Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXXVII, págs. 189-198 (artículo completo) A. Cardona, L. Garelli, J.M. Gimenez, P.A. Kler, S. Márquez Damián, M.A. Storti (Eds.) Santa Fe, 5-7 Noviembre 2019

MODELO BI FASE DEL HRFA PARA EL ESTUDIO DE LA INFLUENCIA DE LA ORIENTACIÓN Y DISTRIBUCIÓN DE FIBRAS DE ACERO EN LA RESISTENCIA MECÁNICA DE TUBOS DE DRENAJE

BI PHASE MODEL OF SFRC FOR THE STUDY OF THE INFLUENCE OF THE ORIENTATION AND DISTRIBUTION OF STEEL FIBERS IN THE BEARING CAPACITY OF DRAINAGE PIPES

Facundo L. Ferrado^a, Mario R. Escalante^a y Viviana C. Rougier^{a,b}

^aGrupo de Investigación en Mecánica Computacional y Estructuras, Universidad Tecnológica Nacional- Facultad Regional Concepción del Uruguay, Ing. Pereyra 676, 3260 Concepción del Uruguay, Argentina, gimce@frcu.utn.edu.ar

^bGrupo de Investigación sobre Hormigones Estructurales, Universidad Tecnológica Nacional-Facultad Regional Concordia, Salta 277, 3200 Concordia, Argentina.

Palabras clave: HRFA, Tubos de drenaje, Análisis probabilístico, Modelado discreto.

Resumen. En este trabajo se propone un modelo 3D para el estudio probabilístico de la capacidad resistente de tubos de Hormigón Reforzado con Fibras de Acero (HRFA), en el cual el HRFA es considerado como un material bi fase en donde las fibras son representadas como elementos discretos y aleatoriamente distribuidas. La contribución de este trabajo radica en que el modelo así propuesto en combinación con el método de Monte Carlo permite realizar un estudio probabilístico de la capacidad resistente de los tubos, así como también de la influencia que tienen sobre ella, la orientación y distribución de fibras de acero dentro de la masa de hormigón. Para ello, se simula el ensayo de tres aristas normalizado por la norma IRAM 11503, el cual es implementado en una herramienta de análisis por elementos finitos (ABAQUS©). Se utilizan modelos constitutivos distintos para el hormigón simple y para las fibras. Finalmente, se muestran resultados de las simulaciones a través de tablas de cargas máximas, curvas carga-desplazamiento e histogramas.

Keywords: SFRC, Drainage pipes, Probabilistic analysis, Discrete modelling.

Abstract. This paper presents a 3D model for the probabilistic study of the strength capacity of Steel Fiber Reinforced Concrete (SFRC) pipes, in which the SFRC is considered as a bi-phase material where the fibers are represented as discrete elements and randomly distributed. The contribution of this work is that the model thus proposed in combination with the Monte Carlo method, allows a probabilistic study of the resistant capacity of the pipes, as well as, the influence they have on such capacity, the orientation and distribution of steel fibers inside the concrete mass. For this, the three-edge bearing test standardized by the IRAM 11503 standard is simulated, which is implemented in a finite element analysis tool (ABAQUS©). Different constitutive models are used for plain concrete and fibers. Finally, simulation results are shown through tables of maximum loads, load-displacement curves and histograms.

1. INTRODUCCIÓN

La utilización de HRFA para la fabricación de tubos de hormigón implica una serie de mejoras relacionadas al desempeño de este nuevo material tanto desde el punto de vista técnico como económico. Con la adición de fibras metálicas, se logra una mejora apreciable de varias propiedades mecánicas del hormigón (ductilidad, tenacidad). Además, la combinación hormigón armado y fibras conduce a una sinergia estructural positiva: las barras desarrollan la principal función resistente, mientras que las fibras cosen toda la superficie de las fisuras evitando su propagación. Esto permite disminuir (e incluso suprimir) la utilización de mallas de acero las que requieren un doblado especial y uso de maquinaria específica para su colocación (De la Fuente et al., 2011) (Mohamed et al., 2014) (Figueiredo et al., 2008).

