

## AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE LAJES FISSURADAS

### EVALUATION OF DYNAMIC BEHAVIOR OF CRACKED SLABS

**Marcelo L. Freitas<sup>a</sup>, Eduarda M. Ferreira<sup>b</sup>, Flávio S. Barbosa<sup>a</sup> e Roberto L. Pimentel<sup>b</sup>**

<sup>a</sup>*Programa de Pós Graduação de Engenharia Civil - Universidade Federal de Juiz de Fora, Campus  
Universitário, 36036-330, Juiz de Fora, Brasil, marcelolfreitas@gmail.com <http://www.ufjf.br/pec>*

<sup>b</sup>*Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Federal da Paraíba, 58051-900, João  
Pessoa, Brasil, r.pimentel@uol.com.br, <http://www.ct.ufpb.br/deca>*

**Palavras-chave:** Identificação de Dano, Modelo de Mazars, Análise Dinâmica de Estruturas.

**Resumo.** O nível de fissuração de uma estrutura é fundamental para se estimar a sua vida útil, bem como se programar manutenções preventivas, deixando clara a importância de estudos que abordem esse tema. Assim sendo, o presente trabalho investiga a influência do nível de fissuração de uma estrutura nas suas características dinâmicas tais como frequências naturais e taxas de amortecimento. Para tanto, utiliza-se um modelo computacional em Elementos Finitos com modelo de dano de Mazars aplicado a placas. A validação do modelo numérico é feita através da comparação dos resultados extraídos computacionalmente com dados experimentais medidos em parceria com a Universidade Federal da Paraíba, num projeto de pesquisa com a Universidade Federal de Juiz de Fora, onde os parâmetros dinâmicos de lajes submetidas a vários níveis de fissuração foram obtidos em laboratório.

**Keywords:** Damage Identification, Mazars Model, Structural Dynamic Analysis.

**Abstract.** The severity of damage in structures is essential to estimate their lifetime, as well to plan predictive maintenance, evidencing the importance to study this topic. For this purpose the present work investigate the influence of the cracking level of a structure in their dynamics parameters, such as natural frequencies and damping factor. In order that, a computational model using Finite Elements with Mazars damage model applied to plates was used. The model validation is done comparing the results obtained computationally with experimental data measured in partnership with UFPB, in a research project with UFJF, where the dynamic parameters of slabs with many levels of damage was obtained in laboratory.

## 1 INTRODUÇÃO

Com o crescimento dos estudos realizados sobre o concreto armado e o avanço tecnológico aplicado à construção civil, os edifícios estão cada vez mais altos, esbeltos e, por consequência, trabalhosos de serem projetados. Assim, se torna necessária uma maior preocupação no momento de concepção da estrutura, para que esta possua um bom desempenho, seja segura e agradável ao usuário, evitando o aparecimento de patologias e aproveitando com eficiência os atributos de cada material empregado.

Dentre as patologias comuns de ocorrer no concreto armado estão as fissuras. Nesse contexto é introduzido o estudo da mecânica do dano que fornece o conceito de dano para retratar a evolução da deterioração do material desde seu arranjo inicial íntegro até o momento em que podem ser verificadas micro e microfissuras. De acordo com o modelo de dano, a diminuição gradativa de resistência e rigidez do material ocorre devido ao processo de microfissuração, sendo este o comportamento mais relevante a ser considerado para a modelagem macroscópica do concreto (Alvares, 1993; Pituba, 1984).

Buscando investigar o nível de danos em estruturas de engenharia civil surgiram técnicas que vão desde uma inspeção visual até procedimentos experimentais mais aprofundados. Rucevskis e Wesolowski (2010) destacam o aumento do uso de detecção de danos baseados na vibração da estrutura, o que se deve à sua facilidade de implementação e análise. Esse procedimento busca relacionar mudanças nos parâmetros dinâmicos de uma estrutura com a redução de rigidez da mesma, o que indicaria a presença de dano.

Uma vez que danos não identificados podem evoluir e comprometer a integridade da estrutura, ocasionando em casos mais severos a ruína, é importante uma correta identificação de seu estado, bem como uma estimativa de sua vida útil. Uma alternativa é utilizar as características dinâmicas da mesma para perceber o seu grau de danificação através de mudanças em seus parâmetros modais (Hasrizam, 2017).

