Hegab, Nasr and El-Behery, 2011; Natta, Kumar and Rao, 2015) hasta estudios numéricos con respecto a la temática específica de la transferencia térmica hacia la pared interna de la tobera (Zhang, 2011; Maeding et al. 2011; Iqbal et al. 2012; Vijayakumar et al. 2015).

El objetivo del presente estudio consiste en simular numéricamente a través de métodos de fluidodinámica computacional el test 262 del trabajo experimental titulado “Convective heat transfer in a convergent-divergent nozzle” realizado por L. H. Back y sus alumnos. Mediante esta investigación, se comparan los resultados experimentales y numéricos de algunas de las variables fluidodinámicas y de transferencia de calor. Se espera encontrar una configuración numérica que pueda reproducir de forma satisfactoria los resultados experimentales, con la expectativa de emplear la misma metodología numérica para estudiar problemas más complejos de transferencia térmica en el proceso de diseño de nuevos motores de lanzadores satelitales, tales como toberas con sistemas de refrigeración o transferencia térmica no estacionaria.

## 2 BREVE DESCRIPCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN EXPERIMENTAL

En el trabajo experimental citado anteriormente, se presentaron resultados de ensayos de transferencia de calor convectiva en una tobera convergente-divergente con las paredes refrigeradas haciendo circular agua por las mismas. La investigación cubrió un rango de presión de remanso desde 30 hasta 250 psia y de temperatura de remanso desde 1.030 hasta 2.000 °R. Para llevar a cabo el experimento, se calienta aire comprimido con metanol combustionado y los dos gases se mezclan uniformemente antes de entrar a la tobera. La distancia de mezclado y de combustión permite minimizar la no-uniformidad de la mezcla. Con respecto a la geometría de la tobera, esta misma tenía una garganta de 1,803 pulgadas de diámetro, una relación de contracción de área de 7,75 a 1, una relación de expansión de área de 2,68 a 1, un ángulo de convergencia de 30° y un ángulo de divergencia de 15°. El número de Mach a la salida de la tobera era aproximadamente 2,5. Finalmente, los resultados de la transferencia de calor convectiva local fueron obtenidos mediante mediciones de temperaturas en estado estacionario con termocuplas colocadas en la pared de la tobera. En la [Figura 1](#) se presenta un esquema simplificado de la configuración de las instalaciones experimentales del ensayo. Vale mencionar que los efectos de radiación son despreciables en el rango de las temperaturas de remanso ensayadas.

Para determinar la distribución de la presión estática a lo largo de la tobera, 32 tomas estáticas fueron colocadas circunferencial y axialmente en la pared de la tobera. Dichas presiones fueron medidas mediante manómetros de mercurio.

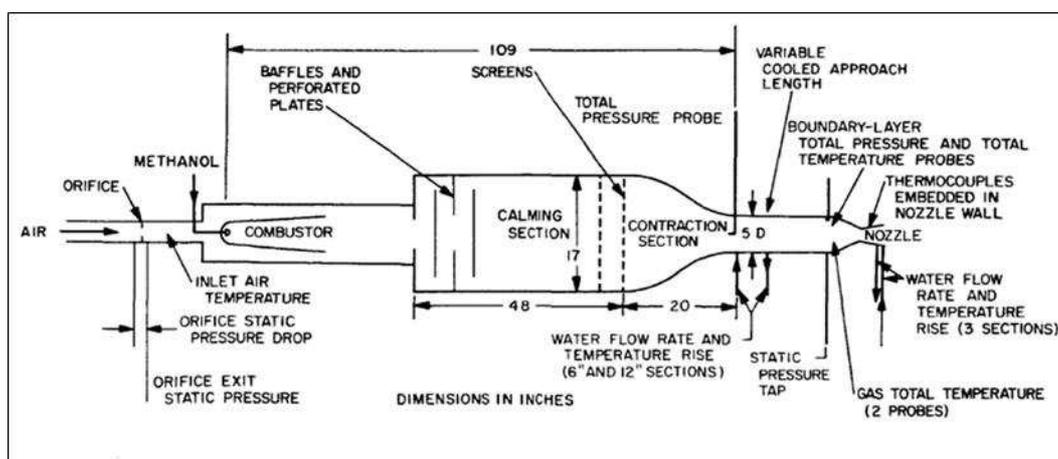


Figura 1: Diagrama del flujo y de la instrumentación del ensayo experimental (Back et al. 1964).

Las temperaturas en estado estacionario de la pared fueron obtenidas mediante termocuplas embebidas en conectores de forma cilíndrica, cada uno con tres termocuplas a lo largo de su eje longitudinal. Luego los conectores cilíndricos se insertaron dentro de los agujeros hechos en la

pared de la tobera. En cada una de las 21 estaciones axiales se instaló un conector (con sus respectivas tres termocuplas), con excepción de la locación  $z/L = 0,864$  en la que fueron colocados dos conectores.

