

## RESPUESTA DE VIGAS CORTAS DE HORMIGÓN CON ENTALLA SOMETIDAS A IMPACTO DE BAJA VELOCIDAD

### RESPONSE OF SHORT NOTCHED CONCRETE BEAMS UNDER LOW VELOCITY IMPACT LOAD

Facundo Isla<sup>a,b</sup>, Juan C. Vivas<sup>b,c</sup>, Sebastian Bianchi<sup>a</sup>, Bibiana Luccioni<sup>a,b</sup>, Graciela Giaccio<sup>d,c</sup>, Raúl Zerbino<sup>b,c</sup>

<sup>a</sup>Instituto de Estructuras, FACET, UNT, Av. Independencia 1800, 4000 S.M. de Tucumán, Argentina, [fisla@herrera.unt.edu.ar](mailto:fisla@herrera.unt.edu.ar), <http://www.facet.unt.edu.ar/iest/>

<sup>b</sup>CONICET, Godoy Cruz 2290, C1425FQB CABA, Argentina, <http://www.conicet.gov.ar/>

<sup>c</sup>LEMIT, Calle:52 e/ 121 y 122, B1900AYB La Plata, Argentina, <http://www.lemitec.gov.ar/>

<sup>d</sup>CIC, Calle 526 e/10 y 11, La Plata, Argentina, <http://www.cic.gba.gov.ar/>

**Palabras Clave:** Hormigón, impacto, falla de hormigón, energía.

**Resumen.** Los ensayos de tipo “Drop -Weigh Impact Test” se utilizan con frecuencia en la bibliografía para caracterizar el comportamiento a impacto de distintos tipos de hormigón. Sin embargo, no existe un ensayo de uso generalizado, ni se conoce la vinculación entre los resultados de este ensayo y el comportamiento estático del material. En este trabajo se analiza numéricamente mediante un hidrocódigo comercial el comportamiento de vigas cortas de hormigón con entalla en ensayos de impacto tipo “Drop -Weigh Impact Test” con el objetivo de correlacionar la respuesta con las propiedades del material. Las acciones aplicadas consisten en golpes sucesivos de una masa, hasta alcanzar la rotura de la viga. Se modela la máquina de ensayo en detalle, considerando los efectos dinámicos de cada pieza y teniendo en cuenta las interfaces de contacto de las mismas, con coeficientes de fricción calibrados con resultados experimentales de la máquina real. Para las piezas de la máquina se utiliza un modelo elástico lineal, mientras que para la viga de hormigón se adopta un modelo no lineal dependiente de la velocidad de deformación, calibrado con propiedades obtenidas de ensayos de caracterización estática. El estudio permite analizar el comportamiento de la viga corta con entalla, el modo de falla de la misma, como también la evolución de las fisuras.

**Keywords:** Concrete, impact, concrete failure, energy

**Abstract.** Drop-Weight Impact Test tests are frequently used in the literature to characterize the impact behavior of different types of concrete. However, there is no standardized test and the relation between the results of this test and material performance is not known. In order to correlate the response with the static properties of the material, the behavior of short concrete beams with notches subjected to Drop-Weight Impact Tests is numerically analyzed with a commercial hydrocode in this paper. The load consists of successive blows of a mass, until the beam breaks. The testing machine is modeled in detail, considering the dynamic effects of each part and taking into account their contact interfaces, with friction coefficients calibrated with experimental results of the actual machine. For the machine parts, a linear elastic model is used, while for the concrete specimen a non-linear model dependent on the deformation rate is adopted: The model parameters are calibrated from static characterization tests results. The behavior of the short-notched beam, its failure mode, as well as the evolution of the cracks are analyzed.

## 1 INTRODUCCIÓN

El Hormigón Reforzado con Fibras (HRF) es un material compuesto que, entre otras ventajas, presenta un muy buen desempeño frente a cargas de impacto ([ACI Committee 544 1999](#)); aunque se ha implementado en la construcción de muchas estructuras sometidas a estas acciones, la comprensión de su comportamiento es bastante limitada. Se han hecho cuantiosos esfuerzos para definir métodos de ensayo que permitan caracterizar la respuesta del HRF ante cargas de impacto.

Entre los métodos de ensayos más conocidos se pueden citar la barra de Hopkinson, el impacto con el péndulo Charpy, el ensayo con proyectiles balísticos, entre otros ([ACI Committee 544 2017](#); [Yoo and Banthia 2019](#)), pero, el método más implementado y actualmente en auge es el ensayo de impacto por la caída libre de un proyectil (*Drop -Weight Impact Test*). Este método puede realizarse con una máquina de ensayo disponible en muchos laboratorios del mundo porque se usa en el estudio de metales ([American Society for Testing and Materials 1997, 2000](#)). Por otra parte, permite ensayar probetas con dimensiones adecuadas para HRF con tamaños máximos de agregados utilizados en todo tipo de aplicaciones. Sin embargo, aún no existe una normalización ni un consenso general acerca de cuál es la mejor metodología para realizarlo, lo que dificulta la comparación de resultados. La bibliografía consigna ensayos de impacto por la caída libre de un proyectil con distintas instrumentaciones (instrumentado o no instrumentado), formas de aplicación de carga (impacto simple, impactos repetidos, alturas fijas, alturas crecientes) y variables (número de impactos, abertura de fisura, deflexión, tamaño del daño, aceleración, fuerza, tensión) ([Yoo and Banthia 2019](#)).