Ratcliffe (1997) discursa sobre os efeitos dos danos que levam à fissuração, destacando as mudanças nas propriedades dinâmicas da estrutura como a diminuição das frequências naturais, o aumento do valor de amortecimento modal e mudanças nas formas modais.

Diante do exposto, justifica-se a relevância do estudo sobre o comportamento dinâmico de estruturas submetidas à fissuração proposto para esse trabalho, cujo objetivo é desenvolver um modelo computacional que simule o comportamento de uma estrutura de laje fissurada, buscando encontrar uma relação entre diferentes níveis de fissuração e características dinâmicas da estrutura.

Para representação do dano será utilizado o modelo proposto por Mazars (1984), no qual o dano é associado a uma variável escalar que assume valores entre 0 e 1 e começa a ocorrer a partir de um valor limite de deformação equivalente, que é parâmetro do modelo. A validação do modelo será realizada a partir de dados experimentais obtidos em um projeto de pesquisa da Universidade Federal de Juiz de Fora em parceria com a Universidade Federal do Paráíba, onde uma laje sujeita a variados níveis de fissuração foi ensaiada dinamicamente.

### 1.1 Objetivo

Simular computacionalmente o comportamento mecânico de uma laje fissurada, comparando-se suas características dinâmicas, tais como frequências naturais e modos de vibração, com seus respectivos valores extraídos de testes experimentais, obtendo uma relação entre o estado de danificação e a alteração das frequências naturais da estrutura em relação ao estado íntegro.

## 2 MODELAGEM COMPUTACIONAL

No modelo computacional utilizado para obter as características dinâmicas da laje foi utilizado o Método de Elementos Finitos (MEF), onde o elemento de placas foi adotado, com a implementação do Modelo de Dano de Mazars (1984).

### 2.1 MEF - Elemento de Placa

Uma análise teórica mais refinada de tensões numa placa fina sujeita a um carregamento normal à sua superfície requer uma solução de equações diferenciais tridimensionais de elasticidade. Na maioria dos casos, porém, essa abordagem pode encontrar grandes dificuldades matemáticas. Contudo, para a vasta maioria das aplicações a teoria de placas finas produz resultados suficientemente precisos sem a necessidade de desenvolvimento de uma análise de tensões tridimensional.

A Figura 1 representa uma placa de dimensões  $a$ ,  $b$  e espessura  $h$  com carregamento transversal  $p(x, y)$ . A teoria é formulada em termos de deslocamentos transversais  $w(x, y)$  onde cada equação diferencial governante é de quarta ordem, necessitando apenas de duas condições de contorno para satisfazer cada aresta. As simplificações usadas na derivação das equações de placa levam em consideração as seguintes hipóteses:

- O material é homogêneo, isotrópico e elástico linear, obedecendo a lei de Hooke;
- A placa é inicialmente plana;
- A superfície média da placa permanece inextensível durante a flexão;
- A espessura constante da placa,  $h$ , é pequena se comparada às outras dimensões, isto é, a menor dimensão lateral da placa é pelo menos dez vezes maior que sua espessura;
- Os deslocamentos transversais  $w(x, y)$ , são pequenos se comparados à espessura da placa, ou seja, o deslocamento máximo representa até um décimo da espessura da placa, aplicando a teoria de pequenas deformações.

Com a ajuda dessas hipóteses, os problemas de elasticidade de tensões tridimensionais podem ser reduzidos para problemas bidimensionais de placas. O elemento adotado neste trabalho foi o de placa retangular com quatro nós, onde cada nó possui três graus de liberdade como mostra a Figura 1.

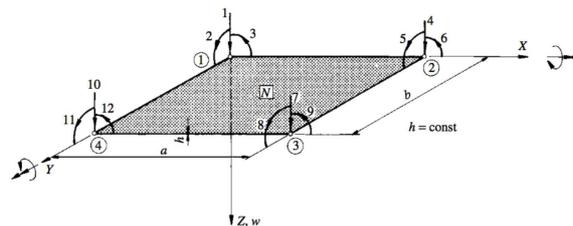


Figura 1: Elemento retangular de placa (Szilard, 2004)