Vale mencionar nuevamente que en el presente trabajo se toma como referencia el ensayo número 262, el cual se realizó con una presión de remanso de 75,2 psia (518485,88 Pa) y una temperatura de remanso de 1518 °R (843,33 K). En la [Tabla 1](#) se presentan las posiciones circunferenciales de los conectores y los resultados de mediciones de las temperaturas de la pared interna de la tobera y del flujo libre de aire caliente. La temperatura de flujo libre de aire caliente fue calculada usando las relaciones isentrópicas con los datos medidos de presión estática, presión de remanso y temperatura de remanso.

$z/L$	$A/A^*$	Angulo desde un cero arbitrario en grados	$T_w$ (K)
0,133	6,39	330	374,44
0,204	5,05	30	374,44
0,276	3,86	150	434,44
0,336	2,98	280	399,44
0,385	2,37	80	398,89
0,429	1,88	200	407,78
0,469	1,48	315	440
0,512	1,23	45	457,22
0,541	1,10	155	---
0,573	1,02	300	420
0,603	1,00	60	462,78
0,634	1,02	180	443,89
0,664	1,08	285	435
0,693	1,19	75	431,67
0,717	1,28	200	418,89
0,750	1,41	320	404,44
0,782	1,55	40	406,11
0,825	1,74	150	391,11
0,864	1,94	275	392,78
0,864	1,94	320	384,44
0,905	2,14	85	378,89
0,938	2,41	205	355

Tabla 1: Resultados del ensayo número 262, con presión de remanso de 518.485,88 Pa y temperatura de remanso de 843,33 K.

### 3 METODOLOGÍA DE LA SIMULACIÓN NUMÉRICA MEDIANTE CFD

Las simulaciones numéricas del flujo del aire caliente que circula en el interior de la tobera fueron realizadas con el código Fluent de ANSYS. Los solvers basados en presión y en densidad con el esquema Roe ([Roe, 1986](#)) acoplados con un modelo de turbulencia  $k - \omega$  SST ([Menter, 1994](#)) fueron utilizados. Con respecto al flujo del aire caliente, este mismo fue simulado en régimen estacionario y compresible. La relación del flujo másico metano – aire es suficientemente pequeña, inclusive para el caso de temperatura de remanso más alta, como para que las propiedades de la mezcla tengan muy poca diferencia con las del aire ([Back et al. 1964](#)). Por lo tanto, el fluido empleado en la simulación es aire. A continuación, se presentan en la

Tabla 2 las propiedades más importantes de los materiales utilizados en la simulación: aire y Acero 502 para la pared de la tobera.

Aire		Acero 502 Type	
Densidad	Ecuación de gas ideal	Densidad	8030 kg/m <sup>3</sup>
C <sub>p</sub>	1006,43 J/kg K	Conductividad térmica	36,7 W/m K
Conductividad térmica	0,0242 W/m K	Espesor de la pared	7,4168 mm
Viscosidad	Ecuación de Sutherland; $\mu_0 = 1,716 \cdot 10^{-5}$ kg/ms $T_0 = 273,11$ K $S = 110,56$ K		

Tabla 2: Propiedades de los materiales utilizados en la simulación.

### 3.1 Generación de geometría y mallado

En primer lugar, se procedió a generar la geometría de la tobera convergente – divergente utilizada en los ensayos experimentales. El modelo creado es bidimensional con simetría axial, el cual se presenta en la siguiente Figura 2. En la misma se encuentran también las dimensiones características de la tobera en milímetros.

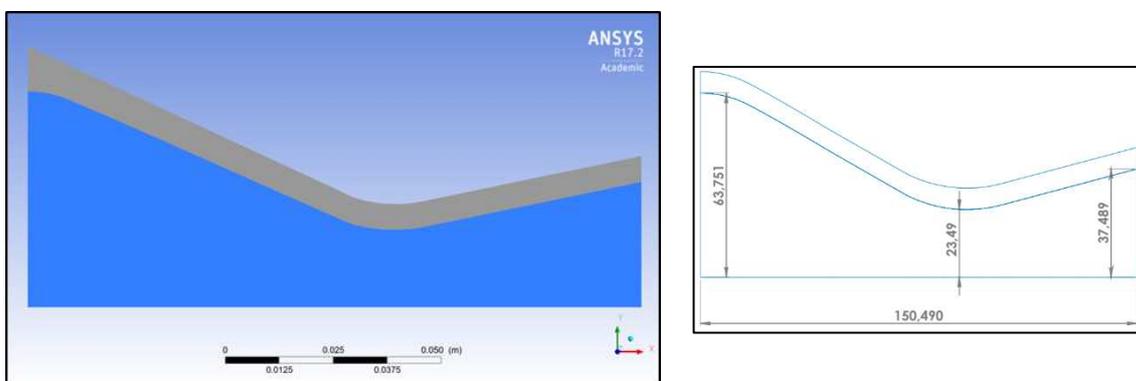


Figura 2: Geometría bidimensional axial-simétrica de la tobera

Luego de crear la geometría bidimensional, se procede a generar un mallado estructurado con densidad relativamente gruesa que tiene 4.800 elementos. Para el modelo de turbulencia  $k - \omega$  SST, este mallado grueso (“coarse”) fue refinado varias veces en la región de la capa límite para obtener en el primer elemento un valor de  $y^+$  aproximadamente igual a 1. Luego de los refinamientos mencionados, este mallado grueso pasó a tener 54.444 elementos. En las siguientes Figura 3 y Figura 4 se muestran el mallado antes y después de los refinamientos respectivamente, con una ampliación en la región cercana de la capa límite.

