

PREDISEÑO DE UN CONVERTIDOR DE ENERGÍA UNDIMOTRIZ BASADO EN LA DINÁMICA DEL PÉNDULO PARAMÉTRICO PARA UNA APLICACIÓN A PEQUEÑA ESCALA EN AMBIENTE REAL

PRE-DESIGN OF A WAVE ENERGY CONVERTER BASED ON PARAMETRIC PENDULUM DYNAMICS FOR A SMALL-SCALE APPLICATION IN A REAL ENVIRONMENT

Lisandro M. Rojas y Franco E. Dotti

*Grupo de Investigación en Multifísica Aplicada, Universidad Tecnológica Nacional, Facultad
Regional Bahía Blanca, 11 de Abril 461, 8000 Bahía Blanca, Argentina, gimap@frbb.utn.edu.ar*

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)

Palabras clave: Recolección de energía, péndulo paramétrico, energía del oleaje, dinámica no lineal.

Resumen. Se realiza un estudio computacional sobre un dispositivo recolector de energía undimotriz basado en la dinámica del péndulo paramétrico, con miras a una aplicación a pequeña escala que se planea para un futuro cercano en el Estuario de Bahía Blanca. Se formula para ello un modelo matemático que aborda de manera simplificada la dinámica del convertidor, constituido por una rueda pendular y un generador eléctrico. Mediante el uso de este modelo, se resuelve un problema simple de optimización empleando distintos parámetros de diseño del dispositivo, buscando dar con la configuración óptima en términos de generación de energía cinética. El estudio establece además las condiciones de diseño bajo las cuales la posición de reposo resulte una respuesta inestable del sistema pendular. Esto implica minimizar el tiempo en el que el dispositivo se halle imposibilitado de generar energía. Se muestra que, con un buen diseño, un convertidor pendular puede generar unos 20 W de potencia. Esto representa un valor razonable teniendo en cuenta la baja densidad energética del oleaje típica en los estuarios.

Keywords: Energy harvesting, parametric pendulum, wave energy, nonlinear dynamics.

Abstract. A computational study is carried out on a wave energy converter prototype based on the dynamics of the parametric pendulum, with a view on a small-scale application planned for the near future in the Bahía Blanca Estuary. Thus, a mathematical model is formulated to address the dynamics of the converter in a simplified way. Employing this model, a simple optimization problem is solved using different device design parameters, searching for the optimal configuration in terms of kinetic energy generation. The study also defines the design conditions under which the rest position results in an unstable response of the pendulum system. This implies minimizing the time in which the device is unable to generate energy. It is shown that, with a good design, a pendulum converter is able to generate about 20 W of power. This represents a reasonable value considering the low wave energy density, typical of estuaries.

1 INTRODUCCIÓN

El péndulo paramétrico con miras en la extracción de energía undimotriz ha sido motivo de estudio durante los últimos años (Dotti et al., 2015; Dotti y Virla, 2021; Marszal et al., 2017; Najdecka et al., 2015; Yurchenko y Alevras, 2018). En esencia, la idea de un convertidor pendular consiste en un péndulo montado sobre una plataforma flotante, a la cual el oleaje le impone un movimiento predominantemente vertical. En estas condiciones, se pretende que el péndulo alcance un movimiento de rotación, de cuya energía cinética pueda alimentarse un generador eléctrico. La principal ventaja de esta tecnología con respecto a otras se basa en el hecho de que, durante el proceso de generación, los recolectores no batallan contra el mar, sino que se benefician del comportamiento dinámico no lineal intrínseco del péndulo paramétrico. Es por ello que esta tecnología resulta particularmente atractiva y se encuentra en desarrollo en diferentes partes del mundo (Das y Wahi, 2017; de Paula et al., 2006; Dotti et al., 2017; Lenci y Rega, 2011). No obstante, y si bien se trata de un concepto físico sencillo, los desarrollos se hallan en etapa de laboratorio, no contándose en la actualidad con un prototipo operativo en ambiente real. Esto se debe fundamentalmente a la complejidad de lograr una respuesta altamente energética en un sistema no lineal, como es el péndulo paramétrico, bajo las condiciones de forzamiento provistas por el oleaje.

Si bien el objetivo a largo plazo de los convertidores pendulares es la generación undimotriz a gran escala, resulta razonable implementar un prototipo a pequeña escala como primera aplicación en ambiente real de la tecnología. En este marco, y con base en investigaciones previas (Dotti et al., 2017; Dotti y Virla, 2021; Reguera et al., 2016), este trabajo representa el primer paso en lo que respecta a dicha empresa. La implementación del prototipo se planea realizar en el Canal Principal del estuario de Bahía Blanca, sobre boyas de balizamiento empleadas como indicadores para el tráfico marítimo portuario. Se pretende que la generación undimotriz propuesta constituya la provisión energética de instrumental de medición en un futuro cercano.

