Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXXVII, págs. 403-411 (artículo completo) A. Cardona, L. Garelli, J.M. Gimenez, P.A. Kler, S. Márquez Damián, M.A. Storti (Eds.) Santa Fe, 5-7 Noviembre 2019

MODELO DE DENSIFICACIÓN DE UO2 DENTRO DEL CÓDIGO DIONISIO

INCLUSION OF A DENSIFICATION MODEL AS SUBROUTINE OF THE DIONISIO CODE

Mauricio E. Cazado^{a,b,c}, Alejandro Soba^b y Alicia Denis^a

^aSección Códigos y Modelos, Gerencia Ciclo del Combustible Nuclear, CAC, CNEA, Av. Gral. Paz 1499, B1650KNA San Martín, Buenos Aires, Argentina. cazado@cnea.gov.ar

^bCONICET

°Instituto Sabato, UNSAM/CNEA

Palabras clave: Simulación numérica, combustible nuclear, porosidad.

Resumen. La Sección Códigos y Modelos de la CNEA ha desarrollado un modelo que permite evaluar la evolución de la porosidad en pastillas combustibles sometidas a condiciones de irradiación y a tratamientos de recocidos isotérmicos, obteniendo buenos resultados preliminares. En este trabajo se presenta la incorporación del modelo de densificación como subrutina del código DIONISIO. Esto permite tener en cuenta el fuerte gradiente térmico que se desarrolla en la pastilla, la dilatación térmica y el *swelling* debido a la acumulación de productos sólidos y gaseosos de fisión, entre otros fenómenos. Para tener en cuenta los tratamientos de recocidos se realizó un nuevo módulo denominado DIONISIO FEM. Este módulo permite evaluar los cambios dimensionales que sufre un combustible considerando la densificación, el crecimiento de grano y la dilatación térmica a partir de una historia térmica determinada. Los resultados obtenidos con DIONISIO permiten una descripción más realista de la densificación.

Keywords: numerical simulation, nuclear fuel, porosity.

Abstract. The Codes and Models Section of CNEA has developed a model that allows evaluating the evolution of porosity in fuel pellets under irradiation conditions and isothermal annealing treatments, attaining good preliminary results. The incorporation of the densification model as a subroutine of the DIONISIO code is presented in this paper. This allows taking into account the strong thermal gradient that is present in the pellet, thermal expansion and swelling due to the accumulation of solid and gaseous fission products, among other phenomena. In order to consider the annealing treatments, a new module called DIONISIO FEM was developed. This module permits evaluating the dimensional changes that a fuel undergoes considering the densification, grain growth and thermal expansion from a determined thermal history. The results obtained with DIONISIO provide a more realistic description of the densification.

1 INTRODUCCIÓN

El uso de códigos de cálculos para la predicción del comportamiento de los combustibles de reactores nucleares tiene importantes implicancias en diversos aspectos del área nuclear, principalmente en el referido a la seguridad. Por otro lado, cuando el combustible es irradiado se producen una gran cantidad de fenómenos físicos y químicos interrelacionados, regidos por parámetros, en muchos casos, no susceptibles de medición exacta debido a la inaccesibilidad de los mismos. Cualquier experimento que pretenda efectuarse suele implicar tiempos extensos y equipamiento sofisticado, lo que lo hace costoso. Por estas razones, contar con una herramienta de cálculo confiable permite simular ciertos experimentos de forma segura y económica, y los resultados obtenidos pueden utilizarse para realizar ajustes y mejoras en el diseño del combustible. En el mundo, existe una veintena de códigos de comportamiento de combustibles nucleares que se han desarrollado en distintos países. Uno de ellos es DIONISIO, que fue diseñado y construido en la Sección Códigos y Modelos de la Gerencia Ciclo del Combustible Nuclear de la Comisión Nacional de Energía Atómica (GCCN – CNEA).