Como parte de un proyecto que se lleva a cabo entre el LEMIT-CIC y el IEST-UNT, que pretende evaluar el desempeño de HRF de distintas características, se ha diseñado un ensayo de impacto por caídas repetidas de un proyectil pesado ([J.C. Vivas et al. 2021](#); [Juan C. Vivas et al. 2020](#)) que, entre sus ventajas, permite evaluar el material tanto antes, como después de fisuración (Fase 1 y Fase 2), y es aplicable incluso en hormigones de alta resistencia. Actualmente el método se encuentra en etapa de implementación y se requiere el análisis de la distribución de fuerzas y tensiones tanto en el proyectil como en la máquina, así como la distribución de la energía suministrada luego del impacto, en ambas Fases. En una primera instancia ([J.C. Vivas et al. 2021](#)) se avanzó con el análisis de la Fase 1 y el presente trabajo trata sobre la evaluación de la respuesta en estado fisurado.

En este artículo se presentan detalles del modelo numérico realizado y su calibración para el HRF. Se incluye la verificación de los resultados numéricos con los experimentales en pruebas instrumentadas para medir la carga de impacto. Finalmente se presentan los resultados del modelo para impactos repetidos, que permiten analizar la variación de la carga de impacto y de la apertura de fisura (COD) durante las Fases 1 y 2.

## 2 ESTUDIO EXPERIMENTAL

### 2.1 Ensayo de impacto

Para el ensayo se utiliza una máquina de impacto como la mostrada en la [Figura 1a](#), que se usa en los ensayos ASTM E436 y E208 ([American Society for Testing and Materials 1997, 2000](#)). La viga adoptada es un prisma de 150 x 150 x 300 mm ([Figura 1b](#)), a la cual se le realiza, mediante aserrado, una entalla de 25 mm de profundidad y que se ubica en el centro de la cara traccionada; la viga se dispone simplemente apoyada y sujeta a los apoyos a través de zunchos de fijación.

La prueba consiste en dejar caer repetidas veces un proyectil de masa ( $m$ ) 5 kg sobre la viga, en base a un patrón de impactos preestablecido variando la altura ( $h$ ). Este patrón incluye dos

Fases, en la Fase 1 se proporciona un impacto en cada cota, comenzando con una altura inicial ( $h_0$ ) de 100 mm e incrementando  $h$  sucesivamente en 50 mm, hasta que aparezca la fisura. Entonces se inicia la Fase 2, en la que se propician tres impactos en cada altura, comenzando con una  $h_0$  de 100 mm pero, a diferencia de la primera fase, los incrementos de cota son cada 100 mm.

Luego de cada impacto se registra la abertura de la fisura ( $COD$ ) a una altura de 5 mm por encima del fondo de entalla, utilizando un microscopio digital tipo Dino Lite AM4113T. Con los datos obtenidos se representa la llamada *curva de impacto* (Figura 1c) donde en el eje de las abscisas se dibujan los valores de  $COD$  y en el eje de las ordenadas la Energía Acumulada ( $E^*$ ), en cada impacto. La energía de cada impacto ( $E$ ) se calcula como  $m \cdot g \cdot h$  (donde  $g$  es la aceleración de la gravedad) y  $E^*$  es la suma de las  $E$  de todos los impactos dados hasta un punto específico del ensayo.

En base a esta *curva de impacto*, se han definido parámetros para el análisis:  $E_C$  la energía acumulada en el momento de la fisuración,  $COD_C$  la abertura inicial de dicha fisura,  $E_P$  la energía recibida por la probeta entre la fisuración inicial y el final del ensayo,  $V_C$  es la velocidad de fisuración, determinada como la inversa de la pendiente de la curva de impacto entre las aberturas 0,5 y 2,5 mm, y  $E_T$  la energía total, sumatoria de  $E_C$  y  $E_P$ .

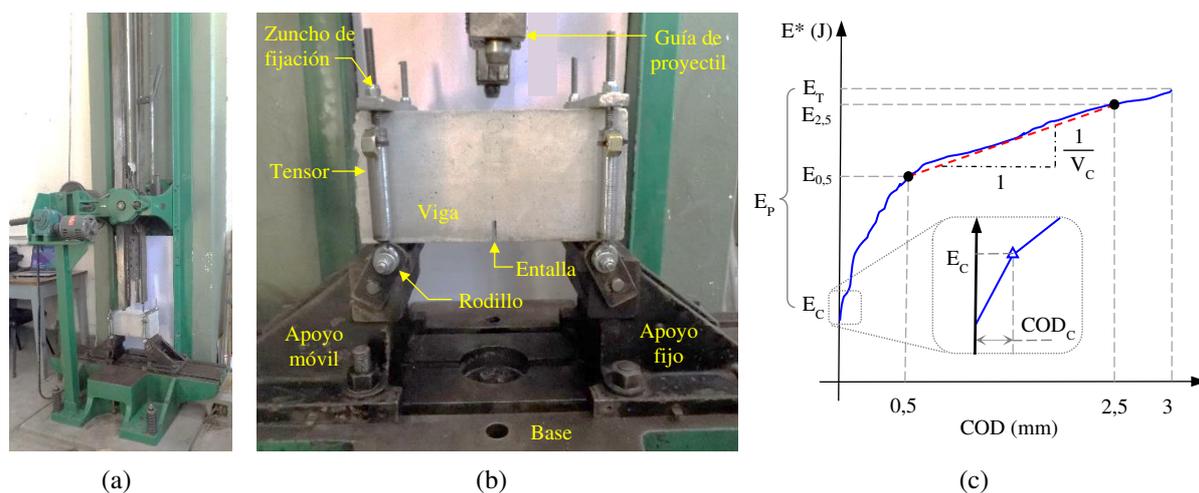


Figura 1: Ensayo de impacto. a) Máquina de ensayo, b) Configuración del ensayo, c) Esquema de curva de impacto.

