

SIMULACIÓN NUMÉRICA DIRECTA DE FLUJO COMBINADO

DIRECT NUMERICAL SIMULATION OF COMBINED FLOW

Santiago L. Zúñiga^{a,b} y Mariano I. Cantero^{a,b}

^aComisión Nacional de Energía Atómica e Instituto Balseiro, Centro Atómico Bariloche, San Carlos de Bariloche, Argentina, santiago.zuniga@ib.edu.ar, <http://mecom.cnea.gov.ar>

^bConsejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, San Carlos de Bariloche, Argentina, <https://www.conicet.gov.ar>

Palabras clave: Flujo combinado, flujo turbulento oscilatorio, flujo en un canal, simulación numérica directa.

Resumen. El flujo combinado consiste de un flujo sinusoidal montado en una corriente constante. En este trabajo se estudia mediante simulación numérica directa (DNS, por *Direct Numerical Simulation*) de las ecuaciones de Navier-Stokes el flujo en la cercanía de una pared rígida para distintos casos. Este tipo de flujos se presenta, por ejemplo, en ambientes costeros donde corrientes marinas se superponen a las olas, flujo de sangre, o álabes de turbomáquinas, etc. Las simulaciones se realizaron para un número de Reynolds basado en la frecuencia y amplitud de oscilación de $4.95E5$ en régimen de transición turbulento y la relación entre la magnitud del gradiente de presión constante y oscilatorio al que fuerza el fluido se varió entre valores de 0.005 y 0.2. Estos parámetros corresponden al régimen dominado por las oscilaciones, con frecuencias bajas. El trabajo se focaliza en el análisis de las velocidades medias y las tensiones de corte totales. Los resultados obtenidos evidencian que el comportamiento no se corresponde con la suma de un flujo estacionario y oscilatorio, complementando trabajos anteriores en el tema y permitiendo trabajos futuros en el estudio de flujos combinados.

Keywords: Combined flow, turbulent oscillatory flow, channel flow, direct numerical simulation.

Abstract. Combined flow is the superposition of a sinusoidal oscillatory flow and a stationary current. In the present work the turbulent boundary combined flow is studied, using direct numerical simulations (DNS) of the Navier-Stokes equations. This type of flows is relevant in, for example, coastal regions where waves are in the presence of maritime currents, blood flow, turbomachines blades, etc. Simulations were performed using a wave Reynolds number, based on the amplitude and frequency of oscillation, of $4.95E5$ in the transition to fully turbulent regime. The ratio within the current pressure gradient and the amplitude of oscillatory gradient used in the simulations span values between 0.005 and 0.2, corresponding to the low frequency wave-dominated regime. The work is focused in the study of mean velocities and total shear stress. It is found that the behavior of the flow does not match the superposition of a steady flow with a oscillatory one, as expected for this range of frequencies. This complements previous works in the subject and allows further research of combined flows.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio de flujos combinados turbulentos, donde el flujo se compone de una parte estacionaria y otra variable en el tiempo resulta de interés para aplicaciones de ingeniería. Por ejemplo, el flujo en los elementos combustibles de un reactor nuclear, el movimiento de las olas junto a la corriente marítima o el flujo sanguíneo.

El mayor interés en estudios previos sobre flujo oscilatorio y combinado ha sido para los casos en que la parte variable en el tiempo responde a una perturbación sinusoidal. El caso laminar es bien conocido (por ejemplo Uchida (1956)) y responde a la solución de los problemas de Stokes, presentando una capa límite oscilatoria caracterizada por el espesor $\delta_s = \sqrt{2\nu/\omega}$, siendo ν la viscosidad cinemática del fluido y $\omega = 2\pi/T$ la frecuencia de oscilación, con T el periodo. Para flujos turbulentos este parámetro es inapropiado (Ramaprian y Tu (1983)), por lo que Tardu et al. (1994) introducen el valor de la frecuencia en unidades de pared, $\omega^+ = \omega\nu/u_*^2 \equiv 2/\delta_s^{+2}$, con u_* la velocidad de fricción media del flujo y utilizando δ_s^+ como distancia característica. La frecuencia ω^+ , también conocida como el número de Strouhal, es ampliamente utilizada en la literatura posterior sobre el tema, pudiendo usualmente diferenciar regímenes claramente distintos en el comportamiento del flujo según su valor (He y Jackson (2009), Papadopoulos y Vouros (2016), Scotti y Piomelli (2001)).

Para $\omega^+ \rightarrow 0$, el tiempo necesario para que una onda de corte cubra la altura del canal es muy pequeño comparado con el periodo de la oscilación, por lo que el flujo se comporta como una sucesión de estados estáticos, normalmente llamado comportamiento *cuasiestático*. Al relajarse la turbulencia a los valores locales en el tiempo de equilibrio, las fases de las cantidades turbulentas se vuelven independientes de la posición y el flujo es similar al flujo turbulento estacionario en un canal, utilizando las cantidades medias propias de ese instante de tiempo para su definición.

Al aumentar la frecuencia, $\omega^+ < 0.005$, los efectos de la oscilación atraviesan la capa de corte y cantidades como la velocidad y el corte en la pared se desfasan entre si. Además, el comportamiento en las etapas de aceleración y desaceleración es asimétrico, dependiendo de la distancia de la pared. Este régimen es usualmente llamado régimen de *frecuencia baja*.

En el régimen de *frecuencias intermedias* de $0.005 < \omega^+ < 0.02$, aparece una región en el centro del canal donde la turbulencia se congela y sencillamente avanza como un flujo de tapón (*plug flow*). Sin embargo, entre ésta y la pared existe otra región donde las cantidades turbulentas se encuentran fuera de fase entre si, como en régimen anterior.

A *frecuencias altas* con $0.02 < \omega^+ < 0.04$, los efectos de la oscilación son fuertes pero quedan confinados en la subcapa viscosa y sus efectos están desacoplados de la media turbulenta. Si la frecuencia se aumenta aún más, se entra en el régimen de *frecuencias muy altas*, donde la misma es comparable con la frecuencia de *burst* de la turbulencia.

Para caracterizar el espesor de la capa límite turbulenta Scotti y Piomelli (2001) proponen la longitud de Stokes turbulenta $\delta_t^+ = \delta_s^+ \left[(\kappa\delta_s^+/2) + \sqrt{1 + (\kappa\delta_s^+/2)^2} \right]$ al trazar una analogía al caso laminar. Este espesor resulta ser una medida de la distancia que las ondas de vorticidad generadas en la pared penetran dentro del flujo. Al recordar que $\omega^+ = 2/\delta_s^{+2}$ es posible definir todos los regímenes anteriores en base a este parámetro.

Un tercer parámetro que influye en el flujo es la relación entre la amplitud de la oscilación de la velocidad en el centro del canal y su valor medio, habitualmente llamado a_{uc} . Los casos en que la correntada (y por ende la velocidad media) son mayores que la oscilación presentan $a_{uc} < 1$ y son el foco de estudio de la gran parte de los trabajos en el tema. Está comprobado que dentro de estos casos la amplitud de la oscilación no influye de manera importante las

propiedades del flujo, y que el comportamiento está dominado por ω^+ en los regímenes ya descriptos.

Según el conocimiento actual de los autores, los casos en que $a_{uc} > 1$, es decir los casos en los que la oscilación es predominante, solo fueron estudiados numéricamente en detalle por Manna et al. (2012) y Manna et al. (2015) mediante simulaciones DNS en un ducto en el régimen de alta frecuencia. Sin embargo, poco se sabe del comportamiento a baja frecuencia dominado por la oscilación, ya que es de esperar una mayor influencia de la capa límite de Stokes debido a la oscilación en las propiedades turbulentas del canal.

En el presente trabajo, dado los antecedentes en el tema y el vacío en la literatura para los casos dominados por la oscilación en el régimen de baja frecuencia se elige realizar simulaciones DNS en un canal explorando el espacio de parámetros de a_{uc} desde ~ 0.5 hasta ~ 10 y ω^+ entre 0.0002 y 0.01. El número de Reynolds elegido, $Re_\omega = 4.95 \cdot 10^5$ corresponde a un régimen de turbulencia intermitente para un flujo puramente oscilatorio (Jensen et al. (1989)), presentando relaminarización en parte del ciclo. El código empleado ha sido utilizado previamente y validado con resultados experimentales anteriores en Pedocchi et al. (2008) y Pedocchi et al. (2011).

