

## USO DE APRENDIZAJE AUTOMÁTICO PARA EVALUAR EL DESEMPEÑO DE MÉTODOS DE CUANTIFICACIÓN DE DAÑO

### USING MACHINE LEARNING TO EVALUATE THE PERFORMANCE OF A DAMAGE QUANTIFICATION METHOD

**Hernán Garrido, Martín Domizio, Oscar Curadelli y Daniel Ambrosini**

*Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo - carloshernangarrido@gmail.com*

CONICET

**Palabras clave:** daño, vigas, aprendizaje automático, curvatura.

**Resumen.** En el pasado se ha propuesto una innumerable cantidad de métodos para la detección y localización de daño en vigas. Sin embargo, la cuantificación de daño aún presenta dificultades. Una falencia que se observa en la literatura sobre estos métodos es la falta de pruebas de su generalidad; i.e., suelen evaluarse en un número limitado de ejemplos arbitrarios. A pesar de que estos métodos se basan en modelos generales, como dichos modelos son simplificadores, no hay seguridad de que su desempeño sea bueno en la generalidad de los casos reales que supuestamente se ajustan a dichos modelos. Por ello, aquí se plantea una evaluación más robusta, y que puede ejecutarse en un tiempo razonable. Se propone hacer un estudio paramétrico utilizando elementos finitos sólidos y variando varios parámetros; e.g. forma y dimensiones de la sección transversal, esbeltez de la viga, y disposición de los sensores. La enorme cantidad de resultados generados hace difícil su análisis por humanos. Como alternativa innovadora, se resume la información utilizando una herramienta de aprendizaje automático llamada árboles de decisión para clasificación. Así se logra distinguir la relevancia de cada parámetro y sus interrelaciones en el desempeño final del método puesto a prueba.

**Keywords:** damage, beams, machine learning, curvature.

**Abstract.** A myriad of methods for detecting and locating damage in beams have been proposed in the past. However, the quantification of damage still presents difficulties. One deficiency found in the literature on these methods is the lack of evidence for their generality; i.e., they are usually evaluated in a limited number of arbitrary examples. Although these methods are based on general models, as these models are simplifying, there is no guarantee that their performance will be good in the generality of the real cases that supposedly fit those models. For this reason, a more robust evaluation is proposed here, which can be carried out in a reasonable time. It is proposed to do a parametric study using solid finite elements and varying several parameters; e.g., the shape and dimensions of the cross section, the slenderness of the beam, and the arrangement of the sensors. The huge amount of data generated makes its analysis by humans difficult. As an innovative alternative, information is summarized using a machine learning tool called Decision Trees for Classification. Thus, it is possible to distinguish the relevance of each parameter and their interrelationships in the final performance of the method under test.

## 1. INTRODUCCIÓN

En el pasado se ha propuesto una innumerable cantidad de métodos para la detección y localización de daño en vigas utilizando la curvatura modal. De hecho, el trabajo fundacional de Pandey et al. (1991), quien propuso por primera vez el uso de la curvatura modal, tiene más de 2000 citas en la actualidad. Sin embargo, la cuantificación de daño aún presenta dificultades, las cuales han sido disminuidas recientemente (Garrido et al., 2020) gracias al uso de la curvatura modal media como indicador de la reducción de rigidez flexional media.

Una falencia que se observa en la literatura sobre los métodos de identificación de daño en general es la falta de pruebas de su generalidad; i.e., suelen evaluarse en un número limitado de ejemplos arbitrarios. A pesar de que estos métodos se basan en modelos generales, como dichos modelos son simplificadores, no hay seguridad de que su desempeño sea bueno en la generalidad de los casos reales que supuestamente se ajustan a dichos modelos.

Por ello, en este trabajo se propone una evaluación más robusta de los métodos, y que puede ejecutarse en un tiempo razonable. Se plantea hacer un estudio paramétrico utilizando elementos finitos sólidos y variando varios parámetros; e.g. forma y dimensiones de la sección transversal, esbeltez de la viga, y disposición de los sensores.

Surge aquí la dificultad de que la enorme cantidad de resultados generados hace difícil su análisis por humanos. Como alternativa innovadora, se resume la información utilizando una herramienta de aprendizaje automático llamada árboles de decisión para clasificación.

Así, se logra distinguir la relevancia de cada parámetro y sus interrelaciones en el desempeño final del método puesto a prueba.

## 2. MÉTODO DE IDENTIFICACIÓN DE DAÑO

En esta sección se describen resumidamente dos métodos de identificación (i.e., detección, localización y cuantificación) de daño recientemente publicados por Garrido et al. (2020).