Los principales factores que influyen en el desempeño mecánico de las fibras dentro de la masa de hormigón son la cantidad incorporada (dosaje) y la esbeltez de las mismas (relación largo / diámetro). Para un mismo contenido de fibras, y suponiendo que las fibras tienen igual longitud, las fibras mas esbeltas resultan mas eficientes ya que hay mayor cantidad de fibras favoreciendo a una mejor distribución de los esfuerzos (ASTM, 2015).

Otro elemento importante de las fibras es su orientación y distribución dentro de la masa de hormigón en relación a la dirección de las tensiones principales. Estos parámetros dependen, entre otras cosas, del asentamiento del hormigón, la forma del encofrado, la dirección de colado, y los métodos de compactación (Laranjeira et al., 2011). Así, una alineación en la misma dirección de las tensiones principales máximas ofrecerá una mayor eficiencia resultando en la mayor resistencia post-fisura, mientras que una alineación perpendicular a la dirección de las tensiones principales no aportaría ninguna contribución a la resistencia (Michels et al., 2013).

Diversos autores (Torrijos et al., 2010) (Martinie y Roussel, 2011) (Stahli et al., 2008) (Laranjeira, 2010) han abordado el tema a nivel material, analizando las causas de los cambios de orientación y distribución y la influencia que tienen estos cambios en diversas propiedades del material, pero existen escasos trabajos en la literatura actual sobre como impactan estos cambios en el desempeño mecánico del elemento estructural que aquí se estudia. En tal sentido, se han desarrollado varios modelos predictivos sobre el posicionamiento y numero de fibras que se encuentran en secciones críticas de la pieza estructural (Laranjeira et al., 2012) (Zerbino et al., 2012) (Grunewald et al., 2012). Sin embargo estos modelos están pensados para hormigones auto-compactantes en los cuales se conoce con mayor certeza los efectos de los distintos tipos de vibración y dirección del flujo de colado en la orientación y distribución de las fibras. Además la mayoría de estos modelos se basan en especímenes de laboratorio y no en estructuras a escala real, y como ya se mencionó, la forma y tamaño de los moldes y encofrados tienen importante influencia en la distribución de las fibras. A su vez, otros autores que estudiaron elementos estructurales como losas y elementos de pared delgada concluyeron que si bien el tipo de fibra influye en la distribución y orientación, la geometría del elemento estructural parece ser el principal elemento a ser considerado (Michels et al., 2012) (Gettu et al., 2005).

Según todo lo expuesto, y con el fin de proveer una herramienta para aquellos casos en donde no se tiene un mayor control de la orientación y distribución de las fibras, se propone un modelo 3D de HRFA aplicado a tubos de drenaje, en el cual las fibras son representadas como elementos discretos y aleatoriamente distribuidas en la masa de hormigón.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Como parte de una campaña experimental en progreso, se elaboraron y ensayaron tubos de HRFA con un diámetro interno de 600 mm, espesor de pared de 75 mm y una longitud de 1000

mm. Los mismos contienen un dosaje de fibras de $20 kg/m^3$. Se utilizaron fibras de acero de bajo carbono con extremo de gancho WIRAND FF1 las cuales poseen 50 mm de longitud y un diámetro de 1 mm. A partir de probetas cilíndricas se determinó la resistencia a compresión uniaxial del HRFA de acuerdo a los lineamientos de la norma IRAM 1546. Se realizaron también ensayos de flexión de 3 puntos en vigas prismáticas con entalla pero los resultados fueron descartados debido a no ser consistentes. Esto se debe a la dificultad encontrada en la comapactación de las probetas debido a la baja relación agua-cemento de la mezcla y su consecuente baja trabajabilidad. La composición del HRFA se muestra en la Tabla 1

| Material | Contenido por m^3 |
|----------------------|---------------------|
| Cemento CP40 | 325 kg |
| Agua | 130 kg |
| Arena | 958 kg |
| Agregado Grueso 5-12 | 1001 kg |
| Aire Incorporado | 1.5 lts |
| Fibras de Acero | 20 kg |

Tabla 1: Composición del HRFA utilizado en los tubos.