En la Figura 2 se muestra una curva del patrón de impactos del ensayo propuesto. En este ejemplo la Fase 1 contempló 11 impactos (hasta una altura  $h = 600$  mm) y en la Fase 2 se proporcionaron 30 impactos (hasta una altura  $h = 1000$  mm). Las barras, referidas al eje de la izquierda, representan la energía potencial ( $E$ ) entregada en cada impacto, mientras que la línea de trazos y puntos, referida al eje de la derecha, representa la energía potencial acumulada ( $E^*$ ) en todo el ensayo.

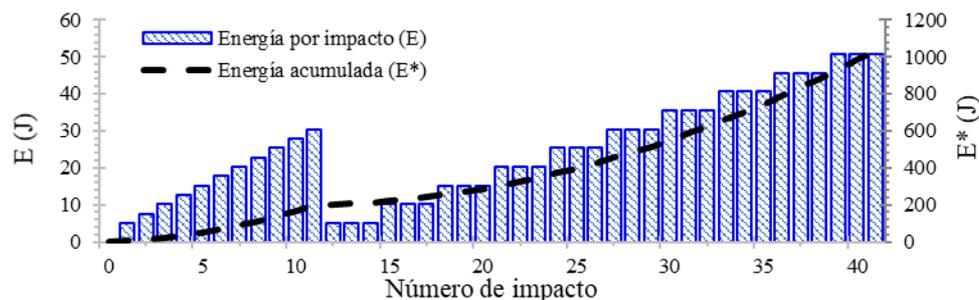


Figura 2: Patrón de impactos del método propuesto

Para la comparación de los resultados numéricos con los experimentales se instrumentó la prueba, adosando una celda de carga piezoeléctrica PCB-203B, con capacidad máxima de 89kN, en el centro de la cara superior de la viga, que es la zona de contacto con el proyectil. Por arriba y por abajo de la celda se dispusieron placas de acero de 10 mm de espesor, para distribución de carga y protección de celda, como se muestra en la Figura 3.

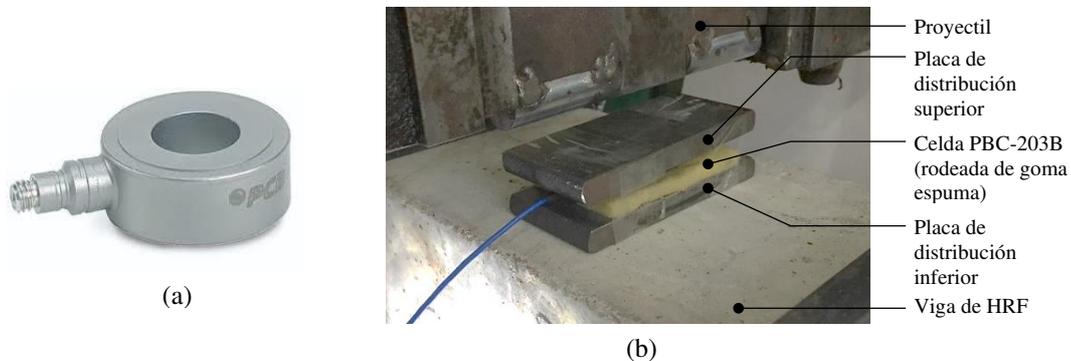


Figura 3: Medición de carga. a) Celda de carga PCB-203B. b) Montaje de celda de carga con placas de distribución.

### 3 MODELO NUMÉRICO

El modelo numérico se desarrolló en el programa explícito LS-Dyna ([Livermore Software Tech. Corp. \(LSTC\) 2018](http://www.livermore-software-technology.com)). Se simularon tanto la viga como la máquina de ensayo a los efectos de tener resultados representativos y minimizar las simplificaciones.

#### 3.1 Modelo del ensayo

En la Figura 4a se muestra el modelo numérico desarrollado. La base y el apoyo fijo están unidos, mientras que el apoyo móvil puede deslizarse sobre la base con un coeficiente de fricción, cuyo valor (0,17) se determinó experimentalmente. Ese movimiento es dirigido por una guía central sin fricción que además restringe el movimiento hacia arriba. La parte inferior de la base está fijada al sistema global de referencia.