La Fig. 1 muestra la disposición de los sensores en la viga y los principales símbolos; es decir: la longitud de la viga  $L$ , el eje representativo de la viga  $x$ , la rigidez a flexión (puntual) de la viga  $EI(x)$ , la rigidez a flexión de las regiones sanas  $EI_h$ , la rigidez a flexión más baja de la región dañada  $EI_d$ , la ubicación de la fisura  $x_d$ , la altura de la sección transversal de la viga  $h_s$ , el tamaño del paso o separación entre sensores  $h$ , el radio del entorno donde se promedia la curvatura modal media  $h^*$ , y el radio del entorno donde se reduce la rigidez a flexión debido al daño  $h_d$ . En este trabajo, se considera una sola fisura de ancho infinitesimal. Sin embargo, la extensión aparente de la región dañada es un valor finito ( $2h_d$ ) que está relacionado con la altura de la sección transversal  $h_s$  debido al principio de Saint-Venant (Sinha et al., 2002; Christides y Barr, 1984). De ahora en adelante, el término extensión de daño siempre se referirá a esta extensión de daño aparente.

### 2.1. Dos estimaciones de la curvatura modal

En este trabajo, la curvatura modal puntual  $\phi''(x_d)$  es la segunda derivada de la forma modal  $\phi$  en  $x = x_d$ , mientras que la curvatura modal media  $\underline{\phi}''(x_d, \pm h^*)$  denota el valor medio de la anterior en el intervalo  $(x_d - h^*, x_d + h^*)$ .

A partir del Cálculo Numérico, es bien sabido que (Burden y Faires, 2010):

$$\left| \frac{\phi(x_d - h) - 2\phi(x_d) + \phi(x_d + h)}{h^2} - \phi''(x_d) \right| \leq \frac{|\phi''''(c_{4h})| h^2}{12} + \frac{4\epsilon}{h^2}, \quad (1)$$

donde  $c_{4h} \in [x_d - h, x_d + h]$ , y  $\epsilon$  es la incertidumbre en  $\phi(x)$  debido al ruido y la resolución. El

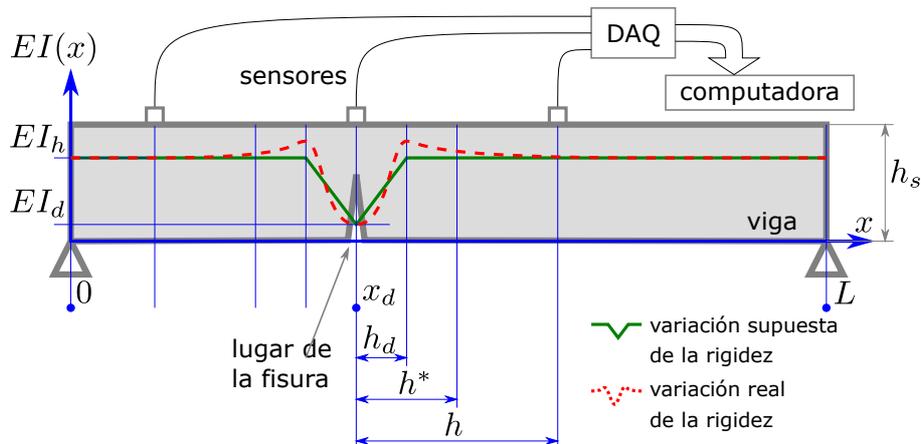


Figura 1: Disposición simplificada de sensores en la viga y principales símbolos.

primer término de la ecuación (1) es la segunda derivada numérica  $\phi''_N(x_d, \pm h)$ , calculada con la Fórmula de Derivación Numérica (FDN) clásica y un tamaño de paso igual a  $h$ . En el lado derecho, el primer término es el error de truncamiento y el segundo es el error de precisión.

A continuación, se encuentra una FDN para la curvatura modal media. Debido al Teorema Fundamental del Cálculo:

$$\underline{\phi}''(x_d, \pm \frac{h}{2}) = \frac{1}{h} \int_{x_d - \frac{h}{2}}^{x_d + \frac{h}{2}} \phi''(x) dx = \frac{\phi'(x_d + \frac{h}{2}) - \phi'(x_d - \frac{h}{2})}{h}. \quad (2)$$

Las primeras derivadas de la forma modal en  $x_d \pm (h/2)$  son (Burden y Faires, 2010):

$$\phi' \left( x_d \pm \frac{h}{2} \right) = \frac{\pm \phi(x_d \pm h) \mp \phi(x_d)}{h} - \frac{\phi'''(c_{3h}^\pm) h^2}{24}, \quad (3)$$

donde  $c_{3h}^+ \in [x_d, x_d + h]$ ,  $c_{3h}^- \in [x_d - h, x_d]$ , y el error de precisión se ha omitido por conveniencia. Reemplazando la ecuación (3) en la ecuación (2) y reconsiderando el error de precisión de la FDN, se encuentra que:

$$\left| \frac{\phi(x_d - h) - 2\phi(x_d) + \phi(x_d + h)}{h^2} - \underline{\phi}''(x_d, \pm \frac{h}{2}) \right| \leq \frac{|\phi'''(c_{3h})| h}{12} + \frac{4\epsilon}{h^2}, \quad (4)$$

donde  $c_{3h} \in [x_d - h, x_d + h]$ .

Dado que los primeros términos de las ecuaciones (1) y (4) son iguales, esto demuestra que  $\phi''_N(x_d, \pm h)$  estima ambas: la curvatura modal puntual  $\phi''(x_d)$ , y la curvatura modal media  $\underline{\phi}''(x, \pm h^*)$  para  $h^* = h/2$ ; con igual error de precisión y diferentes errores de truncamiento.

