Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXV, pp. 2163-2178 Alberto Cardona, Norberto Nigro, Victorio Sonzogni, Mario Storti. (Eds.) Santa Fe, Argentina, Noviembre 2006

DISEÑO MATEMÁTICO DE DISIPADORES DE ENERGÍA SÍSMICA UTILIZANDO ESTRATEGIA DE CONTROL ACTIVO PREDICTIVO

Juan Pablo Ascheri^a – Marcelo Rubinstein^a – Oscar Möller^a

^a Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras (IMAE), Universidad Nacional de Rosario, Riobamba y Berutti, (2000) Ciudad de Rosario, Argentina, jascheri@fceia.unr.edu.ar

Palabras Claves: control de estructuras, dinámica estructural, control activo, control pasivo, control predictivo.

Resumen. Una posibilidad interesante del control pasivo de estructuras sismorresistentes consiste en desarrollar metodologías de diseño con el objetivo de lograr respuestas que tiendan a las obtenidas aplicando técnicas de control activo.

En dicho marco conceptual en este trabajo se han desarrollado modelos computacionales de la respuesta no lineal de disipadores de energía y sus brazos de instalación, para la inserción en un programa de análisis dinámico no lineal espacial de estructuras sismorresistentes de hormigón armado y se ha establecido el criterio de equivalencia y los pasos a seguir para lograr, para una estructura y una cierta solicitación sísmica, una respuesta con control pasivo similar a la obtenida aplicando control activo predictivo.

Como ejemplo, aplicando los registros del acelerograma de Northridge originado en 1994, se muestran resultados utilizando un pórtico de hormigón armado sismorresistente de un piso y un vano, que sirve de módulo estructural básico para comparar el desempeño de los disipadores de energía. Se analizan las respuestas obtenidas a partir de dos casos diferentes del control activo predictivo, con distintos énfasis relativos en fuerzas y desplazamientos, generando dos niveles de rigidez – resistencia en los dispositivos de control pasivo y en el pórtico evaluado.

1 INTRODUCCIÓN

En la ingeniería sismorresistente una importante tendencia actual consiste en implementar dispositivos de control de la respuesta, que tienden a disminuir y controlar los desplazamientos, velocidades y aceleraciones que sufren las estructuras ante la acción de cargas dinámicas. En los últimos tiempos se han desarrollado una amplia gama de dispositivos, la mayoría de ellos patentados (Soong et al., 1997), los cuales abren un abanico de posibilidades para su implementación.

La decisión en cuanto al dispositivo a adoptar, la determinación de los respectivos parámetros y el dimensionamientos de los mismos sigue siendo una tarea difícil de abordar, teniendo en cuenta la cantidad de variables que involucra el problema.

Por otro lado, los sistemas de control activo han desarrollado procedimientos de reducción de vibraciones estructurales a través de la incorporación a la estructura de mecanismos alimentados por una fuente de energía exterior, lo que los hace capaces de ejercer un conjunto de fuerzas de control. Dichos mecanismos se incluyen dentro de un sistema que calcula, en tiempo real, las fuerzas de control, en función de los valores de la respuesta medida, utilizando un cierto algoritmo.

Para diseñar sistemas de control activo de estructuras pueden utilizarse distintas estrategias tomadas de la Teoría de Control, siendo las más relevantes la Realimentación Negativa, el Control Óptimo, la Asignación de Polos y más recientemente, el Control Predictivo (Soong, 1990; Barbat et al., 1994).

A pesar de las ventajas mencionadas, su puesta en práctica en estructuras no ha tenido gran desarrollo, debido a su costo y las dificultades para su materialización y mantenimiento.

Un concepto interesante (Reinhorn et al. 1998; Ribakov et al. 1999;Hsiung et al. 2000; Dowdell et al. 2004), que se propone en este trabajo, consiste en aplicar la teoría de control activo de estructuras a modelos matemáticos, con el fin de obtener las fuerzas de control mas adecuadas para el control de dicha estructuras sometidas a una acción sísmica de diseño. Luego a través de estas fuerzas de control, optimizar y diseñar los elementos de control pasivo, los cuales, teniendo en cuenta sus ventajas, podrían ser materializados en la estructura real.

La vinculación de los datos obtenidos a través del modelo matemático de control activo y las características de los disipadores de energía dimensionados utilizando estos datos es otro de los problemas a abordar, lo cual requiere de la adopción de distintos criterios según sean los dispositivos empleados.

En este trabajo se indica un camino para dimensionar dispositivos de control pasivo a través de una metodología que utiliza control activo desarrollada anteriormente (Ascheri et al., 2005). Se desarrolla un modelo matemático de un elemento disipador de energía por fluencia de aceros, el cual se incorpora a un software de análisis estático y dinámico no lineal que aplica el método de los elementos finitos con formulación en desplazamientos, y permite verificar la metodología empleada.

