

APLICACIÓN DEL MODELO KARAGOZIAN Y CASE A LA SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL HORMIGÓN DE ULTRA ALTAS PRESTACIONES REFORZADO CON FIBRAS

APPLICATION OF THE KARAGOZIAN AND CASE MODEL TO THE SIMULATION OF THE DYNAMIC BEHAVIOR OF ULTRA HIGH PERFORMANCE FIBER REINFORCED CONCRETE

Fabián Fiengo Pérez^a, Facundo Isla^{a,b}, y Bibiana M. Luccioni^{a,b}

^aInstituto de Estructuras, Universidad Nacional de Tucumán, Av. Independencia 1800, 4000 San Miguel de Tucumán, Argentina, <http://www.facet.unt.edu.ar/iest/>

^bCONICET, Av. Rivadavia 1917, C1429DDA Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina, <http://www.conicet.gov.ar/>

Palabras clave: Hormigón, ultra altas prestaciones, comportamiento dinámico, velocidad de deformación.

Resumen. Debido a su gran capacidad de absorción de energía, el hormigón de ultra altas prestaciones reforzado con fibras (HUAPRF) es un material idóneo para estructuras civiles y militares sometidas a cargas de impacto. En general, el análisis dinámico de este tipo de problemas se hace mediante hidrocódigos utilizando modelos originalmente desarrollados para hormigón que se calibran con resultados experimentales. En este trabajo se presenta la calibración del modelo constitutivo Karagozian y Case para simular el comportamiento del hormigón de ultra altas prestaciones reforzado con fibras bajo cargas estáticas y dinámicas con diferentes velocidades. Se analiza la influencia del agregado de fibras en la respuesta del material, particularmente en el comportamiento post – pico y se expone un procedimiento para tener en cuenta el efecto de las fibras en el modelo.

Keywords: Concrete, ultra high performance, dynamic behavior, strain rate.

Abstract. Due to its large capacity of energy absorption, ultra-high performance fiber reinforced concrete is a suitable material for civil and military structures subjected to impact loading. In general, the dynamic analysis of this kind of problems is done through hydrocodes employing models originally developed for concrete that are calibrated with experimental results. This paper presents the calibration of the Karagozian and Case constitutive model to simulate the behavior of ultra-high performance fiber reinforced concrete subjected to static and dynamic loading with different speeds. The influence of the fibers addition on the material's response is analyzed, particularly on the post-peak behavior and a procedure is presented to take into account the influence of the fibers on the model.

1 INTRODUCCIÓN

Como resultado de los desastres naturales y ataques terroristas que se suceden con mayor frecuencia en nuestra sociedad, tanto ingenieros como arquitectos ven la necesidad de emplear materiales de altas prestaciones como el Hormigón de Ultra Altas Prestaciones Reforzado con Fibras (HUAPRF) para la construcción de estructuras sometidas a estas solicitaciones. Por este motivo, es necesario contar con modelos constitutivos que permitan la modelación por medio de elementos finitos de estas estructuras.

Actualmente, para la modelación del HUAPRF bajo cargas dinámicas se emplean modelos constitutivos tales como el Johnson – Holmquist (Yu et al. 2013), el Soil – Concrete (Farnam et al. 2010), el Winfrith Material (Thai y Kim, 2016) y el modelo Karagozian y Case (Mao y Barnet, 2016). Estos modelos no fueron concebidos para HUAPRF, sino para hormigones de resistencia normal sin el refuerzo de fibras. De este grupo, el modelo Karagozian y Case no sólo reproduce adecuadamente el comportamiento del hormigón bajo cargas dinámicas, sino que, con algunas modificaciones, también puede ser capaz de modelar adecuadamente el comportamiento del HUAPRF. En este trabajo se analiza su capacidad para modelar HUAPRF tanto bajo cargas estáticas como dinámicas. Con este fin, se presenta una metodología para la obtención de los parámetros de las superficies de falla de este modelo y se analizan todos los parámetros que influyen en la respuesta. Esta metodología es probada comparando los resultados numéricos obtenidos con los experimentales tanto de compresión como de tracción uniaxial. Finalmente, se aplica el modelo calibrado a la simulación del comportamiento de HUAPRF bajo tracción uniaxial con distintas velocidades de carga.