Las propiedades mas importantes de las fibras y del hormigón son resumidas en la Tabla 2.

| Propiedad | Valor |
|------------------------------------------|-------------------|
| Nombre de la Fibra | WIRAND FF1 |
| Longitud | 50 mm |
| Diámetro | 1 mm |
| Resist. del Acero | 1100 Mpa |
| Modulo Elástico | 210000 Mpa |
| Fibras por Kilo | 3244 |
| Tipo de Fibra | Extremo de Gancho |
| Resist. Media a Comp. del H ^o | 39 Mpa |

Tabla 2: Propiedades de las fibras y el HRFA utilizados.

Finalmente, las cargas últimas alcanzadas por los tubos ensayados se detallan en la Tabla 3.

| Designación | Carga última (kg) | Deformación (mm) |
|-------------|-------------------|------------------|
| T1F20 | 5700 | 0.68 |
| T2F20 | 6400 | 1.25 |

Tabla 3: Cargas últimas de los tubos ensayados.

3. MODELO NUMÉRICO

En un trabajo anterior (Ferrado et al., 2018) se representó al material compuesto HRFA como un material homogéneo. En el presente trabajo, para modelar el comportamiento del HRFA se utiliza una aproximación de 2 fases: primeramente se define el hormigón simple y luego las fibras son introducidas como elementos cable (truss). Este modelo 3D de 2 fases (ver figura 1) es usado para realizar un análisis por elementos finitos no lineal.



Figura 1: Concepto de modelado bi - fase de elementos finitos. Izquierda: tubo de H^o. Derecha: fibras de acero.

3.1. Modelado del hormigón simple

El modelo Concrete Damaged Plasticity (CDP) incluido en ABAQUS (aba, 2017)es adoptado para representar el comportamiento del hormigón simple. Esta representación, aunque algo simplificada, captura las principales características de la respuesta del hormigón. Una descripción mas detallada de este modelo puede ser encontrada en el trabajo (Ferrado et al., 2016). Los parámetros de plasticidad adoptados están detallados en la Tabla 4.

| Parámetro | Ángulo de dilatación | Viscosidad | Excentricidad | σ_{co} / σ_{bo} | K_c |
|-----------|----------------------|------------|---------------|-------------------------------|-------|
| Valor | 36.31° | 0 | 0.1 | 1.16 | 0.67 |

Tabla 4: Parámetros de plasticidad en modelo CDP.

3.1.1. Relaciones constitutivas para el hormigón simple

Entonces, para representar el comportamiento del hormigón simple las curvas unixiales para compresión y tracción son definidas. Un modelo constitutivo propuesto por el FIB MODEL CODE 2010 es usado. Las curvas propuestas por este modelo son mostradas en la Figura 2



Figura 2: Curvas uniaxiales según FIB MODEL CODE 2010. Izquierda: compresion. Derecha: tracción.

Los parámetros requeridos para tracción son: módulo elástico (E_c) , resistencia a tracción (f_{ct}) y energía de fractura (G_F) los cuales, en ausencia de valores experimentales, pueden ser estimados a partir de las siguientes expresiones basadas en la resistencia a compresión la cual si fue determinada mediante ensayos:

2

$$E_c = 0.043 \cdot 2400^{1.5} \cdot \sqrt{f_c} \quad (\text{MPa})$$
(1)

$$f_{ctm} = 0.3 \cdot f_{ck}^{\bar{3}}$$
 (MPa) (2)

$$G_F = 73 \cdot f_{cm}^{0,18}$$
 (N/mm) (3)

| Parametro | Definición | Valor | Unidad |
|-----------------|---------------------------------|--------|--------|
| F_c | Resist. caract. a comp. | 31 | MPa |
| F_{cm} | Resist. media a comp. | 39 | MPa |
| E_{ci} | Módulo elástico | 28149 | MPa |
| ϵ_{c1} | Deformación para máxima tensión | 0.0023 | - |
| Ec_{lim} | Deformación pico | 0.0035 | - |
| η | Coeficiente de deformación pico | 2.5 | - |
| κ | Número de plasticidad | 2.04 | - |
| F_{ctm} | Resist. caract. a tracción | 2.96 | MPa |
| G_F | Energía de fractura | 0.1411 | N/mm |

Los valores adoptados para los parámetros necesarios para representar el comportamiento del hormigón en el modelo de elementos finitos se resumen en la Tabla 5

Tabla 5: Valores adoptados para el modelo de hormigón.

Las Figuras 3 y 4 muestran las curvas de comportamiento uniaxial de hormigón adoptadas para el modelo.



Figura 3: Curva tensión-deformación en compresión usada en el modelo de elementos finitos.



Figura 4: Curva tensión-deformación en tracción usada en el modelo de elementos finitos.

3.2. Modelo analitico basado en arrancamiento de fibras.

En este trabajo, una aproximación propuesta por los autores Soetens y Mathys (Soetens y Matthys, 2014) basada en el arrancamiento de una fibra en solitario es usada para modelar el comportamiento de las fibras dentro de la masa de hormigón. Los principales parámetros que influyen al arrancamiento (pullout) son implementados a través de un modelo semi analítico descripto por Van Gysel (Van Gysel, 2000). Este modelo provee las relaciones entre carga de pullout y deslizamiento de fibras (slip), sin embargo estas curvas pullout-deslizamiento no pueden ser implementadas en el modelo de elementos finitos directamente, por lo cual deben ser convertidas a curvas tensión-deformación equivalentes.

3.2.1. Consideración de la orientación de las fibras y estimación de la carga de arrancamiento de una fibra en solitario.

Dado que la orientación de las fibras con respecto al plano de fisura tiene una importante influencia en su contribución al desempeño mecánico del HRFA, tal orientación debe ser considerada en el modelo numérico. Laranjeira (Laranjeira et al., 2011) propone una formulación matemática de la orientación de las fibras basada en un ángulo de orientación inicial (θ_0) que es un parámetro base que define el valor medio y la desviación estándar de los ángulos de orientación de todas las fibras. Este ángulo varía entre 0° para una fibra alineada en la dirección de las tensiones principales máximas y 90° para una fibra paralela al plano de fisura sin ninguna contribución a la capacidad resistente. En base a información encontrada en la literatura (Zerbino et al., 2012) (Kang y Kim, 2011) (Barnett et al., 2010) (Vandewalle et al., 2008) y teniendo en cuenta que representar el valor medio y de desviación estándar de la orientación de las fibras mediante una distribución Gaussiana truncada tiene una buena correlación con la orientación de las fibras halladas experimentalmente, un ángulo de distribución inicial $\theta_0 = 45^\circ$ es usado en el modelo. Respecto a la carga de pullout, esta es calculada con la siguiente fórmula (Wille y Naaman, 2013) en base a la tensión de vínculo fibra-matriz τ_{av} .

$$\tau_{av} = \frac{P_{max}}{\Pi \cdot d_f \cdot L_E},\tag{4}$$

donde d_f es el diámetro de la fibra y L_E es la longitud de la fibra embebida en la matriz. El concepto de longitud embebida es introducido aquí ya que para calcular la contribución de las fibras que atraviesan las fisuras, esta longitud debe ser tenida en cuenta.Un valor promedio dado por la expresión formulada por Laranjeira (Laranjeira, 2010) es adoptado, mientras que como alternativa a la determinación experimental de la tensión de vínculo fibra-matriz, se usa aquí la expresión dada por (Voo y Foster, 2008). Los valores adoptados se muestran en la Tabla 6.

| Geometría de la fibra | $L_E \max (mm)$ | L_E promedio (mm) | Tensión de vínculo (MPa) |
|-----------------------|-----------------|---------------------|---------------------------------|
| Recta | $\frac{L}{2}$ | $\frac{L}{4}$ | $\tau = 0,396 \cdot \sqrt{f'c}$ |
| Extremo de gancho | L-7.5 | $\frac{L-7,5}{2}$ | $\tau = 0.825 \cdot \sqrt{f'c}$ |

Tabla 6: Valores de longitud embebida y tensiones de vínculo fibra-matriz.