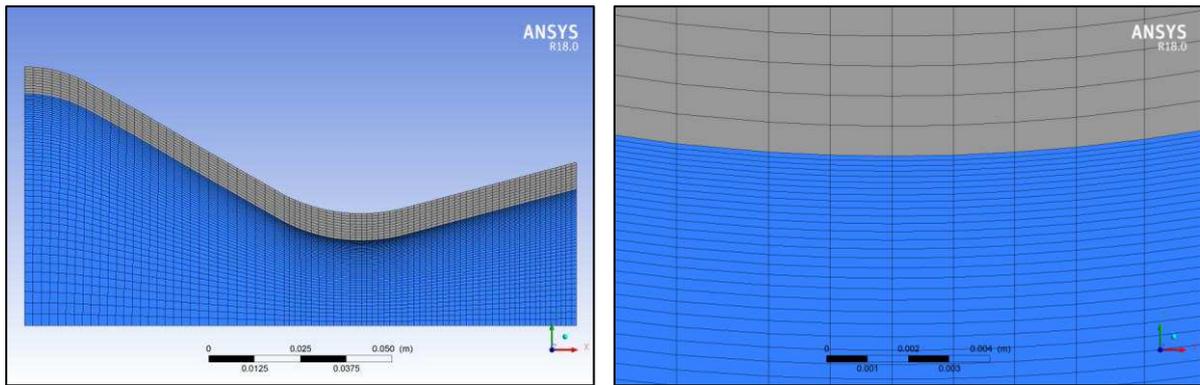


Figura 3: Mallado grueso (“coarse”) antes de ser refinado en la región de capa límite con detalle en la garganta

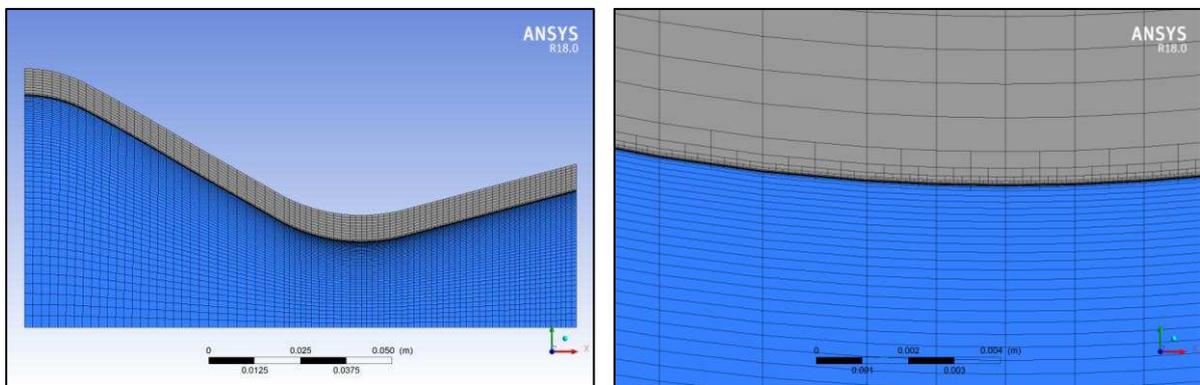


Figura 4: Mallado grueso (coarse) después de ser refinado en la región de capa límite con detalle en la garganta

### 3.2 Condiciones de borde

A los efectos de poder realizar la simulación del flujo de aire, es necesario también definir las condiciones de borde de las fronteras de la región del fluido y de la del sólido. En la siguiente [Figura 5](#) se presenta un esquema de las condiciones de borde utilizadas en cada una de las fronteras del dominio. En la entrada del dominio se ha impuesto una condición de flujo de masa de 1,16 kg/s. En la salida del dominio computacional, la presión atmosférica de 101.325 Pa es impuesta como condición de borde. Luego, en la pared externa se han implementado las temperaturas aproximadamente constantes en el tiempo que fueron medidas durante el ensayo experimental realizado, las cuales se muestran en la [Figura 6](#). Se puede observar en la [Figura 5](#) que el dominio está dividido en 10 particiones con el objetivo de poder fijar los distintos valores de temperaturas en la pared externa. Por otro lado, en las paredes internas fue impuesta la condición de no – deslizamiento y las temperaturas serán obtenidas de los resultados de simulación. Finalmente, en el eje central de la tobera se ha planteado la condición de simetría axial.

