

## CARACTERIZACIÓN DE UNA GUÍA DE ONDA ACÚSTICA

### ACOUSTIC WAVEGUIDE CHARACTERIZATION

Diego M. Tuozzo<sup>a</sup> y Tomás Echarri<sup>b</sup>

<sup>a</sup>*Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, Calle 1 y 47, 1900 La Plata, Argentina, martintuozzo@hotmail.com*

<sup>b</sup>*UIDT IAME, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, Calle 1 y 47, 1900 La Plata, Argentina, tomas.echarri@ing.unlp.edu.ar*

**Palabras clave:** Guía de onda acústica, fuente de alta frecuencia, análisis armónico, directividad proporcional.

**Resumen.** Una guía de onda acústica es un dispositivo que permite controlar la directividad de una fuente sonora de manera proporcional respecto a la frecuencia en un plano, mientras que en el plano perpendicular se comporta de manera similar a una bocina de directividad constante. La gran ventaja de estos dispositivos radica en que permite configurar arreglos de alto solapado, es decir, con una gran cantidad de elementos y poca separación angular entre ellos. En el presente trabajo se analiza el desempeño de diseño *tapered* mediante simulaciones armónicas en el tiempo utilizando el método del elemento finito. Se presentan los resultados correspondientes a modelos tridimensionales y se comparan con mediciones.

**Keywords:** Acoustic waveguide, high frequency source, harmonic analysis, proportional directivity.

**Abstract.** An acoustic wave guide is a device that allows controlling the directivity of a sound source in a proportional way with respect to the frequency in a plane, whereas in the perpendicular plane behaves similarly to a constant directivity horn. The great advantage of these devices is that it allows to configure high overlapping arrangements, that is, with a large number of elements and little angular distance between them. In the present work the performance of a tapered design is analyzed by time-harmonic simulations using the finite element method. The results for three-dimensional models are presented and compared with measurements.

## 1. INTRODUCCIÓN

Durante las últimas décadas se ha incrementado el número de sistemas de altavoces para aplicaciones profesionales de audio diseñados bajo la configuración de arreglo lineal (line array).

Estos sistemas constan, generalmente, de módulos que poseen un panel frontal en cuya parte central se ubica la unidad de alta frecuencia (AF) compuesta por uno o más motores de compresión (*drivers*), capaces de reproducir frecuencias que van de 1 kHz a 20 kHz, acoplado/s a una guía de onda. Este dispositivo de haz convergente geoméricamente posee el alto de un módulo del arreglo lineal, de modo que cuando estos son ensamblados para constituir un sistema completo el resultado es una disposición lineal de fuentes aproximadamente continua.

Cada fuente de AF debe cumplir con los criterios precisos para que el sistema se comporte como predice la teoría de las fuentes de línea. El criterio más importante es la coherencia de fase: el frente de onda (de sonido) a la salida de la guía de onda debe ser plano (isofásico) hasta la frecuencia más alta de interés. Para esto la máxima curvatura permitida del frente en campo cercano es un cuarto de la longitud de onda de la máxima frecuencia a reproducir por el dispositivo, es decir,  $90^\circ$  o  $\pi/2$  radianes (Urban y Bauman, 2001).

La respuesta de este dispositivo puede aproximarse a la directividad que generaría una línea recta de  $n$  fuentes de directividad proporcional. Para un arreglo de este tipo, a medida que aumentamos la frecuencia, la cobertura se estrecha. Para establecer una proporción, podemos decir que a medida que doblamos la frecuencia, la cobertura del arreglo de  $n$  fuentes se estrecha a la mitad. Existe una frecuencia fundamental, que corresponde a la longitud del arreglo ( $n$  veces el tamaño de cada fuente), que posee una cobertura de  $76^\circ$ . La distancia entre centro de cada fuente establece la frecuencia límite en la cual el arreglo sufre una ruptura del patrón denominado colapso lateral. En ese caso, la mayor cantidad de energía se irradia hacia los laterales del arreglo. Esto sucede porque al llegar a esa frecuencia la línea pierde el control de la directividad del arreglo y todas las fuentes llegan al mismo tiempo a las posiciones de  $90^\circ$  y  $270^\circ$  generando suma constructiva en dichos puntos. Esto nos ayuda a determinar un rango de frecuencias donde el dispositivo es capaz de controlar la directividad del frente de onda. De cierto modo, el colapso lateral nos informa la frecuencia límite superior y la longitud del arreglo determina la mínima frecuencia a reproducir por el dispositivo (frecuencia fundamental) y la cobertura que es posible obtener a la frecuencia límite superior.

## 2. GUÍA DE ONDA ACÚSTICA

Una guía de onda es un dispositivo técnico que permite controlar la directividad de una fuente sonora de manera proporcional respecto a la frecuencia en su plano vertical. En el plano horizontal se comporta de manera similar a una bocina de directividad constante.