En un ejemplo se muestra el diseño de un dispositivo por fluencia de aceros aplicado a un pórtico de un piso y un vano, que sirve de módulo estructural básico para analizar resultados. La solicitación corresponde a un acelerograma del sismo de Northridge de 1994.

2 CONTROL PREDICTIVO

2.1 Ecuación de movimiento

La respuesta dinámica de un sistema estructural de N grados de libertad, no lineal con

control activo de lazo abierto – cerrado, puede ser modelizado a través de la siguiente ecuación matricial:

$$M\ddot{z}(t) + C\dot{z}(t) + Kz(t) = f(t) + f_{c}(t)$$
(1)

en donde z(t) es el vector de desplazamientos n-dimensional, mientras que $C\dot{z}(t)y Kz(t)$, representa dos vectores n-dimensionales de fuerzas internas referidos respectivamente a las velocidades y desplazamientos. El vector f(t), representa el vector n-dimensional de excitación externa, el cual en el caso de excitación sísmica se reduce a $-MIZ_g(t)$, donde M representa la matriz de masa del sistema, I es la matriz de localización, y $Z_g(t)$ es la aceleración del suelo inducida por el sismo. $f_c(t)$, es el vector de las fuerzas de control.

Usando la representación en el espacio de estado, la ecuación matricial (1), puede ser escrita como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{v}_c + \mathbf{v} \tag{2}$$

Siendo x, el vector de estado, F la matriz del sistema, v_c el vector de control y v el vector de excitación.

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \begin{pmatrix} z \\ \dot{z} \end{pmatrix} \\ \mathbf{F} &= \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{pmatrix} \\ \mathbf{v}_{c} &= \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}_{c} \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{3}$$
$$\mathbf{v} &= \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{f} \end{pmatrix}$$

Si se considera control constante y excitación variando linealmente en el intervalo [$k\Delta t$; $k\Delta t+\Delta t$], la expresión de la respuesta es²:

$$x(k+1) = Ax(k) + P_1 \upsilon(k+1) + P_2 [\upsilon(k+1) - \upsilon(k)] + P_1 \upsilon_c(k)$$
(4)

donde:

$$A = \exp(\Delta t F)$$

$$P_{1} = F^{-1}(A - I)$$

$$P_{2} = F^{-1}\left(\frac{1}{\Delta t}P_{1} - A\right)$$
(5)

2.2 Principios

En un modelo en tiempo discreto, con intervalo Δt , se define para cada instante k Δt , por simplicidad en adelante k, un número finito de pasos λ , el cual determina un horizonte de predicción [k; k+ λ], sobre el que se predice la respuesta como función de una secuencia de control u(k+j) con j=0,..., λ , la cual se calcula en el instante k imponiendo el criterio que la salida predicha en el instante k+ λ sea igual a una deseada.

El control u(k), se aplica al sistema en el instante k, el resto de la secuencia de control correspondiente a los instantes $[k+1;k+\lambda]$, no se aplican al sistema, dado que el procedimiento se redefine en cada instante de muestreo k.

2.3 Algoritmo

Para representar el comportamiento lineal de una estructura, sometida a una excitación sísmica y en presencia de fuerzas de control activo se define el siguiente modelo de primer orden en tiempo discreto en el espacio de estado.

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k - nr) + w(k)$$
 (6)

Siendo k, el número de instantes de tiempo Δt del modelo discreto, A es la matriz del sistema en tiempo discreto, B la matriz de control en tiempo discreto, x(k) el vector de estado y w(k) el vector de excitación. u(k-nr), es el vector de control generado en el instante k-nr, donde nr es el número de períodos de retardo del sistema.

Teniendo en cuenta (4) y (5), B y w, quedan definidas como:

$$B = P_{1} \begin{pmatrix} 0 \\ M^{-1}J_{c} \end{pmatrix}$$

$$w(k) = P_{1}(k+1) + P_{2}[v(k+1) - v(k)]$$
(7)

donde J_c es una matriz con valores iguales a 0 ó 1, dependiendo de la presencia de actuadores en distintos grados de libertad.

El retardo del sistema corresponde al número de instantes de muestreo que transcurren desde que se ordena a los actuadores que ejerzan una acción sobre la estructura hasta que esta acción es efectivamente aplicada, por lo tanto el tiempo de retardo, está definido por la relación

$$\tau_{\rm r} = {\rm nr}\,\Delta t \tag{8}$$

En cuyo caso, el intervalo de predicción se define a partir de ahora como [k ; $k + \lambda + nr$]. La respuesta de la estructura se organiza en el vector de salida y(k), expresada como

$$\mathbf{y}(\mathbf{k}) = \mathbf{H} \, \mathbf{x}(\mathbf{k}) \tag{9}$$

donde H es una matriz constante de salida y que generalmente se adopta igual a la matriz identidad.