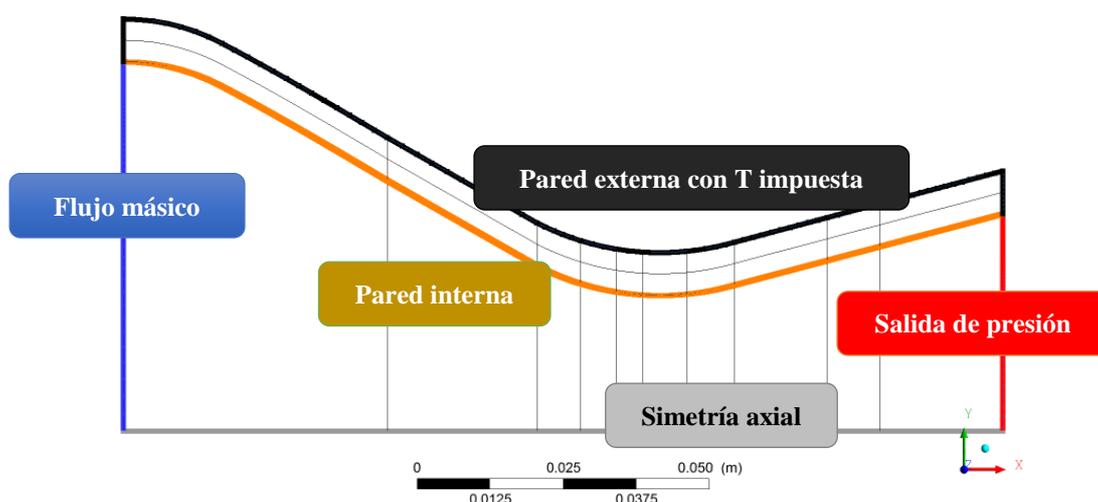


Figura 5: Esquema de las condiciones de borde

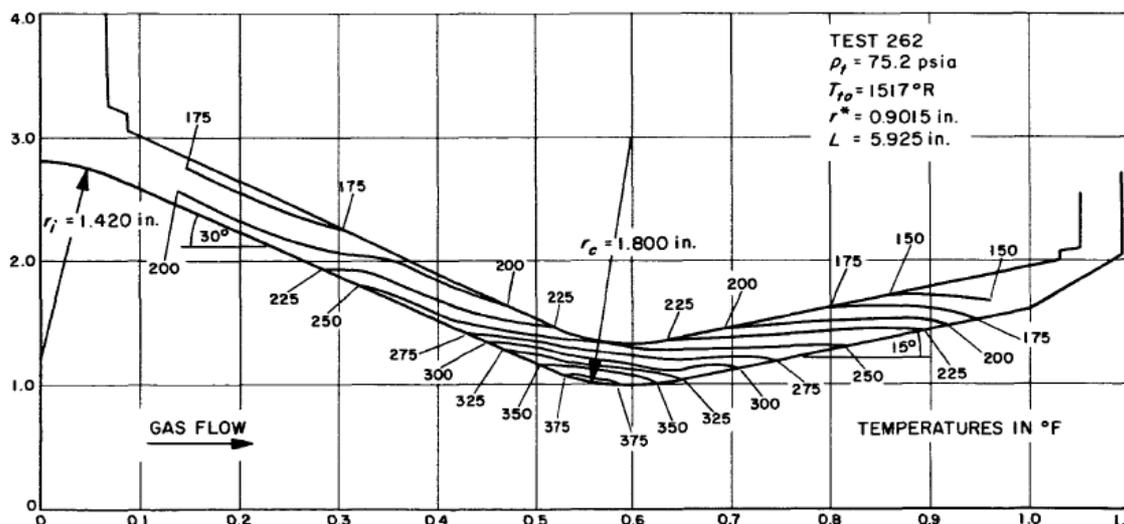


Figura 6: Curvas isotérmicas en la pared interna y externa de la tobera para el test 262 de Back et al. 1964.

### 3.3 Ecuaciones predominantes de la transferencia térmica

La transferencia térmica puede ocurrir mediante 3 mecanismos principales: conducción, convección y radiación. En el presente trabajo, se consideran solamente los mecanismos de conducción y convección.

A los efectos de resolver la transferencia térmica, el código Fluent emplea la siguiente ecuación de transporte de energía:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\vec{v}(\rho E + p)) = \nabla \cdot (K_{eff} \nabla T - \sum_j h_j \vec{j}_j + (\vec{\tau}_{eff} \cdot \vec{v})) + S_h \quad (1)$$

$K_{eff}$  es la conductividad efectiva, la cual consiste en la suma de la conductividad térmica ( $K$ ) más la conductividad térmica turbulenta ( $K_t$ ). Para el modelo de turbulencia  $k - w SST$ ,  $K_t$  es calculado mediante:

$$K_t = \frac{\mu_t}{Pr_t} \quad (2)$$

donde  $Pr_t$  es el número de Prandtl turbulento y  $\mu_t$  es la viscosidad turbulenta calculada en

Menter, 2009. Luego,  $\vec{J}$  es el flujo difusivo de la especie  $j$  cuando el modelo de multi-especies es activado. Por ende, los términos del lado derecho de la ecuación (1) representan, respectivamente, transferencia de energía por conducción, difusión de las especies, disipación viscosa y fuente de calor volumétrica ( $S_h$ ).