2 EL MODELO KARAGOZIAN Y CASE

El modelo Karagozian y Case (KC) desarrollado por Malvar et al. (1997), es un modelo elastoplástico de tres invariantes, emplea tres superficies de falla, incluye efectos de velocidad de deformación y diferencia el comportamiento volumétrico del desviador.

El comportamiento volumétrico está gobernado por una ecuación de estado (EOS). En la Figura 1 se muestra el comportamiento volumétrico típico del hormigón con una primera etapa lineal elástica seguida de un comportamiento no lineal debido a la compactación inelástica del material. Las descargas indicadas en la Figura 1 indican la evolución del módulo volumétrico con la deformación volumétrica. Para definir la ecuación de estado, en este trabajo se emplean la deformación volumétrica (ε_v), la presión (p) y el módulo volumétrico (K).

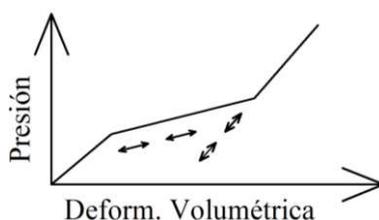


Figura 1: Curva presión vs. deformación volumétrica para una ecuación de estado del modelo KC.

Para la parte desviadora se supone que el segundo invariante J_2 del tensor desviador de tensiones queda limitado por una superficie de fluencia móvil, que se mueve entre la superficie de fluencia inicial, la superficie de falla máxima y la superficie residual que se presentan esquemáticamente en la Figura 2b. Para ello este modelo usa el valor de $\Delta\sigma = \sqrt{3J_2}$ calculado a partir de ensayos de compresión triaxial con diferentes presiones de confinamiento.

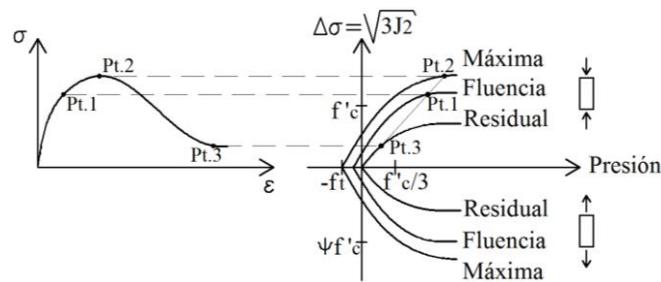


Figura 2: a) Respuesta tensión-deformación bajo compresión con confinamiento b) Superficies de falla del modelo KC

Las tres superficies de falla del modelo KC quedan definidas por ocho parámetros a_i y se escriben como:

Superficie de falla máxima:

$$\Delta\sigma_m = a_{0m} + \frac{p}{a_{1m} + a_{2m}p} \tag{1}$$

Superficie de fluencia inicial:

$$\Delta\sigma_y = a_{0y} + \frac{p}{a_{1y} + a_{2y}p} \tag{2}$$

Superficie residual:

$$\Delta\sigma_r = \frac{p}{a_{1r} + a_{2r}p} \tag{3}$$

Una vez alcanzada la superficie de fluencia inicial y antes de que se alcance la superficie de falla máxima, la superficie de fluencia actual se obtiene por medio de una interpolación lineal entre la superficie de fluencia inicial y la superficie de falla máxima, como se indica en la ecuación (4).

$$F = \Delta\sigma - [\eta(\Delta\sigma_m - \Delta\sigma_y) + \Delta\sigma_y] = 0 \tag{4}$$

Después de alcanzar la superficie de falla máxima, la superficie de fluencia actual se obtiene por medio de una interpolación lineal entre las superficies de falla máxima y la residual como se indica en la ecuación (5).

$$F = \Delta\sigma - [\eta(\Delta\sigma_m - \Delta\sigma_r) + \Delta\sigma_r] = 0 \tag{5}$$

Donde η es la función de endurecimiento plástico y es una función de la variable de endurecimiento plástico λ que depende de la deformación plástica efectiva $\overline{d\varepsilon^p}$. En la Figura 3 puede apreciarse la forma de la función de endurecimiento $\eta(\lambda)$. Cuando λ es menor o igual que λ_m (siendo λ_m el valor de λ correspondiente a J_2 máximo), la superficie de fluencia actual se encuentra entre la de fluencia inicial y la máxima. Cuando λ es mayor que λ_m , la superficie de fluencia actual yace entre la máxima y la residual.