DIONISIO es un código multidimensional que está compuesto por una batería de modelos con el objetivo de simular el comportamiento de combustibles nucleares bajo irradiación dentro de un reactor de potencia, tanto en condiciones de operación normal como de accidentes, en particular del tipo denominado LOCA por sus siglas en inglés (*Loss of Coolant Accident* – Accidentes por Pérdida de Refrigerante). DIONISIO realiza un análisis de un gran número de procesos físicos y químicos que ocurren en una barra combustible de un reactor de potencia, entre ellos las deformaciones de las pastillas y la vaina, considerando los regímenes elástico y plástico e incluye los fenómenos de expansión térmica, hinchamiento (*swelling*), densificación, fluencia (*creep*), crecimiento por irradiación de la vaina, entre otros (Soba y Denis, 2008a, b, 2015; Soba et al., 2013, 2014; Lemes, Soba y Denis, 2015). El código cuenta también con una versión adaptada a la simulación de los combustibles típios de los reactores de investigación

Los modelos en los que se basa un código son susceptibles de revisiones y reformulaciones, ya que, necesariamente, sus rangos de validez se ven limitados. En este trabajo, el interés se centra en el fenómeno de densificación de una pastilla combustible, ya que los algoritmos incluidos hasta el momento en DIONISO requerían ser mejorados para ampliar el rango de condiciones predecibles.

La Sección Códigos y Modelos ha desarrollado un modelo de densificación de pastillas combustibles de UO₂ teniendo en cuenta los efectos de la irradiación y/o fenómenos térmicos que se desarrollan en las mismas (Cazado y Denis, 2017, 2018a, b). Este modelo evalúa la evolución de la porosidad de fabricación de una pastilla combustible como consecuencia del flujo neto de defectos puntuales en la interfase de los poros. Los defectos puntuales pueden tener un origen térmico o ser generados por irradiación y difundir por la red cristalina hacia los distintos sumideros, en este caso, dislocaciones, bordes de grano y superficie de los poros. Cuando un poro captura intersticiales o emite vacancias, se contrae, mientras que si absorbe vacancias se expande. Los parámetros críticos del modelo, por ejemplo, los coeficientes de difusión, la cantidad de defectos que se producen durante la irradiación, el número de vacancias que puede emitir un poro en cada interacción con un fragmento de fisión, entre otros, fueron ajustados previamente comparando con una base de datos de ensayos de densificación (Cazado y Denis, 2018b).

Los análisis previos del modelo de densificación tanto en su versión puramente térmica, para simular ensayos de re-sinterizado, como en la que se incluye el efecto de la irradiación, arrojaron resultados satisfactorios. En este trabajo se analiza el funcionamiento del modelo

dentro del código DIONISIO, interactuando con fenómenos relacionado, como el *swelling*, crecimiento de grano, entre otros, además de observar su dinámica en situaciones más cercanas a las que las pastillas combustibles son sometidas en historias de potencia realistas.

2 INCORPORACIÓN DEL MODELO TÉRMICO DE DENSIFICACIÓN AL CÓDIGO DIONISIO

Para incorporar el modelo térmico de densificación al código DIONISO, se desarrolló un nuevo módulo denominado DIONISIO FEM. Esta versión del código, emplea la estructura general de DIONISIO (Soba y Denis, 2008b, 2015) para resolver un sistema de ecuaciones diferenciales, en un dominio determinado, mediante el método de elementos finitos. En este caso, se pretendió simular el cambio dimensional que sufre una pastilla combustible en tres dimensiones (3D) cuando es sometida a un ciclo térmico en un horno.

En el análisis de la deformación de la pastilla combustible se consideran los regímenes elástico y plástico, incluyendo la expansión térmica, el crecimiento de los granos y la densificación térmica. Cuando una pastilla es sometida a un ciclo térmico, los poros de fabricación tienden a reducir su tamaño provocando un aumento en la densidad del combustible. Por otro lado, la dilatación térmica juega un rol contrario en las etapas de calentamiento, pero al finalizar cada ciclo, cuando la temperatura vuelve a su valor inicial, la contribución de la dilatación térmica desaparece y el efecto neto observado es el de la densificación. Por otra parte, para temperaturas elevadas, el combustible experimenta un crecimiento de grano apreciable quede debe tenerse en cuenta para evaluar correctamente la cinética de los defectos en el modelo. Para dar cuenta del crecimiento de grano equiaxial, se adoptó la ley elaborada por Ainscough (1974):

$$\frac{dD_g}{dt} = K_g \left(\frac{1}{D_g} - \frac{1}{D_{lim}} \right) \tag{1}$$

donde, D_g es el diámetro del grano, K_g es la constante de velocidad y D_{lim} es el tamaño de grano límite que depende de la temperatura, tal que:

$$K_g = 5.24 \times 10^7 \exp(-2.67 \times 10^5 / RT) \ [\mu m^2/h]$$
 (2)

$$D_{lim} = 2.23 \times 10^3 \exp(-7620/T) \ [\mu m] \tag{3}$$

donde R = 8.314 J/K mol y T es la temperatura absoluta.