### 3.4 Validación de resultados independientes de la malla

Una vez obtenidos los primeros resultados con el mallado grueso (“coarse”), se realizaron simulaciones con un mallado intermedio (“medium”) y un mallado fino (“fine”) a los efectos de verificar la independencia de los resultados con respecto a la malla utilizada. Vale mencionar que el mallado intermedio y el fino cuentan con 69.786 y 125.580 elementos respectivamente. Para verificar dicha independencia del mallado se toman como valor de referencia la temperatura en la pared interna del área de la garganta. En la siguiente [Tabla 3](#) se presentan dichos valores de referencia y sus cambios porcentuales para verificar si los resultados numéricos están cerca de la región asintótica.

Mallado	Temperatura en A* (K)	Cambio %
“Coarse”	459,98	-----
“Medium”	456,77	0,70
“Fine”	456,42	0,08

Tabla 3: Valor de temperatura en la garganta para los tres mallados

Se puede observar en la [Figura 7](#) que el valor de la temperatura varía considerablemente entre la malla gruesa y las otras dos mallas, y se va aproximando a la región asintótica a medida que se refina la discretización espacial del dominio. Esto es, las variaciones de los valores de referencia analizados (temperatura en el área de la garganta) entre las distintas mallas se van minimizando hasta converger al valor correspondiente a la solución continua. Con esta tendencia asintótica del valor de la temperatura se puede considerar que la solución numérica obtenida es suficientemente independiente de la malla y, por lo tanto, la discretización espacial es adecuada. Se comparará entonces la solución obtenida con la malla fina con los resultados experimentales, para evaluar los modelos numéricos empleados. Vale mencionar que el análisis presentado previamente corresponde a resultados obtenidos mediante el solver basado en densidad del código Fluent. Luego, se utilizó directamente la malla fina en la simulación mediante el solver basado en presión.

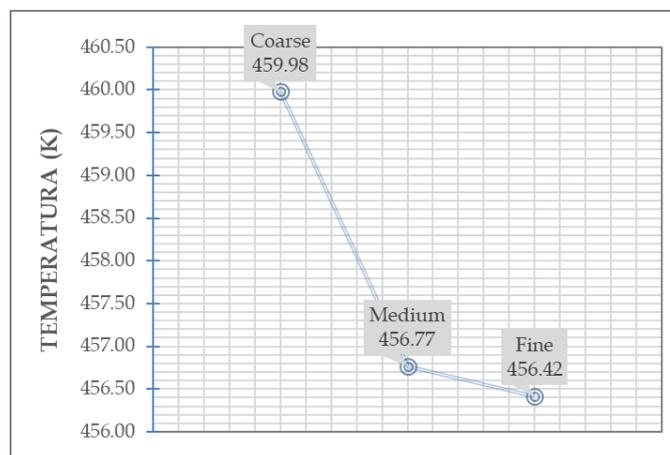


Figura 7: Valor de temperatura en el área de la garganta para los tres mallados.

#### 4 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

En esta sección se presentarán algunos de los resultados de la simulación numérica. En primer lugar, las [Figura 8](#) y [Figura 9](#) muestran los campos de número de Mach y de temperatura en todo el dominio de cálculo, es decir tanto en el interior como en la pared de la tobera supersónica (solamente en el caso de la temperatura), con el objetivo de obtener una primera visualización de las variaciones de estos dos parámetros y una primera corroboración de los resultados en cuanto a las distribuciones de número de Mach y temperatura de forma cualitativa. El patrón de flujo obtenido mediante las simulaciones numéricas corresponde a flujo interno de una tobera convergente – divergente con separación de flujo en la cercanía de la salida de la tobera. Tanto el solver basado en densidad como el solver basado en presión estima que el número de Mach en el medio del plano de la salida es alrededor de 2,5, el cual concuerda con el valor reportado en el trabajo experimental ([Back et al. 1964](#)). Sin embargo, el solver basado en densidad predice un punto de separación de flujo mucho más hacia el interior de la tobera que el solver basado en presión. Si bien este fenómeno fue reportado en dicho trabajo experimental pero no se aportan detalles suficientes para comparar los resultados de dicho punto de separación.