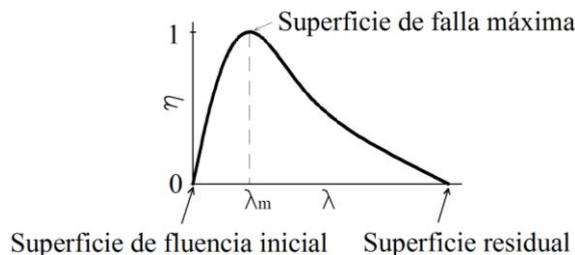


Figura 3: Evolución esquemática de la función de endurecimiento plástico.

Por analogía con la función de fluencia, el potencial plástico se define por medio de la

ecuación (6) donde ω es el grado de asociatividad que permite calibrar la dilatancia. Para ω se asume comúnmente un valor entre 0.5 y 0.7 (Noble et al. 2005).

$$G = \sqrt{3J_2} - \omega[\eta(\Delta\sigma_m - \Delta\sigma_y) + \Delta\sigma_y] \quad (6)$$

El factor de consistencia plástico $d\mu$ se obtiene de la condición de consistencia plástica y resulta:

$$d\mu = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl}}{9\omega K \left(\frac{\partial F}{\partial I_1}\right)^2 + 3G + \left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right) \left(\frac{\partial \eta}{\partial \lambda}\right) h(\sigma_{ij}) \sqrt{2 \left(\frac{\partial G}{\partial I_1}\right)^2 + 1}} \quad (7)$$

$$h(\sigma_{ij}) = \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{f_t}\right)^{b_1}} \quad (8)$$

Donde f_t , b_1 , K y G son la resistencia a tracción uniaxial, el parámetro de escalamiento de daño en compresión uniaxial, el módulo volumétrico y el módulo de corte del hormigón.

Para tener en cuenta el efecto de endurecimiento que se origina por mecanismos físicos tales como fisuración interna y la extensión de esta fisuración que depende de la presión hidrostática, el modelo KC define las siguientes reglas de evolución de la variable de endurecimiento (ecuaciones (9) y (10)) que, a su vez, consideran el efecto de la velocidad de deformación.

$$d\lambda = \frac{\overline{d\varepsilon^p}}{\left[1 + \left(\frac{s}{100}\right)(r_f - 1)\right] \left(1 + \frac{p}{r_f f_t}\right)^{b_1}} \quad \text{para } p \geq 0 \quad (9)$$

$$d\lambda = \frac{\overline{d\varepsilon^p}}{\left[1 + \left(\frac{s}{100}\right)(r_f - 1)\right] \left(1 + \frac{p}{r_f f_t}\right)^{b_2}} \quad \text{para } p \leq 0 \quad (10)$$

$$\overline{d\varepsilon^p} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right) d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \quad (11)$$

Donde b_2 es el parámetro de escalamiento de daño en tracción uniaxial y r_f es el factor de incremento dinámico (DIF) que toma en cuenta los efectos de la velocidad de deformación. El parámetro s adopta valores de 0 a 100. Para $s = 0$ los efectos de velocidad de deformación son omitidos y cuando $s = 100$ los efectos de velocidad de deformación son incluidos en su totalidad. El modelo considera un aumento radial de la superficie de fluencia máxima del hormigón, de esta forma, la resistencia mejorada $\Delta\sigma_m^c$ correspondiente a la presión p es obtenida por medio de la ecuación (12).

$$\Delta\sigma_m^c = r_f \Delta\sigma_m(p/r_f) = a_0 r_f + \frac{p r_f}{a_1 r_f + a_2 p} \quad (12)$$

3 METODOLOGÍA PARA LA MODELACIÓN DE UN HORMIGÓN DE ULTRA ALTA PERFORMANCE REFORZADO CON FIBRAS POR MEDIO DEL MODELO KARAGOZIAN Y CASE