El modelo predictivo, predice el comportamiento de la estructura sobre un horizonte de predicción [k ; k+ λ +nr]. Dicho comportamiento se puede expresar a través de la ecuación (6), de la siguiente forma²:

$$\hat{x}(k+j|k) = \hat{A}\hat{x}(k+j-1|k) + \hat{B}\hat{u}(k+j-1-nr|k)$$
(10)

$$\hat{y}(k+j|k) = \hat{H}\hat{x}(k+j|k) \quad j = 1,...,\lambda + nr$$
 (11)

 $\hat{x}(k+j|k)$ y $\hat{y}(k+j|k)$ son, respectivamente, los vectores de estado y salida predichos en el instante k, para el instante futuro k + j con j= 1,..., λ +nr, a partir del vector de estado x(k) del sistema, medido en el instante k.

La excitación exterior no se incluye en la predicción debido a que sus valores en los instantes futuros no pueden ser predichos.

La secuencia de control û en el instante k, está compuesta por los vectores u predichos en los instantes previos a k que serán aplicados sobre la estructura a partir de dicho instante, y los vectores û que intervienen en la predicción del vector de estado y son calculados imponiendo la condición que verifique un criterio de rendimiento adecuado.

$$\hat{u}(k+j-1-nr | k) = \begin{cases} u(k+j-1-nr) & j=1,...,nr \\ \hat{u}(k+j-1-nr | k) & j=nr+1,...,nr+\lambda \end{cases}$$
(12)

2.4 Criterio de rendimiento

Un posible criterio de rendimiento a utilizar en el cálculo de la secuencia de vectores de control $\mathfrak{a}(k|k),...,\mathfrak{a}(k+\lambda-1|k)$, puede consistir en la minimización de la función de coste lineal cuadrática:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\lambda + nr} [\hat{y}(k+j|k) - y_r(k+j|k)]^T Q_j [\hat{y}(k+j|k) - y_r(k+j|k)] + \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{\lambda - 1} \hat{u}(k+j|k)^T R_j \hat{u}(k+j|k)$$
(13)

 $y_r(k)$ define una trayectoria de referencia generada en el instante k a partir de la salida real del sistema en dicho instante y que evoluciona en los instantes futuros hacia una consigna, la cual en estos casos es generalmente nula. Q_j (j=1,..., λ + nr) y R_j (j=0,..., λ - 1), son matrices de peso simétricas.

Minimizando J, se impone que los valores de salida predichos, estén próximos a los de la trayectoria de referencia en el intervalo de predicción, limitando también los valores de los vectores û.

Se puede tender a ajustar \hat{y} a y_r únicamente en el instante $k + \lambda + nr$, en cuyo caso las matrices Q_i correspondientes a los instantes anteriores al mismo, pueden elegirse nulas.

$$Q_1 = Q_2 = \dots = Q_{\lambda + nr - 1} = 0$$

$$Q_{\lambda + nr} = Q$$
(14)

Además se suele considerar una secuencia de vectores de control a(k) constante en el intervalo [k; k + λ - 1]

$$\mathbf{u}(\mathbf{k}) = \mathbf{u}(\mathbf{k} | \mathbf{k}) = \mathbf{u}(\mathbf{k} + 1 | \mathbf{k}) = \dots = \mathbf{u}(\mathbf{k} + \lambda - 1 | \mathbf{k})$$
(15)

En resumen el algoritmo calcula, minimizando J, un valor del vector de control que debe ser generado en el instante k para aproximar en el instante $k + \lambda + nr$ la salida predicha a la salida de referencia, la cual habitualmente es nula.

En el instante siguiente k + 1, se realiza nuevamente la operación y se obtiene un valor de u(k+1) y así en cada instante del muestreo.

De esta forma y teniendo en cuenta (13), (14) y (15), se obtiene la siguiente expresión de J.

$$J = \frac{1}{2} [\hat{y}(k + \lambda + nr | k) - y_r(k + \lambda + nr | k)]^T Q [\hat{y}(k + \lambda + nr | k) - y_r(k + \lambda + nr | k)] + \frac{1}{2} u(k)^T R u(k)$$
(16)

 $\operatorname{con} R = \sum_{j=0}^{\lambda - 1} R_j$

A través de la ponderación de las matrices de peso Q y R, se logra limitar tanto la fuerza de control aplicada como la respuesta de la estructura, de esta forma, una matriz Q de valores elevados relativos a los de la matriz de peso R, implica una disminución importante en la diferencia entre $\hat{y} e y_r$, en este caso la respuesta de la estructura, y valores de fuerzas de control elevados. Por el contrario, valores de R elevados limitan el valor de la señal de control.