El nuevo módulo del código DIONISIO tiene en cuenta los fenómenos enunciados anteriormente. Primero, se resuelve la ecuación de difusión del calor a partir de una historia térmica que el código construye o lee como dato de entrada. De acuerdo a los ensayos de resinterizado realizados por Brite et al. (1975), por encima de 1300 °C la densificación es significativa, particularmente para combustibles con granos y poros pequeños, por lo que se hace necesario tener en cuenta las etapas de calentamiento y enfriamiento. Para los casos en que se simule el comportamiento de un combustible no irradiado, dentro de un horno, no existe fuente de generación interna de calor, y la temperatura de contorno se convierte en la temperatura de toda la pastilla, dado que en cada paso de tiempo el código resuelve el sistema de ecuaciones en estado estacionario. Con la misma discretización del dominio utilizada y con los resultados del problema térmico, se resuelve el problema de tensión-deformación. Finalmente, con los valores obtenidos para las deformaciones se puede calcular el cambio relativo de volumen y de densidad de la pastilla.

DIONISIO FEM se utilizó para simular los experimentos de re-sinterizado informados por

Brite et al. (1975). En los experimentos, las muestras fueron calentadas y enfriadas a una velocidad de 200 °C/h hasta alcanzar temperaturas entre 1473 y 1973 K. Para 1473 y 1573 K se realizaron tres ciclos térmicos hasta alcanzar un tiempo total de permanencia a dichas temperaturas de 1500 horas, mientras que para temperaturas más altas se realizaron también tres ciclos hasta alcanzar 48 horas.

En primer lugar, se reajustaron los valores de los coeficientes de difusión de U en UO_2 en volumen y en borde de grano, para luego realizar las simulaciones correspondientes. Los nuevos coeficientes ajustados son:

$$D_U = 4.3 \times 10^{-8} \exp\left(-\frac{3.79[eV]}{kT}\right) \,[\text{m}^2/\text{s}] \tag{4}$$

$$wD_{U_{BG}} = \begin{cases} 3.07 \times 10^{-15} \exp\left(-\frac{3.05[eV]}{kT}\right) & T < 1973 \ K \\ 5.19 \times 10^{-15} \exp\left(-\frac{2.03[eV]}{kT}\right) & T \ge 1973 \ K \end{cases}$$
(5)



Figura 1 – Simulación de un combustible Tipo 4 sometido a un ensayo de re-sinterizado a 1973 K y su comparación con medidas experimentales. A) Ciclado térmico y variación de la densidad durante los tres ciclos que componen al ensayo. B) Variación de la densidad para el primer ciclo térmico del ensayo. C) Evolución de la porosidad en función del tiempo. D) Crecimiento del tamaño promedio del grano en función del tiempo.

donde w es el ancho del borde de grano.

En Figura 1 se observan los resultados de la simulación de una pastilla combustible, denominada Tipo 4 (siguiendo la nomenclatura empleada por Brite et al. (1975)), con 7.03 % de porosidad inicial, sometida a un experimento de re-sinterizado a 1973 K, alcanzando 48

horas de permanencia a la temperatura indicada. Este combustible presentó un tamaño de grano promedio de 2.5 µm y una mediana del radio de 0.25 µm. En A) se muestra la evolución del cambio de densidad que sufre la pastilla durante todo el tratamiento y en B) una ampliación del primer ciclo del tratamiento térmico en donde las líneas punteadas indican comienzo y fin del tiempo de permanencia. En general, durante las rampas de calentamiento y enfriamiento se observan los cambios de densidad debido a la dilatación térmica del material. Sin embargo, en el primer calentamiento, se muestra que antes de llegar a la temperatura máxima, la densificación supera en magnitud a la dilatación térmica y se tiene un aumento de densidad significativo a partir de los 1700 K, aproximadamente, que puede atribuirse a la rápida eliminación de la porosidad de menor tamaño. Durante los sucesivos períodos de permanencia a la temperatura nominal del experimento, la densidad aumenta, pero a un menor ritmo que en la primera etapa del tratamiento. Además, los calentamientos y enfriamientos posteriores al primer ciclo no aportan significativamente a la densificación. Esto quiere decir que, para esta microestructura durante las primeras horas del tratamiento térmico se produce prácticamente una saturación en la capacidad de reducción de poros. Además, los resultados experimentales al final de cada ciclo muestran un buen acuerdo con las simulaciones, presentando una desviación relativa menor que el 10 % del valor experimental. En la

