

MODELO AERO-ELECTRO-ELÁSTICO PARA UN ARREGLO DE COSECHADORES DE ENERGÍA

AERO-ELECTRO-ELASTIC MODEL FOR AN ARRANGEMENT OF ENERGY HARVESTERS

Marcos L. Verstraete^{a,c}, Bruno A. Rocca^{a,b,c}, Luis R. Ceballos^{a,b} y Sergio Preidikman^{b,c}

^a *Grupo de Matemática Aplicada, Facultad de Ing., Universidad Nacional de Río Cuarto,
Ruta Nacional 36 Km. 601, 5800 Río Cuarto, Argentina. verstraete.ml@gmail.com*

^b *Departamento de Estructuras. Facultad de C. E. F y N. Universidad Nacional de Córdoba
Tel.: 0351-4334145, Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba, Argentina.*

^c *CONICET - Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Av. Rivadavia 1917
Buenos Aires, Argentina.*

Palabras clave: Aero-electro-elasticidad, cosechadores de energía, piezoelectricidad.

Resumen. En este trabajo, los autores presentan un modelo numérico que permite predecir la respuesta aeroelástica y la potencia eléctrica de salida de un arreglo de cosechadores de energía que utilizan materiales piezoeléctricos. Este modelo está constituido por: *i*) un modelo aerodinámico inestacionario y no-lineal que permite captar la interacción y el acoplamiento aerodinámico entre los cosechadores que componen el arreglo; *ii*) un modelo electro-elástico de parámetros concentrados de tres grados de libertad para cada cosechador; y *iii*) un esquema numérico para integrar simultáneamente en el dominio del tiempo las ecuaciones aero-electro-elásticas gobernantes. Entre los resultados más relevantes, se encontró que la velocidad de *flutter* decrece significativamente conforme la distancia entre cosechadores se hace más pequeña. Este comportamiento sugiere fuertemente la posibilidad de una efectiva extracción de energía a bajas velocidades si se utiliza una adecuada topología para el arreglo de cosechadores.

Keywords: Aero-electro-elasticity, energy harvesters, piezoelectricity.

Abstract. In this work, the authors present a numerical model that allows to predict the aeroelastic response and the electrical output power of an arrangement of energy harvesters that use piezoelectric materials. This model consists of: *i*) an unsteady and non-linear aerodynamic model, that captures the interaction and the aerodynamic coupling between the harvesters that constitute the arrangement; and *ii*) an electro-elastic lumped parameter model of three degrees of freedom for each harvester; and *iii*) a numerical scheme to simultaneously integrate the governing aero-electro-elastic equations in the time domain. Among the most relevant results, it was found that the flutter speed decreases significantly as the distance between harvesters becomes smaller. This behavior strongly suggests the possibility of an effective extraction of energy at low speeds if a properly topology is used for the arrangement of harvesters.

1 INTRODUCCIÓN

En los últimos años, la comunidad científica ha considerado la posibilidad de recolectar energía a través de las vibraciones mecánicas de estructuras flexibles (Beeby *et al.*, 2006). Desde hace unos pocos años, las vibraciones de origen aeroelástico han sido de particular interés debido a sus potenciales aplicaciones (Abdelkefi, 2016; Rostami and Armandei, 2017). Cuando una estructura es inmersa en una corriente de aire, la interacción entre la flexibilidad de esta estructura y las cargas aerodinámicas actuando sobre su superficie pueden provocar diferentes comportamientos en la respuesta aeroelástica tales como bifurcaciones, oscilaciones de ciclos límites, movimientos caóticos, entre otros (Dowell y Tang, 2002; Nayfeh y Mook, 1979). Investigadores en los campos de la ingeniería civil y aeronáutica desarrollan trabajos orientados a minimizar estas vibraciones aeroelásticas en sistemas estructurales de gran envergadura incluyendo, edificios, puentes, aviones, cañerías, y líneas de transmisión con el fin de evitar la falla y/o colapso de tales estructuras (Dai *et al.* 2014a, Dai *et al.* 2014b). Sin embargo, desde una nueva perspectiva, estos fenómenos aeroelásticos asociados con no linealidades estructurales y/o aerodinámicas podrían ser utilizados como una nueva fuente de generación de energía para sistemas en pequeña escala.