El objetivo de este trabajo es el de realizar el prediseño de un convertidor pendular a pequeña escala, constituido básicamente por una rueda pendular y un generador eléctrico de corriente continua. Se busca establecer una configuración que sea óptima en términos de generación de energía cinética. Se plantea para ello un problema de optimización simple, considerando múltiples configuraciones geométricas y constructivas como así también criterios basados en la dinámica no lineal del péndulo paramétrico con el objeto de ajustar los parámetros de diseño. Para ello, se formula un modelo matemático que describe de manera simplificada la dinámica del sistema. El empleo de resultados de la dinámica no lineal es necesario en términos de maximizar el tiempo en el que el péndulo se encuentre en movimiento rotatorio y por lo tanto, también maximizar la energía cinética producida. Permite además establecer las condiciones de diseño bajo las cuales la posición de reposo resulta una respuesta inestable del sistema pendular. Esto implica minimizar el tiempo en el que el dispositivo se halle imposibilitado de generar energía.

2 MODELO MATEMÁTICO

La Figura 1 muestra el esquema de una rueda pendular, siendo O su centro de rotación y también de simetría. Esta rueda cuenta con N agujeros, distribuidos angularmente a intervalos regulares de $\psi = 2\pi/N$ y ubicados a una distancia l del punto O . Además, se halla sometida a un movimiento vertical $Y(t)$. Los agujeros pueden albergar pesas de distinta magnitud o bien permanecer vacíos. Esta disposición permite materializar múltiples configuraciones de masas.

La inercia de la rueda de la Figura 1, en cuyos agujeros se alojan las pesas de masa m_i puede expresarse como

$$I = \sum_{i=1}^N \left(m_i l^2 + \frac{r^2 m_i}{2} \right) + \frac{1}{2} \gamma e \pi \left[r_{ext}^4 - N r^2 (2l^2 + r^2) \right] + \frac{1}{2} \gamma \pi r_{eje}^4 l_{eje}, \quad (1)$$

donde el primer término se asocia a las pesas, el segundo a la rueda portante y el tercero al eje de rotación propiamente dicho. En (1) se define además el radio r de las pesas cilíndricas, e y r_{ext} como el espesor y el radio de la rueda, respectivamente. Por su parte r_{eje} y l_{eje} representan respectivamente el radio y la longitud del eje central. Por último, γ es la densidad del material constructivo.

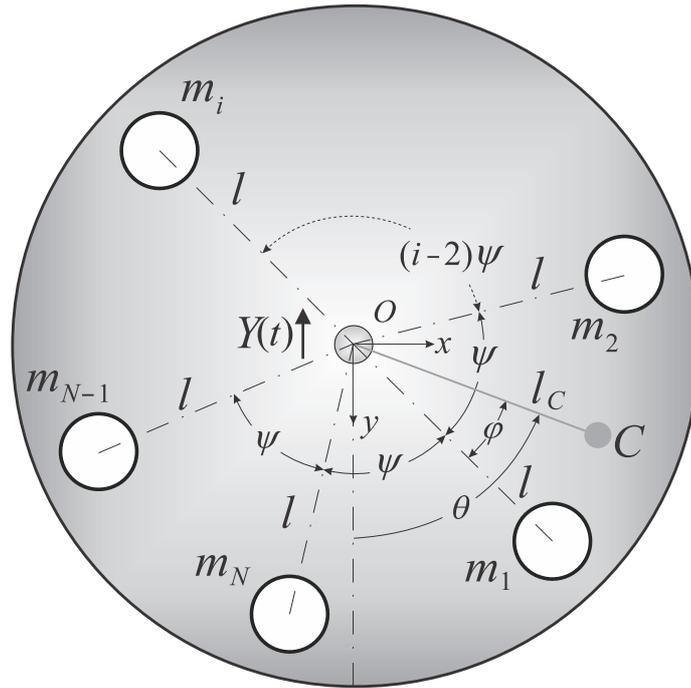


Figura 1: Esquema de rueda pendular con múltiples masas y forzamiento paramétrico.