La gran ventaja de estos dispositivos radica en que permite configurar arreglos de alto solapado, es decir, arreglos con gran cantidad de elementos y poca separación angular entre ellos (Digón y Ferrer, 2015). Esto trae aparejado un acoplamiento muy eficaz entre fuentes a alta frecuencia (de 10 kHz a 16 kHz de manera general), con gran control direccional y baja interferencia destructiva entre los frentes de ondas del espectro de frecuencias (nuevamente, de manera especial, a alta frecuencia). Esto es posible gracias a su principio de funcionamiento el cual radica en minimizar la distancia entre transductores y prevenir la interferencia acústica por separación física (distancia entre elementos).

Cabe mencionar que la directividad en el caso de una guía de onda sería útil dentro del rango de frecuencias de reproducción del motor de compresión (generalmente de 1 kHz a 16 kHz).

Para frecuencias menores a 2 kHz, la longitud de onda supera generalmente el tamaño físico de este dispositivo y su haz se torna cada vez más omnidireccional. Además, como la guía de onda no es ideal, comienzan a tomar importancia otros fenómenos como el de re-irradiación del frente de onda emitido por el mismo dispositivo. Esto acentúa la interferencia destructiva y la oscilación (*ripple*) en la función de transferencia del dispositivo.

Con el paso del tiempo los diferentes fabricantes de sistemas de refuerzo sonoro han propuesto cada uno una geometría diferente para dar respuesta al problema de la directividad con las guías de onda. Independientemente de la geometría elegida, el principio de funcionamiento de la solución es único: controlar la evolución del frente de onda desde la garganta de la guía de onda hasta el perfil seccional elegido a la salida para reducir las diferencias de camino existentes y en consecuencia igualar los tiempos de arribo en la boca de la guía de onda. El producto es un frente de onda plano (isofásico) en el rango útil del motor de compresión.

En el presente trabajo se presenta el análisis armónico de la guía de onda acústica tipo *tapered* cuya geometría exterior e interior se puede observar en la figura 1. Las especificaciones generales del dispositivo a analizar se presentan en la tabla 1.

Tabla 1: Especificaciones generales de la guía de onda tipo *tapered* (L'Acoustics, 2005).

Diámetro de la garganta	25 mm
Sección de salida	210 mm × 19,6 mm
Ángulo de cobertura horizontal	100°
Rango de frecuencia	1,3 kHz – 18 kHz
Dimensiones exteriores	220 mm × 120 mm × 141 mm

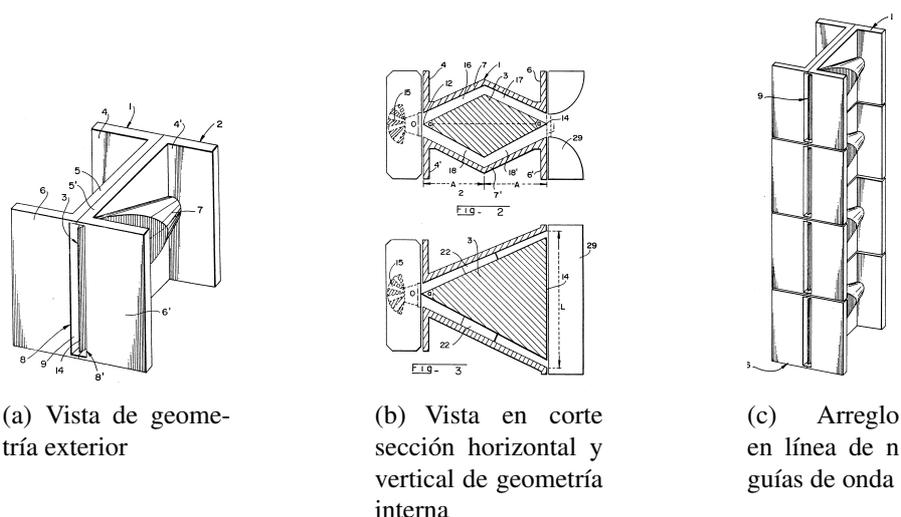


Figura 1: Geometría y arreglo lineal de guía de onda tipo *tapered* (Heil, 1992)

### 3. ECUACIÓN DE ONDA ACÚSTICA

Desde el punto de vista teórico el estudio de la propagación de ondas en un medio homogéneo  $\mathcal{B}$ , se reduce a la determinación de un campo vectorial  $u_i(t, x_j)$  representando el desplazamiento infinitesimal de un punto  $x_i \in \mathcal{B}$  que conserva la cantidad de movimiento lineal (Marsden y Hughes, 1993)

$$\rho \ddot{u}_i = \sigma_{ij,j}, \quad (1)$$

donde  $\rho$  es la densidad de masa del medio,  $\ddot{u}_i$  es el vector aceleración y  $\sigma_{ij}$  el tensor de tensión simétrico debido a la conservación de la cantidad de movimiento angular. En el caso de un fluido acústico, este queda completamente definido a partir de la presión  $p$ , dado que no posee parte desviadora.