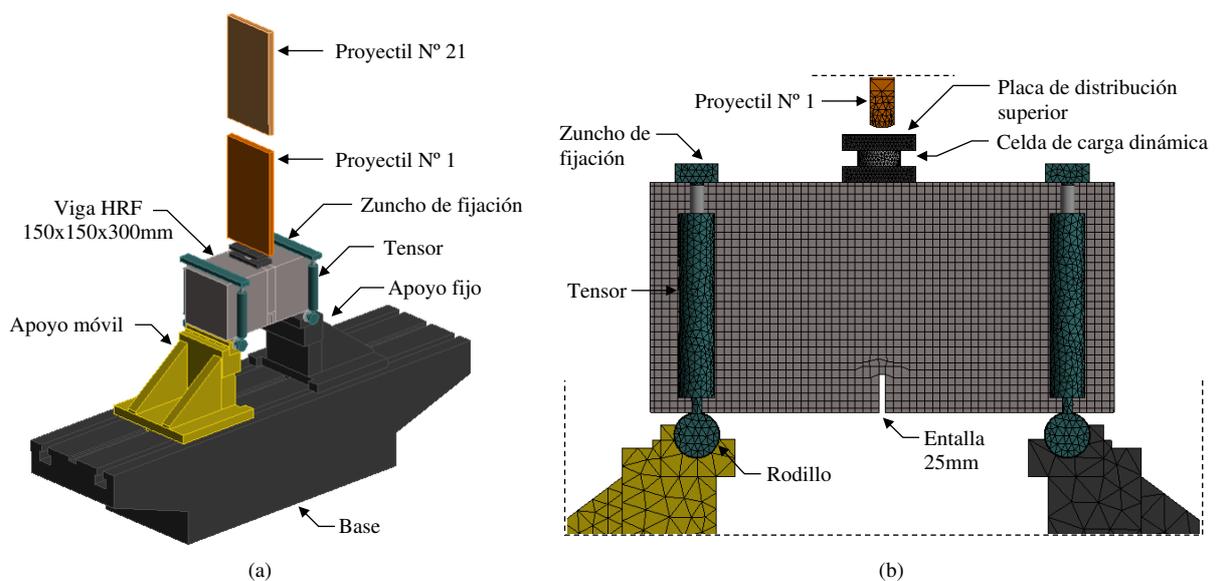


Figura 4: a) Modelo numérico viga-máquina de ensayo. b) Malla de viga, apoyos, tensores, celda de carga y proyectil

Entre la viga y los apoyos se disponen dos rodillos. La fricción acero-acero entre los rodillos

y los apoyos se caracteriza por un coeficiente de fricción de 0,2, mientras que para la fricción acero-hormigón entre los rodillos y la viga se utiliza un coeficiente de fricción de 0,3. La viga está fijada además a los rodillos mediante cuatro tensores (dos por cada zuncho de fijación), cada uno con una fuerza de pretensión de 1 kN, que impiden que los extremos la viga se levanten luego del impacto.

Para comparar los resultados numéricos con los experimentales de la prueba instrumentada, se modeló también la celda de carga junto a las placas de distribución inferior y superior. En el área de contacto entre placa de distribución inferior y cara superior de la viga, se definió un contacto con fricción en la mayoría del área, a excepción de las zonas de esquinas de la placa, donde se definió contacto con adherencia, para evitar que el conjunto celda de carga y placas de distribución salten y cambien de posición después del impacto. También se definieron contactos con adherencia entre celda de carga y placas de distribución, esto permite observar la fuerza en estos contactos, que se puede asociar con el registro experimental de la celda de carga. Todos los cuerpos o partes del modelo por debajo de la placa de distribución superior, tenían definida interacción entre ellos. Por otro lado, el proyectil solo tenía interacción con la placa de distribución superior y entre estos se definió un contacto sin fricción.

La malla de elementos finitos utilizada se muestra en la [Figura 4b](#). Se utilizaron elementos finitos tridimensionales tipo *brick* de 8 nodos para la viga y tipo tetraedro de 4 nodos en los demás dispositivos de apoyo y carga. Para definir el tamaño de la malla se hizo un estudio de sensibilidad de la respuesta al tamaño de la malla. Finalmente, se trabajó con elementos de 5 mm para la viga, 2,5 mm para la celda y placas de distribución, en el proyectil se definió un refinamiento de 2,5 mm en la punta que aumentaba al alejarse de la misma hasta 15 mm; en rodillos y tensores el tamaño fue de 5 mm y, finalmente, en apoyos y base de 15 mm.

### 3.2 Modelos materiales

Todos los elementos se modelaron con su masa real obtenida a partir de la densidad de los correspondientes materiales.

Para todos los componentes de la máquina de ensayo se utilizó un material elástico lineal con las propiedades del acero (densidad  $\rho = 7,85E-03$  g/mm<sup>3</sup>, módulo de elasticidad  $E = 210$  GPa y coeficiente de poisson  $\mu = 0,3$ ), a excepción de la celda de carga, en la cual se utilizó un material elástico lineal con propiedades que reproduzcan la rigidez de la misma (4kN/ $\mu$ m).

El HRF de la viga, es caracterizado por los parámetros  $\rho = 2,35E-03$  g/mm<sup>3</sup>,  $\mu = 0,2$ ,  $E=27,4$  GPa,  $f'_c=35,8$  MPa,  $MR=5,13$  MPa,  $f_{R1}=4,37$  MPa,  $f_{R3}=2,99$  MPa y clase 5a ([International Federation for Structural Concrete \(fib\) 2012](#)). Para este material se utilizó el modelo de Karagozian y Case ([Malvar et al. 1997](#)) que es un modelo elastoplástico originalmente desarrollado para hormigón que emplea tres superficies de falla dependientes de tres invariantes de tensión que permite incluir efectos de velocidad de deformación y distingue el comportamiento volumétrico del desviador.