Por otra parte, se asume que la rueda pendular cuenta con un generador solidario a su eje de rotación. Así, el voltaje producido durante el movimiento del péndulo a una velocidad θ' puede expresarse como (Fraile Mora, 2003).

$$E = \frac{\delta \rho}{2c} \theta', \quad (2)$$

donde $2c$ es el número de circuitos derivados o ramas en paralelo, ρ es el radio del rotor y $\delta = B L n$ es el factor de transducción, siendo B la inducción magnética, L el ancho del devanado en el rotor y n el número de espiras en el inducido. En adición, puede definirse el torque eléctrico, extraído de la rueda pendular por el generador como

$$T_E = \frac{\delta \rho j}{2c}, \quad (3)$$

donde j es la corriente que circula por el circuito recolector. Una versión simplificada de este circuito puede definirse según la ley de Kirchhoff como $j R - E = 0$, donde R es la resistencia de la carga. Utilizando (2) en esta ecuación, puede despejarse la corriente como

$$j = \frac{\delta \rho}{2c R} \theta'. \quad (4)$$

Así, introduciendo (4) en (3) puede obtenerse una nueva fórmula para T_E , dada por

$$T_E = b_E \theta', \quad b_E = \frac{\delta^2 \rho^2}{4 c R^2}, \quad (5)$$

donde b_E se define como el coeficiente de fricción eléctrica. Por último, empleando la potencia generada $P = E^2/R$ puede obtenerse de manera directa empleando (2) como

$$P = \frac{\delta^2 \rho^2}{4 c^2 R} \theta'^2, \quad (6)$$

En base a lo planteado, la ecuación de equilibrio dinámico del sistema se define como (Dotti y Virla, 2021)

$$I\theta'' + (b_E + b_V)\theta' + M l_C^2 (Y'' + g) \sin \theta = 0, \quad (7)$$

donde θ es la posición angular relativa al eje y , g es la gravedad, b_V el coeficiente de fricción viscosa y $(\bullet)'$ denota derivación con respecto al tiempo t . La masa total está representada por M , y l_C es la distancia desde el eje al centro de masas C (Figura 1).

Ahora bien, se considera un forzamiento simplificado del oleaje, representado por un movimiento que contempla sólo la componente sinusoidal principal. Esto corresponde a la teoría del oleaje de Airy, de la forma $Y = -H \cos \Omega t$, donde H es la altura significativa de ola y Ω es la frecuencia del oleaje. Así, puede obtenerse de (7) la siguiente ecuación gobernante adimensional

$$\ddot{\theta} + \beta \dot{\theta} + (1 + p \cos \omega t) \sin \theta = 0, \quad (8)$$

donde los puntos representan derivación con respecto al tiempo adimensional τ , siendo

$$\tau = \omega_0 t, \quad p = H \Omega^2 / g, \quad \beta = (b_E + b_V) / (I \omega_0), \quad \omega = \Omega / \omega_0, \quad \omega_0 = \sqrt{g M l_C / I}. \quad (9)$$

En (9), ω_0 corresponde a la frecuencia natural de la rueda pendular.

3 RESULTADOS

Se realiza una estimación preliminar acerca de la geometría y las magnitudes físicas de una rueda pendular que sea apta para la generación undimotriz bajo el forzamiento del oleaje en el estuario de Bahía Blanca. Estas estimaciones se realizan en base a aspectos conocidos de la dinámica del péndulo paramétrico, como así también a datos acerca del forzamiento del oleaje en el estuario. Para ello, se asumen en este estudio las siguientes hipótesis:

- 1) Todos los componentes de la rueda pendular se construirán en acero ($\gamma = 7800 \text{ kg/m}^3$).
- 2) El radio de la rueda portante se fija en $r_{ext} = 350 \text{ mm}$, con el objetivo de mantener un dispositivo de dimensiones relativamente pequeñas con respecto a la boya donde será instalado. El eje sobre el que rota la rueda se asume con $r_{eje} = 28 \text{ mm}$ y $l_{eje} = 56 \text{ mm}$. El espesor e de la rueda se considera como variable en la sintonización de la inercia del sistema.
- 3) La cantidad N de pesas admitidas por la rueda se definirá mediante este estudio. No obstante, el estudio se limita a $N \leq 10$. Se asume que un valor mayor podría representar una dificultad desde el punto de vista constructivo. Por su parte, se asume que la masa total M_{tot} de los componentes mecánicos (pesas, rueda y eje central) no debe superar los 75 Kg. Este valor constituye un 2 % de la masa de una boya de balizamiento estándar.
- 4) Se asumen los parámetros H y Ω mediante mediciones tomadas en el estuario por la

estación de monitoreo ambiental costero (EMAC) denominada 'Puerto de Bahía Blanca Exterior'. La misma se ubica en el kilómetro 40 del canal de acceso al estuario. Así, Ω corresponde a un promedio de frecuencias de oleaje medidas, mientras que H representa la altura significativa de olas, en un período de tiempo determinado.