Aplicando o equacionamento do elemento de placa num sistema discretizado, os deslocamentos nodais para cada elemento  $e$  podem ser escritos por:

$$\mathbf{d}(x, y) = \mathbf{N}^T \mathbf{d}_e \quad (1)$$

$\mathbf{N}$  é a matriz com as funções de forma e  $\mathbf{d}_e$  representa o vetor de deslocamentos nodais para

cada elemento. O vetor de deformação  $\boldsymbol{\varepsilon}_e$  de cada elemento é definido como:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_e = \mathbf{B}\mathbf{d}_e \quad (2)$$

$\mathbf{B}$  é a derivação da matriz de forma  $\mathbf{N}$  para cada elemento. A matriz de rigidez para o elemento de placa é dada por:

$$\mathbf{K}_e = \int_A \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dA \quad (3)$$

$\mathbf{D}$  a matriz constitutiva:

$$\mathbf{D} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

A matriz de rigidez global do sistema é o somatório da matriz de todos os  $M$  elementos:

$$\mathbf{K} = \sum_{N=1}^M \mathbf{K}_e^N \quad (5)$$

A matriz de massa de cada elemento pode ser calculada como:

$$\mathbf{M}_e = \mu \int_A \mathbf{N}^T \mathbf{N} dA \quad (6)$$

com  $\mu$  representando a massa específica por unidade de área do material.

Da mesma maneira a matriz de massa global do sistema pode ser definida como:

$$\mathbf{M} = \sum_{N=1}^M \mathbf{M}_e^N \quad (7)$$

## 2.2 Modelo de Dano de Mazars

Segundo a teoria do dano, a degradação do material está diretamente interligada à quantificação de sua densidade de defeitos. Os modelos de dano consideram que a perda de rigidez e de resistência ("*softening*") do material se devem exclusivamente ao processo de microfissuração. Os modelos classificados como constitutivos escalares supõem que a degradação não altera a isotropia do material e a variável *Dano* é definida por um escalar e pode ser definida a partir da área efetiva de um determinado elemento do material. Tomando um elemento de volume com dimensões grandes o suficiente para considerar a distribuição de microdefeitos contínua, e pequeno o suficiente para ser considerado como um ponto material contínuo, sua área efetiva  $S_E$  é definida pela diferença entre a área do elemento  $S$  e a área danificada  $S_D$ :

$$S_E = S - S_D \quad (8)$$

A medida local do dano é definida por:

$$Dano = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{S_D}{S} \quad (9)$$

Quanto maior o estado de danificação do material, maior a área danificada e, conseqüentemente, menor a sua área efetiva. Nos modelos escalares apenas uma variável escalar representa o dano em um ponto material e o dano é considerado isotrópico pois o mesmo é uniforme em todas as direções.

A relação constitutiva do material a partir da lei de Hooke considerando a variável Dano definida anteriormente pode ser definida como:

$$\sigma = (1 - Dano)E\varepsilon \quad (10)$$

A partir desta relação pode-se definir como um módulo de Elasticidade para um meio contínuo considerando o estado de dano como:

$$\tilde{E} = (1 - Dano)E \quad (11)$$

O modelo proposto por Mazars (1984) é baseado em evidências experimentais onde testes avaliando corpos de prova de concreto foram sujeitos à carregamentos uniaxiais. Algumas hipóteses são consideradas nesse modelo: Localmente os danos ocorrem devido à extensão (alongamento); A variável *Dano* é representada por um escalar que varia no intervalo entre [0,1] e sua evolução ocorre somente quando um valor de referência é atingido; Admite-se que o dano é isotrópico. Porém é considerado distinto o comportamento do concreto quando submetido à tração ou à compressão.

Essas hipóteses evidenciam que a degradação do concreto ocorre pela microfissuração distribuída causada por tensão de tração. Portanto, o estado de deformação local é caracterizado por uma deformação equivalente definida por:

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\langle \varepsilon_1 \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_2 \rangle_+^2 + \langle \varepsilon_3 \rangle_+^2} \quad (12)$$

Onde  $\langle \varepsilon_i \rangle_+$  é a parcela positiva da deformação na direção *i*.