La Tabla 7 resume los valores adoptados para los parámetros del modelo de arrancamiento.

3.3. Generación de las fibras

Debido al modelado discreto de fibras usado aquí, el método de Monte Carlo es usado para determinar la posición de las fibras que considera la aleatoriedad de su distribución y orientación

| Parámetro | Definición | Valor | Unidad |
|------------------|---------------------------------|-------|--------|
| θ_0 | Ángulo de orientación | 45 | 0 |
| P _{max} | Fuerza de arrancamiento | 306.5 | N |
| $	au_{av}$ | Tensión de vínculo | 4.59 | MPa |
| d_f | Diámetro de la fibra | 1 | mm |
| L_f | Longitud de la fibra | 50 | mm |
| L_E | Longitud embebida promedio | 21.25 | mm |
| A_f | Sección transversal de la fibra | 0.785 | mm^2 |

Tabla 7: Valores adoptados para el modelo de fibras basado en pullout.

dentro del hormigón. La posición de cada fibra de longitud l_f queda perfectamente determinada por las coordenadas de su punto medio O' y su vector dirección. Las coordenadas del punto medio (u; v; w) expresadas en coordenadas cilíndricas dan la posición de la fibra y el par de ángulos (θ ; ϕ), con $0 \le \theta \le \Pi$ y $0 \le \phi \le 2 \cdot \Pi$, determinan la orientación de la fibra. La Figura 5 muestra estos parámetros en un sistema coordenado.



Figura 5: Sistema coordenado para las fibras de acero.

A partir de la cantidad de fibras en peso por volumen de hormigón a incorporar (kg/m^3) , y conociendo tanto la cantidad de fibras por kilo según el fabricante para el tipo de fibra usada aquí y el volumen de hormigón necesario para elaborar un tubo, el número de fibras que contiene un tubo puede ser determinada. Este número de fibras servirá como parámetro de entrada de un algoritmo desarrollado por los propios autores mediante el lenguaje de programación Python (Van Rossum, 1994) con el cual la posición y orientación de cada fibra dentro del tubo es aleatoriamente sorteada. Una vez que la posición de la fibra es sorteada, el algoritmo verifica que no se intersecte con ninguna de las fibras ya generadas, en caso de producirse dicha intersección, la última fibra se descarta y se genera otra hasta alcanzar el número correspondiente al dosaje indicado.

3.4. Simulación del ensayo de tres aristas

Un modelo 3D bi-fase fue construído para simular el ensayo de 3 aristas. El modelo consiste en los apoyos inferiores, el apoyo superior y el tubo de hormigón. Para el mallado del tubo se usaron elementos lineales tetraédricos de 8 nodos con integración reducida (C3D8R) y elementos lineales tipo cable (truss) de 2 nodos para las fibras (T3D2). La interacción entre el tubo y las fibras fue configurada como una restricción de tipo embebido. Mas detalles relacionados a la simulación y las propiedades de los materiales pueden encontrarse en un trabajo anterior de los propios autores (Ferrado et al., 2018).

3.5. Estudio del efecto de la orientación y distribución de las fibras

Para tener en cuenta la influencia de la distribución de las fibras en la capacidad portante del tubo, diferentes nubes de fibras (Figura 1) se generaron con la misma dosificación. Como se dijo antes, la orientación y distribución de cada fibra es generada de manera totalmente aleatoria usando el algoritmo Python mencionado el cual es ejecutado en ABAQUS. Luego, la carga máxima soportada por el tubo para cada nube de fibra distinta es numéricamente determinada.