- 5) Tal como ha sido demostrado por [Nandakumar et al., \(2012\)](#), un sistema pendular no admite extracción energética si la fricción está dada por $\beta > 0.1$. Así, en esta etapa, se asume $\beta = 0.1$.
- 6) Se fuerza al sistema al desempeño en un estado cercano al de resonancia paramétrica dado por $1.9 \leq \omega \leq 2.1$. Así, el espacio de parámetros de la [Figura 2](#), obtenido de resolver (8), asegura las rotaciones del péndulo para $p \geq 0.5$. Por otra parte, esta hipótesis asegura también la inestabilidad de la posición de reposo ([Dotti et al., 2015](#)).
- 7) El radio r de las masas cilíndricas como así también su distancia l con respecto al centro de rotación se obtienen de resolver el siguiente sistema lineal

$$\begin{cases} r = \frac{1}{2} f_1 \psi l \\ r_{ext} - l - (1 + f_2) r = 0 \end{cases} \quad (10)$$

donde f_1 representa de forma aproximada la fracción del perímetro medido a una distancia l del centro O . Por su parte, f_2 indica la fracción del radio de pesas admitida entre las pesas y el borde externo de la rueda portante. En todos los ejemplos se considera $f_2 = 0.25$. Para $N > 2$ se emplea $f_1 = 0.7$, mientras que para $N = 2$ se toma $f_1 = 0.45$ y para $N = 1$, $f_1 = 0.2$. Estos valores responden a las posibilidades geométricas de disposición de agujeros en la rueda.

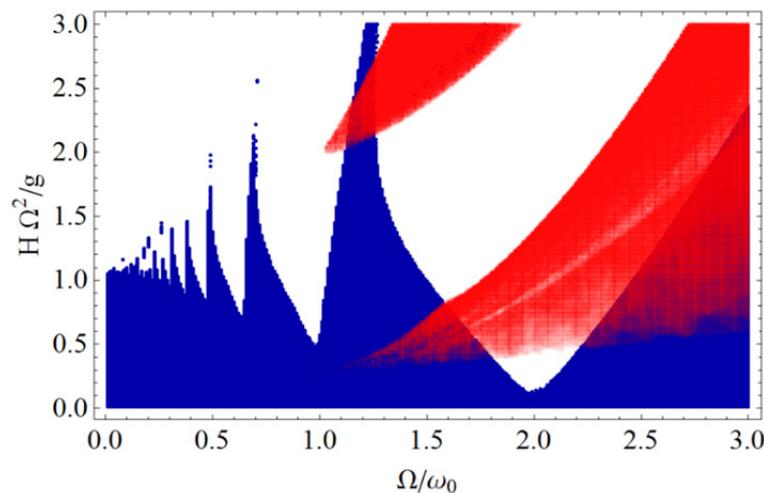


Figura 2: Espacio p - ω ($\beta = 0.1$) del péndulo paramétrico, obtenido de resolver (3). La zona en rojo indica la región de existencia de las rotaciones puras de período uno, es decir, un giro por período de carga. La zona en blanco representa la región donde la posición de reposo es inestable, lo cual implica que el péndulo siempre se halla desplazándose angularmente respecto del eje O .

La [Figura 3](#) ilustra la complejidad en cuanto a las combinaciones de diseños posibles. Se construye de la siguiente manera. Se definen los parámetros físicos de forzamiento, Ω y H , y el número agujeros N . Luego, se consideran todas las N -tuplas posibles de 1 y 0 como casos de estudio, correspondiendo el 1 a la presencia de una pesa de masa m en el agujero y 0 al agujero vacío. Por último, para cada uno de estos casos se calcula ω mediante (9), para un rango de valores de m . Cada una de las curvas en la figura se asocia a una N -tupla. No obstante, se observa que sólo para ciertos valores de m puede lograrse la restricción impuesta en términos de ω , esto es, $1.9 \leq \omega \leq 2.1$. Además, la [Figura 3](#) evidencia que estas

posibilidades aumentan con el número de pesas empleadas. Las curvas rojas y azules marcan las disposiciones de pesas propuestas en la rueda pendular correspondientes a los sistemas más pesado y más ligero posible, respectivamente. Por ejemplo, para $N = 5$ (Figura 3b), la curva roja corresponde a la 5-tupla $(1,1,1,1,0)$ mientras que la azul se asocia a $(0,0,0,0,1)$. Por su parte, las curvas negras corresponden a todas las 5-tuplas restantes y sus permutaciones. El número de tuplas posibles se denota u_N . De la gran cantidad de configuraciones, se busca dar con aquella capaz de alcanzar la mayor cantidad de energía cinética. Para el sistema estudiado, y en virtud de (1) y (8) la energía cinética puede escribirse como