En este trabajo se utilizó el programa LS-Dyna (LSTC, 2007), que tiene incorporado el modelo Karagozian y Case. El programa puede generar automáticamente todos los parámetros del modelo a partir de la resistencia a compresión uniaxial del hormigón, escalando los parámetros de un hormigón patrón de 48 MPa de resistencia a compresión uniaxial (sin refuerzo de fibras). Considerando que la respuesta de un HUAPRF, tanto bajo cargas de tracción como de compresión uniaxial, es diferente a la del hormigón patrón que emplea LS-Dyna, no se emplearon los parámetros generados por este programa. En principio, los parámetros del modelo de HUAPRF deberían obtenerse a partir de resultados de ensayos de compresión triaxial.

A continuación se presenta una metodología que permite modelar un HUAPRF por medio del modelo KC. Esta metodología incluye el procedimiento tanto para determinar los parámetros de las superficies de falla del modelo KC para un HUAPRF de resistencia a compresión uniaxial de alrededor de 150 MPa, como para ajustar la respuesta obtenida bajo tracción y compresión uniaxial a la correspondiente de un HUAPRF.

3.1 Metodología desarrollada

Para obtener los parámetros de las superficies de falla se siguió un procedimiento similar al propuesto por Markovich et al. (2011) para hormigones normales sin fibras de 20 a 120 MPa de resistencia a compresión uniaxial. Los pasos a seguir son los siguientes:

1. Se grafican las curvas tensión – deformación obtenidas de ensayos de compresión triaxial para diferentes presiones de confinamiento. En caso de no contar con resultados experimentales, se sugiere emplear el modelo propuesto por Attard y Setunge (1994).
2. En las curvas generadas, se identifican tanto el punto correspondiente a la fluencia (Pt1) como el de máxima tensión correspondiente a la resistencia a compresión (Pt2) (ver Figura 2a). Para la determinación del punto de fluencia de un HUAPRF se sugiere considerar $\sigma_{Pt1} = 0.7\sigma_{Pt2}$, conforme a lo propuesto por Fehling et al. (2014). Luego, para los valores de tensión correspondientes a los Pt1 y Pt2 obtenidos para distintas presiones de confinamiento se representa la diferencia de tensiones $\Delta\sigma = |\sigma_1 - \sigma_2|$ (donde σ_1 es la tensión axial y σ_2 es la presión de confinamiento) versus la presión p .
3. Se obtienen los parámetros a_i de las ecuaciones (1) y (2) para las superficies de falla máxima y de fluencia inicial, por medio de técnicas de ajuste no lineal de mínimos cuadrados. Para determinar los parámetros de la superficie de falla residual, no debe emplearse la rama postpico del modelo propuesto por Attard y Setunge (1994) ya que no fue concebida para un hormigón con fibras y, por tanto, la respuesta postpico del material es diferente. Es necesario determinar la resistencia residual del HUAPRF por medio de ensayos de compresión triaxial. En este trabajo se adopta el criterio de Kong et al. (2017) para hormigones normales sometidos a cargas dinámicas, que sugiere considerar la superficie residual paralela la superficie de falla máxima, con la diferencia de que la superficie residual pasa por el origen de coordenadas del sistema $p - \Delta\sigma$. Por tanto, se adopta el siguiente criterio:

$$a_{1f} = a_{1m} \quad (13)$$

$$a_{2f} = a_{2m} \quad (14)$$

4. Se ajusta la función de endurecimiento plástico $\eta(\lambda)$, de forma tal que represente la capacidad del HUAPRF de mantener tensión y presente una caída gradual de resistencia.

5. Se asigna al parámetro $b1$ valores reales comprendidos en el rango de menos uno a menos dos.
6. Se asigna al parámetro $b2$ el valor entero de uno.

4 EJEMPLOS DE APLICACIÓN ESTÁTICOS

En este trabajo se tomaron como casos de estudio los resultados experimentales obtenidos por Hassan et al. (2012) que ensayaron un HUAPRF con 2% de fibras de acero de alta resistencia de 13 mm de longitud y 0.2 mm de diámetro a compresión y tracción uniaxial. Las resistencias de este hormigón fueron 150.56 MPa en compresión uniaxial y 9.07 MPa en tracción uniaxial. Para simular estos ensayos se utilizó un solo elemento finito tipo *brick* de 100 mm de lado.