4. SIMULACIÓN NUMÉRICA

Enfocándose en el estudio probabilístico, en la Figura 6 se muestran curvas de convergencia típicas para la desviación estándar y la media de nuestra variable de interés que es la carga máxima soportada por el tubo.



Figura 6: Curvas de convergencia. Izquierda: desviación estándar. Derecha: valor medio.

Una convergencia aceptable es alcanzada para un número de simulaciones n = 45. La Figura 7 muestra el histograma y la función de densidad de probabilidad obtenida.



Figura 7: Histograma y función de densidad de probabilidad de la variable ${\cal P}_{max}$.

Una típica distribución Gaussiana es obtenida para ambos casos, con una dispersión del 4 % respecto al valor máximo. Acerca de esta función, su forma es esperada. Al igual que en el histograma mostrado y el ángulo de orientación ya descrito se observa también una distribución Gaussiana.

En la Figura 8 se muestran curvas carga-deformación experimentales y numéricas para algunos de los sorteos de fibras realizados.

El modelo muestra buena correlación con respecto a los resultados numéricos en la etapa lineal, sin embargo tiende a subestimar la carga máxima para los casos tratados. Se menciona que el comportamiento post-pico no pudo ser medido en los ensayos y no se muestra en el gráfico. De todas formas, la curva de ablandamiento aparece prematuramente en la simulación.



Figura 8: Curvas carga-deformación experimentales y numéricas.

CONCLUSIONES

En este trabajo, un modelo 3D para el estudio probabilístico de la capacidad resisente de tubos de HRFA fue presentado. Para evaluar la carga máxima soportada por los tubos, el ensayo de 3 aristas fue simulado. La simulación fue realizada con el software de análisis por elementos finitos ABAQUS, donde una aproximación de 2 fases fue usada para modelar el comportamiento del HRFA: primero se definió al hormigón simple y luego las fibras fueron introducidas como elementos tipo cable (truss). El modelo propuesto fue usado en combinación con el método de Monte Carlo para realizar un estudio probabilístico de la capacidad resistente de los tubos.

Para el número de simulaciones realizadas, la aleatoriedad en la distribución y orientación de las fibras no afectó significativamente a la carga máxima del elemento estructural estudiado aquí. Se observó una disribución Gaussiana típica de la variable estudiada con una dispersión de $\sigma = 12.5$ Kg . En comparación con los resultados experimentales, los resultados numéricos mostraron una diferencia del 20 % en el peor caso.

Como etapa siguiente, se realizará un estudio paramétrico variando dosaje de fibras, tipo de fibra y clase de hormigón realizando así un análisis de sensibilidad de estas variables respecto a la capacidad máxima de carga de los tubos.

REFERENCIAS

Abaqus 6.14. Dassault Systems Simulia Corp, 2017.

ASTM. Standard specification for fiber-reinforced concrete. ASTM C1116, 2015.

- Barnett S., Lataste J., Parry T., Millard S., y Soutsos M. Assessment of fibre orientation in ultra high performance fibre reinforced concrete and its effect on flexural strength. *Materials and Structures*, 43:1009–1023, 2010.
- De la Fuente A., Figueiredo A., Aguado A., Molins C., y Chama Neto P. Experimentation and numerical simulation of steel fibre reinforced concrete pipes. *Materiales de Construcción*, 61(302):275–288, 2011.
- Ferrado F., Escalante M., y Rougier V. Numerical simulation of the three edge bearing test of steel fiber reinforced concrete pipes. *Mecanica Computacional*, XXXIV. Solid Mechanics (A):2329–2341, 2016.
- Ferrado F., Escalante M., y Viviana R. Simulation of the three edge bearing test: 3d model for the study of the strength capacity of sfrc pipes. *Mecánica Computacional*, 36(6):195–204, 2018.