$$E_c = \frac{1}{2} g M l_c \dot{\theta}^2. \tag{11}$$

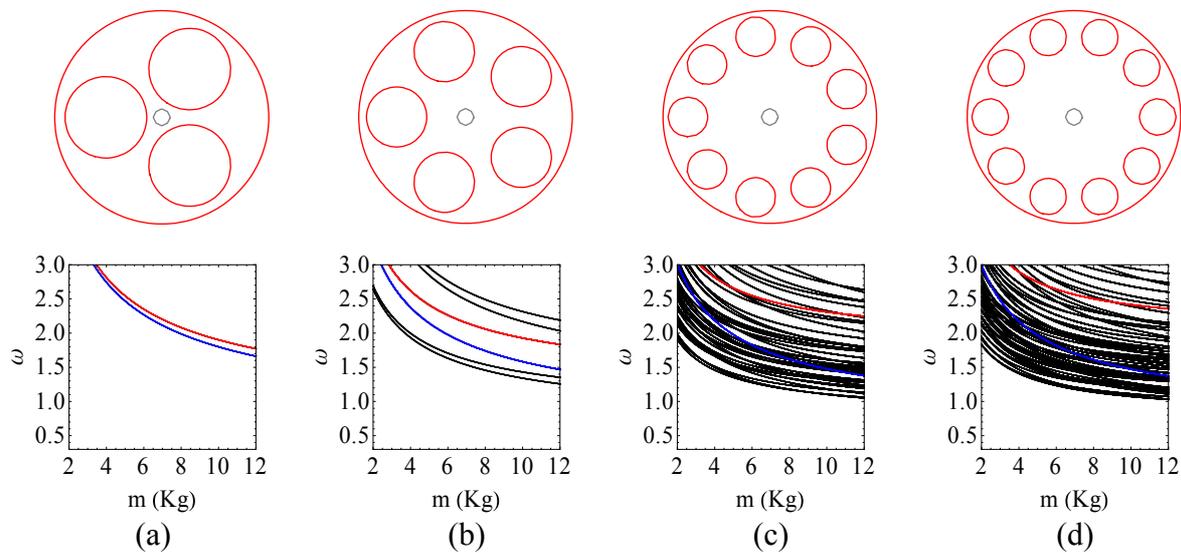


Figura 3: Diferentes configuraciones para la rueda pendular. Se consideró $e = 25$ mm. (a) $N = 3$, (b) $N = 5$, (c) $N = 9$, (d) $N = 10$.

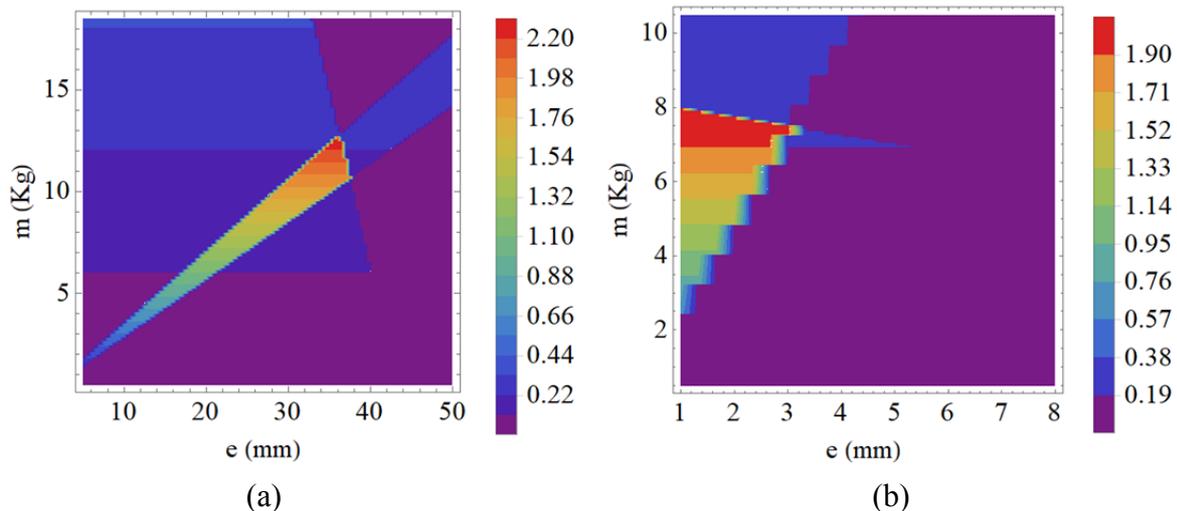


Figura 4: Gráficas de la función F_{obj} para $\Omega = 4.0 \text{ s}^{-1}$, $H = 0.395 \text{ m}$ y $f_M = f_\omega = 0.1$. (a) $N = 3$, $u_N = (0,1,0)$ y (b) $N = 10$, $u_N = (1,1,1,1,1,1,1,0,1)$.