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij}, \quad (2)$$

Por lo que la ecuación de *Cauchy* toma la forma de *Euler*:

$$\rho \ddot{u}_i = -p_{,i}, \quad (3)$$

en palabras, el cambio de la cantidad de movimiento se opone al gradiente de presión.

Por otra parte haciendo uso de la ecuación de continuidad y conservación de la masa, es posible relacionar la densidad y la velocidad:

$$\dot{\rho} + \rho \dot{u}_{i,i} = 0. \quad (4)$$

En la ecuación constitutiva del fluido acústico ideal, la relación entre presión y densidad es lineal y coincide con el modelo de gas ideal

$$p = c^2 \rho, \quad (5)$$

donde  $c = \sqrt{B/\rho_0}$  es la velocidad del sonido, función del módulo de elasticidad volumétrico  $B$  y la densidad no perturbada  $\rho_0$ . En el caso límite de un proceso adiabático  $B = \gamma p_0$  donde  $\gamma = C_p/C_v$  depende las capacidades caloríficas y  $p_0$  la presión no perturbada.

La relación entre las tres funciones incógnitas es evidente, tomando la divergencia de la ecuación de movimiento en la forma de *Euler*, derivando respecto del tiempo tanto en la ecuación constitutiva (dos veces) como de continuidad y operando para retener  $p$ , se obtiene la ecuación de onda para el fluido acústico ideal

$$c^2 p_{,ii} = \ddot{p}. \quad (6)$$

Asumiendo una variación armónica en el tiempo para la presión  $p = \hat{p}e^{i\omega t}$  con frecuencia angular  $\omega = 2\pi f$ , se obtiene la ecuación de *Helmholtz* (no disipativa) homogénea

$$c^2 p_{,ii} + \omega^2 p = 0. \quad (7)$$

### 4. FORMULACIÓN DE ELEMENTOS FINITOS

Para la solución de la ecuación de onda acústica en el marco del método de los elementos finitos en la formulación de *Galerkin* debe transformarse el problema diferencial o fuerte en uno integral o débil. La forma débil se obtiene multiplicando la ecuación de *Helmholtz* por un campo de presión virtual  $\delta p(t, x_i)$  y aplicando el teorema de la divergencia (Bathe, 1996). El resultado es la variación de la funcional:

$$\delta F[p] = \int_{\mathcal{B}} (\delta p_{,i} p_{,i} - \delta p k^2 p) dV - \int_{\partial_n \mathcal{B}} \delta p p_{,i} n_i dS, \quad (8)$$

donde  $k = \omega/c$  es el número de onda angular. Entonces si una función  $p$  satisface  $\delta F[p] = 0$  para toda  $\delta p$  compatible con las condiciones de frontera esenciales

$$p_t = p \text{ en } \partial_e \mathcal{B}, \quad (9)$$

dicha función es solución de la formulación fuerte del problema.

Las condiciones de frontera naturales pueden reescribirse utilizando la conservación de la cantidad de movimiento lineal

$$\rho_0 \ddot{u}_n = -n_i p_{,i} \text{ en } \partial_n \mathcal{B}, \quad (10)$$

siendo  $\ddot{u}_n$  la componente normal de la aceleración.

En el marco del método del elemento finito se utiliza un subespacio de funciones para satisfacer la variación de la funcional, la presión en el dominio de un elemento de  $N$  nodos es interpolada en la forma usual según

$$p = \sum_{I=1}^N \varphi_I(x_j) P_I(t); \quad p_{,i} = \sum_{I=1}^N \varphi_{I,i}(x_j) P_I(t). \quad (11)$$

Donde  $\varphi_I$  y  $P_I$  son las funciones de forma y presiones nodales I-ésimas respectivamente. Luego de integrar en el dominio del elemento y aplicar las condiciones de frontera esenciales (sobre  $p$ ) se obtiene la ecuación del elemento finito

$$K_{IJ} P_J + M_{IJ} \ddot{P}_J = F_I, \quad (12)$$

donde el vector incógnita, en el espacio de elementos finitos, agrupa las presiones nodales. Los operadores lineales de rigidez e inercia se obtienen a partir de

$$K_{IJ} = \int_{\mathcal{B}} \varphi_{I,i} \varphi_{J,i} dV; \quad M_{IJ} = \int_{\mathcal{B}} \frac{1}{c^2} \varphi_I \varphi_J dV. \quad (13)$$

El vector de cargas nodales se calcula a partir del conocimiento de la aceleración normal en la frontera. Para una excitación armónica  $\ddot{u}_n = -\omega^2 u_n$ , por lo cual

$$F_I = \rho_0 \omega^2 \int_{\partial_n \mathcal{B}} \varphi_I u_n dS. \quad (14)$$

#### 4.1. Modelo de elementos finitos

Para resolver la ecuación de *Helmholtz* en un dominio no acotado (infinito) mediante el método del elemento finito (u otro método) debe truncarse la malla computacional sin introducir fenómenos artificiales, en particular ondas reflejadas.