Suponiendo que la forma modal de la viga responde a:

$$\phi(x) = \sin \left( \frac{n\pi x}{L} \right) + \phi_d(x), x \in [0, L] \quad (5)$$

donde  $n$  es el número de modo, y  $\phi_d(x)$  es la variación en la forma modal debida al daño (estudiada por Whalen (2008)), los errores totales al estimar la curvatura modal puntual  $E_2$  y la curvatura modal media  $E_{2m}$  resultan, respectivamente:

$$E_2 = \frac{M_4 h^2}{12} + \frac{4\epsilon}{h^2} = \left( \frac{n\pi}{L} \right)^4 \frac{h^2}{12} + M_{d4} \frac{h^2}{12} + \frac{4\epsilon}{h^2}, \quad (6)$$

$$E_{2m} = \frac{M_3 h}{12} + \frac{4\epsilon}{h^2} = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^3 \frac{h}{12} + 2h_d M_{d4} \frac{h}{12} + \frac{4\epsilon}{h^2}, \quad (7)$$

donde  $M_p$  son cotas para las  $p$ -ésimas derivadas de  $\phi$ , y  $M_{d4}$  es una cota para  $\phi_d''''(x)$  que depende de la extensión y magnitud del daño. Los segundos miembros de las ecuaciones (6, 7) fueron obtenidos mediante expansión de Taylor.

En particular, puede demostrarse, también por expansión de Taylor, que  $M_{d4} \rightarrow \infty$  cuando  $EI(x_d) \rightarrow 0$ . Así, pueden reconocerse dos casos límite en las ecuaciones (6,7):

$$\text{daño leve} \implies \left( E_{2m} < E_2 \iff h > \frac{L}{n\pi} \right), \quad (8)$$

$$\text{daño severo} \implies (E_{2m} < E_2 \iff h > 2h_d). \quad (9)$$

Lo último significa que, cuando el daño es leve, la separación de sensores debe elegirse a partir de la longitud de onda del modo en cuestión. Sin embargo, cuando el daño es severo y concentrado, es posible que, con el fin de mantener chico al error de precisión ( $4\epsilon/h^2$ ), se trabaje con valores de  $h$  más grandes que la extensión del daño, en cuyo caso la FDN estima mejor a la curvatura modal media que a la curvatura modal puntual.

## 2.2. Dos indicadores de daño y dos métodos para su cuantificación

La ecuación modal de movimiento de una viga de Euler-Bernoulli, con área de sección transversal  $A$  y momento de inercia  $I(x)$ , módulo de Young  $E$ , y densidad lineal de masa  $\rho$ , para un modo particular  $\phi(x)$  de frecuencia natural  $\omega$ , es:

$$(EI(x)\phi''(x))'' = \omega^2 \rho A \phi(x). \quad (10)$$

Suponiendo que la viga está simplemente apoyada, la  $n$ -ésima forma modal puede escribirse, sin pérdida de generalidad, como en la ecuación (5). Considerando esto, integraciones sucesivas de la ecuación (10) conducen a la siguiente aproximación del momento modal:

$$M(x) \approx -\omega^2 \rho A \left(\frac{L}{n\pi}\right)^2 \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \approx -\omega^2 \rho A \left(\frac{L}{n\pi}\right)^2 \phi(x). \quad (11)$$

Esta aproximación y la relación  $EI(x) = \frac{M(x)}{\phi''(x)}$  permiten definir y estimar el siguiente indicador:

$$H_{EI}(x_d) = \frac{EI_d}{EI_h} = \frac{EI(x_d)}{EI_h} \approx -\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \frac{\phi(x_d)}{\phi''(x_d)} \approx -\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \frac{\phi(x_d)}{\phi_N''(x_d, \pm h)}, \quad (12)$$

llamado *reducción de rigidez flexional puntual* (=1 para la viga sana).

Por otra parte, puede definirse la rigidez flexional media  $k$  en el segmento de viga  $[x_d - h^*, x_d + h^*]$ , como el cociente entre un momento flector constante y la rotación que produciría:

$$k = \frac{M}{\int_{x_d-h^*}^{x_d+h^*} \phi''(x) dx} = \left[ \int_{x_d-h^*}^{x_d+h^*} \frac{\phi''(x)}{M} dx \right]^{-1} = \left[ \int_{x_d-h^*}^{x_d+h^*} (EI(x))^{-1} dx \right]^{-1} \quad (13)$$

A partir de esta rigidez, puede definirse y aproximarse el siguiente indicador de daño:

$$H_k(x_d, \pm h^*) = \frac{k_d}{k_h} \approx -\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \frac{\phi(x_d, \pm h^*)}{\phi_N''(x_d, \pm h^*)} \approx -\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \frac{\phi(x_d, \pm h^*)}{\phi_N''(x_d, \pm h^*)}, \quad (14)$$

llamado *reducción de rigidez flexional media* en el intervalo  $[x_d - h^*, x_d + h^*]$ .