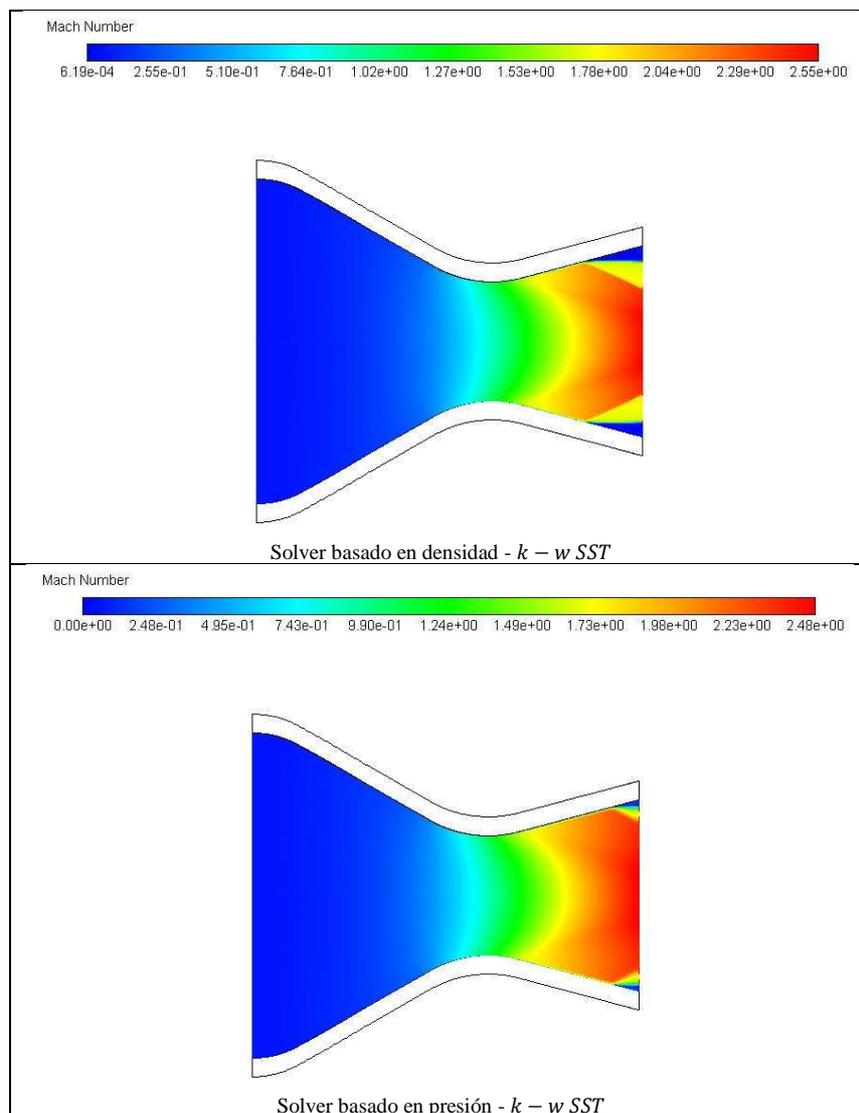


Figura 8: Campo de número de Mach.

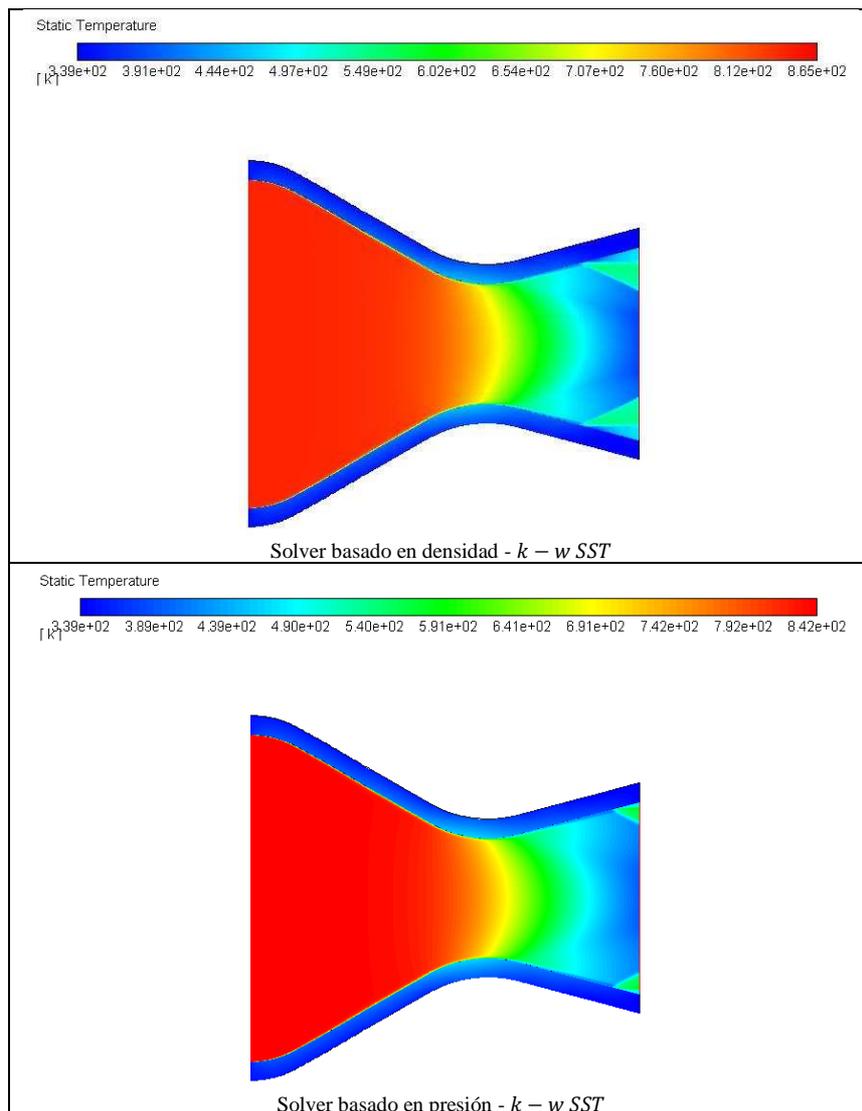


Figura 9: Campo de temperatura.