### 3.3 Calibración del modelo de HRF

El modelo de Karagozian y Case requiere la adecuada caracterización de sus parámetros ([Fiengo Pérez, F., Isla, F. and Luccioni 2018](#)) y fundamentalmente de la función de endurecimiento plástico  $\eta$ . A tal fin, se modelaron los ensayos de caracterización estática del HRF, correspondientes a un ensayo de compresión y a un ensayo de flexión de tres puntos de una viga con entalla. Estas simulaciones permiten obtener la resistencia a tracción  $f_t$  y las curvas de endurecimiento en compresión y tracción que definen los límites de fluencia y residuales de modelo. El ensayo de flexión corresponde a una viga de HRF de 150x150x600 mm, con entalla de 25mm de profundidad en la cara inferior, luz de apoyo de 500 mm, a la cual

se le aplica en el centro de la cara superior un desplazamiento vertical hacia abajo de 3,5 mm en 70s. En la Figura 5a se presenta la malla, formada por elementos tipo *brick* de 8 nodos. Las variables observadas son la carga aplicada y la apertura de la boca de la entalla (CMOD), y en la Figura 5b se comparan los resultados numéricos y experimentales. Los parámetros obtenidos fueron:  $f_t = 2,6$  MPa,  $b_1 = 4$  y  $b_2 = -0,1$  (Parámetros de escalamiento del daño en compresión y tracción respectivamente),  $\omega = 0,8$  (Grado de asociatividad que permite calibrar la dilatancia),  $s = 100$  (efecto total de la velocidad de deformación en la deformación plástica),  $LW = 3$  mm (Ancho de localización),  $r_f$  según Table M72-3 de Hallquist and LSTC (Factor de incremento dinámico) y  $\eta$  representada mediante 13 puntos en la Tabla 1 en función de la variable endurecimiento plástico  $\lambda$ . Para el resto de los parámetros del modelo se utilizaron valores standard para la resistencia de hormigón a compresión considerada (35,8MPa).

$\lambda$	9,75E-8	5E-6	1,1E-5	1,9E-5	1E-4	2E-4	5E-4	8E-4	1,5E-3	2,1E-3	6E-3	9,83E-3	2,5
$\eta$	0,8500	0,9262	0,9767	1	0,9871	0,8486	0,5717	0,5217	0,6213	0,6551	0,5890	0,4062	0

Tabla 1: Puntos de función de endurecimiento plástico  $\eta(\lambda)$ .

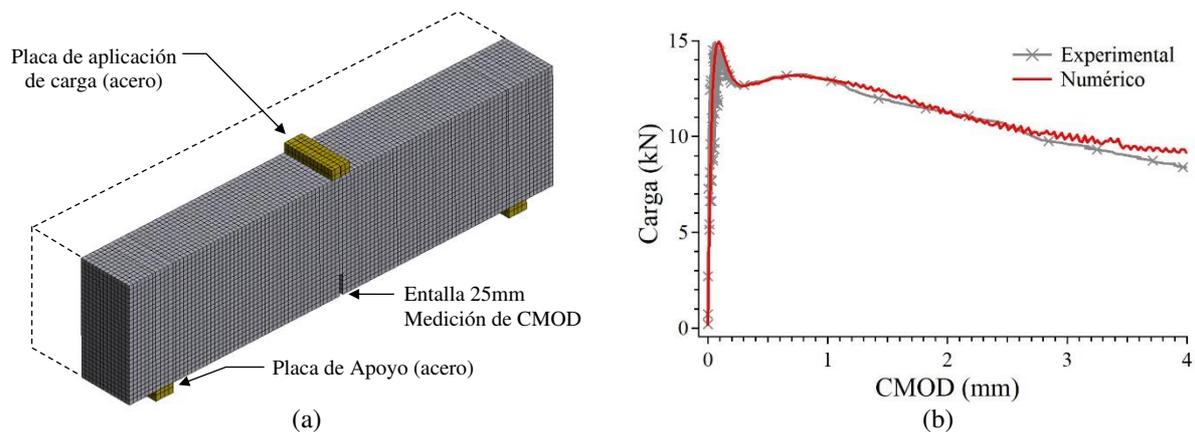


Figura 5: Ensayo a flexión de tres puntos de viga con entalla, respuesta estática. a) Modelo. b) Curva Carga-CMOD.

### 3.4 Simulación de los ensayos de impacto

La simulación de los ensayos comienza con el pretensado de los tensores que toma unos 4 ms hasta la estabilización. Se supone que el proyectil se mueve en caída libre con una aceleración de  $9,79688$  m/s<sup>2</sup> (Red Argentina de Gravedad Absoluta, 2015). Para acortar el tiempo de simulación, no se reproduce toda la caída libre, sino que el proyectil se posiciona a una altura tal que le toma sólo 4 ms alcanzar la placa de distribución superior (Figura 3b y Figura 4b) y se le asigna la velocidad correspondiente a la de caída libre desde la altura donde se suelta el proyectil.