Figura 1 C) se muestra la evolución de la porosidad del combustible en función del tiempo, con un claro descenso de la porosidad durante la primera etapa de calentamiento. En D) se observa la evolución del radio promedio del grano. Si bien el modelo de crecimiento de grano predice un gran aumento en el tamaño, el valor calculado es aproximadamente la mitad del valor medido, por lo que se necesita mejorar el modelo de crecimiento de grano. A pesar de estos apartamientos, los resultados en general son satisfactorios.



Figura 2 – Evolución de la porosidad para distintos combustibles sometidos a ensayos de re-sinterizado a 1973 y 1873 K. En línea llena se indican las simulaciones y en puntos los datos experimentales (Brite et al. 1975).

La Figura 2 muestra la evolución de la porosidad de fabricación durante un ensayo de resinterizado para distintos combustibles sometidos a una historia térmica similar a la de la

Figura 1 A), para 1873 y 1973 K. En la Tabla 1 se encuentran los parámetros principales de las microestructuras involucradas. En algunos casos se notan apartamientos entre el cálculo y la medida experimental, en particular para los combustibles Tipo 2 y H. Esto puede deberse a que la distribución inicial de porosidad no haya tenido una buena representación a través de la simulación.

No obstante, las desviaciones observadas, en general, los resultados obtenidos con DIONISIO FEM tienen buen acuerdo con los resultados de ensayos de re-sinterizado en

Tipo de Combustible	Radio promedio de	Porosidad (%)		Mediana en volumen del radio de los poros (µm)	
	grano (µm)	< 0,50 µm	> 0,50 µm	< 0,50 µm	> 0,50 µm
1	1.50	6.30	1.30	0.20	1.00
2	2.00	6.80	2.40	0.30	1.50
3	7.00	1.20	4.10	0.35	0.75
4	2.50	6.30	0.60	0.25	1.00
5	8.00	1.50	7.20	0.20	6.50
6	11.00	1.90	5.00	0.30	4.50
9	14.50	2.10	1.80	0.30	0.85
F	4.00	3.80	3.70	0.25	1.25
Н	3.00	4.50	7.00	0.30	0.80
Ν	2.00	7.00	1.70	0.20	1.00
GKO	5.00^{1}	3.55 ¹	2.10	0.30^{1}	0.80

muestras con una gran variedad de microestructuras, por lo que el comportamiento del código es satisfactorio.

Tabla 1 – Descripción de las distribuciones de poros informadas por Brite et al. (1975).

3 INCORPORACIÓN DEL MODELO DE DENSIFICACIÓN DE PASTILLAS COMBUSTIBLES BAJO IRRADIACIÓN AL CÓDIGO DIONISIO

Se empleó el código DIONISO en su versión en tres dimensiones para simular el comportamiento de un combustible sometido a irradiación. En el análisis de la deformación de la pastilla combustible se consideró el régimen elástico y plástico, incluyendo la expansión térmica, el hinchamiento, la densificación y el crecimiento de los granos, entre otros fenómenos que ocurren al irradiar un combustible.

Las simulaciones se realizaron a partir de los datos proporcionados por Brite et al. (1975), para distintas microestructuras y condiciones de irradiación. Como no se contó con la historia de potencia detallada, para cada caso se impuso una historia de potencia tal que el valor medio de la potencia sea igual al valor proporcionado por los autores.

Debido al reajuste de los coeficientes de difusión, utilizando DIONISIO 3D se realizó un reajuste de los parámetros Y_{vi} y η que miden el número de defectos puntuales que escapan de una cascada de daño y la cantidad de vacancias emitidas en cada interacción de un poro con un fragmento de fisión, respectivamente. Los valores de parámetros obtenidos son $Y_{vi} = 4.4 \times 10^5$ y $\eta = 600$.