El *flutter* es solo uno de los muchos tipos de fenómenos aeroelásticos que pueden surgir en la dinámica de la interacción fluido-estructura. Una alternativa para explotar este mecanismo aeroelástico, desde un punto de vista energético, es mediante un sistema constituido por una estructura flexible con láminas de material piezoeléctrico adheridas (Bryant y Garcia, 2011). La idea fundamental consiste en someter a este sistema (denominado cosechador aeroelástico) a un escenario controlado de *flutter* (crítico o post-crítico) y de esta forma transformar las vibraciones mecánicas provenientes de la estructura en cargas eléctricas en las láminas del material piezoeléctrico adheridas a las superficies de la estructura. Esta transformación de energía mecánica a energía eléctrica es posible gracias a un comportamiento electromecánico que exhiben los materiales piezoeléctricos conocido como efecto piezoeléctrico directo (Katzir, 2006).

Debido a la baja energía producida por un cosechador aeroelástico, los científicos han propuesto, como una posible alternativa para incrementar la potencia de salida, usar un arreglo de varios cosechadores trabajando en paralelo (Bryant *et al.*, 2012). La integración de varios cosechadores, como una posible solución tecnológica, presenta varios desafíos. En particular, la influencia que tiene la distribución espacial de los cosechadores sobre la potencia eléctrica generada es un aspecto aun poco entendido.

En este trabajo, los autores presentan un modelo numérico que permite predecir la respuesta aeroelástica y la potencia eléctrica de salida de un arreglo de cosechadores de energía. Este modelo está constituido por: *i*) un modelo aerodinámico inestacionario y no-lineal que permite captar las interacciones aerodinámicas entre los cosechadores que componen el arreglo; *ii*) un modelo electro-elástico de parámetros concentrados de tres grados de libertad (desplazamiento vertical, movimiento de rotación y voltaje generado por el efecto piezoeléctrico) para cada cosechador; y *iii*) un esquema numérico para integrar simultáneamente en el dominio del tiempo las ecuaciones aero-electro-elásticas gobernantes.

2 MODELO DEL ARREGLO DE COSECHADORES

En esta sección se describe el modelo numérico para el arreglo de cosechadores aeroelásticos. Este artículo sigue los lineamientos del trabajo presentado por Erturk *et al.* (2010), quienes desarrollaron un modelo experimental y un modelo analítico para explorar la potencia eléctrica de salida de un cosechador aeroelástico. El modelo experimental consiste de un ala rígida montada sobre un soporte especial que tiene incorporado un sistema eléctrico que

incluye láminas de material piezoeléctrico encargadas de transformar las vibraciones mecánicas en energía eléctrica. En la [Figura 1](#) se muestra una imagen esquemática que describe el modelo experimental.

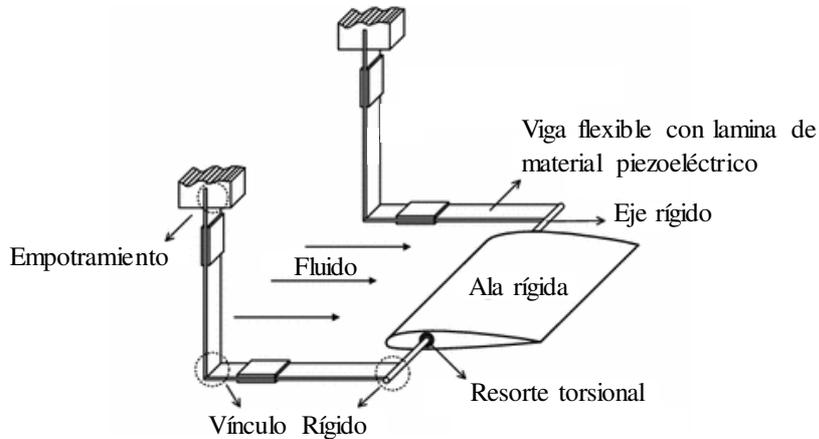


Fig. 1: Sistema esquematizado del modelo experimental del cosechador aeroelástico.

La contribución de este trabajo está dirigida a investigar la respuesta aeroelástica y la potencia eléctrica de salida de un arreglo compuesto por dos o más sistemas como el mostrado en la [Figura 1](#).

2.1 El modelo electro-elástico

Para desarrollar un modelo teórico que represente el sistema esquematizado en la [Figura 1](#), Erturk y sus colaboradores consideraron un modelo de parámetros concentrados en el que el cosechador es idealizado mediante un perfil alar bidimensional que tiene asociado tres grados de libertad: desplazamiento vertical del perfil, h , movimiento de rotación respecto del eje rígido, θ , y voltaje generado por el sistema eléctrico, V , a través de la lámina de material piezoeléctrico, ver [Figura 2](#).