Este artículo está organizado de la siguiente manera. La Sección 2 presenta el modelo matemático y numérico junto al rango de parámetros empleados. Luego la Sección 3 presenta los resultados obtenidos, en primer lugar discutiendo sobre la velocidad media y luego las tensiones de corte en la pared. Finalmente se incluyen algunas conclusiones al respecto de los comportamientos observados.

2. MODELO MATEMÁTICO Y NUMÉRICO

Las ecuaciones de importancia son las de continuidad y de Navier-Stokes para un fluido incompresible,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (2)$$

donde t es el tiempo, $D \cdot /Dt$ es la derivada material, ρ la densidad, ν la viscosidad cinemática, p la presión y $\mathbf{u} = (u, v, w)$ las velocidades en las tres direcciones cartesianas. El dominio empleado se puede observar en la Fig. 1.

El gradiente de presión ∇p se compone de la suma del gradiente de la presión mecánica $p(x, y, z, t)$, requerida para mantener al flujo con divergencia nula, y un forzado externo en la dirección x : $\partial p_f / \partial x = G$. El forzado externo se descompone en una parte estacionaria y una variable en el tiempo:

$$\begin{aligned} G &= G_u + G_\omega \cos(\omega t) \\ \frac{G_u}{\rho} &= \frac{u_*^2}{h} \\ \frac{G_\omega}{\rho} &= u_\omega \omega \\ \alpha &= G_u / G_\omega \end{aligned} \quad (3)$$

donde ω es la frecuencia de oscilación angular, $u_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$ la velocidad media de fricción siendo τ_w el corte en la pared, $u_\omega = \omega A$ la amplitud de la oscilación en el centro del canal,

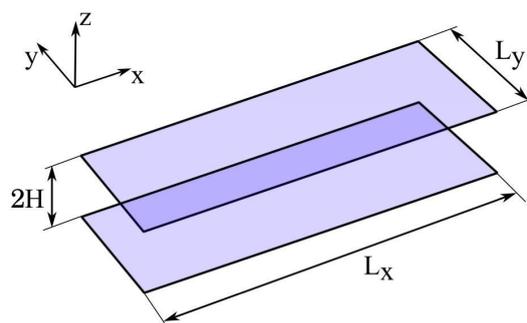


Figura 1: Esquema del dominio computacional empleado.

siendo A la amplitud de la excursión de fluido. De las velocidades definidas se pueden definir dos números de Reynolds distintos, $Re_\omega = u_\omega A/\nu$ para la parte oscilatoria y $Re_* = u_* h/\nu$ para la parte de la correntada constante, con h la altura de la mitad del canal en este caso.

Considerando a la densidad constante y utilizando las definiciones previas para el gradiente de presión y u_ω como escala de velocidad, A de espacio y ω^{-1} para el tiempo se obtiene las versiones adimensionalizadas de las Ecs. (1-2):

$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{u}} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{D\tilde{\mathbf{u}}}{D\tilde{t}} = \frac{1}{Re_\omega} \tilde{\nabla}^2 \tilde{\mathbf{u}} - \tilde{\nabla} \tilde{p} + \alpha + \sin(\tilde{t}). \quad (5)$$

Las ecuaciones adimensionales (4) y (5) se resolvieron utilizando un código pseudo espectral *de-aliased*. En las direcciones horizontales homogéneas x e y se emplean expansiones de Fourier. Por su parte en la dirección inhomogénea vertical z se utiliza expansión de Chebyshev con puntos de cuadratura de Gauss-Lobatto. La ecuación de momento se resuelve mediante un método de pasos fraccionados junto a la ecuación de compresibilidad: en primer lugar se resuelve una ecuación de advección-difusión obteniendo un campo de velocidades intermedio, luego se resuelve una ecuación de Poisson para la presión y finalmente se corrige el campo de velocidades. Para el avance temporal se utiliza un esquema mixto Runge-Kutta de tercer orden y Crank-Nicolson. El código ha sido validado en múltiples ocasiones, ver por ejemplo Cantero et al. (2007) y Pedocchi et al. (2011).

Las dimensiones del dominio computacional son $L_x = 0.05A$, $L_y = 0.025A$ y $L_z = 2h = 0.08A$. El tamaño de la grilla empleada es $N_x = 96$, $N_y = 48$ y $N_z = 196$, con espaciado regular en las direcciones horizontales e irregular en la vertical, utilizando mayor resolución en la cercanía a las paredes. Tanto las paredes superior e inferior presentan condiciones de no deslizamiento sin rugosidad, mientras que en las direcciones homogéneas se emplean condiciones de borde periódicas. Con las condiciones empleadas el flujo en el canal es simétrico respecto al centro del mismo, por lo que para las propiedades turbulentas, además del promediado espacial en x e y , se dobló el canal a la mitad sobre si mismo, duplicando la cantidad de estadísticas disponible. Las simulaciones para casos combinados emplearon la solución del caso puramente oscilatoria como condición inicial y se consideró que habían alcanzado un estado estacionario estadístico al comparar el valor de \hat{u}_* obtenido con el valor teórico, derivado de la Ec. (3), $u_{*,teo} = \sqrt{\alpha h}$. Luego se simularon entre 30 y 60 ciclos de oscilación para obtener estadísticas de primer y segundo orden.

En las simulaciones realizadas se decidió fijar el valor del número de Reynolds oscilatorio en $Re_\omega = 4.95 \times 10^5$, utilizado experimentalmente por Jensen et al. (1989) y numéricamente por Pedocchi et al. (2008) para el caso de oscilación pura. El mismo presenta un comportamiento de transición con turbulencia intermitente, siendo un caso de interés para comprobar el efecto de la correntada en la relaminarización del flujo. Se realizaron 8 simulaciones numéricas variando el valor de α entre 0 (caso testigo puramente oscilatorio) hasta 0.2. Un resumen de los casos simulados se observa en la Tabla 1. En la misma se detallan además otros parámetros derivados, como $a_{uc} = A_{uc}/\hat{u}_c$ donde u_c es la velocidad en el centro del canal, Re_* , y δ_s^+ , δ_t^+ ya definidos en la introducción de este trabajo.

α	Re_*	ω^+	a_{uc}	δ_s^+	δ_t^+	h^+/δ_t^+
0.005	280	0.011	10.1	14.0	81.6	3.4
0.01	400	0.005	4.5	19.9	160	2.5
0.015	485	0.0034	2.8	24.4	240	2.0
0.05	885	0.001	1.0	44.5	794	1.1
0.075	1085	0.00067	0.90	54.5	1190	0.91
0.1	1250	0.00051	0.78	62.9	1585	0.79
0.2	1770	0.00025	0.52	89.0	3169	0.56
0	Caso oscilatorio					

Tabla 1: Parámetros principales de las simulaciones realizadas.

Como se verá en la sección siguiente, los momentos en que el código de simulación se encuentra más exigido, en cuanto a la resolución de la malla empleada, son entre las fases $\omega t = 45^\circ$ y 90° para los α mayores. En la Fig. 2 se muestra el espectro de energía unidimensional en la dirección principal (línea llena) y transversal (línea punteada) para $\alpha = 0.2$ en $\omega t = 90^\circ$, la fase de mayor velocidad y producción de energía cinética turbulenta. Se observa que la energía correspondiente a los números de onda bajos es varios ordenes de magnitud mayor que para los números de onda altos, por lo que la resolución empleada se considera satisfactoria. Es importante destacar que el caso representado es el más exigente de todos y que para el resto la diferencia de energías es aún mayor.