En la Figura 3 se muestran los resultados obtenidos a partir de una simulación de un combustible Tipo 4, con 7,40 % de porosidad inicial sometido a irradiación durante 1629 horas hasta alcanzar un quemado de 3300 MWd/tU. En A) se observa la historia térmica utilizada durante el cálculo numérico y la evolución de la temperatura central calculada. La historia de potencia se eligió de modo que la potencia lineal media sea 291 W/cm, aproximadamente, según datos informados por Brite et al. (1975) y para no exceder una temperatura de 1673 K, por encima de la cual el *swelling* se incrementa. Se puede observar que para los tiempos en que la potencia fue constante, la temperatura se incrementó. Esto se

¹ No todos los valores indicados para el combustible Tipo GKO estaban disponibles en la literatura. Por comparación con microestructuras similares se supusieron los valores mostrados en la Tabla 1.

debe a que, al avanzar el quemado y la densificación, se produce una disminución en el radio de la pastilla, aumentando el *gap*, y en consecuencia dificultando la extracción del calor por el refrigerante. En la Figura 3 B) se observa la variación volumétrica debida al *swelling*, a la densificación y la superposición de ambos efectos. El hinchamiento calculado se encuentra alrededor de 1%, lo cual tiene buen acuerdo con el valor estimado en el trabajo de Brite et al. (1975) que fue de 0.7%.



Figura 3 – Simulación de un combustible Tipo 4 sometido a irradiación hasta alcanzar 3300 MWd/tU. A) Historia de potencia que se utilizó en la simulación junto a la evolución de la temperatura central de la pastilla. B) Variación de volumen y densificación.



Figura 4 – A) Distribución de la porosidad y B) Temperaturas (K) en media pastilla para un combustible Tipo 4 luego de una irradiación con una potencia lineal aproximada de 291 W/cm

En la Figura 4 A) se muestra la distribución de porosidad remanente de fabricación y en B) la distribución de temperaturas cuando un combustible Tipo 4 es irradiado hasta alcanzar un quemado de 2200 MWd/tU. En esta figura se muestra la mitad superior de una pastilla combustible. La porosidad remanente en el centro de la pastilla alcanzó valores menores que en la superficie, lo cual está relacionado con el fuerte gradiente térmico, en dirección radial, que se desarrolla por la baja conductividad térmica del UO₂. Es importante notar que este efecto no estaba presente cuando se hicieron las primeras pruebas del modelo de densificación (Cazado y Denis, 2017, 2018b). Los valores de temperaturas alcanzados durante la irradiación son consistentes con los reportados por los autores del experimento, los cuales estimaron una temperatura central máxima de 1603 K y en la superficie de 823 K. A medida que avanza el

quemado en la pastilla, debido a la rápida disminución de la porosidad y las solicitaciones mecánicas se produce una contracción mayor en las zonas superior e inferior que en centro. En la Figura 4, los desplazamientos se encuentran ampliados por un factor de diez (10) para que las diferencias geométricas sean apreciables.

En la Figura 5 se presenta la comparación entre las simulaciones realizadas con el modelo más simple, que se usaba hasta el momento en DIONISIO, y el incorporado en este trabajo junto con el valor experimental obtenido luego de la irradiación de distintos combustibles. Los combustibles Tipo F, H y GKO se irradiaron en condiciones comparables, donde la potencia lineal promedio fue de 228 W/ cm, aproximadamente, durante 1629 horas, mientas que para el combustible Tipo 4 la potencia lineal fue de 291 W/cm y la duración del ensayo fue la misma que en los casos anteriores. Se puede observar un buen acuerdo entre los valores calculados con el nuevo modelo y los datos experimentales para los combustibles Tipo 4 y GKO, mientras que para los Tipo F y H existen desviaciones que, no obstante, no superan el 0.7%. Sin embargo, en general, el nuevo modelo predice un valor más cercano al experimental para los casos mostrados. Por otro lado, en los casos simulados con el modelo previo de DIONISO, el efecto del *swelling* comienza a notarse a partir de los 1000 MWd/tU, mientras que, con el desarrollado en este trabajo, la densificación sigue siendo dominante hasta alrededor de los 3000 MWd/tU, lo cual es consistente con los datos experimentales y las suposiciones realizadas por Brite et al. (1975).



Figura 5 – Resultados de las simulaciones realizadas con el nuevo modelo incorporado en DIONSIO (línea llena), el modelo previo de DIONISIO (línea punteada) y sus comparaciones con datos experimentales para distintos combustibles Brite et al. (1975).