Note que  $H_k(x_d, \pm h^*)$  se estima a partir la curvatura modal media, la cual puede ser estimada por la FDN con menor error que la curvatura modal puntual. Sin embargo, el factor de seguridad remanente está más relacionado con  $H_{EI}(x_d)$ . Una fórmula que relacione estos dos indicadores es muy útil porque permite utilizar aquel que se estima con menor error ( $H_k(x_d, \pm h^*)$ ) para encontrar aquel que indica más objetivamente el daño ( $H_{EI}(x_d)$ ). Suponiendo que  $EI(x)$  es lineal por tramos como la curva verde en la Fig. 1, esta relación resulta (Garrido et al., 2020):

$$H_k(x_d, \pm h^*) = \left[ \frac{h_d}{h^*} \left( \frac{\ln(H_{EI}(x_d))}{H_{EI}(x_d) - 1} - 1 \right) + 1 \right]^{-1}, h^* \geq h_d. \quad (15)$$

Con base en lo desarrollado, se presentan dos métodos posibles para cuantificar el daño:

- Método  $H_{EI}$ : consiste en estimar  $H_{EI}(x_d)$  usando (12) con  $h$  lo más pequeño posible.
- Método  $H_k$ : consiste en estimar  $H_k(x_d, \pm h^*)$  usando (14) con  $h = 2h^*$  del orden de la altura de la viga  $h_s$ , y luego calcular  $H_{EI}(x_d)$  resolviendo (15).

Luego, puede usarse la relación  $I_d = I_h H_{EI}(x_d)$  para estimar el factor de seguridad.

### 3. SIMULACIONES NUMÉRICAS

Con el fin de evaluar la capacidad de los métodos propuestos para cuantificar el daño en una amplia variedad de casos, se realizó un estudio paramétrico a través de un conjunto de 18816 simulaciones numéricas. Estos casos involucran la variación de: ubicación de la fisura a lo largo del eje horizontal, posición(es) de la(s) fisura(s) dentro de la sección transversal (i.e., cara superior o inferior), profundidad de la(s) fisura(s), y geometría de la sección transversal.

Las vigas se modelaron utilizando elementos finitos sólidos con APDL-ANSYS. La malla consistió de hexaedros con relaciones de aspecto de entre 1:1 y 1:4. La cantidad de elementos se fijó en 400 a lo largo del eje de la viga. Las condiciones de contorno emularon de forma realista una viga simplemente apoyada mediante restricciones verticales en los primeros y últimos nodos de la cara inferior. En cada modelo, se realizó un análisis modal; de donde se extrajo la forma del modo con mayor factor de participación en la dirección vertical.

El estudio paramétrico se dividió en 2 grupos, uno para sección transversal rectangular (1), y otro para rectangular hueca (2). Para cada grupo, se consideraron dos materiales: acero ( $E = 200$  GPa,  $\rho = 7800$  kg/m<sup>3</sup>,  $\nu = 0,3$ ) y hormigón ( $E = 20$  GPa,  $\rho = 2000$  kg/m<sup>3</sup>,  $\nu = 0,2$ ). La longitud de la viga se estableció, sin pérdida de generalidad, en  $L = 1$  m.

En el grupo 1, los parámetros fueron los siguientes: 2 materiales (acero y hormigón), 8 alturas ( $h_s = L/5$  a  $h_s = L/40$ ), 2 bases ( $b_s = h_s/2$  y  $b_s = h_s/5$ ), 2 ubicaciones de la fisura ( $x_d = L/4$  y  $x_d = L/2$ ), 7 profundidades de la fisura inferior ( $d_l = 0$  a  $d_l = 0,3h_s$ ), 7 profundidades de la fisura superior ( $d_u = 0$  a  $d_u = 0,3h_s$ ), y 3 posiciones de los sensores (en la cara inferior  $s_p = 0$ , en el centro  $s_p = 0,5h_s$  y en la cara superior  $s_p = h_s$ ); lo que computa 9408 casos. En el grupo 2, los parámetros y valores fueron los mismos excepto por: 1 base ( $b_s = h_s/2$ ), y 2 espesores ( $t_s = h_s/10$  y  $t_s = h_s/40$ ); lo que computa otros 9408 casos.

### 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS MEDIANTE ÁRBOLES DE DECISIÓN

A partir de las simulaciones numéricas, se obtuvieron 18816 formas modales, muestreadas en 401 puntos con 15 dígitos cada uno. Así, el error de precisión, cuya causa es el redondeo en este caso, es insignificante en comparación con el error de truncamiento. Los dos métodos descritos se aplicaron a esas formas modales en las ubicaciones de las fisuras.

En el primer método ( $H_{EI}$ ), se consideró la separación de sensores más pequeña posible, es decir,  $h = L/400$ . Claramente, el tamaño del paso resultante no es posible si se usaran acelerómetros discretos, pero es razonable si se dispone de un vibrómetro láser de escaneo, como el utilizado por [Chen et al. \(2018\)](#). El segundo método ( $H_k$ ) tiene dos parámetros importantes: (1) la suposición de la extensión del daño aparente, que se estableció empíricamente en  $h_d = 0,5h_s$ ; y (2) el intervalo de integración, que se estableció con  $h^* = 2h_d$ . Esto resulta en una separación de sensores que es práctica para acelerómetros discretos; es decir,  $h = 2h^* = 2h_s$ .