Algunos problemas están truncados naturalmente, por ejemplo los dominios periódicos que se resuelven con condiciones de frontera periódicas. Otros poseen soluciones que decaen rápidamente en el espacio, razón por la cual el truncamiento es irrelevante si la porción del dominio es lo suficientemente grande. En cualquier otro caso el dominio debe ser truncado con criterio físico-matemático, las principales técnicas utilizadas en estas situaciones son los elementos infinitos y los *Perfectly Matched Layers (PML)*. Los últimos son elementos constituidos por materiales anisótropos obtenidos artificialmente a partir de la transformación de las ecuaciones de movimiento mediante la introducción de un sistema de coordenadas  $x'$  definido por

$$x_j = \beta_{(j)} x'_j; \quad \beta_{(j)} = 1 - \frac{ib_{(j)}}{\omega}. \quad (15)$$

Siendo  $b$  una constante de atenuación (Berenger, 1993). El efecto de esta transformación es la creación de un medio absorbente (sin reflexión) para cualquier dirección a la frecuencia  $\omega$ . Esta región absorbente se extiende desde la frontera de la región de propagación hasta la del dominio truncado.

El uso de elementos *PML* es particularmente útil en el análisis armónico pues es posible sintonizar el dominio absorbente a la frecuencia del análisis. Los detalles de la implementación de esta técnica exceden el alcance del presente trabajo por lo que no serán expuestos.

El modelo geométrico consta de una región interior o confinada por la guía de onda acústica, una región externa de propagación del campo cercano (*buffer*) y finalmente una región de absorción (*PML*). Debido a que la geometría del modelo acústico posee simetría respecto dos planos ortogonales se representa un cuarto del dominio truncado, como puede observarse en la Figura 2.

En el presente análisis acústico interesa conocer el campo de presión  $p$  cercano para el ensamble *driver*-guía de onda-difusor irradiando en campo libre. La condiciones de frontera aplicadas son:

- En las superficies estructurales (superficie interior de la guía de onda) y planos de simetría son naturales y homogéneas, es decir  $u_n = 0$ . Vía ecuación de movimiento su equivalente es  $n_i p_{,i} = 0$ , ya que  $\ddot{u} = 0$ .
- En la frontera exterior de la region *PML* la condición de frontera es esencial y corresponde a la presión no perturbada  $p_0$ .
- En la superficie de radiación asociada al ensamble del *driver* con la guía de onda, la condición de frontera es esencial y la excitación se modela como una onda armónica plana de amplitud constante  $p = \hat{p} e^{i\omega t}$ .
- Por defecto se establecen las condiciones de continuidad de presión  $p$  en el plano que comparte la boca del difusor y la región *buffer*, así como también la frontera entre este y la región *PML*.

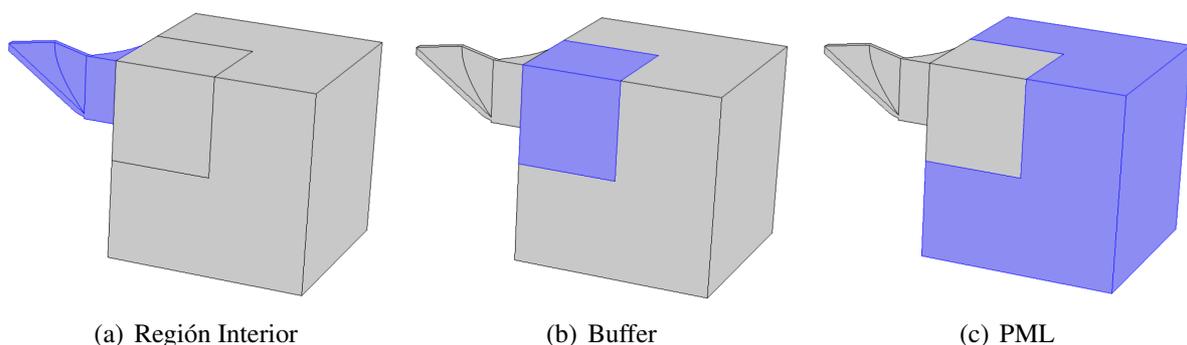


Figura 2: Regiones del modelo acústico utilizado.