Para simular impactos repetidos en un mismo modelo, se generó un proyectil por cada impacto y, a fin de ahorrar costo computacional cada uno impactó 4 ms después del anterior, tiempo observado como prudencial para evitar inferencias en la respuesta de la viga. Para impedir dos o más impactos de un mismo proyectil sobre la viga, se trabajó sin campo gravitacional. Así, luego de una colisión cada proyectil no interfirió más en la simulación. Adicionalmente, se definió la no interacción entre proyectiles para evitar interferencia entre los mismos. Debido a limitaciones prácticas en la prueba instrumentada, en la Fase 2 (post-

fisuración) se proporcionó un único impacto, en lugar de tres, como se plantea en la Figura 2. En la Figura 6 se presenta el patrón de impactos implementado tanto en la campaña experimental como en la simulación.

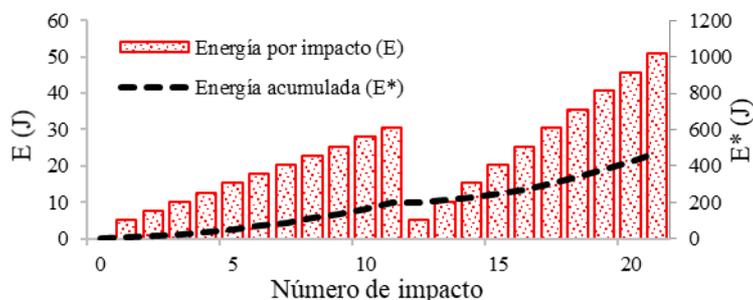


Figura 6: Patrón de impactos de prueba instrumentada en la campaña experimental y la simulación.

### 3.5 Comparación entre resultados numéricos y experimentales

En la Figura 7 se muestra la evolución de la carga según cada uno de los 21 impactos simulados, los primeros 11 en Fase 1 y los restantes en Fase 2.

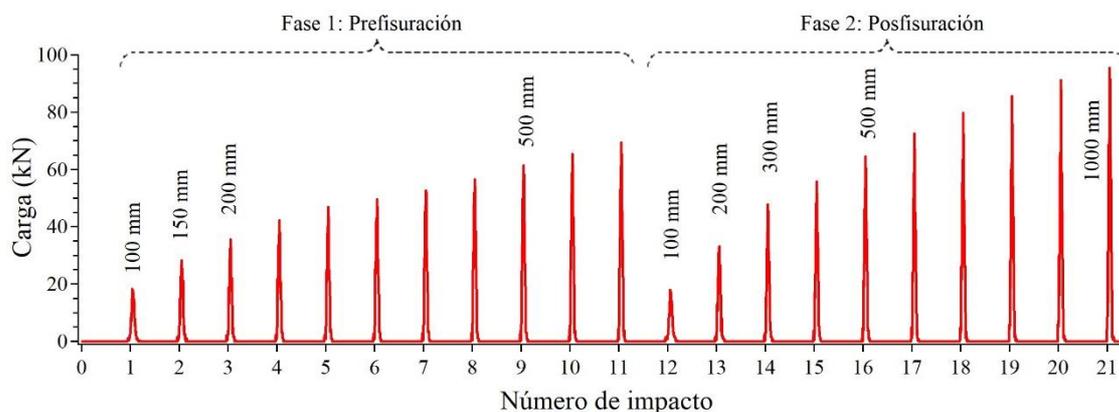


Figura 7: Evolución de carga de impacto para distintas alturas de caída

En la Figura 8 se presentan resultados numéricos y experimentales correspondientes a una altura de caída de 100 y 500 mm en la Fase 1 y también altura de caída de 300 y 500 mm en la Fase 2.

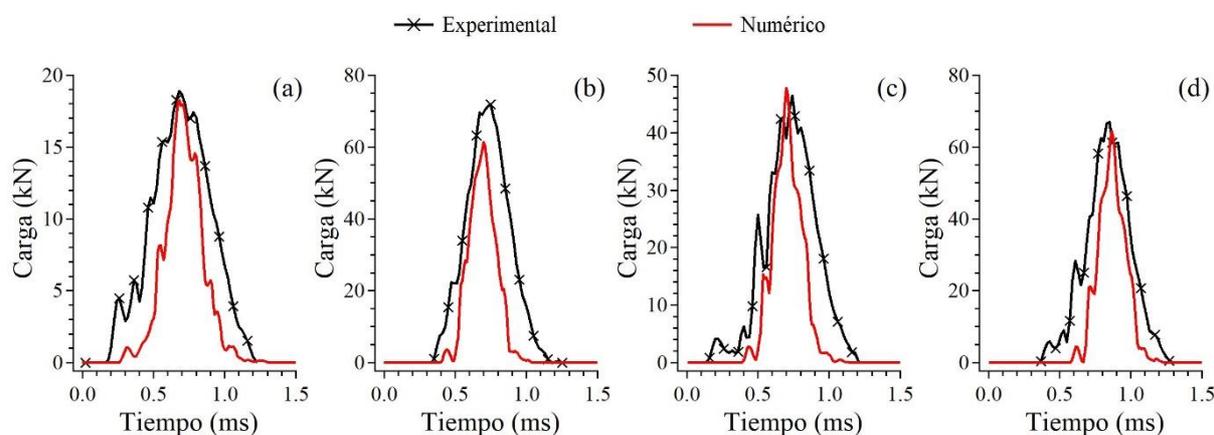


Figura 8: Carga de impacto, comparación numérica y experimental. a) Altura de caída 100 mm fase 1, b) Altura caída 500 mm fase 1, c) Altura de caída 300 mm fase 2, d) Altura caída 500 mm fase 2.