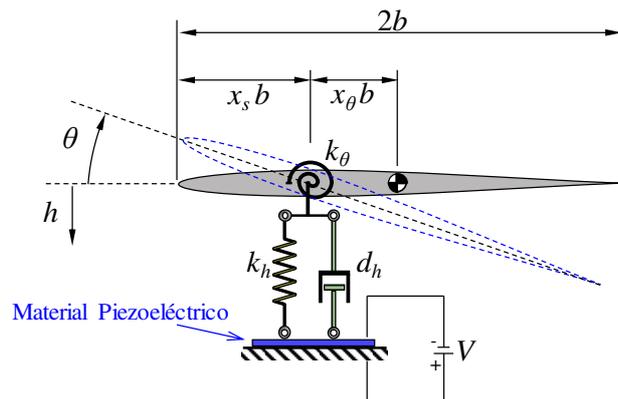


Fig. 2: Modelo bidimensional aero-electro-elástico del cosechador.

Las ecuaciones que describen el comportamiento aero-electro-elástico para un cosechador como el considerado en este trabajo han sido ya publicadas en varios artículos (Erturk *et al.*, 2010; Bryant y Garcia, 2011; Abdelkefi, 2016) y se pueden expresar de la siguiente manera,

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{K}}\mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (1)$$

siendo,

$$\bar{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} m + m_f & m x_\theta b & 0 \\ m x_\theta b & I_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} d_h & 0 & 0 \\ 0 & d_\theta & 0 \\ \psi & 0 & C^{eq} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} k_h & 0 & -\psi/l \\ 0 & k_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1/R \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} h \\ \theta \\ V \end{Bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{q}} = \begin{Bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\theta} \\ \dot{V} \end{Bmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{q}} = \begin{Bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{V} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{Bmatrix} -L \\ M \\ 0 \end{Bmatrix}$$

donde m y m_f son las masas por unidad de longitud del perfil y de su soporte, respectivamente; k_h y k_θ son las constantes elásticas asociadas a los resortes lineal y torsional, respectivamente; d_h y d_θ son los coeficientes de amortiguamiento asociados al movimiento vertical y al giro. b es la semi-cuerda del perfil, I_p es el momento de inercia del perfil por unidad de longitud con respecto al punto de referencia (anclaje de los resortes). l es la envergadura del ala rígida, x_θ es la distancia adimensional entre el punto de referencia y el centro de masa. x_s es la distancia entre el borde de ataque del perfil y el punto de referencia. V es el voltaje generado a través de la resistencia eléctrica R , C^{eq} es la capacidad equivalente de la lámina de material piezoeléctrico y ψ es el coeficiente de acoplamiento electromecánico (parámetro asociado al material piezoeléctrico considerado). El punto sobre las variables indica derivada con respecto al tiempo. Por otro lado, L es la fuerza de sustentación actuando sobre el perfil y M es el momento aerodinámico con respecto al punto de referencia; ambos son cantidades por unidad de longitud que son computadas por el modelo aerodinámico descrito en la próxima subsección.

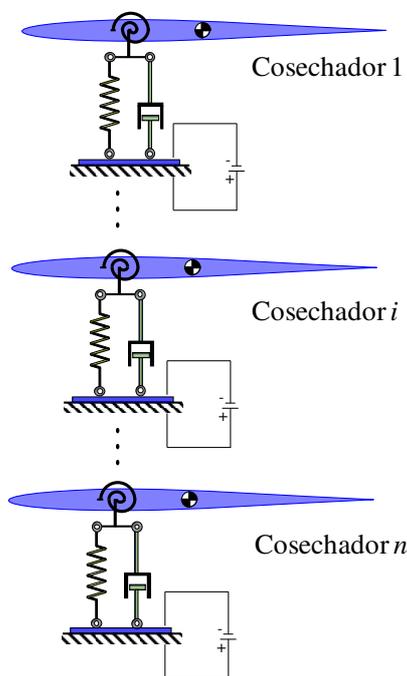


Fig. 3: Arreglo de cosechadores de energía.

El arreglo propuesto en este trabajo considera a todos los cosechadores sistemas independientes, es decir estructuralmente y eléctricamente desacoplados. De esta forma, las ecuaciones para un arreglo de n cosechadores (como el mostrado en la Figura 3) se escribe de la siguiente manera,

$$\begin{aligned}
 \bar{\mathbf{M}}_1 \ddot{\mathbf{q}}_1 + \bar{\mathbf{C}}_1 \dot{\mathbf{q}}_1 + \bar{\mathbf{K}}_1 \mathbf{q}_1 &= \mathbf{F}_1 \\
 &\vdots \\
 \bar{\mathbf{M}}_i \ddot{\mathbf{q}}_i + \bar{\mathbf{C}}_i \dot{\mathbf{q}}_i + \bar{\mathbf{K}}_i \mathbf{q}_i &= \mathbf{F}_i \\
 &\vdots \\
 \bar{\mathbf{M}}_n \ddot{\mathbf{q}}_n + \bar{\mathbf{C}}_n \dot{\mathbf{q}}_n + \bar{\mathbf{K}}_n \mathbf{q}_n &= \mathbf{F}_n
 \end{aligned} \tag{3}$$

donde los subíndices en las variables vectoriales que intervienen en la ecuación (3) indican el número de cosechador.