Se utilizaron elementos acústicos tetraédricos y *PML* hexaédricos de segundo orden, la dimensión característica máxima de los elementos se calcula para que la discretización pueda representar la propagación de una onda con la longitud de onda crítica, es decir  $c/(4f)$ . Se implementaron 10 capas *PML* de espesor  $c/(50f)$ .

## 4.2. Resultados numéricos

Sobre el modelo descrito se realizó un análisis armónico en el tiempo de 1 kHz a 20 kHz a intervalos de 50 Hz. El resultado de este análisis es la presión nodal y via las funciones de forma permite obtener el campo de presión en la región no absorbente para las frecuencias seleccionadas. Para utilizar la información del análisis en la practica, deben posprocesarse los resultados con el objeto de caracterizar la directividad del dispositivo. Las formas de representación usuales son diagramas polares y de directividad, en ambos casos se utiliza el nivel de presión sonora

$$L_p = 20 \log (p_{\text{rms}}/p_{\text{ref}}), \quad (16)$$

donde  $p_{\text{ref}} = 20 \mu\text{Pa}$ . Normalmente el nivel de presión se toma respecto del valor sobre el eje del dispositivo. Los diagramas polares muestran la variación del nivel de presión a una distancia radial específica (campo lejano) en función de la distancia angular al eje del dispositivo en el plano vertical (figura 3) y horizontal (figura 4) para cada frecuencia. La interferencia se hace evidente con aparición de lóbulos secundarios a medida que la frecuencia aumenta (figuras 3 y 4 de izquierda a derecha).

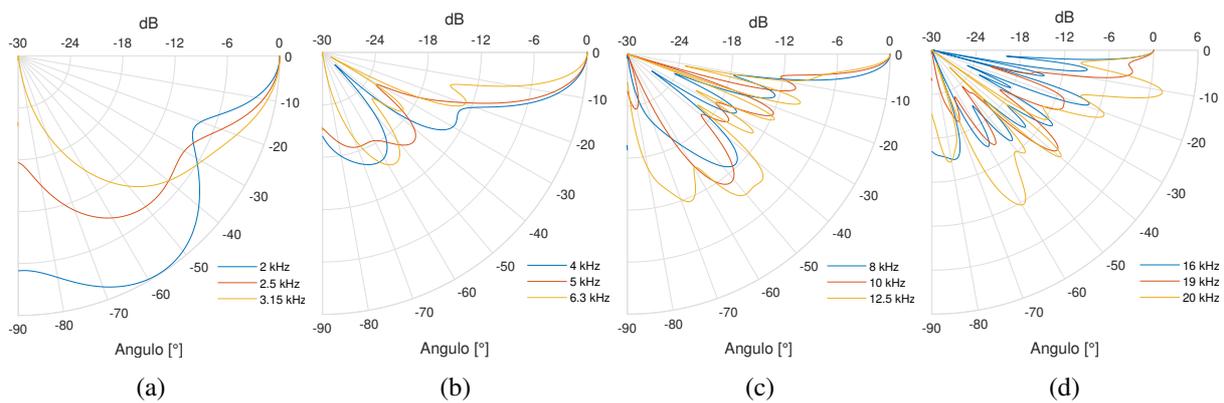


Figura 3: Diagramas polares en plano vertical.

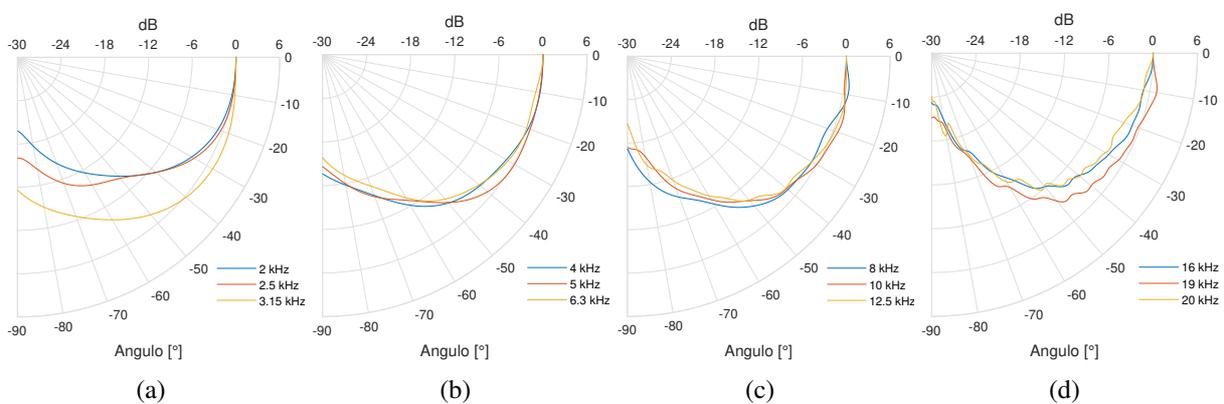


Figura 4: Diagramas polares en plano horizontal.