O concreto apresenta um comportamento mecânico diferente quando é sujeito a um estado de carregamento de tração ou de compressão, a formação de trincas ocorre principalmente devido ao comportamento frágil do concreto sujeito à tração. Neste modelo é considerada esta diferença de comportamento e as variáveis *Dano<sub>c</sub>* e *Dano<sub>t</sub>* relativas à compressão e a tração. No entanto, foi proposto pelo mesmo autor um modelo simplificado, onde o dano é calculado apenas pelo comportamento à tração. Assim sendo, a variável dano pode ser calculada da seguinte maneira:

$$Dano = 1 - \frac{\varepsilon(1 - A_t)}{\tilde{\varepsilon}} - \frac{A_t}{\exp[B_t(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{d0})]} \quad (13)$$

onde *A<sub>t</sub>* e *B<sub>t</sub>* são parâmetros do modelo para o comportamento à tração.

### 2.3 Parâmetros dinâmicos

Para calcular a frequência e os modos de vibração natural de um sistema mecânico discretizado basta resolver o problema de autovalor seguinte:

$$(\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M})\boldsymbol{\phi} = \mathbf{0} \quad (14)$$

onde  $\omega^2$  são os autovalores que representam o quadrado das frequências naturais e  $\boldsymbol{\phi}$  são os autovetores associados que representam os modos de vibração do sistema.

A partir do cálculo variável *Dano*, o módulo de elasticidade do concreto, nos elementos onde existe a ocorrência de dano, sofre alteração. Consequentemente, a matriz de rigidez do sistema é modificada, assim sendo, há também interferência nas frequências naturais e nos modos de vibração do sistema e  $\mathbf{0}$  um vetor de componentes nulas.

### 3 METODOLOGIA

A metodologia do trabalho será diretamente apresentada com foco na estrutura analisada. Trata-se de uma laje do tipo maciça, com dimensões de 3,00x1,35x0,08m dimensionada para romper com uma carga de 16 kN. O concreto utilizado possuía resistência  $f_{ck} = 25$  MPa e não foi utilizado nenhum tipo de aditivos. A cura da laje foi realizada em ambiente sombreado e a superfície foi mantida úmida por uma semana. A Figura 2 mostra a laje ensaiada. Essa laje foi ensaiada no Laboratório de Análise Estrutural da UFPB num projeto de colaboração PROCAD CAPES UFJF/UFPB.



Figura 2: Foto da estrutura

#### 3.1 Programa Experimental

A laje foi apoiada no suporte utilizando perfis metálicos unidos com argamassa simples. Em um dos suportes de concreto, tubos metálicos foram colados com argamassa de forma que um dos lados da laje ficou apoiado apenas nos perfis e o outro lado ficou apoiado no perfil e em um tubo metálico, assemelhando-se a apoios de primeiro e segundo gênero, respectivamente.

Os equipamentos utilizados para os ensaios foram: um martelo instrumentado, um acelerômetro, um analisador de espectros, dois condicionadores de sinal e um notebook com software para captação dos dados.

Os ensaios foram realizados através de impactos de martelo e leituras de acelerações foram registradas para identificação de frequências naturais.

Finalizados os ensaios na laje sã, o sistema para transmissão de carga foi montado, utilizando três perfis metálicos, sendo dois transversais e o terceiro paralelo a maior dimensão laje, conforme mostra a Figura 3. Uma placa metálica foi colocada sobre o perfil transversal e, por fim, foi posicionada a célula de carga com o macaco hidráulico.

Após o carregamento com 8kN aplicados, os parâmetros dinâmicos foram medidos e registrados e as frequências naturais para a laje danificada foram identificadas.

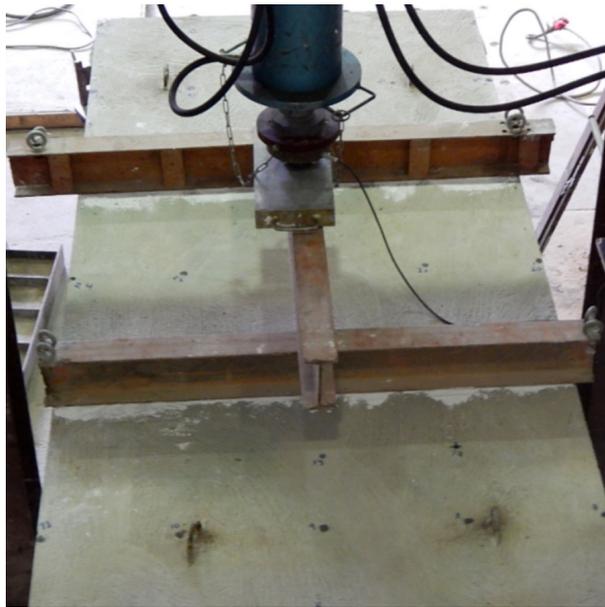


Figura 3: Esquema de transmissão de carga

### 3.2 Modelo Computacional

O Modelo Computacional utilizado neste trabalho consistiu na implementação do método dos elementos finitos com 315 elementos retangulares de placa conforme mostra a Figura 4 no *software* MATLAB.