2.2 El modelo aerodinámico

Aunque las ecuaciones (3) estén desacopladas desde el punto de vista electro-elástico, la proximidad entre los cosechadores hace que las cargas aerodinámicas que actúan sobre cada uno de ellos se vean influenciadas por el cambio en el flujo de fluido provocado por los cosechadores vecinos. Por lo tanto, el vector \mathbf{F}_i , que contiene como componentes las cargas aerodinámicas que actúan sobre el cosechador i , depende del movimiento de todos los cosechadores que componen el arreglo. En otras palabras, las ecuaciones aero-electro-elásticas que describen la dinámica del arreglo son acopladas desde el punto de vista aerodinámico. Por lo tanto, la respuesta aeroelástica y la potencia eléctrica producida dependerá de la interacción aerodinámica entre cosechadores.

Con el fin de poder predecir la influencia en la respuesta aeroelástica y en la potencia eléctrica de salida producida por la proximidad entre cosechadores resulta necesario considerar un modelo que permita captar el acoplamiento aerodinámico entre esos cosechadores y sus estelas.

Un método que ha sido utilizado en los últimos años en el campo de la aeronáutica en una diversidad de aplicaciones es el método de red de vórtices no-estacionario o UVLM (conocido por sus siglas en inglés). Este método puede ser aplicado tanto a flujos bidimensionales como tridimensionales alrededor de cuerpos sustentadores o no-sustentadores, y además no tiene limitaciones en cuanto a la forma de las superficies, combadura, alabeo, ángulo de ataque, etc (Preidikman, 1998; Konstadinopoulos *et al.*, 1981). La superficie del cuerpo puede sufrir cualquier tipo de deformaciones en el tiempo y el cuerpo puede ejecutar cualquier tipo de maniobras. La única restricción del método es que la separación del flujo ocurre en los bordes afilados y que el desprendimiento vorticoso no se produce sobre la superficie del cuerpo. El fluido es considerado incompresible e irrotacional en todo el dominio fluido excepto en una delgada región adyacente al ala (capa límite) y en las estelas. Una importante ventaja del UVLM, es que permite captar todas las posibles interferencias aerodinámicas a un esfuerzo computacional relativamente bajo comparado con otras técnicas numéricas basadas en la Dinámica de Fluido Computacional (CFD).

En este trabajo se considera un modelo aerodinámico bidimensional. La capa límite que envuelve el perfil y las estelas desprendidas desde su borde de fuga son representadas por sábanas vorticosas que se discretizan mediante vórtices puntuales con circulación $\Gamma(t)$, ver Figura 4. Como producto de esta discretización espacial, la sábana vorticiosa adherida (que representa a la capa límite) queda dividida en un número finito (N_P) de elementos aerodinámicos. Cada elemento tiene asociado un vórtice y un punto de control, que se ubican a $1/4$ y a $3/4$ de la longitud del elemento, respectivamente (Valdez *et al.*, 2006).

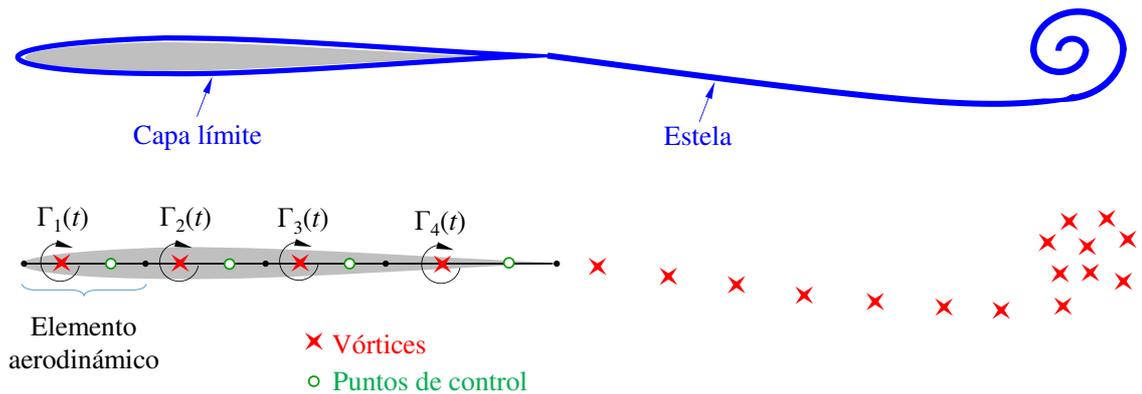


Fig. 4: discretización de las sábanas vorticosas por medio de vórtices.