Dada una cantidad q se define su descomposición de Reynolds como

$$q(x, y, z, t) = \bar{q}(z, t) + q'(x, y, z, t), \quad (6)$$

donde q' son las perturbaciones y \bar{q} el promediado de ensamble por fase para N ciclos completos de oscilación,

$$\bar{q}(z, t) = \frac{1}{NL_xL_y} \sum_{n=1}^N \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} q(x, y, z, t + nT) dx dy. \quad (7)$$

Al asumir que las cantidades promediadas por fase se componen por la superposición de una parte media y una oscilatoria siguiendo la frecuencia de forzado, es posible descomponerlas en sus modos de Fourier:

$$\begin{aligned} \bar{q}(z, t) &= \hat{q}(z) + A_q(z) \cdot \sin[\omega t + \varphi_q(z)] + \sum_{n=2}^{\infty} A_{qn}(z) \cdot \sin[n\omega t + \varphi_{qn}(z)] \\ &= \hat{q}(z) + A_q(z) \cdot \sin[\omega t + \varphi_q(z)] + \varepsilon_f(z, t), \end{aligned} \quad (8)$$

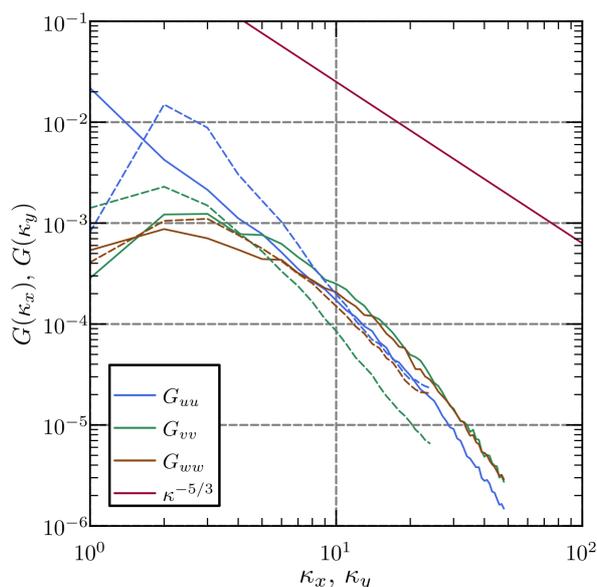


Figura 2: Espectro de potencia unidimensional para $\alpha = 0.2$ y $\omega t = 90^\circ$. La dirección principal del flujo corresponde a la línea continua, en línea punteada la transversal.

Autor	Método, geometría	Re_*	ω^+	a_{uc}
Trabajo actual	DNS, canal	280-1770	0.0002-0.01	0.52-10.1
Manna et al. (2012)	DNS, ducto	107-197	0.14-0.48	0.76-8.19
Papadopoulos y Vouros (2016)	DNS, ducto	~ 180	0.043-0.346	0.16-0.63
Scotti y Piomelli (2001)	LES/DNS, canal	350	0.0004-0.1	~ 0.7
Weng et al. (2016)	DNS, canal	350	0.001-0.04	0.1
He y Jackson (2009)	exp., ducto	440-840	0.006-0.04	0.2-0.47
Mao y Hanratty (1994)	exp., ducto	470	0.014-0.05	0.19-0.377
Sundstrom et al. (2016)	exp., ducto	900	0.003-0.03	0.075-0.1
Tardu et al. (1994)	exp., canal	400-700	0.004-0.03	0.1-0.7

Tabla 2: Antecedentes bibliográficos. Los valores se obtuvieron a partir las descripciones dadas en las respectivas publicaciones. Para [Tardu et al. \(1994\)](#) los valores de Re_* se obtuvieron de [Weng et al. \(2016\)](#).

donde A_q, φ_q y A_{qn}, φ_{qn} son la amplitud y fase del modo fundamental de Fourier y los armónicos de orden superior, respectivamente. Por analogía a corrientes eléctricas alternas, a la media \hat{q} se la suele llamar el componente *DC* del flujo, mientras que la amplitud A_q es el componente *AC*.

Para finalizar la sección introductoria de este trabajo, se presentan los principales antecedentes en el estudio de flujo combinado. Un resumen de los mismos puede verse en la Tabla 2 y la Fig. 3. Los casos en que $a_{uc} > 1$, es decir, cuando los flujos son dominados por la oscilación, solo han sido estudiados en detalle por [Manna et al. \(2012\)](#), [Manna et al. \(2015\)](#), y de manera más general por [Lodahl et al. \(1998\)](#). Sin embargo, estos estudios han sido en el rango de las altas frecuencias, por lo que queda por caracterizar el comportamiento para frecuencias bajas y cercanas al régimen cuasiestático en $a_{uc} > 1$. Se elige, además, extender el análisis a la región de transición de $0.5 < a_{uc} < 1$ para observar el comportamiento en situaciones en que la correntada y la oscilación son del mismo orden.

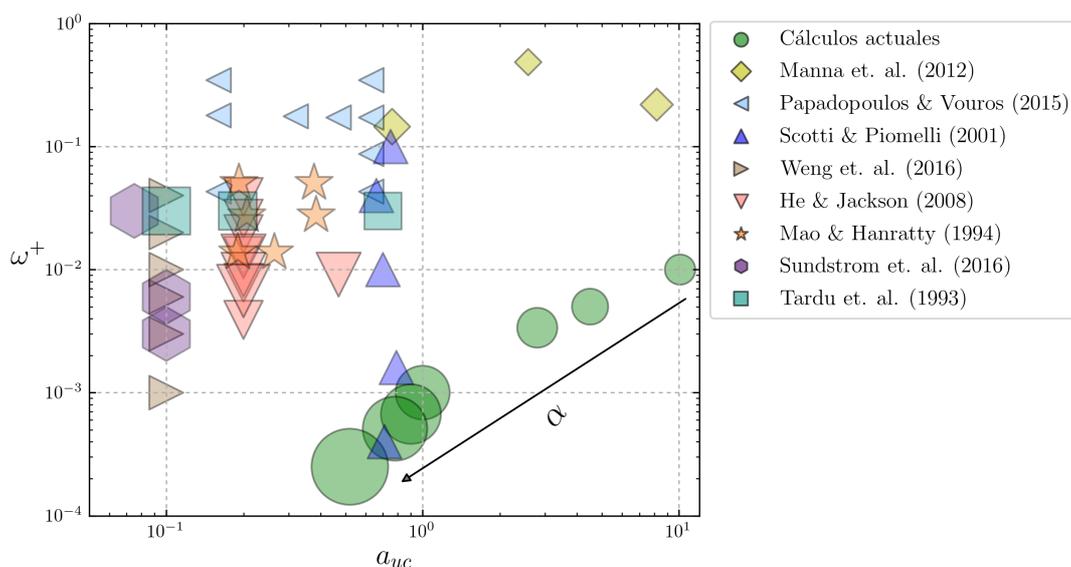


Figura 3: Antecedentes bibliográficos en flujo combinado, el tamaño de los símbolos es proporcional a Re_* . Se marca además la dirección de α creciente.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el presente trabajo se presentan los resultados para 7 simulaciones de flujo combinado con valores de a_{uc} (relación entre la amplitud de oscilación y el valor medio de la velocidad en el centro del canal) entre ~ 10 y ~ 0.5 , además de un caso netamente oscilatorio. Un resumen detallado de los casos presentados se encuentra en la Tabla 1. En todos los casos se fijó el valor de Re_ω y se varió el valor de α , teniendo como consecuencia la variación de a_{uc} y \hat{u}_* , y por ende Re_* , ω^+ y demás parámetros derivados. Las adimensionalizaciones en unidades de pared empleadas utilizan, salvo casos explícitos, la velocidad de fricción *máxima* $\bar{u}_{*,máx}$ en lugar de la media \hat{u}_* como es usual. Esto se debe a que para los casos dominados por la oscilación los valores de \hat{u}_* pueden resultar muy pequeños, haciendo difícil la comparación con el resto de los casos.