Ahora bien, siendo $\dot{\theta}$ adimensional, e invariable al fijar p , ω y β , es razonable seleccionar aquella rueda pendular cuyas magnitudes geométricas y físicas maximicen la siguiente función

$$F_{\text{obj}}(e, N, m, u_N) = f_M f_\omega M l_c, \tag{12}$$

donde f_M y f_ω son factores de ponderación que permiten cumplir con las restricciones de peso máximo y cercanía a la resonancia paramétrica definidas anteriormente. Estos vienen dados por

$$f_M = \begin{cases} \kappa_0 \leq 1 & \text{si } M_{\text{tot}} > 75 \text{ Kg} \\ 1 & \text{si } M_{\text{tot}} \leq 75 \text{ Kg} \end{cases}, \quad f_\omega = \begin{cases} \kappa_1 \leq 1 & \text{si } \omega < 1.9 \text{ ó } \omega > 2.1 \\ 1 & \text{si } 1.9 \leq \omega \leq 2.1 \end{cases}, \tag{13}$$

En términos de las variables e y m , la función en (12) resulta continua a tramos. Posee sólo las discontinuidades de salto generadas por el cambio abrupto de f_M y f_ω , contando en el resto del dominio con tramos suaves. La función F_{obj} resulta discreta en términos de N y u_N . Fijando estos parámetros, pueden obtenerse gráficas ilustrativas de F_{obj} como las de la Figura 4.

N	máx(F_{obj})	e (mm)	m (Kg)	I (Kg m ²)	M_{tot} (Kg)	ω	N_c
1	1.86233	23	9.5	4.27288	71.0664	1.93445	(1)
2	2.04399	29	11	4.74894	74.6085	1.94664	(1,0)
3	2.19173	35	12	4.99147	72.0177	1.92729	(1,0,0)
4	2.07441	35	10	4.72055	71.5176	1.92652	(1,0,0,0)
5	2.03255	35	15,9	4.57232	72.8293	1.91546	(1,0,0,0,0)
6	1.92024	32	7,4	4.38284	72.7189	1.92941	(1,1,1,0,0,1)
7	2.02227	8	14.5	4.74829	74.5365	1.95693	(1,1,0,1,0,1,0)
8	2.21194	8	20.5	4.89662	72.559	1.90015	(1,0,1,0,0,1,0,0)
9	2.23984	8	9.5	5.1304	74.5181	1.93283	(1,1,1,0,1,1,1,0,0)
10	2.33354	5	8.5	5.16787	71.119	1.90053	(1,1,1,1,0,1,1,1,0,0)

Tabla 1: Compendio de las configuraciones para las permutaciones capaces de generar la mayor cantidad de energía cinética para cada valor de N . Se ha considerado $\Omega = 4.01 \text{ s}^{-1}$, $H = 0.395 \text{ m}$, $1 \leq N \leq 10$, $5 \text{ mm} \leq e \leq 50 \text{ mm}$ (paso 1 mm) y $0.5 \text{ Kg} \leq m \leq 30.5 \text{ Kg}$ (paso 0.5 Kg).

Dadas estas características de F_{obj} , para obtener sus valores máximos se realizan evaluaciones extensivas de la función, discretizando en pasos establecidos desde consideraciones prácticas. Se consideró que el tiempo computacional insumido en las evaluaciones extensivas resultaría menor que el empleado en la programación de un algoritmo de optimización sofisticado, obteniendo en ambos casos resultados válidos en términos de los objetivos de este trabajo. Se consideró $1 \leq N \leq 10$ (con todas las N -tuplas u_N posibles para cada caso), $5 \text{ mm} \leq e \leq 50 \text{ mm}$ (paso 1 mm) y $0.5 \text{ Kg} \leq m \leq 30.5 \text{ Kg}$ (paso 0.5 Kg). Esto constituye aproximadamente 5.7×10^6 evaluaciones, cuyo tiempo de cómputo total resultó en el orden de tres horas empleando un ordenador de escritorio estándar, con un microprocesador Intel Core i7 de cuarta generación.

La Tabla 1 muestra los resultados de las evaluaciones, en términos del máximo valor de F_{obj} para cada N . Se observa que el máximo valor de F_{obj} se obtiene para $N = 10$, esto es, el máximo valor de cantidad de agujeros considerado en el estudio, aunque con 7 pesas. El espesor de la rueda portante es de 5 mm para el caso óptimo. Para valores bajos de N , los mejores diseños se obtienen con grandes espesores de la rueda portante, mientras que, al aumentar N , dicho espesor disminuye para cumplir la restricción de peso máximo. La configuración óptima obtenida es también la que cuenta con mayor inercia, lo cual resulta razonable. A medida que N aumenta se observa que, para $1 < N \leq 5$, el sistema que mejor satisface las condiciones establecidas, lo hace con una única pesa. Mientras que, para $5 < N \leq 10$ los requerimientos son alcanzados con múltiples pesas.