En el caso del horizonte de predicción λ , un valor pequeño, supone pretender la aproximación de la respuesta al valor de referencia en poco tiempo, por lo tanto, implica una acción enérgica de la respuesta de la estructura, por el contrario, un valor elevado corresponde a un control más suave.

2.5 Bases del software utilizado

Aplicando reiteradamente la ecuación (10), para $j = 1,...,\lambda + nr$, se puede obtener el valor del vector de estado predicho en el instante $k + \lambda + nr$ a partir del instante k

$$\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{k} + \lambda + \mathbf{nr} \mid \mathbf{k}) = \hat{\mathbf{T}} \, \mathbf{x}(\mathbf{k}) + \psi(\mathbf{k}) + \hat{\mathbf{Z}}_0 \, \mathbf{u}(\mathbf{k}) \tag{17}$$

siendo

$$\begin{split} \hat{\mathbf{T}} &= \hat{\mathbf{A}}^{\lambda + nr} \\ \psi(\mathbf{k}) &= \hat{\mathbf{Z}}_1 \ \mathbf{u}(\mathbf{k} - 1) + \dots + \hat{\mathbf{Z}} \ nr \ \mathbf{u}(\mathbf{k} - nr) \\ \hat{\mathbf{Z}}_i &= \hat{\mathbf{A}}^{\lambda + i - 1} \hat{\mathbf{B}} \qquad (i = 1, \dots, nr) \\ \hat{\mathbf{Z}}_0 &= \left(\hat{\mathbf{A}}^{\lambda - 1} + \hat{\mathbf{A}}^{\lambda - 2} + \dots + \hat{\mathbf{A}}^2 + \hat{\mathbf{A}} + \mathbf{I} \right) \hat{\mathbf{B}} \end{split}$$
(18)

Por lo tanto, teniendo en cuenta (11), $\hat{y}(k + \lambda + nr | k)$ queda definido como:

$$\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{k} + \lambda + \mathbf{nr} \mid \mathbf{k}) = \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{T}} \mathbf{x}(\mathbf{k}) + \hat{\mathbf{H}} \boldsymbol{\psi}(\mathbf{k}) + \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{Z}}_0 \mathbf{u}(\mathbf{k})$$
(19)

e imponiendo la condición:

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \mathbf{u}(\mathbf{k})} = 0 \tag{20}$$

Se puede deducir el vector de control u(k) que corresponde a un extremo relativo de J.

$$\mathbf{u}(\mathbf{k}) = -\left[\left(\hat{\mathbf{H}}\,\hat{\mathbf{Z}}_{0}\right)^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\left(\hat{\mathbf{H}}\,\hat{\mathbf{Z}}_{0}\right) + \mathbf{R}\right]^{-1} \times \left\{\left(\hat{\mathbf{H}}\,\hat{\mathbf{Z}}_{0}\right)^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\left[\hat{\mathbf{H}}\,\hat{\mathbf{T}}\,\mathbf{x}(\mathbf{k}) + \hat{\mathbf{H}}\,\boldsymbol{\psi}(\mathbf{k}) - \mathbf{y}_{\mathrm{r}}\left(\mathbf{k} + \lambda + \mathrm{nr}\,|\,\mathbf{k}\right)\right]\right\} (21)$$

La trayectoria de referencia a la que pertenece el vector $y_r(k+\lambda+nr|k)$ puede ser generada a partir de distintos modelos, aunque para este tipo de problemas de control es suficiente sugerir una trayectoria de referencia nula, para la cual la ecuación (21) queda como:

$$\mathbf{u}(\mathbf{k}) = -\left[\left(\hat{\mathbf{H}}\,\hat{\mathbf{Z}}_{0}\right)^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\left(\hat{\mathbf{H}}\,\hat{\mathbf{Z}}_{0}\right) + \mathbf{R}\right]^{-1} \times \left\{\left(\hat{\mathbf{H}}\,\hat{\mathbf{Z}}_{0}\right)^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\left[\hat{\mathbf{H}}\,\hat{\mathbf{T}}\,\mathbf{x}(\mathbf{k}) + \hat{\mathbf{H}}\,\boldsymbol{\psi}(\mathbf{k})\right]\right\}$$
(22)

a partir de la cual y teniendo en cuenta (18), se puede escribir como:

$$u(k) = -\hat{G} x(k) - \sum_{i=1}^{nr} \hat{K}_i u(k-i)$$
(23)