La comparación de los resultados numéricos y experimentales (Figura 8) muestra que el modelo reproduce satisfactoriamente la carga máxima, como también la forma y aproximadamente la

duración del pulso. Se observa que la duración del pulso es predominantemente menor en los resultados numéricos. En la curva experimental para la altura de caída de 100 mm (Figura 8a) la duración del pulso es aproximadamente 1 ms y para las alturas de 300 mm y 500 mm (Figura 8b, Figura 8c y Figura 8d) es aproximadamente 0,8 ms. Una relación similar ocurre con los resultados numéricos, tanto en Fase 1 como en Fase 2, al aumentar la altura de caída sube la carga, pero se reduce la duración del pulso.

#### 4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta sección se analizan, y comparan entre sí, tanto resultados experimentales como los obtenidos a partir del modelo numérico calibrado, en el cual se simula el ensayo de impactos repetidos sobre HRF incurriendo en el rango no lineal (postfisuración).

En la Figura 7 se puede observar que la carga de impacto crece con el aumento de la altura de caída, pero no es lineal debido probablemente al daño que experimenta la viga. En la Fase 2, los primeros golpes son ligeramente menores a los correspondientes en altura en Fase 1.

##### 4.1 Modo de Falla

En la Figura 9 se presenta la distribución de deformación principal máxima  $\epsilon_1$  y en la Figura 10 la distribución de daño  $\delta$  (Hallquist and LSTC) en la viga, correspondiente a los impactos 1, 5, 11, 15, 18 y 21.

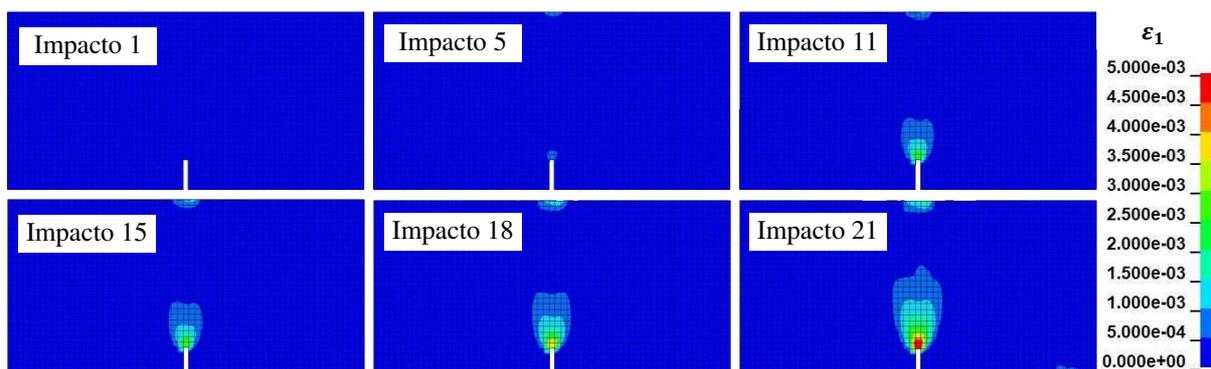


Figura 9: Distribución de deformaciones principales máximas ( $\epsilon_1$ ) en la viga.

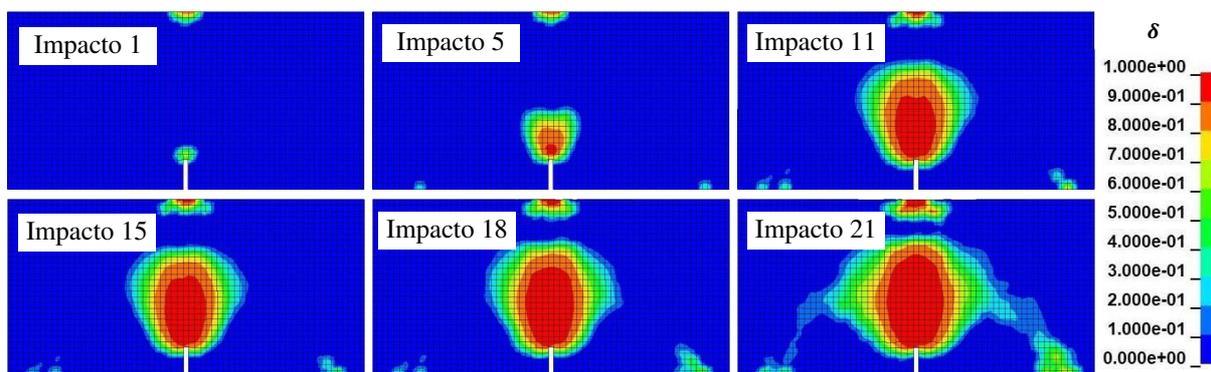


Figura 10: Distribución de daño ( $\delta$ ) en la viga.

En la campaña experimental antes del impacto 11 no se visualizó fisura, esto puede atribuirse a que la medida de COD corresponde a un valor residual, pudiéndose abrir una pequeña fisura en la matriz durante el impacto y cerrarse después por efecto elástico de las fibras. En la Figura 9, la presencia de concentración de deformaciones en la cabeza de la entalla y la evolución de la misma hacia la cara superior de la viga, se podrían interpretar como una formación de fisura típica de falla por flexión. Hasta el impacto 5, la concentración de deformación es despreciable,

similar a lo observado experimentalmente, pero después del impacto 5 y hasta finalizar la Fase 1 ya es evidente la concentración de deformación. En la Figura 10 se puede observar que desde el primer impacto ya se genera un daño en la viga ( $\delta$ ) y a medida que avanza la aplicación de impactos el daño aumenta, concentrándose en una banda vertical en el centro de la viga, lo cual se podría interpretar como una fisura, reforzando la idea de una falla típica por flexión.