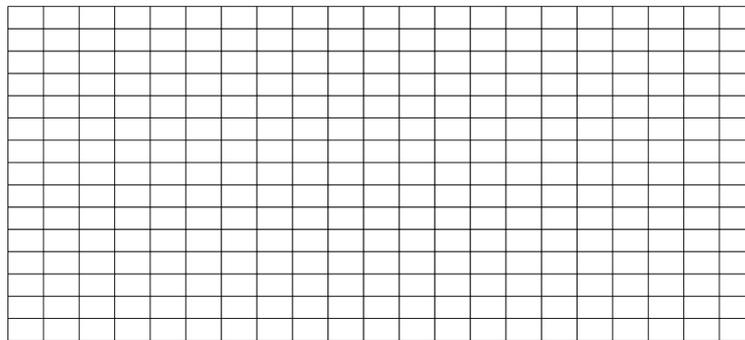


Figura 4: Malha Computacional com 315 elementos

Inicialmente o modelo foi calibrado com os dados experimentais da placa íntegra, sem a aplicação da carga inicial. Alguns ajustes nas condições de apoio foram necessários para que os valores das frequências naturais e os modos de vibração obtidos experimentalmente fossem obtidos computacionalmente com uma maior precisão. Após a calibração do modelo íntegro, foi feita a implementação da carga nos mesmos pontos em que a mesma foi aplicada na estrutura real. No modelo de dano implementado, a simulação computacional aplicou um carregamento de 8kN por diversas vezes, simulando carregamentos seguidos de descarregamentos. A cada carregamento os valores de Módulo de Elasticidade de todos elemento foram calculados em função do estado de danificação, conforme descrito previamente. Um valor limite de deformação foi estabelecido como critério de parada, e ao final da simulação computacional uma relação

entre o maior dano encontrado e a redução da frequência natural da estrutura foi estabelecida. Consequentemente, a partir dos valores de frequência encontrados experimentalmente, pode-se mensurar o estado de danificação da estrutura, confrontando os registros fotográficos feitos.

### 3.3 Comparação de Resultados

As frequências naturais de vibração da estrutura são levantadas experimentalmente e as respectivas frequências naturais obtidas via MEF são descritas na Tabela 1, onde o índice subscrito  $i$  representa qual a frequência e o índice sobrescrito  $0$  ou  $8$  representa a carga:

|     | $f_i^{0,exp}$ (Hz) | $f_i^{0,MEF}$ | (-%) |
|-----|--------------------|---------------|------|
| i=1 | 16,42              | 16,31         | 0,01 |
| i=2 | 31,52              | 31,52         | 0,00 |

Tabela 1: Frequências da laje sã em Hz

Após o ensaio com 8kN a estrutura real sofreu uma trinca visível e considerável. Entretanto, como é possível identificar o grau de danificação da região onde ocorreram as fissuras e a trinca? É nesse contexto que a metodologia proposta busca contribuir. A Tabela 2 apresenta os valores de frequências naturais obtidos experimentalmente para a laje fissurada (carregada com 8kN).

|     | $f_i^{8,exp}$ | $f_i^{8,exp} / f_i^{0,exp}$ |
|-----|---------------|-----------------------------|
| i=1 | 15,79         | 0,96                        |
| i=2 | 30,34         | 0,96                        |

Tabela 2: Frequências da danificada após carga de 8kN sã em Hz

Por outro lado, o gráfico da Figura 5 mostra a relação entre o dano encontrado na região central do modelo e a redução das frequências naturais obtidas. Admitindo os resultados obtidos para a primeira frequência natural como sendo as mais confiáveis, quer seja no modelo, quer seja no ensaio experimental, observa-se que a redução de  $\approx 5\%$  na primeira frequência natural mostrada na Tabela 2 é obtida com o modelo computacional como um estado de danificação com redução de  $\approx 20\%$  na rigidez à flexão do modelo da laje na região de trinca. A Figura 6 mostra uma comparação qualitativa das regiões obtidas experimental e numericamente.