3.1. Velocidades

La Fig. 4 muestra la evolución temporal de la velocidad en la dirección principal del flujo para un ciclo completo de la oscilación en distintas alturas del canal. El método de normalización consiste en restar la velocidad media del flujo y normalizar por la amplitud correspondiente. Las alturas elegidas representan una posición cercana a la pared en $z/h = 0.0075$, una intermedia en $z/h = 0.075$ y una cercana a la mitad del canal en $z/h = 0.75$. Se observa que en todas las simulaciones, salvo la última, el flujo no se encuentra en régimen turbulento para la totalidad del ciclo para el valor de Re_ω elegido. En el caso de $\alpha = 0$ el flujo se relaminariza en la totalidad del ciclo hasta que el gradiente de presión se vuelve adverso y se produce desprendimiento de capa límite, generando una explosión (*burst*) de turbulencia. El flujo para este caso, es simétrico respecto a $\omega t = 360^\circ$ y se genera la turbulencia aproximadamente en $\omega t = 60 - 180^\circ$ y $\omega t = 240 - 360^\circ$. Sin embargo, al aumentar el valor de α el desprendimiento se produce para fases menores y, el primer *burst* es de mayor duración, mientras el segundo es menor o directamente inexistente. Por ejemplo, para $\alpha = 0.05$ el primer y único *burst* comienza aproximadamente en $\omega t = 0^\circ$ y dura por la mitad del ciclo. Para $\alpha = 0.2$ éste dura casi la totalidad

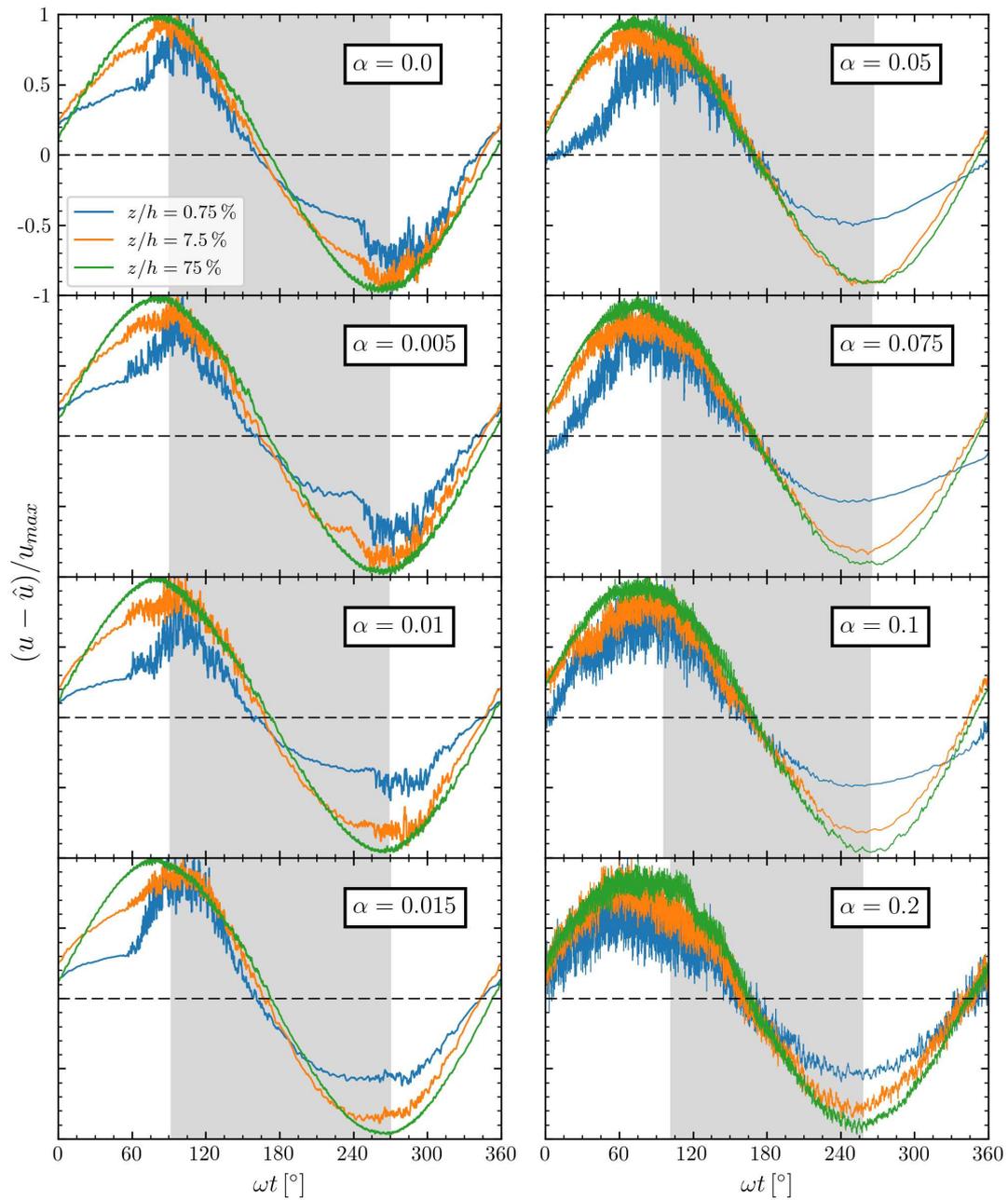


Figura 4: Evolución temporal de la velocidad instantáneas para distintas alturas, una vez restada la media. Con fondo gris, la región de desaceleración en la cual $-\partial p/\partial x < 0$.

del ciclo, empezando en $\omega t = 270^\circ$ y terminando en $\omega t = 240^\circ$. Al aumentar la magnitud de la correntada comparada a la oscilación (al aumentar α) el valor del número de Reynolds basado en la velocidad de fricción (Re_*) aumenta muy por encima del necesario para la generación de turbulencia en la primera mitad del ciclo, dando por consecuencia una disminución de la zona de relaminarización (ver [Lodahl et al. \(1998\)](#) y [Manna et al. \(2012\)](#)). Además, se observa que al aumentar α la penetración de la turbulencia alcanza alturas más cercanas al centro del canal, al aumentar la longitud de la capa límite turbulenta δ_t , que representa una medida de la distancia de penetración de la turbulencia debido a los efectos oscilatorios.

En la Fig. 5 se observan los perfiles de velocidad media para fases seleccionadas en $\alpha = 0.005, 0.05$ y 0.2 , representando los casos oscilatorios, de transición y con correntada predominante, respectivamente. En línea punteada la ley de la pared:

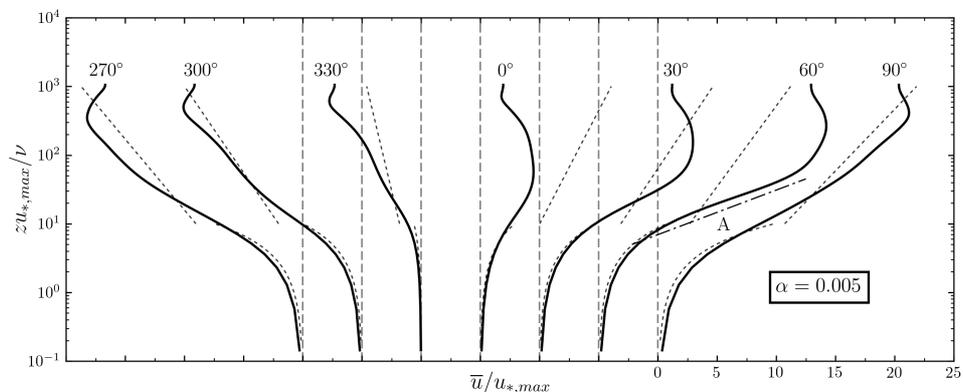
$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{zu_*}{\nu}, \quad (9)$$

y la ley logarítmica:

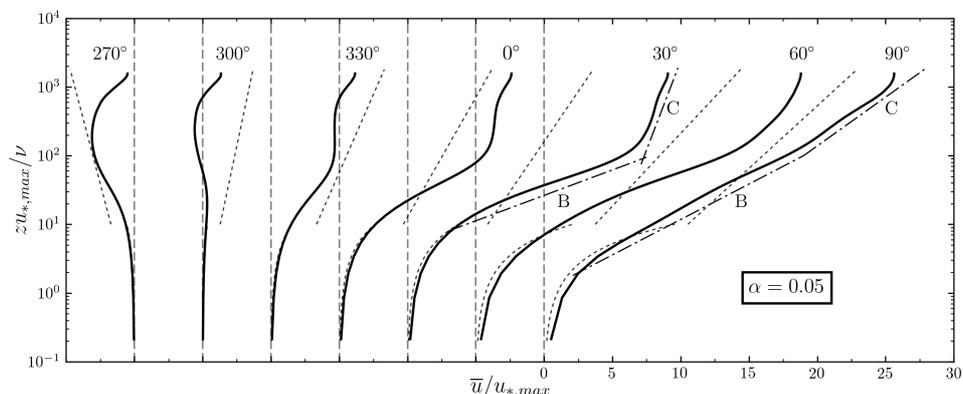
$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{0.41} \ln \left(\frac{zu_*}{\nu} \right) + 5.2. \quad (10)$$