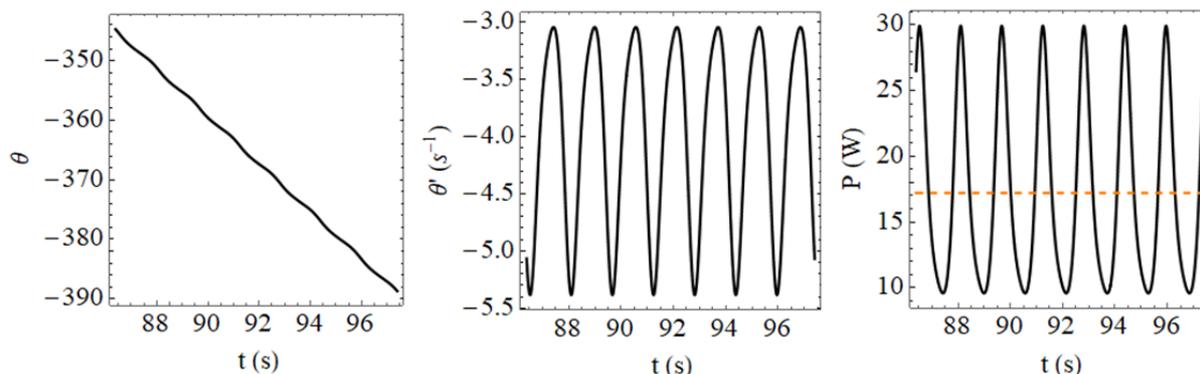


Figura 5: Simulación de respuesta rotatoria para $\Omega = 4.0 \text{ s}^{-1}$ ($\omega = 1.900$), $H = 0.395 \text{ m}$ ($p = 0.644$), $\beta = 0.1$, $b_V = 0.054 \text{ Kg m}^2/\text{s}$, $b_E = 1.033 \text{ Kg m}^2/\text{s}$, $N = 10$, $e = 5 \text{ mm}$, $m = 8.5 \text{ Kg}$, $u_N = (1,1,1,1,0,1,1,1,0,0)$. En el cálculo de la potencia P se consideró $\delta = 1091.35$, $\rho = 0.175 \text{ m}$ y $c = 4$. La línea horizontal punteada indica la potencia promedio.

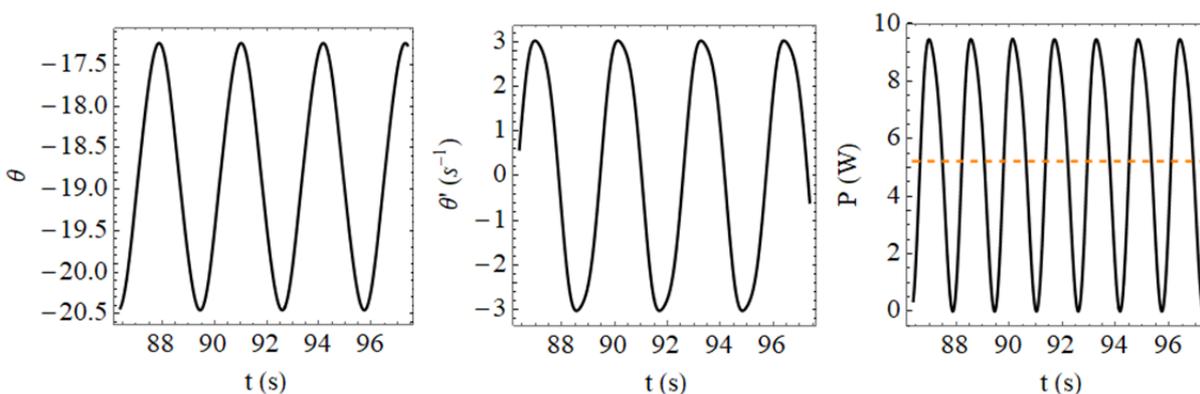


Figura 6: Simulación de respuesta oscilatoria para $\Omega = 4.0 \text{ s}^{-1}$ ($\omega = 1.900$), $H = 0.395 \text{ m}$ ($p = 0.644$), $\beta = 0.1$, $b_V = 0.054 \text{ Kg m}^2/\text{s}$, $b_E = 1.033 \text{ Kg m}^2/\text{s}$, $N = 10$, $e = 5 \text{ mm}$, $m = 8.5 \text{ Kg}$, $u_N = (1,1,1,1,0,1,1,1,0,0)$. En el cálculo de la potencia P se consideró $\delta = 1091.35$, $\rho = 0.175 \text{ m}$ y $c = 4$. La línea horizontal punteada indica la potencia promedio.