4 CONCLUSIONES

Los los modelos desarrollados previamente, que fueron examinados en forma separada en publicaciones anteriores (Cazado y Denis, 2017, 2018a, b) fueron incorporados satisfactoriamente al código DIONISO. Esto da lugar a una descripción más realista de los fenómenos involucrados, tanto durante los ensayos puramente térmicos como en los que involucran irradiación de un combustible nuclear.

Se desarrolló un nuevo módulo denominado DIONISO FEM que permite tener en cuenta el proceso de densificación en condiciones puramente térmicas. En esta versión, se consideraron las rampas de calentamiento y enfriamiento que se habían despreciado en las pruebas anteriores. Estas nuevas consideraciones condujeron a reajustar los valores de los coeficientes de difusión, aunque los valores escogidos resultaron similares a los ajustados previamente. Las simulaciones realizadas con DIONISIO FEM lograron buenos resultados respecto de los datos experimentales, aun cuando la predicción del tamaño de grano tuvo apartamientos moderados a altos.

El modelo de densificación bajo irradiación fue incorporado a DIONSIO y con su versión en 3D se realizaron diversas simulaciones de experimentos de densificación. En líneas generales, se obtuvieron buenos resultados del código al comparar con datos experimentales.

En líneas generales, y a pesar de algunas desviaciones observadas, las simulaciones realizadas con el modelo desarrollado en este trabajo muestran un buen acuerdo al compararlas con medidas experimentales de combustibles sometidos a distintas condiciones de irradiación y con diversas microestructuras y ofrecen una mejor descripción de la evolución de la porosidad de fabricación en función del quemado del combustible, en comparación con las que proporciona el modelo más simple, anteriormente incluido en DIONISIO.

Además, la incorporación del nuevo modelo al código general, que provee la distribución de temperatura en la pastilla, permite obtener una descripción más detallada de la evolución de la microestructura al tener en cuenta que la porosidad disminuye a distintos ritmos dependiendo no solo del tipo de distribución sino también de la posición radial dentro del combustible.

REFERENCIAS

- Ainscough, J. B., Oldfield, B. W. and Ware, J. O., Isothermal grain growth kinetics in sintered UO2 pellets *Journal of Nuclear Materials*, vol. 49:117–128, 1974.
- Brite, W. et al., EEI/EPRI Fuel Densification Project, 1975
- Cazado, M. and Denis, A., Model of nuclear fuel pellets densification under irradiation and isothermal conditions: application to UO₂ fuels, *Journal of Nuclear Materials*, 510:585-595, 2018a.
- Cazado, M. E. and Denis, A., Modelo de densificación de combustibles nucleares: Análisis Paramétrico, *Mecánica Computacional*, XXXVI:335–344, 2018b.
- Cazado, M. E. and Denis, A., Modelo de densificación de pastillas combustibles bajo irradiación, *Mecánica Computacional*, XXXV:1721–1732, 2017.
- Lemes, M., Soba, A. and Denis, A., An empirical formulation to describe the evolution of the high burnup structure, *Journal of Nuclear Materials*, 456:174–181, 2015.
- Soba, A. and Denis, A., DIONISIO 2.0: New version of the code for simulating a whole nuclear fuel rod under extended irradiation, *Nuclear Engineering and Design*, 292:213–221, 2015.
- Soba, A. and Denis, A., Model of fracture for the Zry cladding of nuclear fuel rods included in the code DIONISIO 1.0, *Nuclear Engineering and Design*, 238(12):3292–3298, 2008a.
- Soba, A. and Denis, A., Simulation with DIONISIO 1.0 of thermal and mechanical pelletcladding interaction in nuclear fuel rods, *Journal of Nuclear Materials*, 374(1–2):32–43, 2008b.
- Soba, A. et al., A high burnup model developed for the DIONISIO code, *Journal of Nuclear Materials*, 433(1–3):160–166, 2013.
- Soba, A. et al., Simulation of the behaviour of nuclear fuel under high burnup conditions, *Annals of Nuclear Energy*, 70:147–156, 2014.
- Williamson, R. L., "Enhancing the ABAQUS thermomechanics code to simulate multipellet steady and transient LWR fuel rod behaviour," *Journal of Nuclear Materials*, 415:74–83, 2011