Para $\alpha = 0.005$ ($a_{uc} \simeq 10$), Fig. 5a, el comportamiento es muy similar a un flujo netamente oscilatorio (ver [Pedocchi et al. \(2011\)](#) para más detalle), presentando una ligera asimetría durante el subciclo debido al efecto de la correntada. La ley de pared logra describir de manera aceptable el comportamiento dentro de la capa límite, sin embargo dentro del canal la ley logarítmica queda bastante alejada de los resultados a pesar de que los perfiles siguen el comportamiento de una línea recta en escala logarítmica para distancias medias de la pared (por ejemplo, recta A para la fase $\omega t = 60^\circ$). En el caso de la Fig. 5b donde la corriente y la amplitud de la oscilación está balanceada, $\alpha = 0.05$ ($a_{uc} \simeq 1$), se observa que la ley logarítmica clásica, Ec. (10), continua sin cumplirse dentro del canal. En su lugar, se puede ver que el flujo presenta dos zonas distintas en las que los perfiles siguen una línea recta en escala logarítmica (por ejemplo, rectas B y C en las fases $\omega t = 30^\circ$ y 90°). La recta inferior B se debe a la capa límite oscilatoria, y se observa que su tamaño aumenta y cambia su pendiente al avanzar el ciclo de oscilación. Por su parte, la recta superior C, correspondiente a una capa de corte en el centro del canal, se mantiene de un tamaño aproximadamente constante mientras que su pendiente disminuye hasta alcanzar la pendiente de la recta inferior. Finalmente, en el caso dominado por la correntada de la Fig. 5c, $\alpha = 0.2$ ($a_{uc} \simeq 0.5$), el comportamiento responde al esperado para el flujo turbulento cuasiestático en un canal, obedeciendo las leyes de pared y logarítmica. Sin embargo, al avanzar el ciclo de aceleración se genera una nueva capa de corte en el centro del canal, también obedeciendo el comportamiento de una recta (por ejemplo, recta D en $\omega t = 90^\circ$).

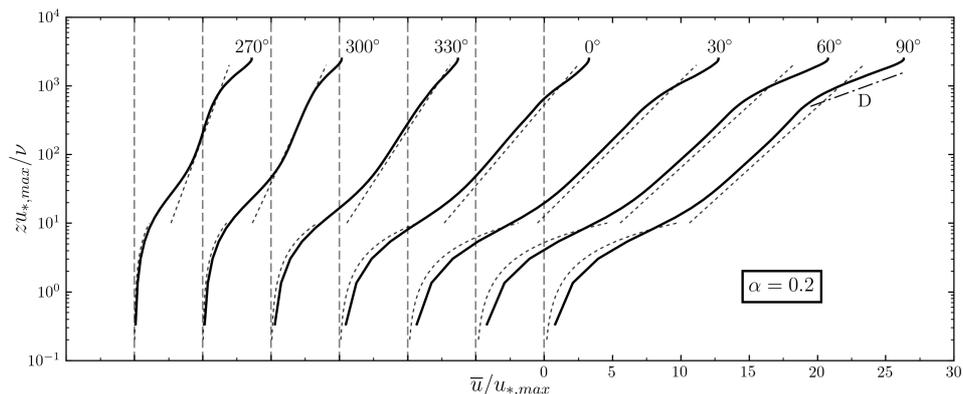
En las Figuras 6 y 7 se muestran los perfiles para los componentes DC (\hat{u}) y AC (A_u) de la velocidad media. Para el primer caso se observa una marcada influencia de la oscilación, estando muy separados los perfiles de lo esperado para el caso cuasiestático al aumentar la componente oscilatoria. De los estudios anteriores en el tema ([Tardu et al. \(1994\)](#), [Scotti y Piomelli \(2001\)](#)) se sabe que para los casos dominados por la corriente las propiedades medias en el tiempo no se ven afectadas por la oscilación y éstas siguen las leyes de pared y logarítmicas esperadas. Sin embargo, se pueden presentar discrepancias al asemejarse la frecuencia a la frecuencia de *burst* para del flujo, o al aumentar la amplitud de la oscilación. En [Blackwelder y Haritonidis \(1983\)](#) se reporta la frecuencia de *burst* como $\omega_b^+ = 0.02$, superior a los valores empleados en el presente trabajo permitiendo descartar esto como una causa de la influencia del valor de α en los valores medios. Por lo tanto las discrepancias entre los valores obtenidos y los propios del



(a)



(b)



(c)

Figura 5: Perfiles de velocidad promediados en fase ($\bar{u}/u_{* \text{máx}}$). Las fases seleccionadas corresponden al hemiciclo comprendido entre $\omega t = 270^\circ$ y 90° . En línea punteada la ley de pared ($z^+ < 10$) y la ley logarítmica para ($z^+ > 10$). Ver texto para líneas A, B, C y D.

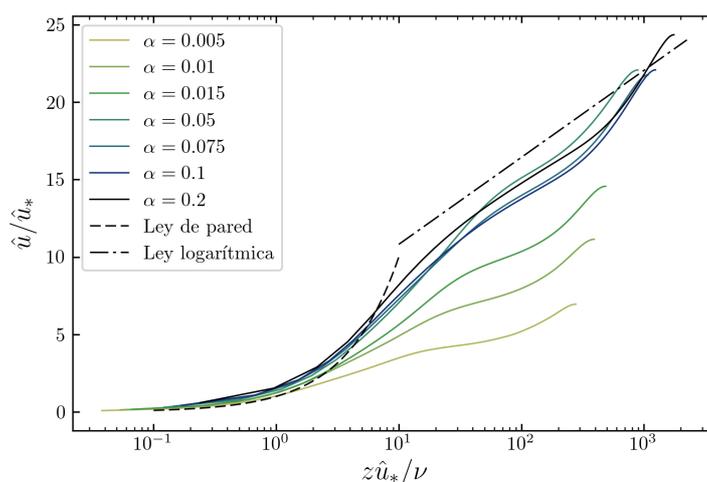


Figura 6: Promedio temporal de la velocidad media (componente DC) en escalas de pared, junto a la ley de pared y ley logarítmica.

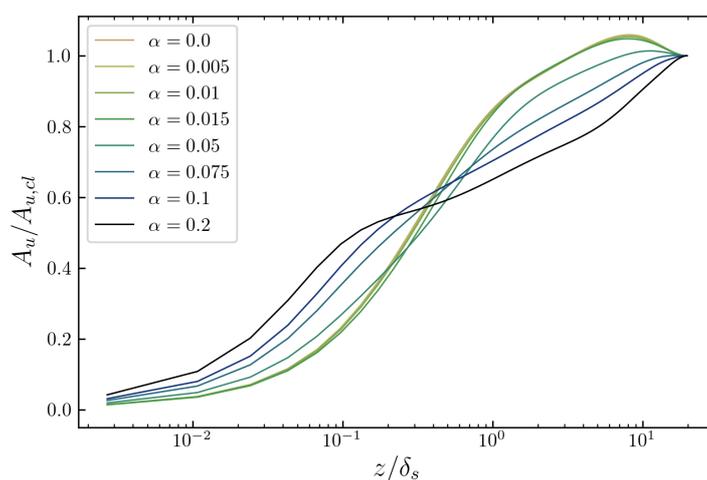


Figura 7: Amplitud de la velocidad media (componente AC) adimensionalizada con su valor en la línea media.

flujo cuasiestático en un canal se debe únicamente a la gran amplitud de oscilación empleada. Lo más destacable es que los perfiles caen *por debajo* de la escala logarítmica, a diferencia de los trabajos previos de Tardu et al. (1994) y Manna et al. (2012) donde la oscilación causaba el efecto contrario. El comportamiento observado, que corresponde a un aumento del arrastre y una disminución del espesor de la subcapa viscosa se puede deber, principalmente, a los efectos de la relaminarización del flujo en gran parte del ciclo de oscilación. El componente AC del flujo, en la Fig. 7, muestra que para valores de α menores a 0.05 la amplitud sigue el comportamiento netamente oscilatorio en la totalidad del canal. Sin embargo al aumentar la correntada se pierde una de las características principales de la solución de Stokes, al perderse el máximo de amplitud en el interior del canal y moverse éste al centro. Es interesante además que se genera un cambio en la forma del perfil, produciéndose un máximo local en el interior de la capa límite.