Con el fin de computar las cargas aerodinámicas, primero se deben calcular las circulaciones $\Gamma(t)$ asociadas a todos los vórtices que discretizan la sábana adherida. Para ello, se impone una de las condiciones de bordes del problema, conocida como condición de no penetración, en todos los puntos de control, y además la condición de Kelvin que establece la conservación de vorticidad (Katz y Plotkin, 1991); esto lleva al siguiente sistema de ecuaciones que permite computar las circulaciones,

$$\sum_{j=1}^{N_p} a_{ij}(t) \Gamma_j(t) = -(\mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_w^i - \mathbf{V}_p^i) \cdot \hat{\mathbf{n}}_i \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots, N_p. \quad (4)$$

Siendo $a_{ij}(t)$ los coeficientes de influencia aerodinámica, \mathbf{V}_∞ la velocidad de corriente libre, \mathbf{V}_w^i la velocidad en el punto de control i asociada a los vórtices de la estela, \mathbf{V}_p^i es la velocidad del sólido en el punto de control i ; esta última es computada a través de la solución de la ecuación diferencial asociada al modelo estructural. $\hat{\mathbf{n}}_i$ es un versor normal al elemento aerodinámico en el punto de control i .

Luego, una vez computadas las circulaciones de todos los vórtices asociados a la sábana adherida se computa el salto de presión adimensional, ΔCp , en cada punto de control utilizando la versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli,

$$(\Delta Cp)_i = \frac{(V_U^2 - V_L^2)_i}{V_\infty^2} + \frac{2}{V_\infty^2} \left(\left. \frac{\partial \Psi}{\partial t} \right|_U - \left. \frac{\partial \Psi}{\partial t} \right|_L \right)_i \quad (5)$$

Los subíndices “U” y “L” hacen referencia a un punto por encima y por debajo del punto de control “i”, respectivamente, y Ψ es el potencial de velocidad.

Por último, las cargas aerodinámicas actuante sobre cada cosechador se obtienen a través del salto adimensional de presión de la siguiente manera,

$$\mathbf{F}_i = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 \cos(\theta_i) \left\{ \begin{array}{c} \sum_{k=1}^{N_p} (\Delta Cp)_k \\ - \sum_{k=1}^{N_p} (\Delta Cp)_k x_k \\ 0 \end{array} \right\} \quad (6)$$

Este trabajo no tiene como finalidad exponer los detalles del método, sin embargo, se brinda una breve descripción del mismo para orientar al lector. Para más detalles se puede consultar en

las referencias Valdez *et al.* (2006) y Katz y Plotkin (1991).

2.3 Integración de las ecuaciones de movimiento

Las ecuaciones de movimiento del sistema aero-electro-elástico se integran numéricamente en el tiempo utilizando el método predictor-corrector de cuarto orden desarrollado por Hamming (Carnahan *et al.*, 1969). Para detalles de esta implementación se puede consultar el trabajo de Preidikman (1998).

3 RESULTADOS NUMÉRICOS

3.1 Verificación del modelo numérico

Para verificar el modelo numérico se compararon los resultados obtenidos mediante el código computacional con los resultados experimentales obtenidos por Erturk *et al.* (2010). En el trabajo de Erturk y sus colaboradores se pueden encontrar todos los detalles de las características geométricas y propiedades del cosechador considerado.

Se desarrollaron simulaciones numéricas utilizando una malla de 30 elementos aerodinámicos, y para una resistencia eléctrica de $R=100\text{ k}\Omega$ se obtuvo una velocidad de *flutter* de $V_F = 9.45\text{ m/s}$. Además, la respuesta periódica durante el inicio del *flutter* predice una amplitud en el desplazamiento vertical de $h = 1\text{ mm}$, una amplitud en el giro del perfil de $\theta=0.55^\circ$, y una amplitud del voltaje generado de $V=4.66\text{ Volt}$. Estos resultados concuerdan de manera excelente con los reportados por Erturk y sus colaboradores, quienes obtuvieron experimentalmente una velocidad de *flutter* de $V_F = 9.3\text{ m/s}$, y reportaron una amplitud del desplazamiento vertical de $h = 1\text{ mm}$, un giro de $\theta=0.55^\circ$, y un voltaje generado de $V=4.27\text{ Volt}$.