Figueiredo A., De la Fuente A., Aguado A., Molins C., y Chama Neto P. Evaluation of the test method for crushing strength of steel fibre reinforced concrete pipes. En 7th International RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concrete. 2008.

- Gettu R., Gardner D., Saldivar H., y Barragán B. Study of the distribution and orientation of fibers in sfrc specimens. *Materials and Structures*, 38(1):31–37, 2005.
- Grunewald S., Laranjeira F., Walraven J., Aguado A., y Molins C. Improved tensile performance with fiber reinforced self-compacting concrete. *High Performance Fiber Reinforced Cement Composites*, 6:51–58, 2012.
- Kang S. y Kim J. Investigation on the flexural behavior of uhpcc considering the effect of fiber orientation distribution. *Construction and Building Materials*, 28(1):57–65, 2011.
- Laranjeira F. *Design oriented constitutive model for steel fiber reinforced concrete*. Tesis de Doctorado, Universidad Politécnica de Cataluña, 2010.
- Laranjeira F., Aguado A., Molins C., Grunewald S., Walraven J., y Cavalaro S. Framework to predict the orientation of fiber in frc: a novel philosofy. *Cement and Concrete Research*, 42(6):752–768, 2012.
- Laranjeira F., Grunewald S., Walraven J., Blom C., Molins C., y Aguado A. Characterization of the orientation profile of steel fiber reinforced concrete. *Characterization of the orientation profile of steel fiber reinforced concrete*, 44(6):1093–1111, 2011.
- Martinie L. y Roussel N. Simple tools for fiber orientation prediction in industrial practice. *Cement and Concrete Research*, 41(10):993–1000, 2011.
- Michels J., Christen R., y Waldmann D. Experimental and numerical investigation on post cracking behaviour of steel fiber reinforced concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 98:326– 349, 2013.
- Michels J., Waldmann D., Maas S., y Zurbes A. Steel fibers as only reinforcement for flat slab construction experimental investigation and design. *Construction and Building Materials*, 26(1):145–155, 2012.
- Mohamed N., Soliman A., y Nehdi M. Full-scale pipes using dry-cast steel fibre-reinforced concrete. *Construction and Building Materials*, 72:411–422, 2014.
- Soetens T. y Matthys S. Different method to model the post-cracking behaviour of hooked-end steel fibre reinforced concrete. *Construction and Building Materials*, 73:458–471, 2014.
- Stahli P., Custer R., y Mier J. On flow properties, fibre distribution, fibre orientation and flexural behaviour of frc. *Materials and Structures*, 41(1):189–196, 2008.
- Torrijos M., Barragán B., y Zerbino R. Placing conditions, mesostructural characteristics and post-cracking response of fibre reinforced self-compacting concretes. *Construction and Building Materials*, 24(6):1078–1085, 2010.
- Van Gysel A. A. Studie van het uittrekgedrag van staalvezels ingebed in een cementgebonden matrix met toepassing op staalvezelbeton onderworpen aan buiging. Tesis de Doctorado, Ghent University, 2000.
- Van Rossum G. Python software foundation. 1994.
- Vandewalle L., Heirman G., y Van Rickstal F. Fibre orientation in self-compacting fibre reinforced concrete. En 7th international RILEM symposium on fibre reinforced concrete: design and applications (BEFIB 2008), páginas 719–728. 2008.
- Voo J.Y.L. y Foster S.J. Variable engagement model for fibre reinforced concrete in tension. Informe Técnico, School of Civil and Environmental Engineering, University of New South Wales, 2008.
- Wille K. y Naaman A. Effect of ultra-high-performance concrete on pullout behavior of highstrength brass-coated straight steel fibers. *ACI Materials Journal*, 110(4):451–462, 2013.
- Zerbino R., Tobes J., Bossio M., y Giaccio G. On the orientation of fibres in structural members fabricated with self compacting fibre reinforced concrete. *Cement and Concrete Composites*, 34(2):191–200, 2012.