Finalmente, el comportamiento de la velocidad media se puede terminar de describir mediante los gráficos de espacio-tiempo de la Fig. 8. La ubicación del máximo y mínimo de velocidad

(cuando no se encuentran en la mitad del canal) se muestran en líneas blancas. Esta figura permite observar más rápidamente la evolución de los perfiles de velocidad de manera complementaria a la Fig. 5. Por razones de claridad, solo se muestran los casos de $\alpha = 0, 0.005, 0.05$ y 0.2 . Empecemos analizando el caso netamente oscilatorio de $\alpha = 0$ (Fig. 8a). En la fase $\omega t = 90^\circ$ el gradiente de presión se vuelve negativo y trabaja en revertir la dirección del flujo. Las capas de flujo más alejadas de la pared, con mayor inercia, responden más lentamente al cambio de forzado y adicionalmente, las paredes también retardan la respuesta del flujo. Es por esto que las capas en distancias intermedias responden más rápidamente, como se observa en los gráficos produciendo curvas de nivel están inclinadas. Como resultado, las velocidades presentan dos extremos locales, un máximo y un mínimo, generando una capa de corte en la parte superior del canal. Además, se observa simetría entre los ciclos de aceleración positiva (centrada en $\omega t = 90^\circ$) y negativa (centrada en $\omega t = 270^\circ$). En todos los casos donde la oscilación es dominante se observa un comportamiento similar, a pesar de la pérdida de simetría respecto a $\omega t = 180^\circ$.

Veamos ahora el caso de $\alpha = 0.05$ (Fig. 8c), en la que la correntada comienza a dominar el comportamiento del flujo. Al igual que antes, en $\omega t \simeq 90^\circ$ el gradiente de presión se vuelve negativo respecto al forzado constante, tratando de revertir el flujo respecto a la velocidad media producida por la correntada sobre la que se encuentra montado. De manera similar, las capas de fluido más alejadas de la pared poseen más inercia y responden más lentamente que las intermedias, sin embargo este efecto se encuentra confinado a una región mucho menor alrededor del centro del canal debido a la mayor inercia de toda la columna de fluido. Por su parte, para $\omega t = 270^\circ$, el comportamiento es notablemente distinto ya que los extremos locales en el flujo ocurren para capas intermedias del canal más cercanas a la pared, de una manera mucho más extendida. En este caso la inercia de toda la columna de fluido es favorable al forzado del gradiente oscilante, por lo que las capas más cercanas a la pared responden de manera más rápida que en la mitad anterior del ciclo. Es destacable que para valores mayores de α no se producen extremos locales de velocidad en el interior del fluido, correspondiéndose con lo visto en la Fig. 7.

3.2. Esfuerzo de corte en la pared y totales.

La evolución temporal del esfuerzo de corte en la pared $\bar{\tau}_w = \rho\nu(d\bar{u}/dz)$ se muestra en la Fig. 9, adimensionalizado con el valor teórico laminar de la solución de Stokes, $\tau_s = \rho(A_u)^2/\sqrt{Re_w}$. En primer lugar destacaremos el aumento del comportamiento sinusoidal del mismo al aumentar la predominancia de la correntada en el flujo. Para los casos dominados por la oscilación la evolución presenta la forma ya observada en Pedocchi et al. (2011), en la que se produce un rápido crecimiento del corte para las fases entre $\omega t \simeq 60^\circ - 90^\circ$ y $240^\circ - 270^\circ$, que corresponden a los momentos que el gradiente de presión disminuye hasta volverse adverso, aumentando las inestabilidades de corte en la pared (ver Fig. 4). Al aumentar la correntada, en los casos de transición, las fases para las que se produce una inversión del flujo y del corte son cada vez menores, produciendo una fuerte asimetría respecto a $\omega t = 180^\circ$. Finalmente, para el caso totalmente dominado por la oscilación, $\alpha = 0.2$, el comportamiento es completamente sinusoidal, al estar las capas zonas internas y externas del fluido desacopladas (de lo visto en la sección anterior). Además, la turbulencia está presente en la totalidad del ciclo y no existe inversión de flujo, dando lugar a la existencia de inestabilidades en todo el ciclo. Dichas inestabilidades se deben, principalmente, a los esfuerzos de Reynolds $\overline{u'w'}$, por lo tanto el comportamiento sinusoidal del corte en la pared se puede explicar viendo la no linealidad de $\overline{u'w'}$. La Fig. 10 muestra el grado de no linealidad definido como la razón entre la amplitud máxima en la altura del canal del mo-

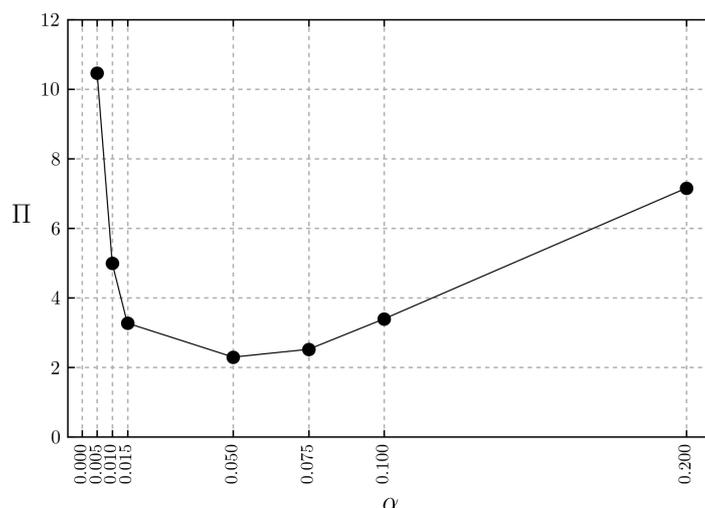


Figura 10: Grado de no linealidad de los esfuerzos de Reynolds.

do fundamental y la del primer armónico, $\Pi = \max(A_{|\overline{u'w'}|, \omega_f}) / \max(A_{|\overline{u'w'}|, \omega_{2f}})$, de modo que valores mayores implican una mayor linealidad. Es claro que los casos de transición presentan la mayor no linealidad, presentándose el máximo en $\alpha = 0.5$, $a_{uc} = 1$. Para observar la fracción de las tensiones de Reynolds contenidas en los armónicos de orden superior dentro del canal se puede definir $\|\varepsilon_{\overline{u'w'}}\|$ como la norma L2 de $\varepsilon_{\overline{u'w'}}$ (ver Ec. (8)), representado en la Fig. 11. Se repiten los resultados expuestos con anterioridad, pudiendo además agregar que el máximo se encuentra en las zonas cercanas a la pared, mientras que el mínimo es en la transición con la capa de corte del centro del canal, donde las inestabilidades se presentan más regularmente para todo el ciclo. Se puede concluir que una de las mayores diferencias entre los casos dominados por la oscilación, la corriente y de transición es la cantidad de energía contenida en los modos más altos que el fundamental y si los armónicos resultan filtrados (Scotti y Piomelli (2001)).

Del corte en la pared también es interesante ver su amplitud y desfase respecto a los valores del resultado laminar de Stokes, en la Fig. 12. Además se grafican los resultados experimentales de Tardu et al. (1994). En los casos dominados por la oscilación de $\alpha = 0$ hasta 0.015, la relación entre el valor obtenido y el teórico de Stokes se mantiene prácticamente constante, $\bar{\tau}_w / \tau_s \approx 1.45$. Sin embargo, los valores caen sistemáticamente por encima de los valores experimentales, obtenidos empleando un Reynolds mayor que garantiza turbulencia en todo el ciclo. Al aumentar la correntada el flujo tiende a un estado de cuasiequilibrio y el corte es controlado por la fórmula de Blasius $\tau_w = 0.048 (\hat{u}_c h / \nu)^{-1/4} (\rho \hat{u}_c^2 / 2)$, confirmándose que los resultados para $\alpha > 0.5$ siguen su pendiente. Con el retraso respecto a \bar{u}_c ocurre algo similar, se mantiene prácticamente constante en $\alpha \leq 0.015$, $\varphi_\tau - \varphi_{uc} \approx 12.5^\circ$. Los valores obtenidos se diferencian bastante de los resultados experimentales obtenidos, y de lo esperable de la teoría, $\varphi_{\tau_s} = 45^\circ$. Existen dos factores que explican este fenómeno. En primer lugar, Weng et al. (2016) propone que para valores de ω^+ bajos (es decir α altos) los resultados son dependientes del número de Reynolds, ya que a éstas frecuencias la capa límite de corte se vuelve mayor y puede superar al centro del canal, con lo que las dos paredes interfieren entre si. Del trabajo citado se deduce que para garantizar que las paredes no interfieren entre si, y que los resultados sean independientes del número de Reynolds, la frecuencia debe ser:

$$\omega^+ = \frac{\omega \nu}{\hat{u}_*^2} \gg \frac{2}{9} \frac{1}{Re_*} \left(\frac{1}{\kappa} \ln Re_* + 1.54 \right). \quad (11)$$