donde Ĝ es la matriz de ganancia

$$\hat{\mathbf{G}} = \left[\left(\hat{\mathbf{H}} \, \hat{\mathbf{Z}}_0 \right)^{\mathrm{T}} \mathbf{Q} \left(\hat{\mathbf{H}} \, \hat{\mathbf{Z}}_0 \right) + \mathbf{R} \right]^{-1} \left(\hat{\mathbf{H}} \, \hat{\mathbf{Z}}_0 \right)^{\mathrm{T}} \mathbf{Q} \, \hat{\mathbf{H}} \, \hat{\mathbf{T}}$$
(24)

y las matrices \hat{K}_i definidas por

$$\hat{\mathbf{K}}_{i} = \left[(\hat{\mathbf{H}} \, \hat{\mathbf{Z}}_{0})^{\mathrm{T}} \mathbf{Q} \, (\hat{\mathbf{H}} \, \hat{\mathbf{Z}}_{0}) + \mathbf{R} \right]^{-1} (\hat{\mathbf{H}} \, \hat{\mathbf{Z}}_{0})^{\mathrm{T}} \mathbf{Q} \, \hat{\mathbf{H}} \, \hat{\mathbf{Z}}_{i} \, \operatorname{con} \, \mathbf{i} = 1, \dots, \mathrm{nr}.$$

$$(25)$$

Las Ecuaciones (23) a (25) definen el algoritmo de control predictivo de estructuras y fueron utilizadas para la realización de un módulo de control, el cual calcula fuerzas de control en cada instante de muestreo, y forma parte de un software de análisis estático y dinámico no lineal que aplica el método de los elementos finitos con formulación en desplazamientos. Los problemas dinámicos se resuelven con integración directa de las ecuaciones de movimiento paso a paso con el algoritmo de Newmark. Los problemas no lineales dentro de cada paso de tiempo, o escalón de carga, se resuelven en forma iterativa con una variante del esquema de Newton-Raphson.

3 CONTROL PASIVO

3.1 Dispositivos de control pasivo

Este tipo de sistema de control de estructuras, se ha desarrollado a tal punto que hoy en día se encuentran en el mercado una amplia gama de dispositivos con distintas características en cuanto a diseño, funcionamiento, tecnología de aplicación y performance, que hacen difícil elegir el dispositivo más eficaz y conveniente en cada caso en particular.

Como respuesta a este problema algunos países desarrollados han planteado distintos manuales para el diseño y construcción de estructuras con control pasivo, los cuales tratan de resumir y ordenar las distintas tipologías de dispositivos mas utilizadas. Un ejemplo de estos manuales es el "Manual for Design and Construction of Passively-Controlled Buildings" realizado por la Sociedad Japonesa de Aislación Sísmica (JSSI) (Kasai et al., 2004).

Los dispositivos más utilizados, se pueden clasificar, según estas normas en disipadores por fluencia de aceros, viscosos, de aceite y viscoelásticos.

En este trabajo se modelizó el comportamiento de un disipador que trabaja por fluencia de acero y presenta una curva de comportamiento fuerza desplazamiento que sigue el modelo de la figura 1.

Los valores de la carga de fluencia, rigidez y reendurecimiento dependen de las características mecánicas del acero utilizado y de las características geométricas del elemento, las cuales son utilizadas para el dimensionamiento del mismo. El coeficiente de reendurecimiento α corresponde al coeficiente de reendurecimiento del acero empleado.

Dispositivos de estas características mostrados en la figura 2, brindan una idea de los distintos tipos de diseños, en este caso en X y triangular.

2169



Figura 1: Modelo del comportamiento de un dispositivo de control pasivo por fluencia de aceros.

b)

a)





Figura 2: Amortiguadores metálicos; a) Amortiguador con chapas en forma de X(CounterQuake Corp.), b) Amortiguador de chapas triangulares (Tsai et al., 1993).

Las características mecánicas del disipador se pueden determinar a través de las características del acero utilizado, las características geométricas de las chapas y del número de chapas empleado. En el caso de los disipadores de tipo triangular, los parámetros necesarios para el modelo del comportamiento se obtienen de las siguientes fórmulas.

$$P_{\rm fl} = \frac{\rm NEw_0 h^2}{\rm 6L} \varepsilon_{\rm fl} \tag{26}$$

$$K_{d} = \frac{NEw_{0}h^{3}}{6L^{3}}$$
(27)

$$\Delta_{\rm fl} = \frac{\varepsilon_{\rm fl} L^2}{\rm h} \tag{28}$$



Figura 3: Modelo matemático de una chapa genérica del dispositivo disipador de energía por fluencia de aceros de chapas triangulares

Donde E es el módulo de elasticidad, ε_{fl} la deformación de fluencia, h el espesor de cada chapa y N el número de chapas que forman parte del dispositivo.