Para cada caso, y a partir de los parámetros geométricos  $h_s, b_s, t_s, d_l$  y  $d_u$ , se calcularon (vía integración numérica) los momentos de inercia de viga sana  $I_h$  y dañada  $I_d$  reales asumiendo que el eje neutro en  $x = x_d$  está en el eje centroidal de la sección transversal remanente. A partir de estos momentos de inercia de viga sana y dañada reales, los valores reales de  $H_{EI}(x_d)$  se obtuvieron simplemente como  $I_d/I_h$ . El error  $e$  de cada método al cuantificar el daño es, por lo tanto, la diferencia entre los valores reales y estimados de  $H_{EI}(x_d)$ ; i.e., la diferencia entre los calculados geoméricamente y usando ambos métodos.

En un primer vistazo a la distribución de errores, mediante histogramas como el que se muestra en la Fig. 3, se aprecia que el error absoluto es muy pequeño para algunos casos y muy grande para otros. Por ello, se entrenaron 4 árboles de decisión para clasificación ([Raschka y Mirjalili, 2019](#)), uno por cada combinación de método y grupo de casos, para así descubrir reglas que permitan *separar o filtrar* los casos en los que cada método es aplicable para cuantificar el daño, es decir, su error absoluto  $|e|$  es menor al 25 %, de aquellos en los que no lo es. Se eligieron árboles de clasificación, de entre otras herramientas, porque los modelos resultantes se pueden transformar fácilmente en reglas comprensibles por humanos. Se puede encontrar una revisión completa sobre árboles de decisión para clasificación en ([Raschka y Mirjalili, 2019](#)).

En el presente trabajo, se entrenaron (ajustaron) automáticamente usando la función *fitctree* de Matlab, con el algoritmo y las opciones predeterminados; y se podaron (simplificaron) con la función de Matlab *prune* ([MATLAB, 2018](#)). Para entrenar los árboles se utilizaron 3 predictores continuos:  $L/h_s, d_l/h_s, d_u/h_s$ ; y 4 predictores categóricos: material,  $t_s/h_s, b_s/h_s, s_p/h_s, x_d/L$ . Cada caso fue etiquetado con uno de los siguientes nombres de clase: “ $|e| \geq 25\%$ ” o “ $|e| < 25\%$ ”. Luego se podaron los árboles, con el fin de obtener reglas más simples, con la condición de que las probabilidades estimadas de clasificación correcta fueran superiores al 75 % en todas las hojas del árbol.

#### 4.1. Sección transversal rectangular

La Fig. 2 muestra las reglas resultantes (árbol entrenado y podado) para el método  $H_{EI}$  cuando se aplica a los casos con una sección transversal rectangular. Se puede observar que el parámetro más importante es la posición de los sensores: si se instalan a media altura, el método tiene un error absoluto menor al 25 %; de lo contrario, deben instalarse en una cara sana.

La Fig. 3 muestra un histograma de todos los casos del grupo 1 y los filtrados usando las reglas de la Fig. 2. Los mismos datos se muestran en un diagrama de dispersión, junto con una línea recta, lo que significa que el valor estimado de  $H_{EI}(x_d)$  debería ser igual a su valor real. Note que los casos en los que se sobrestimó el daño fueron filtrados por las reglas, pero algunos de aquellos en los que se lo subestimó desafortunadamente las pasaron (puntos bajo la recta).

La Fig. 4 muestra la regla resultante para el método  $H_k$  cuando se aplica a casos de sección transversal rectangular. Notablemente, la relación de esbeltez de la viga es el único parámetro que determina si el método es útil; es decir, cuando  $h_s = L/10$  o menos, el error es aceptable.

La Fig. 5 muestra un histograma de todos los casos del grupo 1 y los filtrados usando las reglas de la Fig. 4 para el segundo método ( $H_k$ ). Consistentemente con la base promediadora

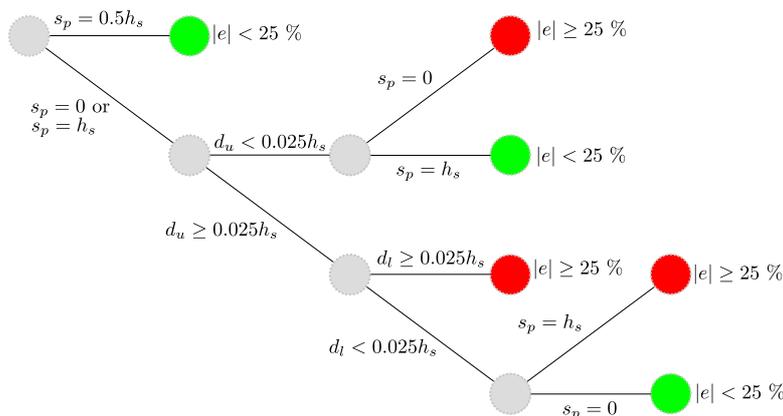


Figura 2: Árbol de clasificación entrenado y podado para el método  $H_{EI}$  con sección transversal rectangular.