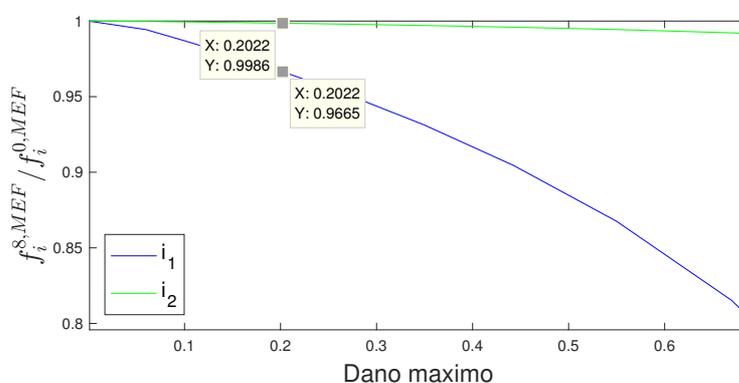


Figura 5: Relação entre maior dano e redução das frequências de vibração

Desta forma, sugere-se pela metodologia proposta que a integridade da estrutura danificada equivale à 80% da integridade inicial.

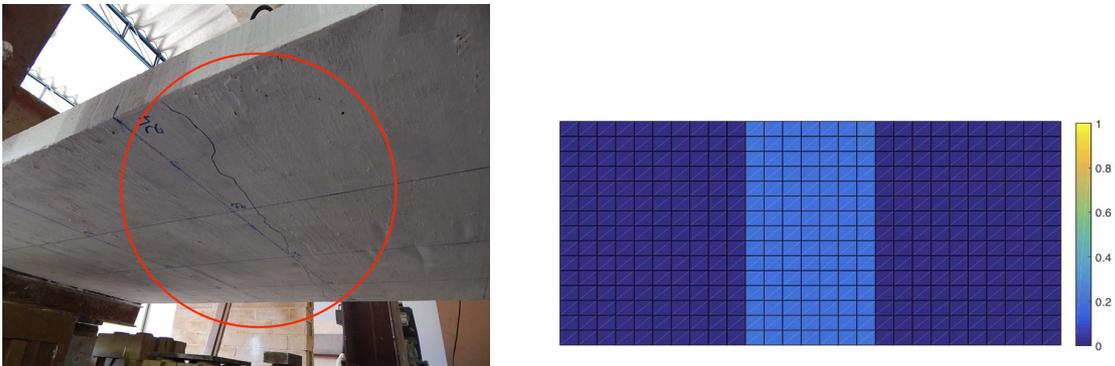


Figura 6: Trinca na estrutura real e dano calculado pelo modelo

#### 4 CONCLUSÕES

Embora este ainda seja um estudo em desenvolvimento, os primeiros resultados obtidos com o modelo comprovam o comportamento da frequência com a evolução de danos em estruturas de concreto, podendo ser uma eficiente ferramenta para monitorar a saúde de estruturas reais.

#### 5 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem pelo apoio financeiro obtido a CAPES, CNPq, FAPEMIG, PEC/UFJF e UFPB.

#### REFERÊNCIAS

- Alvares M.S. *Estudo de um modelo de dano para o concreto: Formulação, Identificação Paramétrica e Aplicação com o emprego do Método dos Elementos Finitos*. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, 1993.
- Hasrizam C. M.; Fawari N. Damage identification based on curvature mode shape using cubic polynomial regression and chebyshev filters. *Global Congress on Construction - Material and Structural Engineering*, 271:7p, 2017.
- Mazars J. *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et a la rupture du beton de structure*. Tesis de Doutorado, Université Pierre et Marie Curie, 1984.
- Pituba J.J.C. *Estudo e aplicação de modelos constitutivos para o concreto fundamentados na mecânica do dano contínuo*. Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, 1984.
- Ratliff C.P. Damage detection using a modified laplacian operator on mode shape data. *Journal of Sound and Vibration*, 204:505–517, 1997.
- Rucevskis S. e Wesolowski M. Identification of damage in a beam structure by using mode shape curvature squares. *Shock and Vibration*, 17:601–610, 2010.
- Szilar R. *Theories and Applications of Plate Analysis*, volume I. Hoboken: John Wiley & Sons, 2004.