Para poder verificar el comportamiento de la estructura controlada con dispositivos de control pasivo, se desarrolló un elemento que cuenta con tres resortes no lineales para cada grado de libertad con las características del modelos de la figura 1, el cual se incorporó a un software de análisis estático y dinámico no lineal que aplica el método de los elementos finitos con formulación en desplazamientos. Este software lleva varios años de desarrollo y evolución siendo el mismo software al que se le incorporó el módulo de control activo descripto en el punto 2.5.

3.2 Relación control activo – control pasivo

Se puede demostrar (Soong. 1990) que la matriz de ganancia descripta en la ecuación (24) se mantiene aproximadamente constante sobre el intervalo de predicción, para matrices de peso Q y R establecidas.

Teniendo en cuenta (23) y tomando para el algoritmo de control predictivo un tiempo de retardo nr = 0, lo cual es coherente de estimar si se trata de simular un efecto de control pasivo, se deduce que:

$$\mathbf{u}(\mathbf{k}) = -\mathbf{\hat{G}} \mathbf{x}(\mathbf{k}) \tag{29}$$

y la ecuación de estado basada en (6), se puede representar como:

$$x(k+1) = Ax(k) + B \hat{G} x(k) + w(k) = (A - B \hat{G})x(k) + w(k)$$
(30)

Un comportamiento similar se puede lograr incorporando al sistema estructural, elementos ideales accionados por desplazamientos (resortes) y velocidades (amortiguadores), a los cuales se les pueden optimizar sus parámetros a través de los resultados obtenidos con el algoritmo descripto.

Planteando como objetivo dimensionar los actuadores de control pasivo, de modo tal de conseguir un comportamiento similar al obtenido con el modelo de control activo, se puede considerar que en cada paso de tiempo, la historia de desplazamientos y velocidades obtenidas en el modelo de control activo, generan fuerzas de control proporcionales a ambas como:

$$u_{\rm nas}(k) = Cx(k) \tag{31}$$

donde C, es un vector que esta compuesto por un vector de coeficientes sobre los desplazamientos (coeficientes de rigidez de los resortes) y un vector de coeficientes sobre las velocidades (coeficientes de amortiguación de los amortiguadores), los cuales comprenden los

parámetros de los actuadores del control pasivo.

$$C = \left\{ K_r; C_a \right\}$$
(32)

x(k) es el vector de estado descripto en la ecuación (3).

$$\mathbf{x}(\mathbf{k}) = \begin{cases} z(\mathbf{k}) \\ z(\mathbf{k}) \end{cases}$$
(33)

La diferencia en cada paso de las fuerzas de control obtenidas con control pasivo y las obtenidas con control activo, se define como

$$\Delta \mathbf{u}(\mathbf{k}) = \mathbf{u}_{\text{pas}}(\mathbf{k}) - \mathbf{u}(\mathbf{k}) \tag{34}$$

La solución consiste en encontrar la matriz de coeficientes C, constante en el tiempo, que minimice la relación L

$$L = \sum_{k=ki}^{k=kf} \Delta u(k)^2$$
(35)

donde ki y kf indican los extremos del intervalo de tiempo en que se ejerce el control.

3.3 Dimensionamiento de los dispositivos

La matriz de coeficientes C proveniente de la modelización con control activo, nos brinda una importante información para dimensionar las características de los disipadores de energía a utilizar, también permite visualizar que tipo de dispositivo es más efectivo en su utilización debido a las diferencias de valores para coeficientes de rigidez y amortiguamiento. Esto permite inferir si las fuerzas para controlar la estructura están dominadas por el resorte ideal o por el amortiguador viscoso ideal, situación que puede ser distinta debida a las características mecánicas de la estructura o al acelerograma de diseño (sismos de ocurrencia ocasional o rara).

Para el dimensionamiento de los disipadores por fluencia de acero en este trabajo se plantea como criterio igualar la rigidez K_d del modelo del comportamiento del disipador, figura 1, a la rigidez del resorte ideal calculado a través de la modelización con control activo. El coeficiente de reendurecimiento, como depende del tipo de acero utilizado, se obtiene de la elección del mismo, y la fuerza de fluencia P_{fl} , se calcula como un promedio entre los valores absolutos de las fuerzas máximas en cada sentido obtenidas del análisis con control activo.

4 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS NUMÉRICOS

4.1 Introducción

Como ejemplo numérico se plantea un pórtico de un piso con diez metros de luz entre columnas y con dos brazos rigidizadores que vinculan un dispositivo disipador por fluencia de aceros con las fundaciones. Un esquema de la estructura y los datos se detallan en la figura 4.

Con el fin de investigar la respuesta del comportamiento estructural sometido a una fuerte excitación sísmica, se utilizó un acelerograma del terremoto de Northridge originado en 1994, el cual fue causante de grandes daños en estructuras existentes.