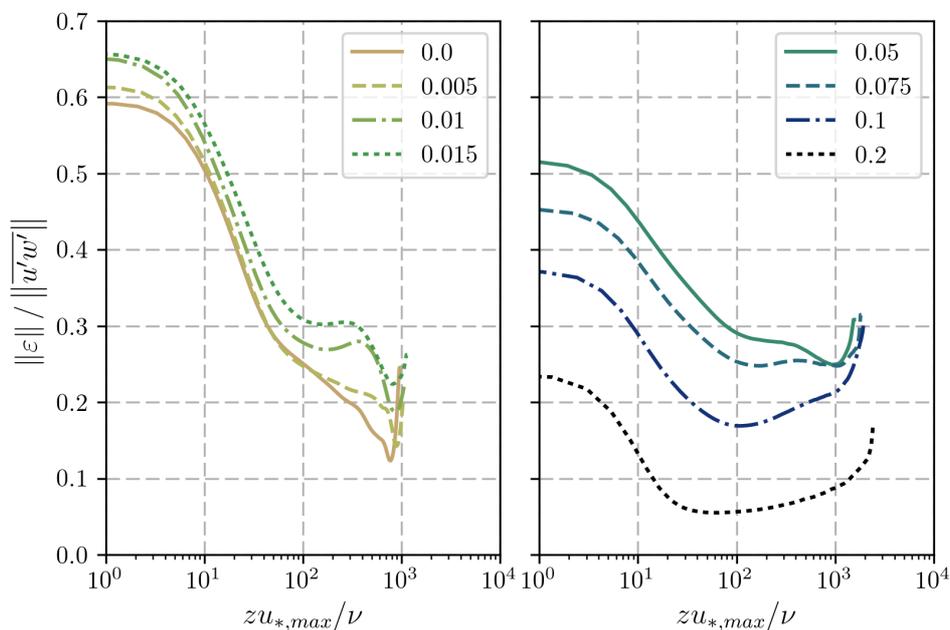


Figura 11: Fracción de las tensiones de Reynolds $\overline{u'w'}$ contenidas en frecuencias mayores a la fundamental.

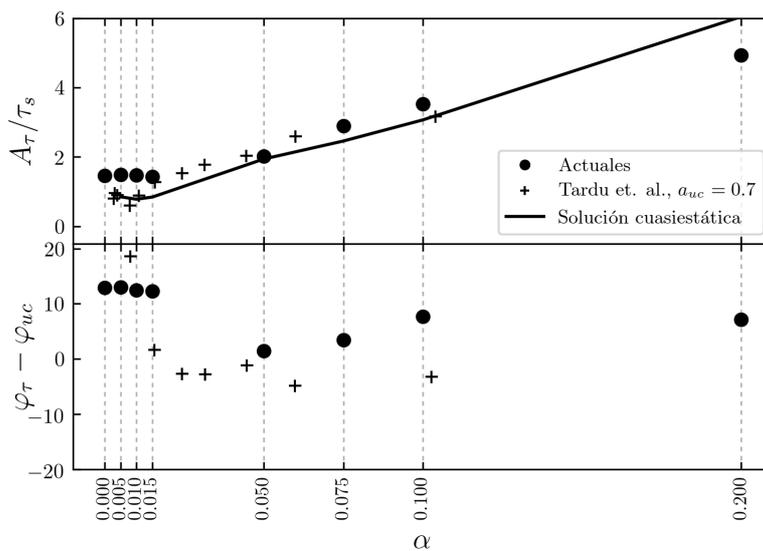


Figura 12: Componente AC del corte en la pared: amplitud y retraso.

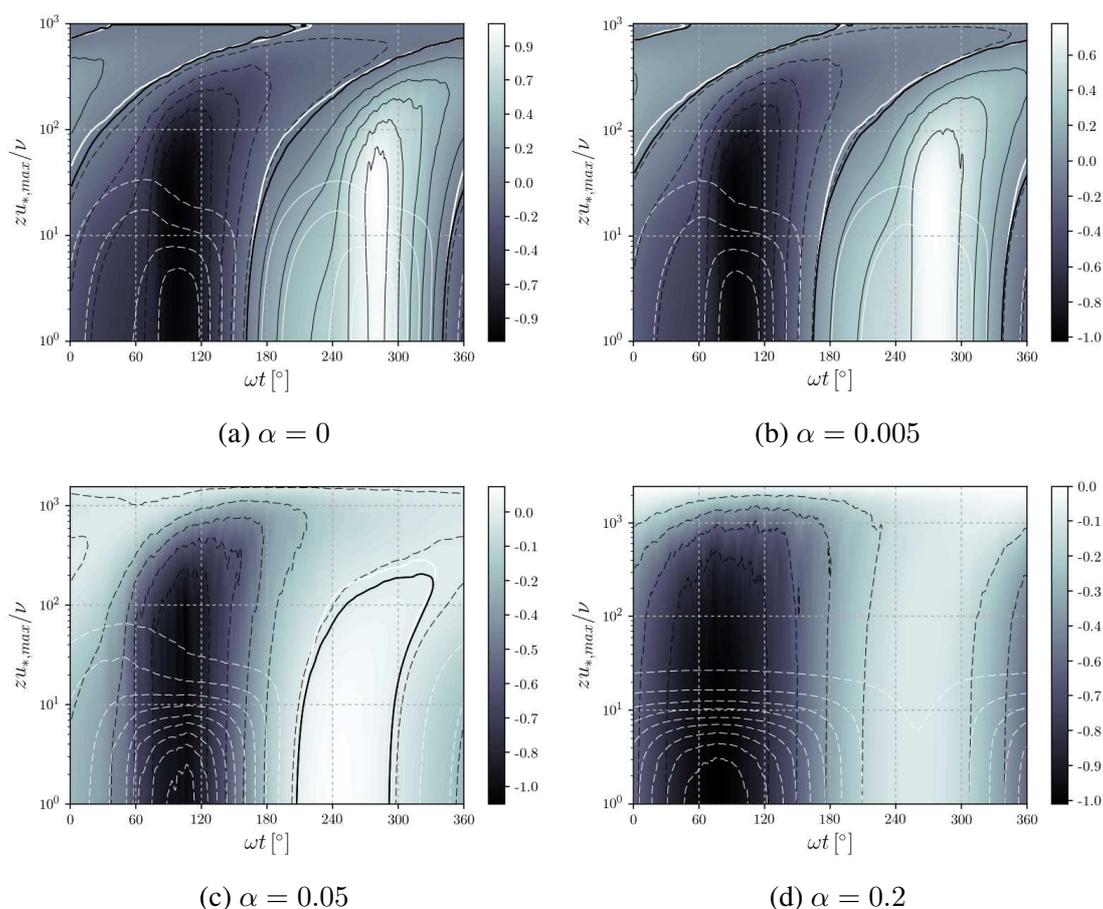


Figura 13: Gráficos espacio-tiempo de curvas de nivel para la tensión de corte viscosa y total. El corte viscoso $\overline{\tau}_V / (\rho u_{* \text{máx}}^2) = \nu / u_{* \text{máx}}^2 d\bar{u}/dz$ se muestra en curvas de color blanco. El corte total (suma del corte viscoso y las tensiones de Reynolds) se muestran en curvas de nivel de color negro rellenas en escala de grises. Las curvas se grafican cada 0.2 unidades adimensionales. Las líneas de mayor espesor blancas indican la ubicación de los extremos de la velocidad en cada fase (ver Fig. 8), mientras que las negras indican el nivel de tensión de corte total igual a cero.

En las simulaciones realizadas, salvo para los casos dominados por la corriente, los valores de ω^+ son del orden de la frecuencia mínima necesaria. Por lo tanto es esperable que la pared superior e inferior del canal interfirieran entre si, provocando que los valores de τ_w sean dependientes del número de Reynolds empleado para los casos con oscilación dominante y de transición.