Los diagramas de directividad muestran el nivel de presión sonora en escala cromática como función de la distancia angular al eje del dispositivo (mediante una proyección cartesiana) y la frecuencia tanto en el plano vertical (figura 5) como horizontal (figura 6). En rigor se construyen

a partir de la respuesta en frecuencia en las direcciones consideradas. Interpolando el nivel de presión se puede apreciar la variación del ángulo de cobertura identificando las curvas de nivel para una atenuación particular (por ej.  $-6$  dB) respecto del eje del dispositivo.

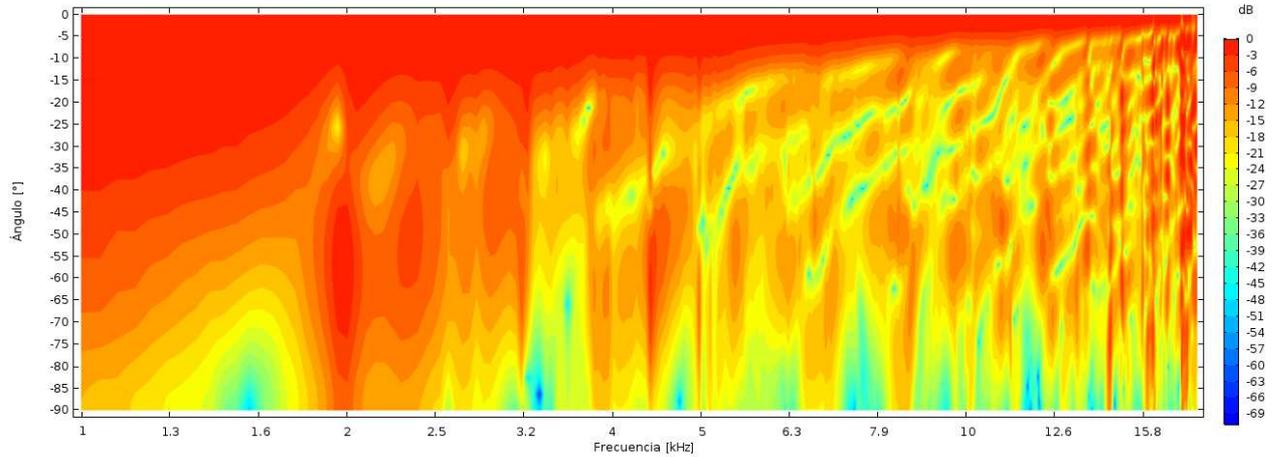


Figura 5: Diagrama de directividad simulado en el plano vertical.

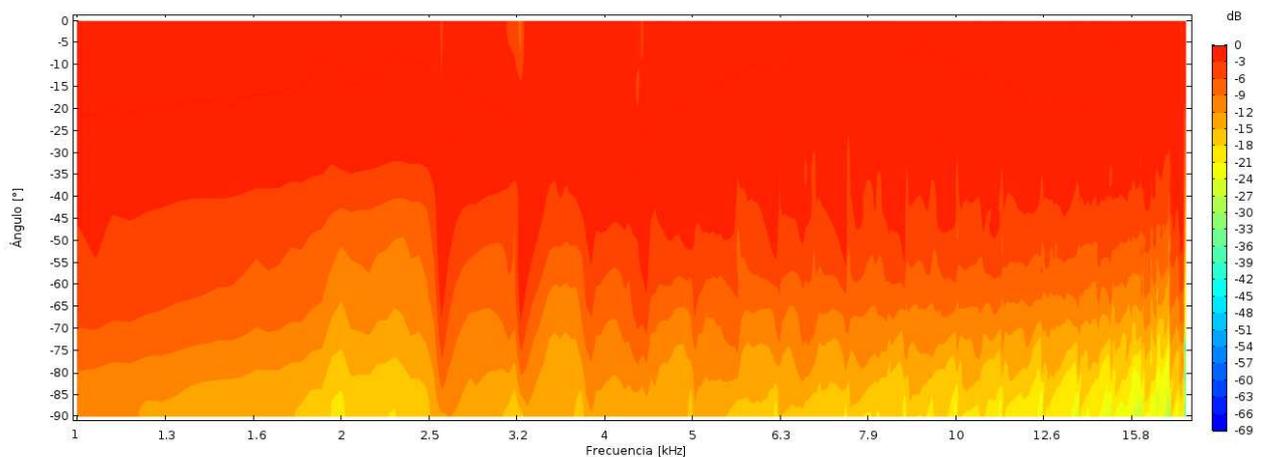


Figura 6: Diagrama de directividad simulado en el plano horizontal.