2172





Figura 5: Acelerograma de Northiridge 1994

4.2 Análisis con control activo

La evaluación con control activo se realizó con un modelo de un grado de libertad donde los parámetros de masa, amortiguamiento y rigidez se obtuvieron de la estructura analizada.

Para analizar la sensibilidad del sistema a la variación de las matrices de peso Q y R, se utilizó el modelo con un horizonte de predicción $\lambda = 1$, lo cual significa que en el paso k, se calcula la fuerza de control para que en el instante siguiente k+1, la función de coste J sea mínima y, en dicho instante, se parte de la respuesta medida para obtener una nueva fuerza de control que minimice J en el instante k+2.

El retardo se adoptó igual a 0, lo que significa que el tiempo transcurrido desde la medición hasta la aplicación de la fuerza de control es nulo, cuestión que se justifica sólo en el caso de control pasivo.

Los resultados de las respuestas en desplazamiento, velocidades y aceleraciones, relativas a la estructura sin control y las fuerzas de control relativa a la masa de la estructura puede verse graficada en la figura 6, donde la relación q/r, se encuentra representada en escala logarítmica siendo q y r constantes que multiplican respectivamente a las matrices identidad y forman las

matrices de peso Q y R.

$$Q = q G = q \begin{bmatrix} 1 \times 10^8 & 0 \\ 0 & 1 \times 10^3 \end{bmatrix}$$
$$R = r I_{1x1} = r [1]$$



En la tabla 1, se observan los valores más significativos.

Figura 6: Variación de desplazamientos, velocidad, aceleración y fuerza de control relativa en función de la variación de q/r

q/r	FUERZAS CONTROL		DESPLAZAMIENTOS		VELOCIDADES		ACELERACIONES	
	MAX ABS	REL.	MAX ABS	REL.	MAX ABS	REL.	MAX ABS	REL.
	(KN)		(cm)		(cm/seg)		(cm/seg ²)	
Sin Control			0.251	100.00%	9.897	100.00%	566.900	100.00%
0.500	118.400	23.68%	0.114	45.49%	3.026	30.57%	195.600	34.50%
1.000	150.600	30.12%	0.080	32.06%	2.466	24.92%	157.400	27.77%
5.000	229.300	45.86%	0.037	14.84%	1.042	10.53%	61.990	10.93%
10.000	246.300	49.26%	0.028	11.30%	0.815	8.23%	56.060	9.89%
50.000	281.600	56.32%	0.020	8.16%	0.543	5.49%	97.040	17.12%

Tabla 1: Resumen de resultados del comportamiento de la estructura con control activo

4.3 Diseño de control pasivo

Habiendo realizado los análisis de sensibilidad del sistema frente a las matrices de peso, se elige para el dimensionamiento del sistema de control pasivo dos casos con distintos valores de matrices de relación q/r consiguiendo diferentes grados de control sobre la estructura y consecuentemente diferencias en el dimensionamiento de los dispositivos.

A través de las historias de fuerzas de control, desplazamientos y aceleraciones en cada instante de muestreo para cada caso evaluado, utilizando las ecuaciones (32) a (35), se obtuvieron los valores de rigidez y amortiguamiento óptimo para los resortes y amortiguadores ideales a aplicar en la estructura. Estos valores se exponen en la tabla 2.

Caso	a/r	K	С	
	q /1	KN/cm	KN seg/cm	
1	1.00	1866.00	8.28	
2	10.00	8508.00	37.62	

 Tabla 2: Valores óptimos de coeficientes rigidez y amortiguamiento del dispositivo de control pasivo obtenido a través de la modelización con control activo para dos casos distintos de grado de control

Con estos valores y siguiendo los criterios del punto 3.3 se dimensionaron dos dispositivos disipadores de energía por fluencia de acero cuyas características mecánicas y geométricas se muestran en la tabla 3.

Caso	Ν	ω_0	L	h	$\Delta_{ m fl}$	K _d	P _{fl}
	unidad	cm	cm	cm	cm	KN/cm	KN
1	8	19.60	8.45	1.27	0.064	1861	119.70
2	8	10.00	6.10	1.91	0.022	8528	190.40

Tabla 3: Características de los disipadores de energía adoptados para dos casos distintos de grado de control

Las características del acero utilizado para el dimensionamiento de los dispositivos corresponde a un acero F-24.

En la figura 7 se observa el comportamiento de la estructura sin control, con control activo y con el dispositivo de control pasivo para el caso 1, con menor grado de control sobre la estructura. En la figura 8 se muestra el comportamiento del elemento disipador para el mismo caso. En la figura 9 se observa el comportamiento de la estructura sin control, con control activo y con el dispositivo de control pasivo para el caso 2, con mayor grado de control sobre la estructura. En la figura 10 se muestra el comportamiento del elemento disipador para el mismo caso.