El modelo Karagozian y Case, introduce el concepto de banda de fisuración (*crack band model*) para lograr objetividad respecto del tamaño de la malla durante el ablandamiento. La regularización se lleva a cabo por medio del escalamiento interno de la rama de ablandamiento de la función de daño usando el tamaño promedio de cada elemento (Magallanes et al. 2010). Por medio de este método pueden emplearse diferentes tamaños de elementos finitos considerando que la relación tensión – deformación promedio es ajustada para asegurar una correcta disipación de energía de fractura.

La energía de fractura es obtenida integrando la respuesta tensión – desplazamiento del elemento de la siguiente forma:

$$G_f = h_c \int \sigma d\varepsilon \quad (15)$$

Donde h_c representa el ancho de la banda de agrietamiento (llamado *locwidth* en el modelo KC). Cuando el tamaño h del elemento es mayor que h_c , la rama de ablandamiento debe ser modificada con la finalidad de que la energía de fractura no cambie.

Para estudiar la influencia del *locwidth* en la respuesta, se realizaron modelos de tracción uniaxial empleando en primera instancia un solo elemento cúbico de ocho nodos de 100 mm de lado y posteriormente una malla de ocho elementos finitos de 50 mm de lado. En estos modelos se consideró diferentes tamaños de *locwidth* (LW=3 mm, LW=25 mm y LW=45mm), siendo en todos los casos menores que el tamaño del elemento. En la Figura 4 se muestran las respuestas tensión-desplazamiento obtenidas en todos los casos analizados. Puede observarse que las respuestas obtenidas considerando tanto un solo elemento finito como ocho, son prácticamente coincidentes. Se destaca que el *locwidth* no influye en la respuesta siempre que sea menor que el tamaño de los elementos finitos.

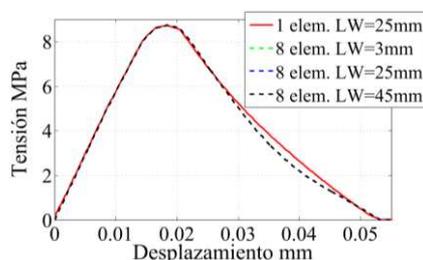


Figura 4: Influencia del *locwidth* en la respuesta.

Para definir la ecuación de estado, se ingresa una tabla de valores que describen la evolución de la presión y el módulo volumétrico con la deformación volumétrica. En la Figura 5 se presentan los valores empleados que fueron determinados a partir de la ecuación de estado utilizada por Xu y Wille (2015) para un hormigón de alta performance (sin fibras) de 150 MPa

de resistencia a compresión uniaxial.

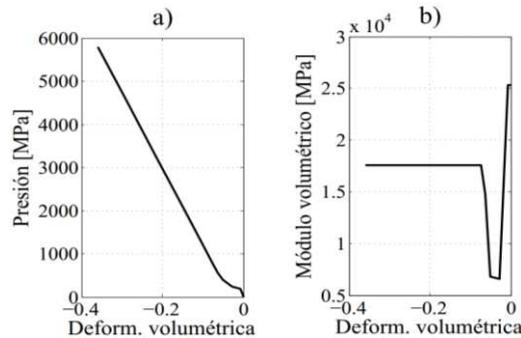


Figura 5: a) Curva presión vs. deformación volumétrica b) Curva módulo volumétrico vs. deformación volumétrica.

En la [Tabla 1](#) se presenta el resumen de los parámetros de las superficies de falla obtenidos para el HUAPRF analizado por medio de la metodología desarrollada.

a_{0m}	a_{1m}	a_{2m}	a_{0y}	a_{1y}	a_{2y}	a_{1f}	a_{2f}
27.6314	0.3403	0.0013	27.3700	0.3533	0.0027	0.3403	0.0013

Tabla 1: Parámetros de las superficies de falla del HUAPRF.