## 4.2 Curvas de impacto

En la Figura 11 se presentan las curvas de impacto experimental y numérica, éstas son la representación de los valores de COD y la Energía Acumulada ( $E^*$ ) en cada impacto.

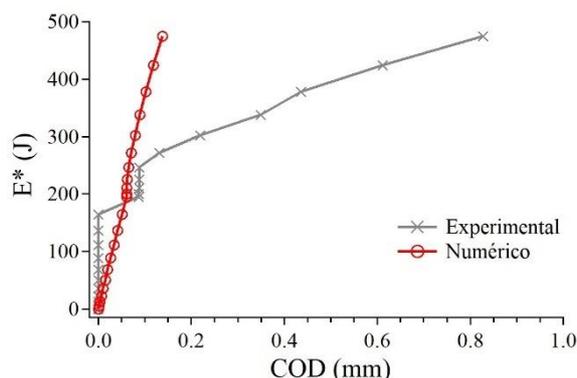


Figura 11: Curvas de impacto experimental y numérica

Entre los resultados numéricos y los obtenidos experimentalmente existen diferencias en el COD, tanto en la Fase 1 como en la fase 2, pero el límite entre ambas fases es reproducido satisfactoriamente. En la Fase 1, la diferencia inicial puede deberse a los límites experimentales para la apreciación de las fisuras, bien sea por su tamaño (<50 micrones) o por la no aparición en la superficie de las mismas. También puede deberse a la definición de la fisura dentro del modelo numérico. Por otro lado, en la Fase 2, la diferencia podría deberse a la omisión dentro de la simulación numérica de los rebotes del proyectil luego de cada impacto.

## 5 CONCLUSIONES

A partir del estudio numérico realizado, se puede concluir que:

- El modelo numérico reproduce adecuadamente los registros experimentales de carga en el tiempo para las alturas de caída del proyectil evaluadas (100-500 mm).
- La concentración de deformaciones y de daño, se podría interpretar como un inicio de fisura y propagación de la misma, indicando una posible falla de la viga por flexión.
- El modelo numérico permite obtener los valores de aberturas de fisura que sirven para construir la Curvas de Impacto del ensayo, reproduciendo satisfactoriamente el límite entre las fases.
- Se observa la necesidad de reproducir los rebotes del proyectil para cada impacto, en particular para la Fase 2 para una mejor evaluación del COD en la simulación numérica.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al CONICET, a la ANPCyT (PICT 2017 1313), a la SCAIT UNT (PIUNT 26/623), al LEMIT-CIC y también a los proyectos CONICET PIP112-201501-00861 y UNLP 11/I244, por el apoyo económico.

## REFERENCIAS

2017. *Report on Measuring Mechanical Properties of Hardened Fiber Reinforced Concrete*. ACI 544.9R-17. 1999
- American Society for Testing and Materials. 91 ASTM Book of Standards *ASTM E436 – 03 Standard Test Method for Drop-Weight Tear Tests of Ferritic Steels*. 2000. 06 ASTM Book of Standards *ASTM E208-17(2018) Standard Test Method for Conducting Drop-Weight Test to Determine Nil-Ductility Transition Temperature of Ferritic Steels*. 1997.
- Fiengo Pérez, F., Isla, F. and Luccioni, B. “Aplicación Del Modelo Karagozian y Case a La Simulación Del Comportamiento Dinámico Del Hormigón de Ultra Altas Prestaciones Reforzado Con Fibras.” *Mecánica Computacional* 36: 1393–1402, 2018.
- Hallquist, John O., and LIVERMORE SOFTWARE TECHNOLOGY CORPORATION (LSTC). *II LS-DYNA Keyword User 'S Manual Volume II: Material Models*. 2018.
- International Federation for Structural Concrete (fib). “Model Code Volume 1.” : 350. 2021.
- Livermore Software Tech. Corp. (LSTC). “LS-Dyna Theory Manual”. 2018.
- Malvar, L.J., J.E. Crawford, J.W. Wesevich, and D. Simons. “A Plasticity Concrete Material Model for DYNA3D.” *International Journal of Impact Engineering* 19(9–10): 847–73, 1997.
- Technical Committee CEN/TC 229. *EN 14651:2005 Test Method for Metallic Fibered Concrete - Measuring the Flexural Tensile Strength (Limit of Proportionality (LOP), Residual) Méthode*. 2005.
- Vivas, J.C. et al. “Drop-Weight Impact Test for Fibre Reinforced Concrete: Analysis of Test Configuration.” In *RILEM-Fib XI International Symposium on Fibre Reinforced Concrete*, 2021.
- Vivas, Juan C., R. Zerbino, María C. Torrijos, and Graciela Giaccio. “Effect of the Fibre Type on Concrete Impact Resistance.” *Construction and Building Materials* 264: 120200. 2020.
- Yoo, Doo Yeol, and Nemkumar Banthia. “Impact Resistance of Fiber-Reinforced Concrete – A Review.” *Cement and Concrete Composites* 104: 103389. 2019.