Figura 7: Respuesta de la estructura sin control, con control activo, con control pasivo para el caso 1.



Figura 8: Comportamiento del disipador de fluencia de aceros para el caso 1.



Figura 9: Respuesta de la estructura sin control, con control activo, con control pasivo para el caso 2.



Figura 10: Comportamiento del disipador de fluencia de aceros para el caso 2.

En la tabla 4, se resumen los valores extremos de desplazamientos obtenidos de los distintos modelos utilizados.

Decolozomiontos	SC	Cas	so 1	Caso 2		
Despiazamientos		СА	СР	СА	СР	
Máximo	0.147	0.046	0.050	0.015	0.016	
Mínimo	-0.251	-0.080	-0.087	-0.028	-0.063	
Máx Absoluto	0.251	0.080	0.087	0.028	0.063	
Relativo	100.00%	32.06%	34.78%	11.30%	25.19%	

Tabla 4: Comparación de valores extremos de desplazamientos para los modelos sin control, con control activo y con control pasivo para ambos casos analizados

5 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha avanzado sobre un trabajo previo donde se propuso la idea, y se ha desarrollado un procedimiento consistente en aplicar la teoría de control activo para obtener a través de su simulación numérica, historias de fuerzas de control útiles para el diseño y optimización de dispositivos de control pasivo. Para ello se ha elaborado un módulo de un software de control activo, y nuevos elementos simulando disipadores de energía, los cuales se han adosado a un software, con varios años de desarrollo, de análisis estático y dinámico no lineal que resuelve aplicando el método de los elementos finitos con formulación en desplazamientos.

Los resultados obtenidos en un ejemplo de aplicación han sido satisfactorios, pudiéndose observar que para diferentes grados de control, logrados a través de la elección de las matrices de peso R y Q se obtienen diferentes grados de aproximación de los dispositivos de control

pasivo con respecto al control activo.

Como resultados más alentadores se ha encontrado una manera sencilla de vincular los resultados obtenidos del análisis con control activo con el dimensionamiento de disipadores de energía por fluencia de aceros, obteniendo una respuesta muy satisfactoria en la comparación de los resultados.

Ampliando este trabajo, encontrando metodologías de dimensionamiento de otros dispositivos a través de los datos de control activo, se puede obtener una herramienta importante para el dimensionamiento de sistemas estructurales con control pasivo, los cuales pueden ser de implementación en estructuras sismorresistentes nuevas o en el campo de las intervenciones sobre estructuras existentes con el fin de su rehabilitación en su capacidad de resistencia antes fenómenos sísmicos.

6 AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a la Universidad Nacional de Rosario, y al Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras, por el apoyo recibido para la realización de este trabajo.

REFERENCIAS

- J. P. Ascheri, M. Rubinstein y O. Möller. Utilización de Técnicas de Control Activo Orientadas al Diseño de Dispositivos de Control Pasivo. *Memorias del VIII Congreso Argentino de Mecánica Computacional. Buenos Aires. Argentina.* 2005
- A. H. Barbat and J. M. Canet. *Estructuras Sometidas a Acciones Sísmicas*. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, 2ª Edición, 1994.
- D. J. Dowdell and C. E. Ventura. Application of Control Theory for optimal Design of Added Viscous and Friction Dampers. *Proceedings 13th World Conference on Earthquke Engineering. Vancouver. Canada. Paper No 2481. 2004.*
- Chin-Hsiung Loh, Pei-Yang-LinK and Nan-Hau Chung. Design of Dampers for Structures Based on Optimal Control Theory. *Earthquake Engng. Strct. Dyn, 29,1307-1323, 2000.*
- K. Kasai and M. Kibayashi. JSSI Manual for building passive control technology Part-1 Manual contents and Design/Analysis Methods. *Proceedings 13th World Conference on Earthquke Engineering. Vancouver. Canada. Paper No 2989. 2004.*
- A. M. Reinhorn, N. Gluck, J. Gluck, and R. Levy. Optimal Design of Supplemental Dampers for Control of Structures. *Proceedings 11th World Conference on Earthquke Engineering. Paris. France. Paper No 0998. 1998.*
- Y. Ribakov and J Gluck. Active Control Of MDOF Structures with Supplemental Electrorheological Fluid Dampers. *Earthquake Engng. Strct. Dyn*, 28,143-156, 1999.
- T. T. Soong. *Active Structural Control: Theory and Practice*. Longman Scientific & Technical. 1990.
- T. T. Soong and G.F. Dargush. *Pasive Energy Dissipation System in Structural Engineering*. John Wiley & Sons Ltd. 1997.