La función de endurecimiento plástico es introducida al modelo KC de LS-Dyna como un conjunto de pares (λ, η) que deben ser determinados a partir de resultados experimentales ([Malvar et al. 1997](#)). En este trabajo se modificó la curva de endurecimiento plástico del hormigón patrón del modelo KC ya que su rama postpico presenta una caída abrupta y no es apta para modelar HUAPRF. Por este motivo, se multiplicaron los valores λ de esta curva por factores de escala para obtener una rama postpico que descienda gradualmente (ver [Figura 6](#))

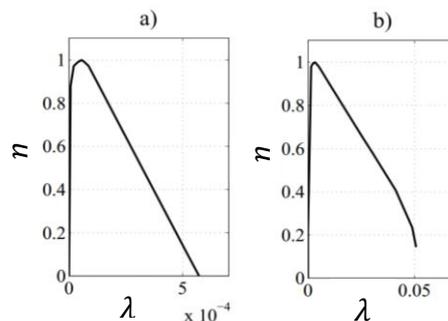


Figura 6: a) Función de endurecimiento plástico del hormigón patrón del modelo KC b) Función de endurecimiento plástico empleada.

4.1 Compresión y tracción uniaxial

En la [Figura 7a](#) se presentan las curvas tensión vs. desplazamiento obtenidas en compresión uniaxial. Se observa que la generación automática de parámetros no permite representar adecuadamente el comportamiento del HUAPRF bajo compresión uniaxial. Por el contrario, ajustando adecuadamente el valor del parámetro $b1$, la metodología propuesta permite aproximar el comportamiento postpico del HUAPRF. No obstante, no se logra reproducir la resistencia residual observada experimentalmente ([Hassan et al. 2012](#)).

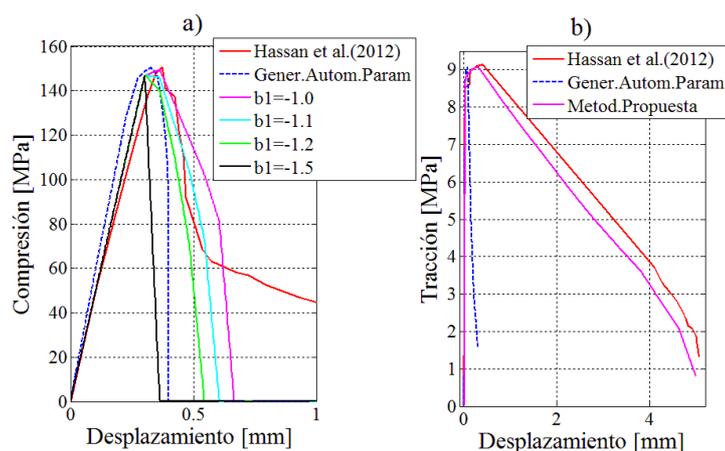


Figura 7: a) Compresión uniaxial b) Tracción uniaxial

En la Figura 7b puede apreciarse las curvas tensión – desplazamiento obtenidas en tracción uniaxial. La curva obtenida con la generación automática de parámetros logra reproducir el comportamiento prepico del HUAPRF, pero presenta un comportamiento postpico frágil; no siendo capaz de reproducir la ductilidad que le confieren las fibras de acero al hormigón. Por el contrario, con la metodología propuesta se logra reproducir tanto el comportamiento prepico como el postpico del HUAPRF para tener en cuenta el efecto de las fibras de acero en el hormigón en la rama de ablandamiento.

5 EJEMPLOS DINÁMICOS

Para analizar el efecto de la velocidad de carga en la respuesta del HUAPRF, se estudió la respuesta del modelo en tracción uniaxial con distintas velocidades de carga. Se empleó una malla de elementos finitos de $100 \times 100 \times 100$ mm, discretizada en sesenta y cuatro elementos tipo *brick* de $25 \times 25 \times 25$ mm (ver Figura 8). En esta malla, los desplazamientos de los nodos de la base fueron restringidos de forma tal que no se produzca un movimiento de cuerpo rígido; mientras que a los nodos de la cara opuesta se aplicó velocidades de 0.01, 0.1, 1.0, 10.0 y 20.0 mm/ms.