### 4.3. Resultados experimentales

Para caracterizar experimentalmente la guía de onda se efectuó la medición de campo libre de la respuesta impulsiva y el análisis en tiempo real de la respuesta en frecuencia ante una excitación de ruido rosa. Para determinar la directividad, el dispositivo se monta sobre una base giratoria graduada en forma centrada para evitar que la distancia de medición cambie con el ángulo de rotación y con ello el nivel de presión. En la medición se utilizó un micrófono *Isemcon EMX-7150*, una placa de audio *Roland Octa-capture* y el programa para medición y análisis de sonido *ARTA*.

Teóricamente para un altavoz montado en pantalla infinita que irradia en media esfera, el campo lejano comienza a una distancia mayor a seis veces el radio efectivo del altavoz. De manera estándar, las mediciones para caracterizar parámetros de altavoces ubican el micrófono

de medición a una distancia de 1 m desde el centro de la membrana del altavoz. La ubicación del mismo respecto del suelo depende de la mínima frecuencia a reproducir por el dispositivo. Para evitar cualquier tipo de reflexión la distancia respecto del suelo es al menos una longitud de onda.

la respuesta impulsiva del dispositivo se captura cada  $5^\circ$  a partir del eje de referencia. La respuesta en frecuencia se obtiene mediante la aplicación de la transformada rápida de *Fourier* (*FFT*). Debido a que en este caso el dispositivo es simétrico, teóricamente es suficiente medir sobre un cuadrante frontal frente al dispositivo.

Con el objeto de compararlos con los resultados numéricos, en las figuras 7 y 8 se presentan los diagramas de directividad obtenidos a partir de las mediciones en el plano vertical y horizontal respectivamente.

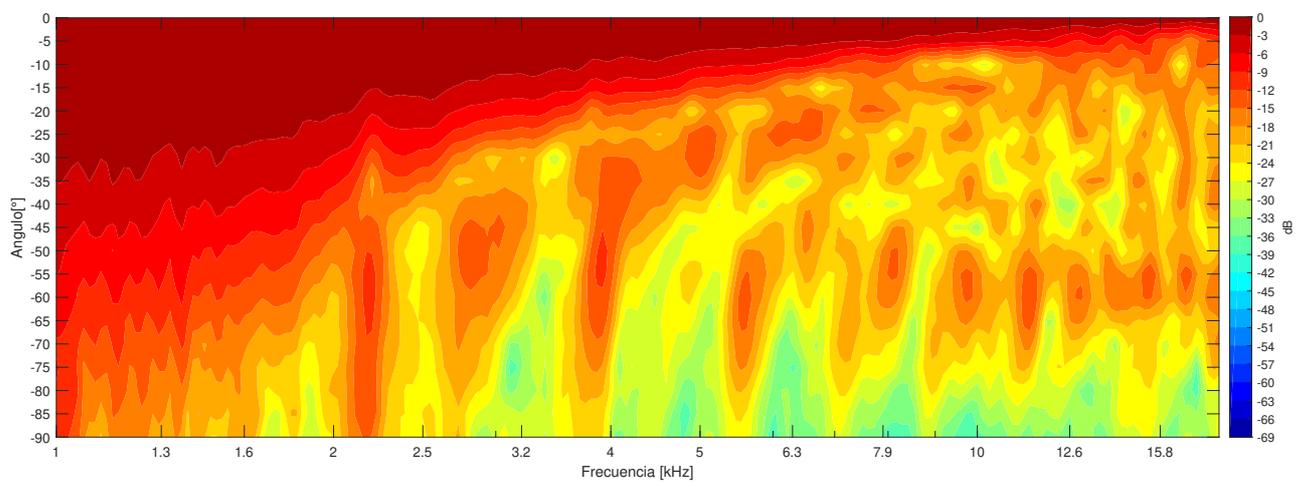


Figura 7: Diagrama de directividad medido en el plano vertical.