3.2 Estudio numérico de un arreglo de dos cosechadores

Se desarrolló un estudio para un arreglo compuesto por dos cosechadores dispuestos verticalmente y separados a una distancia d (ver Figura 5a) utilizando una malla de 30 elementos aerodinámicos y una resistencia eléctrica de $R=100\text{ k}\Omega$. Las características de cada cosechador son las mismas que las del cosechador de Erturk *et al.* (2010). En esta sección se presentan algunos de los resultados más relevantes.

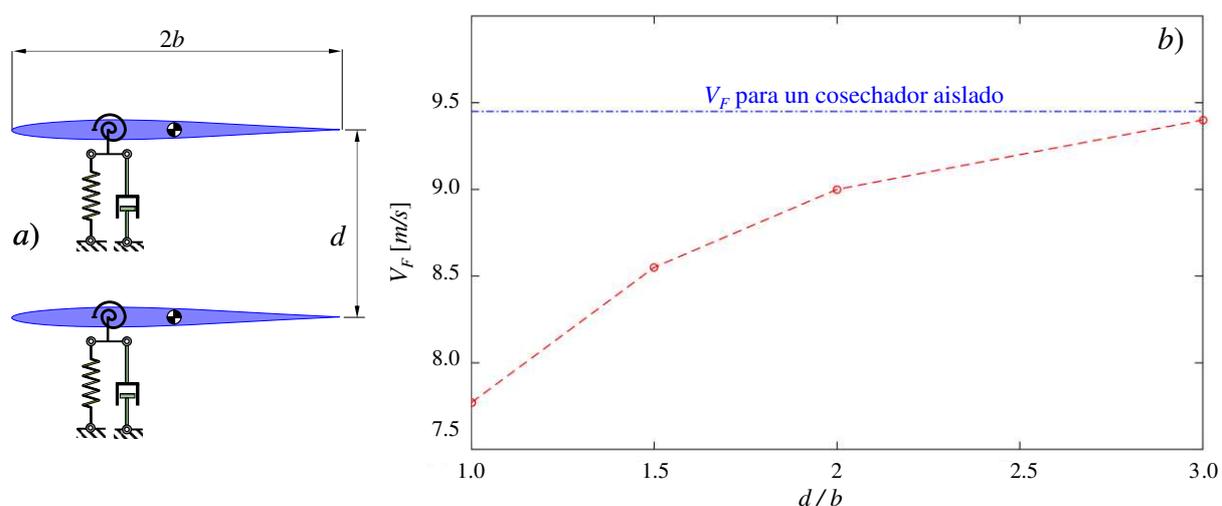


Fig. 5: a) Arreglo de cosechadores considerado. b) Velocidad de *flutter* del sistema en función de la distancia entre cosechadores.

En una primera instancia se desarrollaron simulaciones para predecir la velocidad de *flutter* en función de la distancia entre los dos cosechadores. En la [Figura 5b](#) se puede observar que conforme los cosechadores se alejan la velocidad de *flutter* crece. Es importante notar que cuando la distancia es $d/b = 3$ la velocidad de *flutter* está próxima a 9.45 m/s (este es el valor de V_F para un cosechador aislado), lo que muestra que a esta distancia cada cosechador no percibe la presencia del otro, comportándose ambos como sistemas aislados. Para una distancia $d/b = 1$ se obtiene una velocidad de *flutter* de 7.77 m/s , que representa aproximadamente un 80% de la V_F para un cosechador aislado. Este comportamiento sugiere fuertemente la posibilidad de una efectiva extracción de energía a bajas velocidades si se utiliza una adecuada topología para el arreglo de cosechadores.

Adicionalmente se desarrollaron simulaciones para investigar el comportamiento a velocidades superiores a la velocidad de *flutter* (condición post-crítica) para una distancia $d/b = 1$. Debido a que la respuesta aero-electro-elástica de cada cosechador es la misma, en la [Figura 6](#) solo se presenta la respuesta de uno de ellos. En esta figura se ha trazado un diagrama que muestra la amplitud de la respuesta de los tres grados de libertad considerados en el modelo (desplazamiento vertical, giro y voltaje generado) y la potencia eléctrica media cosechada en función de la corriente libre V_∞ . Se puede observar que todas las cantidades físicas tienen el mismo comportamiento cualitativo. Para velocidades de corriente libre inferiores a la velocidad de *flutter* no se cosecha energía (la potencia eléctrica media es nula) y para velocidades superiores a la velocidad de *flutter* la potencia eléctrica crece conforme se incrementa la velocidad de corriente libre. La máxima potencia eléctrica de salida por cada cosechador es de aproximadamente 64 mW a una velocidad de corriente libre de 8.8 m/s . Por arriba de esta última velocidad no es posible obtener un valor para la potencia debido a que los perfiles colisionan y se presentan instabilidades numéricas.