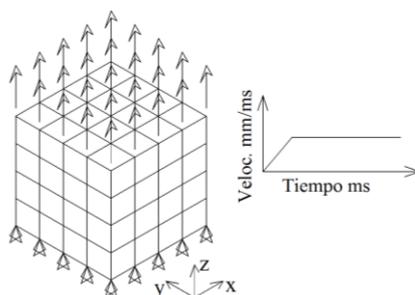


Figura 8: Malla de elementos finitos para el modelo de tracción dinámica.

Para que el programa LS-Dyna considere efectos de la velocidad de carga en el modelo KC, se asignó a la variable s (explicada en el apartado 2) un valor igual a 100 y se introdujo como dato un conjunto de valores r_f versus la velocidad de deformación. Para definir este conjunto de valores se emplearon las siguientes expresiones usadas por Thomas y Sorensen (2017) para representar el comportamiento de un HUAPRF bajo cargas de tracción uniaxial.

$$r_f = \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_s}\right)^\delta \text{ para } \dot{\epsilon} \leq 10 \text{ s}^{-1} \quad (16)$$

$$r_f = \beta \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_s}\right)^{3/4} \text{ para } \dot{\epsilon} > 10 \text{ s}^{-1} \quad (17)$$

Donde, $\dot{\epsilon}$ es la velocidad de deformación en tracción y $\dot{\epsilon}_s = 1 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ es la velocidad de deformación cuasi estática en tracción. δ es un coeficiente determinado como $\delta = 1/(1 + 8f_c/f_{c0})$, β es obtenido por medio de $\log\beta = 7\delta - 5.25$ y $f_{c0} = 10 \text{ MPa}$. En la [Figura 9](#) se muestra la variación de r_f con la velocidad de deformación definida mediante las ecuaciones (16) y (17).

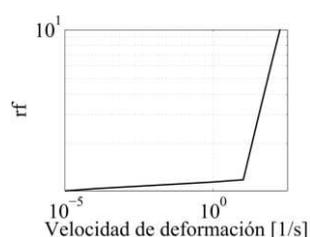


Figura 9: Factor de incremento dinámico r_f vs. velocidad de deformación .

En la [Figura 10](#) se presentan los resultados obtenidos del modelo de tracción dinámica para velocidades desde 0.01 mm/ms hasta 20 mm/ms. Se observa que el modelo representa el aumento de resistencia con la velocidad carga. Para velocidades bajas de hasta 1 mm/ms que corresponde a $\dot{\epsilon}=10 \text{ 1/s}$ este incremento es ligero lo cual es consistente con lo indicado en la primera rama de la [Figura 9](#). Por el contrario se observa un notorio incremento en la resistencia del material para velocidades mayores a 1 mm/ms en correspondencia con la segunda rama de la curva de la [Figura 9](#). Para una velocidad de 20.0 mm/ms se obtiene una resistencia a tracción dinámica de al menos 70 MPa, lo cual significa un aumento en más de siete veces la resistencia a tracción uniaxial estática del HUAPRF.

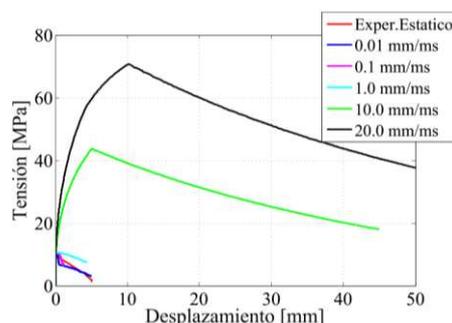


Figura 10: Ensayos de tracción uniaxial dinámica para el HUAPRF analizado.

6 CONCLUSIONES

Del trabajo realizado se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- La metodología propuesta permite reproducir adecuadamente el comportamiento tanto en tracción como en compresión uniaxial estática del HUAPRF. La función de endurecimiento plástico empleada, permite lograr un comportamiento postpico dúctil; con el cual se logra incorporar en el modelo KC la resistencia adicional que aportan las fibras de acero a la matriz de hormigón. El parámetro *locwidth* debe ser menor que el tamaño de la malla de elementos finitos. En LS-Dyna ([LSTC, 2007](#)) se sugiere emplear para este parámetro un valor igual a tres

veces el diámetro del agregado. Teniendo en cuenta que en un HUAPRF el tamaño máximo del agregado es generalmente 1 mm, el valor del *locwidth* no debería ser mayor a 3 mm; ni el tamaño de los elementos de la malla menor a este tamaño.