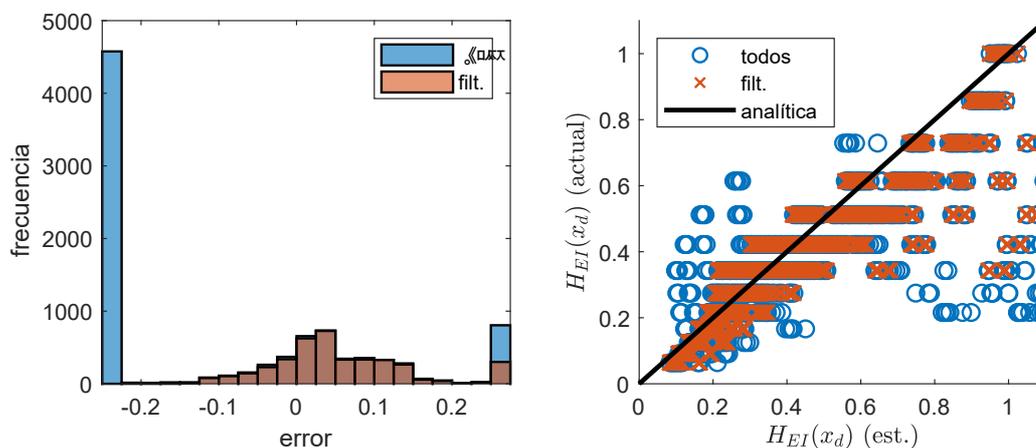


Figura 3: Histograma de error y diagrama de dispersión de resultados para el método  $H_{EI}$  para todos los casos de sección transversal rectangular. La primera y última barra acumulan  $e < -0,25$  y  $e > 0,25$ , respectivamente.

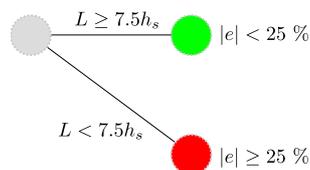


Figura 4: Árbol de clasificación entrenado y podado para el método  $H_k$  en los dos grupos: secciones transversales rectangulares y rectangulares huecas.

de este método, ninguno de los casos sobrestimó el daño de manera significativa pero muchos lo subestimaron. Curiosamente, la única regla de la Fig. 4 es suficiente para filtrar la mayoría de esos últimos casos. Los mismos datos se muestran en un diagrama de dispersión junto con una curva que representa la ecuación (15). Los datos que se muestran en el diagrama de dispersión de la Fig. 5 evidencian que la suposición de que  $h_d = 0,5h_s$  es correcta para el modelo de  $EI(x)$  usado al obtener la ecuación (15).

La esbeltez de la sección transversal no resultó un parámetro relevante con ninguno de los dos métodos. Note cómo  $b_s/h_s$  está ausente en las Figs. 2 y 4.

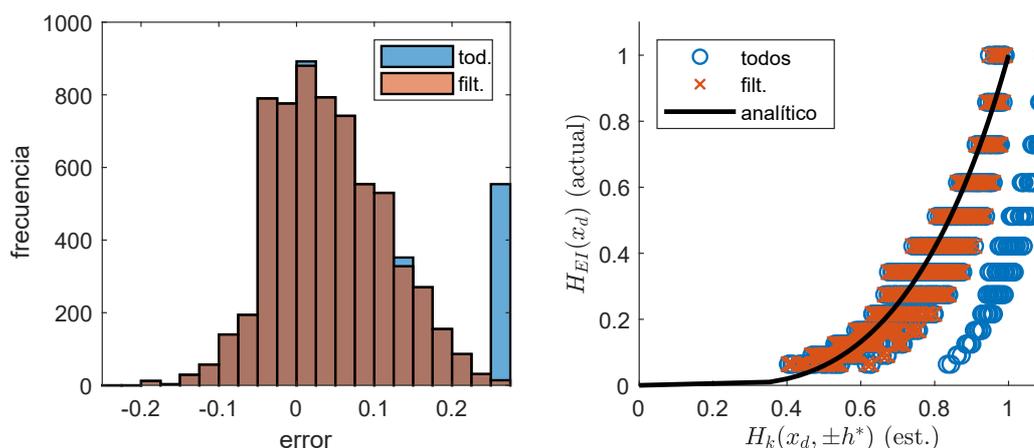


Figura 5: Histograma de error y diagrama de dispersión de resultados para el método  $H_k$  para todos los casos de sección transversal rectangular. La primera y última barra acumulan  $e < -0,25$  y  $e > 0,25$ , respectivamente.

#### 4.2. Sección transversal rectangular hueca

Para la aplicación del primer método al grupo de casos con sección transversal rectangular hueca, la Fig. 6 muestra que instalar los sensores a la altura media de la viga no es suficiente para que el método funcione; si no que, además, la viga tiene que ser esbelta o el daño debe estar en la mitad de la longitud. Los sensores se pueden instalar en una cara, si es una cara sana. Si ambas caras están dañadas, el método no funciona a menos que los sensores estén a media altura y la viga sea esbelta.