En las [Tabla 4](#) (solver basado en densidad) y [Tabla 5](#) (solver basado en presión) se presentan y se comparan los valores obtenidos experimental y numéricamente de las temperaturas a lo largo de la pared interna de la tobera convergente-divergente, y las diferencias porcentuales entre los dos resultados mencionados. En la [Figura 10](#) se encuentran graficadas dichas distribuciones de temperaturas.

En líneas generales se pueden observar buenas concordancias entre los resultados de las temperaturas que se obtuvieron numérica y experimentalmente. En cuanto a las temperaturas en la pared interna, la diferencia más grande entre los estudios experimentales y la simulación numérica es alrededor del 6,5% para el solver basado en densidad y del 5% para el solver basado en presión, con la excepción de la locación  $z/L = 0,276$  y  $z/L = 0,573$  en donde las temperaturas medidas arrojaron valores que parecerían estar fuera del comportamiento general de la distribución de temperaturas.

z/L	Tw (K) Experimental	Tw (K) – basado en densidad, $k - w SST$	Diferencia (%)
0,133	374,44	391,71	4,41
0,204	374,44	392,88	4,69
0,276	434,44	398,59	9,00
0,336	399,44	406,26	1,68
0,385	398,89	411,84	3,14
0,429	407,78	420,89	3,11
0,469	440	438,76	0,28
0,512	457,22	453,74	0,77
0,541	---	---	---
0,573	420	461,05	8,90
0,603	462,78	456,40	1,40
0,634	443,89	447,76	0,86
0,664	435	435,81	0,19
0,693	431,67	423,24	1,99
0,717	418,89	415,52	0,81
0,750	404,44	408,17	0,91
0,782	406,11	402,29	0,95
0,825	391,11	390,18	0,24
0,864	392,78	368,63	6,55
0,864	384,44	368,63	4,29
0,905	378,89	355,80	6,49
0,938	355	352,38	0,74

Tabla 4: Comparación de las temperaturas en la pared interna y la diferencia porcentual – solver basado en densidad.

$z/L$	Tw (K) Experimental	Tw (K) – basado en presión, $k - w$ SST	Diferencia (%)
0,133	374,44	391,82	4,44
0,204	374,44	394,18	5,01
0,276	434,44	400,30	8,53
0,336	399,44	407,03	2,03
0,385	398,89	413,24	3,47
0,429	407,78	422,54	3,49
0,469	440	442,00	0,45
0,512	457,22	456,90	0,07
0,541	---	---	---
0,573	420	464,98	9,67
0,603	462,78	460,41	0,51
0,634	443,89	451,04	1,59
0,664	435	438,53	0,81
0,693	431,67	425,52	1,44
0,717	418,89	417,40	0,36
0,750	404,44	409,92	1,34
0,782	406,11	404,29	0,45
0,825	391,11	394,45	0,85
0,864	392,78	385,77	1,82
0,864	384,44	385,77	0,35
0,905	378,89	377,57	0,35
0,938	355	369,01	3,80

Tabla 5: Comparación de las temperaturas en la pared interna y la diferencia porcentual – solver basado en presión.

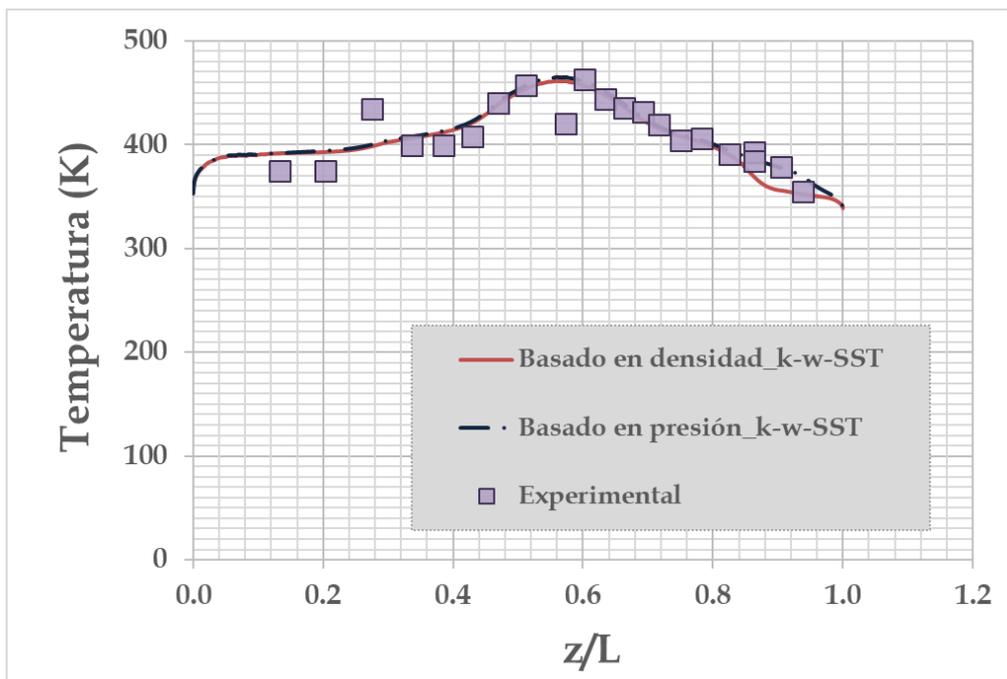


Figura 10: Comparación de resultados numéricos con experimentales (temperatura en la pared interna).