- La respuesta del modelo a tracción uniaxial dinámica es satisfactoria evidenciando el aumento de resistencia con la velocidad de carga del HUAPRF observado experimentalmente. A la fecha se sabe que este incremento depende del tipo y contenido de fibras así como de la composición de la matriz aunque no se ha desarrollado aún una metodología para tenerlos en cuenta en la definición de la curva r_f vs. $\dot{\epsilon}$ lo cual se requiere mayor investigación. Esta conclusión es consistente con los hallazgos de [Luccioni et al. \(2018\)](#).

REFERENCIAS

- Attard, M.M. y Setunge, S., The stress – strain relationship of confined and unconfined normal and high strength concretes. UNICIV Report No.R-341, University of New South Wales, 1994.
- Farnam, Y., Mohammadi, S. y Shekarchi, M., Experimental and numerical investigations of low velocity impact behavior of high – performance fiber – reinforced cement based composite. *International Journal of Impact Engineering*, 37:220 – 229, 2010.
- Fehling, E., Schmidt, M. y Walraven, J., Ultra – High Performance Concrete UHPC Fundamentals – Design – Examples. Ernst & Sohn, 2014.
- Hassan, A.M.T., Jones, S.W. y Mahmud, G.H., Experimental test methods to determine the uniaxial tensile and compressive behavior of ultra high performance fibre reinforced concrete (UHPRFC). *Construction and Building Materials*, 37:874-882, 2012.
- Kong, X., Fang, Q., Li, Q.M., Wu, H. y Crawford, J.E., Modified K&C model for cratering and scabbing of concrete slabs under projectile impact. *International Journal of Impact Engineering* (2017), <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijimeng.2017.02.016>
- LSTC, *LS-Dyna User manual version 971*, Livermore Software Tech. Corp., 2007.
- Luccioni, B., Isla, F., Forni, D. y Cadoni, E. Modelling UHPFRC tensión behavior under high strain rates. *Cement and Concrete Composites*, 91:209-220, 2018.
- Magallanes, J.M., Yucai, W., Malvar, J.L. y Crawford, J.E., Recent improvements to Release III of the K&C Concrete Model. *11th International LS-DYNA Users Conference*, 2010.
- Malvar, L.J., Crawford, J.E., Wesevich, J.W. y Simons, D., A plasticity concrete material model for DYNA3D. *International Journal of Impact Engineering*, 19:847-873, 1997.
- Mao, L. y Barnett, S.J., Investigations of toughness of ultra high performance fibre reinforced concrete (uhpfrc) beam under impact loading. *International Journal of Impact Engineering*, 99:26-38, 2016.
- Markovich, N., Kochavi, E. y Ben-Dor, G., An improved calibration of the concrete damage model. *Finite Elements in Analysis and Design*, 47:1280-1290, 2011.
- Noble, C., Kokke, E., Darnell, I., Dun, T., Hagler, L. y Leininger, L., Concrete models descriptions and summary of benchmark studies for blast effects simulations. LLNL, 2005.
- Thai, D-K. y Kim, S-E., Prediction of uhpfrc panels thickness subjected to aircraft engine impact. *Case Studies in Structural Engineering*, 5:38-53, 2016.
- Tomas, R.J. y Sorensen, A.D., Review of strain rate effects for uhpc in tensión. *Construction and Building Materials*, 15:846-856, 2017.
- Xu, M. y Wille, K., Calibration of K&C concrete model for uhpc in ls-dyna. *Advanced Materials and Research*, 1081:254-259, 2015.
- Yu, R., Spiesz, P. y Brouwers, H.J.H., Numerical simulations of ultra – high performance fibre reinforced concrete (UHPFRC) under high velocity impact of deformable projectile. *15th International Symposium on Interaction of the Effects of Munitions with Structures*, 2013.