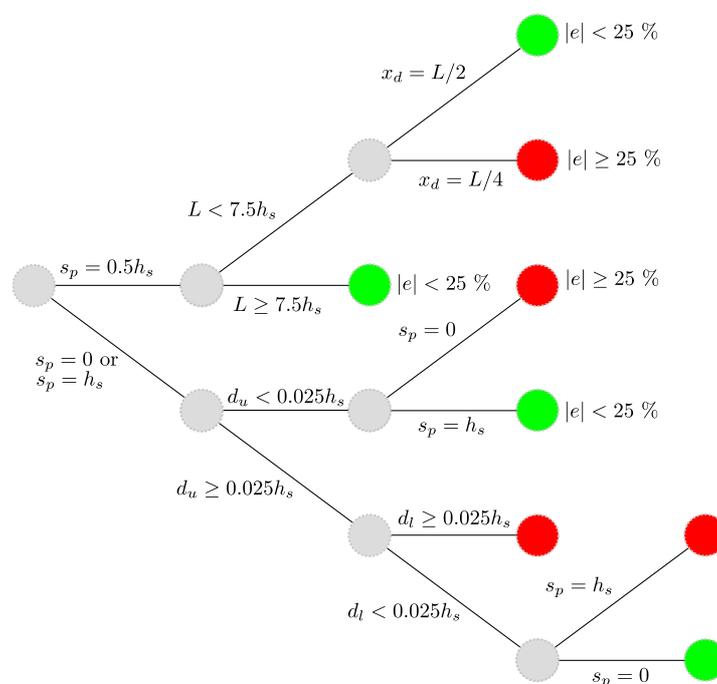


Figura 6: Árbol de clasificación entrenado y podado para el método  $H_{EI}$  con sección transversal rectangular hueca.

La Fig. 7 muestra que las reglas de la Fig. 6 filtran casi todos los casos en los que el primer método sobrestima o subestima el daño. Cuando se la compara con la Fig. 3, se observa una

dispersión similar.

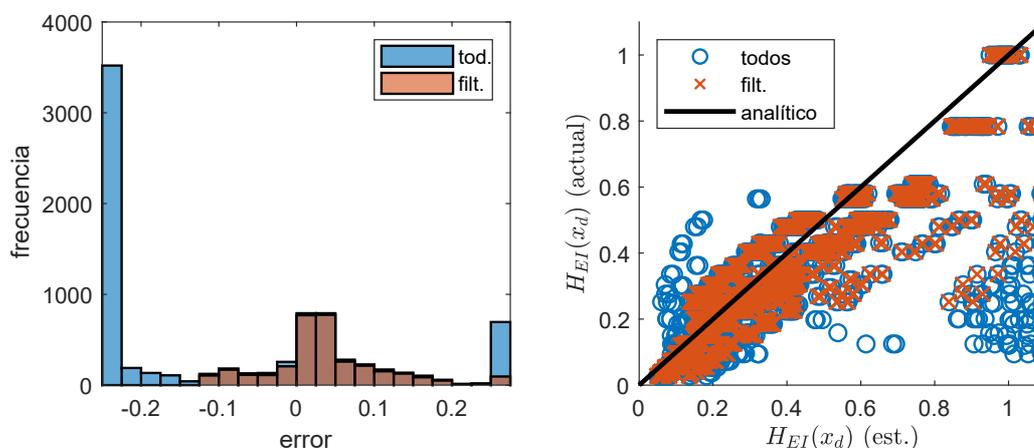


Figura 7: Histograma de error y diagrama de dispersión de resultados para el método  $H_{EI}$  para todos los casos de sección transversal rectangular hueca. La primera y última barra acumulan  $e < -0,25$  y  $e > 0,25$ , respectivamente.

La Fig. 4 muestra que la misma regla que separa los casos en los que funciona el segundo método ( $H_k$ ) vale tanto para las secciones transversales rectangulares como para las rectangulares huecas. Es decir, sólo se necesita que la viga sea más esbelta que una con  $L = 7,5h_s$ .

La Fig. 8 muestra bastante subestimación del daño, en acuerdo con la base promediadora del segundo método ( $H_k$ ). Afortunadamente, la única regla de la Fig. 4 fue suficiente para filtrar casi todos los casos en los que el error es mayor que 25 %. Más importante aún, la nube de puntos filtrados en el diagrama de dispersión se ajusta bien a la curva que relaciona ambos indicadores de daño. Esto amplía, a secciones rectangulares huecas, la evidencia de la validez de la ecuación (15) y de las suposiciones a partir de las cuales se la obtuvo.