## 5 CONCLUSIONES

En el presente trabajo, la transferencia de calor desde un flujo de aire caliente hacia la pared interna de una tobera convergente – divergente fue analizada mediante simulaciones de fluidodinámica computacional. Las simulaciones fueron realizadas con el código Fluent, utilizando solver basado en densidad con esquema de Roe y solver basado en presión. Ambos solvers emplearon el modelo de turbulencia  $k - \omega$  SST.

Se realizaron simulaciones con tres distintas densidades de discretización espacial a los efectos de verificar que la solución numérica obtenida fuera independiente del mallado utilizado. Se verificó que el nivel de refinamiento en la malla “fina” fue suficiente, ya que la solución numérica del flujo de calor se aproximó a su región asintótica.

Las distribuciones de temperaturas numéricas y experimentales en la pared interna de la tobera fueron comparadas y se han observado buenas concordancias entre los dos resultados, pero con una tendencia general a que la solución numérica sobreestime los valores de la temperatura en la pared interna de la tobera. Dicha sobreestimación de temperaturas se observa principalmente en la región convergente de la tobera, siendo la mayor diferencia entre los resultados numéricos y experimentales un 4,69% para el solver basado en densidad, y un 5,01% para el solver basado en presión. Dicha máxima diferencia ocurre en la estación  $z/L = 0,0204$  para ambos solvers. Por lo tanto, se puede considerar que tanto el solver basado en densidad como el solver basado en presión tiene un comportamiento adecuado para ser utilizado en la predicción de la distribución de temperaturas en las paredes de la tobera convergente – divergente.

Si bien en esta etapa inicial las simulaciones fueron realizadas con un solo modelo de turbulencia, se pretende reproducir el experimento numéricamente usando distintos modelos de turbulencia para obtener más informaciones sobre el comportamiento de los mismos en este tipo de problema de transferencia térmica. El objetivo es seleccionar, en base de las comparaciones de los distintos resultados numéricos, el esquema y el modelo de turbulencia más adecuado para ser usados en la predicción de la distribución de temperaturas a lo largo de la pared de la tobera. Esta predicción de valores de temperaturas es una etapa esencial en el proceso de diseño de nuevos motores para lanzadores satelitales. El objetivo final de esta línea de trabajo es tener herramientas de simulación suficientemente confiables y validadas para lograr una optimización en el diseño de forma rápida y eficiente.

## REFERENCIAS

- Back L. H., Massier P. F., and Gier H. L., Convective heat transfer in a convergent – divergent nozzle. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 7:549–569, 1964.
- Back L. H., Massier P. F., and Cuffel R. F., Flow Phenomena and Convective Heat Transfer in a Conical Supersonic Nozzle. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 4:1040–1047, 1967.
- Sutton G. P., and Biblarz O., *Rocket Propulsion Elements*, John Wiley & Sons, 2001.
- Chowdhury M. S. U., J. Ahamed U., Faruque P. M. O., and Bhuiya M. M. K., Computational study of supersonic flow through a converging diverging nozzle, *Engineering e-Transaction*, 6:37–42, 2011.
- Balabel A., Hegab A. M., Nasr M., and El-Behery S. M., Assessment of turbulence modelling for gas flow in two-dimensional convergent-divergent rocket nozzle, *Applied mathematical Modelling*, 35:3408–3422, 2011.
- Natta P., Kumar V. R., and Rao Y. V. H., Flow analysis of rocket nozzle using computational fluid dynamics (Cfd), *International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA)*, 2:1226–1235, 2015.
- Zhang X., Coupled simulation of heat transfer and temperature of the composite rocket nozzle

- wall, *Aerospace Science and Technology*, 15:402–408, 2011.
- Maeding C., Wiedmann D., Quring K., and Knab O., Improved heat transfer prediction engineering capabilities for rocket thrust chamber layout, *Progress in Propulsion Physics*, 2:239–250, 2011.
- Iqbal M. J., Sheikh N. A., Ali H. M., Khushnood S., and Arif M., Comparison of empirical correlations for the estimation of conjugate heat transfer in a thrust chamber, *Life Science Journal*, 9:708–716, 2012.
- Vijayakumar V., Pisharady J. C., and Balachandran P., Computational and experimental study on supersonic film cooling for liquid rocket nozzle applications, *Thermal Science*, 19:49–58, 2015.
- Roe P. L., Characteristic based schemes for the Euler equations, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 18:337–365, 1986.
- Menter F. R., Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications, *AIAA journal*, 32:1598–1605, 1994.
- Menter F. R., Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 23: 305–316, 2009.