En segundo lugar, el efecto de la turbulencia transitoria se presenta de dos modos distintos. Durante gran parte del ciclo, cuando el flujo se comporta de manera laminar, las capas de fluido con momento y velocidad alta del centro del canal no son llevadas a la pared por la turbulencia, lo que provoca que el corte *medio* en la pared $\hat{\tau}_w$ disminuya. Sin embargo las no linealidades del flujo, evidenciadas como como las protuberancias centradas en $\omega t = 90^\circ$ y 270° en los gráficos de la Fig. 9 para los casos dominados por la oscilación, producen un aumento en la *amplitud* del corte. Por lo tanto el valor de ésta, aparentemente constante para $\alpha = 0$ hasta 0.015, se debe principalmente a los efectos de *burst* en la turbulencia al desprenderse la capa límite. Durante estas fases, la turbulencia generada genera un efecto de mezclado, transportando las capas con gran velocidad del centro del canal hacia la pared, aumentando el corte.

Veamos ahora en la Fig. 13 los gráficos espacio-tiempo del corte viscoso adimensional

$\bar{\tau}_v / (\rho u_{*,\text{máx}}^2) = \nu / \bar{u}_{*,\text{máx}}^2 (d\bar{u}/dz)$ y el corte total, suma del corte viscoso y los esfuerzos de corte de Reynolds $-u'w'/u_{*,\text{máx}}^2$. Lo primero que se puede destacar es que la curva de valor cero del esfuerzo total y la ubicación de los máximos de velocidad (es decir donde $d\bar{u}/dz = 0$) no coinciden exactamente. Para los casos donde la correntada no es dominante se observa un crecimiento rápido del corte viscoso en las fases donde se produce el *burst* de turbulencia, dándose una protuberancia que crece hacia el centro del canal en las curvas de nivel. Al aumentar α ésta desaparece, y los efectos viscosos se confinan a un área más regular cerca de la pared. Además, los efectos se confinan al primer hemicycle de oscilación, desapareciendo los efectos de la segunda mitad y tomando el corte siempre valores negativos. También estos efectos comienzan de manera más prematura abarcando cada vez un mayor número de fases, hasta empezar a abarcar todo el ciclo para el caso totalmente dominado por la corriente. En los casos donde los efectos oscilatorios son predominantes se puede ver que los máximos de corte total se encuentran en la pared en $\omega t \simeq 90^\circ$ y luego penetran dentro del canal al desarrollarse la capa de corte oscilatoria. Al aumentar la correntada este efecto se pierde, por lo que el hemicycle en el gráfico espacio-tiempo se ve más vertical.

4. CONCLUSIONES

Este trabajo presenta los resultados de las simulaciones DNS para flujo combinado en un canal con $Re_\omega = u_\omega A / \nu = 4.95 \times 10^5$, en el régimen de transición de turbulencia intermitente. La relación entre la amplitud de oscilación y la media de la velocidad en la línea central a_{uc} fue variada entre 0.5 y 10 en el régimen de frecuencia de oscilación baja.

Al observar las velocidades instantáneas en el canal es evidente el efecto de intermitencia de turbulencia debido al número de Reynolds elegido. Sin embargo, al aumentar la correntada estos efectos desaparecen y las inestabilidades duran aproximadamente todo el ciclo gracias a la mayor inercia del flujo y el aumento local del número de Reynolds basado en la velocidad de fricción. Además, las cantidades turbulentas desaparecen en el segundo hemicycle de oscilación, producto de una menor velocidad sin inversión de flujo debido al efecto de la correntada.

En cuanto al comportamiento de las velocidades medias se tiene una transición del régimen dominado totalmente por la oscilación a un régimen cuasiestático modelado por la correntada dominante. En la transición entre estos regímenes se observa el desarrollo de la capa límite oscilatoria, cuya influencia no queda restringida a la subcapa viscosa. Como consecuencia, se generan capas de corte dominadas por leyes logarítmicas distintas a las del flujo estacionario en un canal. Además, los perfiles de velocidades medias promediados en el tiempo caen por debajo a las de un flujo estacionario, demostrando un aumento del arrastre en el canal en lugar de la disminución esperada.

El corte en la pared presenta un comportamiento con no linealidades importantes para los casos dominados por la oscilación, tendiendo a una evolución sinusoidal a lo largo del ciclo para correntadas mayores. Se muestra que esto se debe, principalmente, a los armónicos de orden superior de los esfuerzos de Reynolds. Los valores de las amplitudes del corte en la pared en cada caso son siempre superiores a los valores laminares de Stokes, producto de la turbulencia transitoria en la pared y la influencia de las paredes entre si. En los gráficos espacio-tiempo se puede comprobar que existen zonas en las que el máximo local de velocidad no corresponde con el corte total nulo. Finalmente, son evidentes las regiones de rápido crecimiento del corte viscoso al producirse el desprendimiento de la capa límite.

REFERENCIAS

- Blackwelder R.F. y Haritonidis J.H. Scaling of the bursting frequency in turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 132(1):87, 1983. doi:10.1017/s0022112083001494.
- Cantero M.I., Balachandar S., y Garcia M.H. High-resolution simulations of cylindrical density currents. *Journal of Fluid Mechanics*, 590, 2007. doi:10.1017/s0022112007008166.
- He S. y Jackson J. An experimental study of pulsating turbulent flow in a pipe. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 28(2):309–320, 2009. doi:10.1016/j.euromechflu.2008.05.004.
- Jensen B.L., Sumer B.M., y Fredsøe J. Turbulent oscillatory boundary layers at high Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 206(1):265, 1989. doi:10.1017/s0022112089002302.
- Lodahl C.R., Sumer B.M., y Fredsøe J. Turbulent combined oscillatory flow and current in a pipe. *Journal of Fluid Mechanics*, 373:313–348, 1998. doi:10.1017/s0022112098002559.
- Manna M., Vacca A., y Verzicco R. Pulsating pipe flow with large-amplitude oscillations in the very high frequency regime. Part 1: Time-averaged analysis. *Journal of Fluid Mechanics*, 700:246–282, 2012. doi:10.1017/jfm.2012.129.
- Manna M., Vacca A., y Verzicco R. Pulsating pipe flow with large-amplitude oscillations in the very high frequency regime. Part 2: Phase-averaged analysis. *Journal of Fluid Mechanics*, 766:272–296, 2015. doi:10.1017/jfm.2015.17.
- Mao Z. y Hanratty T.J. Influence of large-amplitude oscillations on turbulent drag. *AIChE Journal*, 40(10):1601–1610, 1994. doi:10.1002/aic.690401002.
- Papadopoulos P. y Vouros A. Pulsating turbulent pipe flow in the current dominated regime at high and very-high frequencies. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 58:54–67, 2016. doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2015.12.007.
- Pedocchi F., Cantero M., y García M. Direct numerical simulation of transitional Stokes boundary layer. En *Proceedings of the Second International Symposium on Shallow Flows (ISSF)*, páginas 10–12. 2008.
- Pedocchi F., Cantero M.I., y García M.H. Turbulent kinetic energy balance of an oscillatory boundary layer in the transition to the fully turbulent regime. *Journal of Turbulence*, 12:N32, 2011. doi:10.1080/14685248.2011.587427.
- Ramaprian B.R. y Tu S.W. Fully developed periodic turbulent pipe flow. Part 2: The detailed structure of the flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 137(1):59, 1983. doi:10.1017/s0022112083002293.
- Scotti A. y Piomelli U. Numerical simulation of pulsating turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, 13(5):1367–1384, 2001. doi:10.1063/1.1359766.
- Sundstrom L.R.J., Mulu B.G., y Cervantes M.J. Wall friction and velocity measurements in a double-frequency pulsating turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 788:521–548, 2016. doi:10.1017/jfm.2015.722.
- Tardu S.F., Binder G., y Blackwelder R.F. Turbulent channel flow with large-amplitude velocity oscillations. *Journal of Fluid Mechanics*, 267(1):109, 1994. doi:10.1017/s0022112094001138.
- Uchida S. The pulsating viscous flow superposed on the steady laminar motion of incompressible fluid in a circular pipe. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik (ZAMP)*, 7(5):403–422, 1956.
- Weng C., Boij S., y Hanifi A. Numerical and theoretical investigation of pulsatile turbulent channel flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 792:98–133, 2016. doi:10.1017/jfm.2016.73.