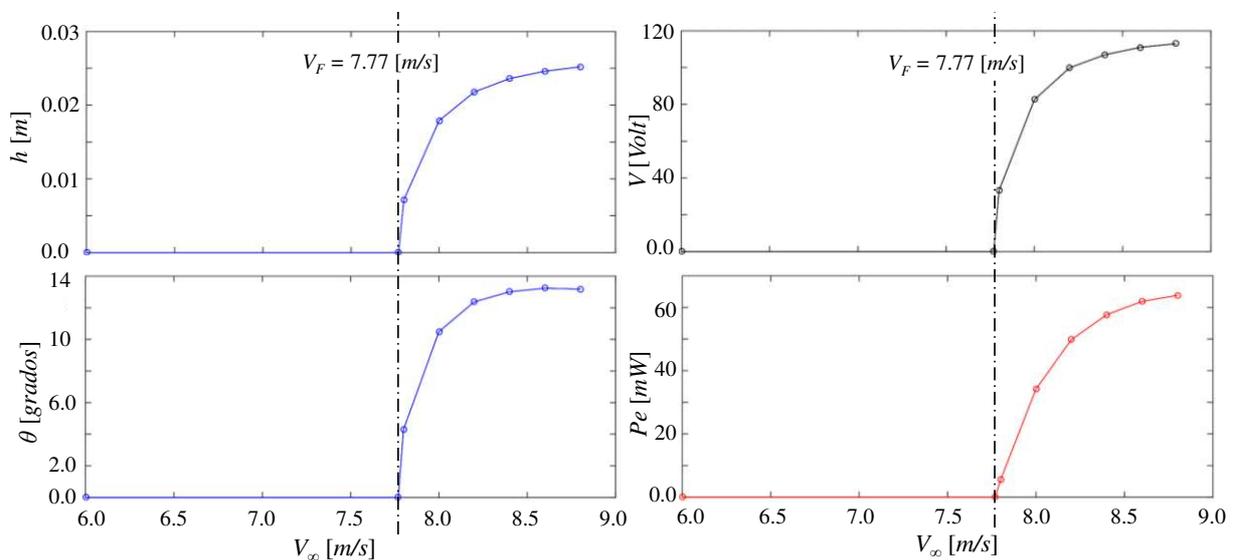


Fig. 6: Respuesta aero-electro-elástica para uno de los cosechadores.

A modo de ejemplo, en la [Figura 7](#), se muestran tres imágenes de los cosechadores y sus estelas durante la manifestación del fenómeno de *flutter* correspondientes a diferentes pasos de simulación ($t_1 =$ paso 2000, $t_2 =$ paso 2100 y $t_3 =$ paso 2300). En estas imágenes, que se corresponden para una velocidad de corriente libre de 8.5 m/s , se puede apreciar como se crean los vórtices detrás de los perfiles y se propagan hacia el seno del fluido formando una estructura vorticosa.

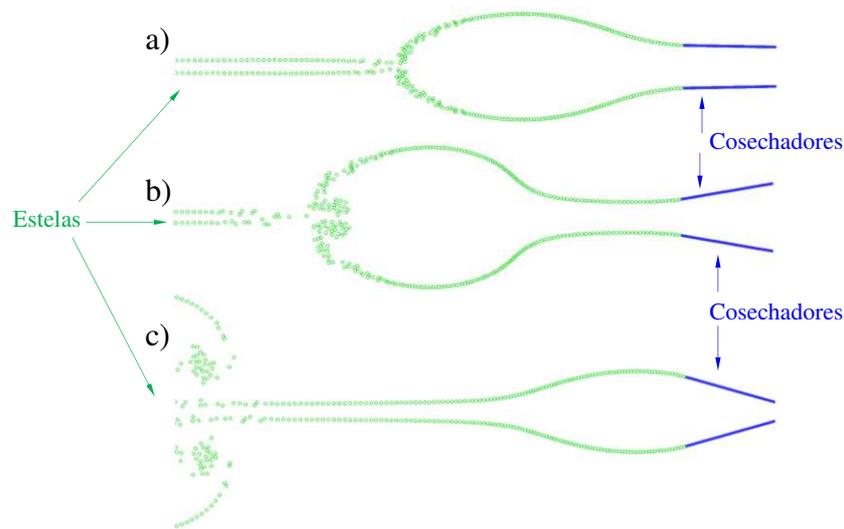


Fig. 7: Evolución de los cosechadores y sus estelas, para: a) $t_1 =$ paso 2000 , b) $t_2 =$ paso 2100 y c) $t_3 =$ paso 2300.