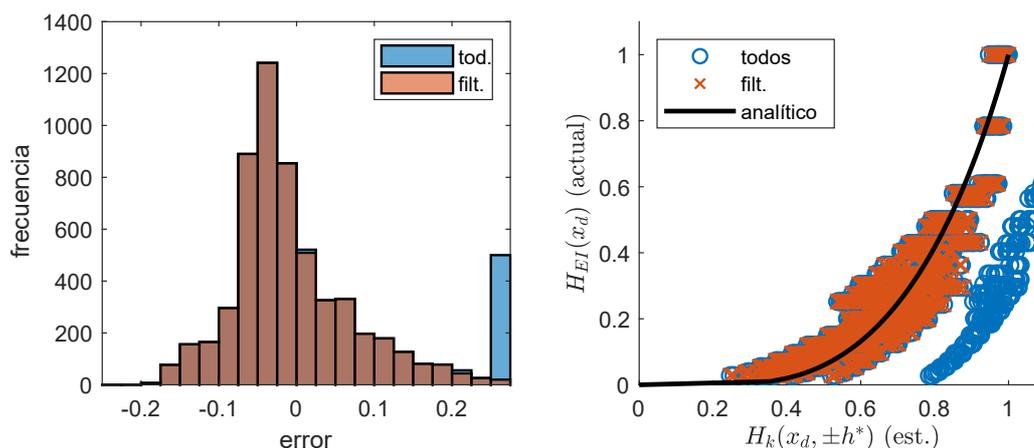


Figura 8: Histograma de error y diagrama de dispersión de resultados para el método  $H_k$  para todos los casos de sección transversal rectangular hueca. La primera y última barra acumulan  $e < -0,25$  y  $e > 0,25$ , respectivamente.

Curiosamente, el espesor no resultó un parámetro relevante con ninguno de los dos métodos. Note cómo  $t_s/h_s$  está ausente en las Figs. 4 y 6.

## 5. CONCLUSIONES

Se describieron dos métodos para la identificación de daño en vigas simplemente apoyadas: el primero basado en la curvatura modal puntual (llamado  $H_{EI}$ ), y el segundo en la curvatura modal media (llamado  $H_k$ ).

Ambos métodos se pusieron a prueba, en lo que respecta a *cuantificación del daño*, en decenas de miles de situaciones que abarcan secciones transversales rectangulares y rectangulares huecas. Los resultados se analizaron con una herramienta de aprendizaje automático llamada árboles de decisión para clasificación, con lo cual se *descubrió* lo siguiente.

Es irrelevante la esbeltez de la sección transversal maciza y el espesor de la hueca.

El método  $H_{EI}$  falla cuando los sensores se instalan en una cara fisurada.

La única diferencia encontrada entre las dos secciones transversales estudiadas es que, en la hueca, el método  $H_{EI}$  falla cuando la fisura está cerca de los apoyos y la viga no es esbelta. Esto puede deberse a la deformación de la sección cerca de los apoyos (que se emularon de forma realista restringiendo sólo los nodos de la cara inferior).

El método  $H_k$  funciona siempre que la viga sea esbelta.

La suposición de que la rigidez flexional puntual es lineal por tramos y tiene una zona de influencia de ancho igual a la altura de la viga es válida para estimar la reducción de rigidez flexional puntual a partir de la reducción de rigidez flexional media.

## 6. AGRADECIMIENTOS

Se agradece el apoyo económico de CONICET y de la Universidad Nacional de Cuyo.

## REFERENCIAS

- Burden R.L. y Faires J.D. *Numerical Analysis*. Brooks/Cole - Cengage Learning, Boston, 9 edición, 2010. ISBN -13: 978-0-538-73351-9.
- Chen D.m., Xu Y., y Zhu W. Identification of damage in plates using full-field measurement with a continuously scanning laser Doppler vibrometer system. *Journal of Sound and Vibration*, 422:542–567, 2018. ISSN 0022460X. doi:10.1016/j.jsv.2018.01.005.
- Christides S. y Barr A. One-dimensional theory of cracked Bernoulli-Euler beams. *International Journal of Mechanical Sciences*, 26(11-12):639–648, 1984. ISSN 00207403. doi: 10.1016/0020-7403(84)90017-1.
- Garrido H., Domizio M., Curadelli O., y Ambrosini D. Numerical, statistical and experimental investigation on damage quantification in beams from modal curvature. *Journal of Sound and Vibration*, 485, 2020. ISSN 10958568. doi:10.1016/j.jsv.2020.115591.
- MATLAB. *version 7.10.0 (R2018a)*. The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts, 2018.
- Pandey A., Biswas M., y Samman M. Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of Sound and Vibration*, 145(2):321–332, 1991. ISSN 0022460X. doi: 10.1016/0022-460X(91)90595-B.
- Raschka S. y Mirjalili V. *Python Machine Learning*. Packt Publishing Ltd., BIRMINGHAM - MUMBAI, 3 edición, 2019. ISBN 9781789955750.
- Sinha J.K., Friswell M.I., y Edwards S. Simplified models for the location of cracks in beam structures using measured vibration data. *Journal of Sound and Vibration*, 251(1):13–38, 2002. ISSN 0022460X. doi:10.1006/jsvi.2001.3978.
- Whalen T.M. The behavior of higher order mode shape derivatives in damaged, beam-like structures. *Journal of Sound and Vibration*, 309(3-5):426–464, 2008. ISSN 10958568. doi: 10.1016/j.jsv.2007.07.054.