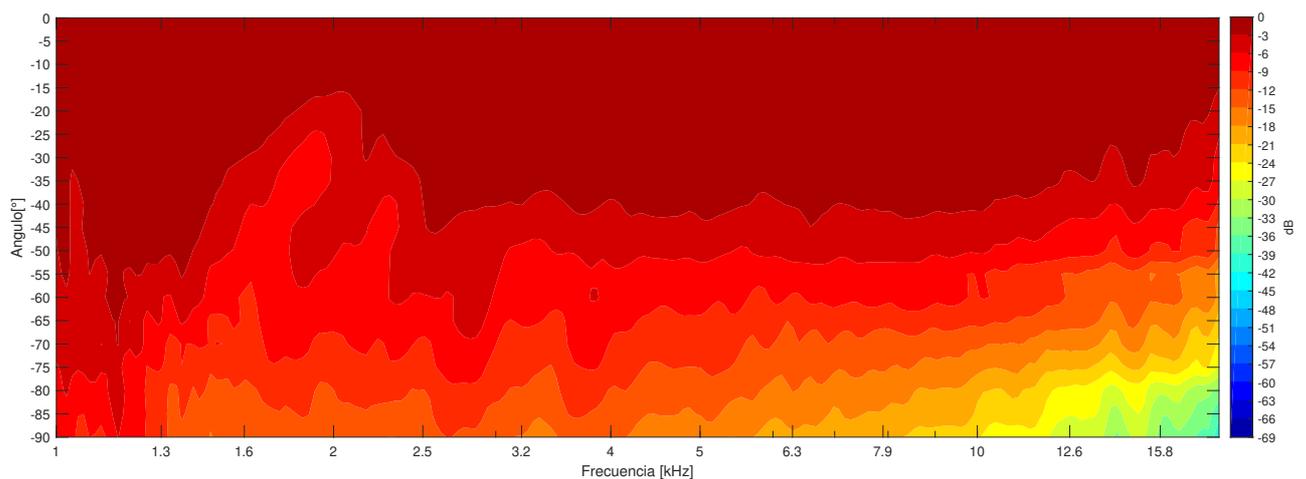


Figura 8: Diagrama de directividad medido en el plano horizontal.

## 5. CONCLUSIONES

Se realizó el análisis armónico en el tiempo del modelo de elementos finitos de una guía de onda acústica (*tapered*) cuyos resultados fueron comparados con las mediciones de campo libre sobre el dispositivo instalado.

En general mientras la longitud característica de la fuente sea pequeña respecto de la longitud de onda la radiación será aproximadamente omnidireccional, con cambios menores del nivel de presión en función del desplazamiento angular respecto del eje del dispositivo. Cuando la longitud de onda disminuye y por debajo de la longitud característica de la fuente, se acentúa el efecto de la interferencia producto de la diferencia en los tiempos de arribo desde los puntos de la superficie de radiación.

Los diagramas polares simulados, figuras 3 y 4, muestran la presencia de lóbulos de presión secundarios generados por diferencias en arribos temporales para cada frecuencia del espectro de excitación. Estos y los diagramas de directividad están estrechamente relacionados, donde se aprecian picos en el nivel de presión fuera del eje del dispositivo, coincide con la presencia de lóbulos de presión secundarios en los diagramas polares.

Los resultados numéricos muestran directividad proporcional acentuada conforme aumenta la frecuencia en el plano vertical (figura 5) y directividad aproximadamente constante en el plano horizontal (figura 6). El acuerdo con las mediciones en el plano vertical se analiza comparando las figuras 5 y 7. Este en general es bueno, fundamentalmente a partir de 4 kHz. Por debajo de dicho valor la resolución espectral del análisis no permite capturar la respuesta medida. En el plano horizontal, comparando las figuras 6 y 8, se observan discrepancias en el ángulo de cobertura ( $-6$  dB). La tasa de estrechamiento del haz a partir de 10 kHz es significativamente menor en la simulación, presumiblemente debido a la idealización del motor de compresión como una excitación con espectro plano.

El difusor es el responsable de la directividad aproximadamente constante en el rango de frecuencias de interés sobre el plano horizontal. Sin esta dependencia de la directividad con la frecuencia sería sensible, apartándose del comportamiento omnidireccional con la frecuencia por lo tanto sin control sobre el comportamiento directivo del dispositivo en ese plano.

En conclusión utilizando el análisis armónico es posible establecer las frecuencias que presentan inconvenientes en la respuesta del dispositivo por exceso de curvatura, que afecta al resto del arreglo lineal, además del límite superior de efectividad del dispositivo como rectificador de frentes de onda y en consecuencia como controlador de la directividad (fundamentalmente) en el plano de acoplamiento (plano vertical).

## REFERENCIAS

- Bathe K.J. *Finite elements of procedures*. McGraw Hill, New York, USA, 1996.
- Berenger J.P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, 114:185–200, 1993.
- Digón A.G. y Ferrer P. *Configuración y ajustes de sistemas de sonido, Curso Práctico*. Publicaciones Altaria, SL, 2015.
- Heil C. Sound wave guide US5163167. 1992.
- L'Acoustics. *V-DOSC operator manual versión 4*, 2005.
- Marsden J.E. y Hughes T.J.R. *Mathematical foundations of elasticity*. Dover, New York, USA, 1993.
- Urban M. Heil C. y Bauman P. Wavefront sculpture technology. *Audio Engineering Society*, 111, 2001.