4 CONCLUSIONES

En este artículo se presentó una breve descripción de un modelo numérico que permite investigar el comportamiento aero-electro-elástico de un arreglo compuesto por dos o más cosechadores de energía basados en el uso de materiales piezoeléctricos. El modelo bidimensional, que es capaz de estimar la respuesta aeroelástica y predecir la potencia eléctrica de salida del sistema, incluye un modelo electro-elástico para cada cosechador y un modelo aerodinámico que permite captar las interacciones aerodinámicas entre los cosechadores que componen el arreglo. Las ecuaciones aero-electro-elásticas son integradas numéricamente en el dominio del tiempo mediante el método predictor-corrector de cuarto orden desarrollado por Hamming.

El modelo se implementó computacionalmente y la herramienta de software fue validada exitosamente. Se emplearon resultados experimentales obtenidos por otros autores, obteniéndose una predicción exacta para el giro del cosechador, una diferencia relativa porcentual de 1.6% en el cálculo de la velocidad de *flutter* y una diferencia de 9.6% en el cálculo del voltaje.

Se simuló el comportamiento de dos cosechadores posicionados en forma vertical y se estudiaron los efectos de la interacción mutua producida al variar la distancia entre ellos. Los resultados numéricos mostraron que la proximidad entre los cosechadores afecta la respuesta aeroelástica del sistema; para el arreglo de dos cosechadores se encontró que la velocidad de *flutter* es aproximadamente un 80% de la velocidad de *flutter* de un cosechador aislado. En el análisis post-crítico se logró determinar el comportamiento de la potencia eléctrica generada por cada cosechador.

En este primer esfuerzo sólo se han presentado resultados referidos a un arreglo compuesto por dos cosechadores, sin embargo, el modelo numérico permite considerar arreglos con varios componentes. En una próxima etapa, utilizando el modelo aquí presentado, se desarrollarán estudios más profundos sobre arreglos que incluyan varios cosechadores.

REFERENCIAS

- Abdelkefi, A., Aeroelastic energy harvesting: a review. *International Journal of Engineering Science*, 100: 112-135, 2016.
- Beeby, S.P., Tudor, M.J., White, N.M., Energy harvesting vibration sources for microsystems applications. *Measurement Science and Technology*, 17: R175–R195, 2006
- Bryant, M., and Garcia E., Modeling and Testing of a Novel Aeroelastic Flutter Energy Harvester. *Journal of Vibration and Acoustics*, 133:1-11, 2011.
- Bryant, M., Mahtani, R.L., and Garcia, E., Wake synergies enhance performance in aeroelastic vibration energy harvesting. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 23: 1131–1141, 2012.
- Carnahan, B., Luther, H. A., and Wilkes, J. O., *Applied Numerical Methods*. John Wiley and Sons, New York 1969.
- Dai, H. L., Abdelkefi, A., Wang, L., y Liu., W. B., Control of cross-flow-induced vibrations of square cylinders using linear and nonlinear delayed feedbacks. *Nonlinear Dynamics*, 78 (2), pp. 907–919, 2014a.
- Dai, H. L., Abdelkefi, A., Wang, L., y Liu., W. B., Time-delay feedback controller for amplitude reduction in vortex-induced vibrations. *Nonlinear Dynamics*, 80, pp. 59–70, 2014b.
- Dowell, E. H., y Tang, D., Nonlinear aeroelasticity and unsteady aerodynamics. *AIAA Journal*, 40, pp. 1697–1707, 2002.
- Erturk, A., Vieira, W. G. R., De Marqui, C. Jr., and Inman, D. J., On the energy harvesting potential of piezoaeroelastic systems. *APPLIED PHYSICS LETTERS*, 96:1-3, 2010.
- Katz, K.J., and Plotkin, A., *Low speed aerodynamics: from wing theory to panel methods*. McGraw-Hill, 1991.
- Katzir, S., *The beginnings of piezoelectricity*. Springer, 2006.
- Konstadinopoulos, P., Mook, D.T., and Nayfeh, A.H., A numerical method for general unsteady aerodynamics. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Albuquerque, New Mexico, August 19-21, 1981.
- Nayfeh, A. H., y Mook, D. T., *Nonlinear oscillations* (pp. 366–367), John Wiley and Sons., New York, 1979.
- Preidikman, S., Numerical simulations of interactions among aerodynamics, structural dynamics, and control systems, Ph.D. Dissertation, Department of Engineering Science and Mechanics. Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 1998.
- Rostami, A.B., and Armandei M., Renewable energy harvesting by vortex-induced motions: Review and benchmarking of technologies. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 70 193–214, 2017.
- Valdez M.F., Preidikman S., y Massa J.C. Aerodinámica de flujos bidimensionales e inestacionarios dominados por vorticidad. *Mecánica Computacional*, 25:2333–2357, 2006.