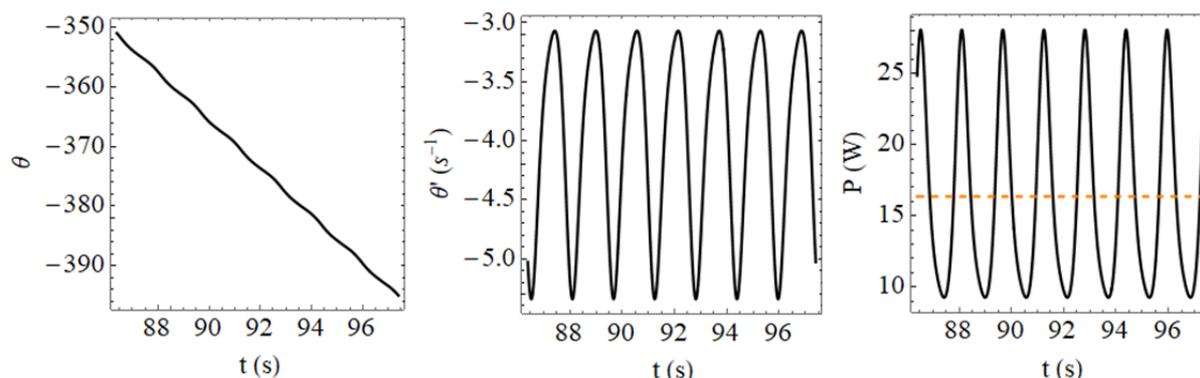


Figura 7: Simulación de respuesta rotatoria para $\Omega = 4.0 \text{ s}^{-1}$ ($\omega = 1.927$), $H = 0.395 \text{ m}$ ($p = 0.644$), $\beta = 0.1$, $b_V = 0.052 \text{ Kg m}^2/\text{s}$, $b_E = 0.984 \text{ Kg m}^2/\text{s}$, $N = 3$, $e = 35 \text{ mm}$, $m = 12 \text{ Kg}$, $u_N = (1,0,0)$. En el cálculo de la potencia P se consideró $\delta = 1091.35$, $\rho = 0.175 \text{ m}$ y $c = 4$. La línea horizontal punteada indica la potencia promedio.

Las [Figura 5-7](#) presentan simulaciones de historia temporal de respuesta de la rueda pendular, obtenidas de resolver (8) empleando los resultados de la [Tabla 1](#). La [Figura 5](#) corresponde a un movimiento rotatorio para el caso de la configuración óptima. En ella se observa que la potencia promedio obtenida resulta ser de 17.25 W, mientras que la instantánea alcanza valores de 30 W. Si bien las respuestas rotatorias son abundantes para la

configuración óptima, diferentes condiciones iniciales permiten obtener también respuestas oscilatorias, las cuales cuentan con menor energía disponible. Esta situación se muestra en la [Figura 6](#), donde se observa que la potencia promedio disminuye en el orden de dos terceras partes. Por último, la [Figura 7](#) muestra la mejor configuración para $N = 3$, según la [Tabla 1](#). La potencia promedio obtenida es de 16.35 W, levemente menor a la obtenida con la mejor configuración ([Figura 5](#)).

4 CONCLUSIONES

El presente trabajo abordó el prediseño y el estudio de la dinámica de un convertidor de péndulo paramétrico con miras a una futura aplicación a pequeña escala en el canal principal del Estuario de Bahía Blanca. El objetivo fue establecer una configuración físico/geométrica que resulte óptima en términos de generación de energía cinética, bajo ciertas restricciones constructivas. Se arribó a la conclusión que una rueda pendular con 10 agujeros y 7 pesas resulta ser la mejor configuración para la aplicación en cuestión, permitiendo en teoría generar una potencia promedio del orden de los 17 W con picos instantáneos de 30 W, en el caso del péndulo en rotación. No obstante, también se observó que existen diversas configuraciones que producen potencias similares, reflejando la versatilidad de este tipo de convertidores. Estos resultados se obtuvieron a partir de la resolución de un problema de optimización simple, considerando múltiples configuraciones posibles, como así también criterios basados en la dinámica no lineal del péndulo paramétrico. Debe lograrse la rotación para alcanzar esos valores de potencia. Esta respuesta del sistema es común, pudiéndose obtenerla con relativa facilidad no sólo en la configuración óptima sino en todas las consideradas. Esto se debe a las restricciones impuestas inicialmente al problema, basadas en el comportamiento dinámico. De todas maneras, las respuestas oscilatorias también son factibles, coexistiendo con las rotatorias y produciendo una potencia bastante inferior. Tal situación, sumada a la pseudo estocasticidad del forzamiento del oleaje en el corto plazo pueden conducir a la necesidad de emplear una acción de control de rotaciones. Esta implementación es tema de investigaciones actuales, como así también el estudio de nuevas configuraciones que permitan una mayor generación de potencia.

5 AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo de la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la UTN, el CONICET y la CIC de la Provincia de Buenos Aires.

REFERENCIAS

- Das, S. y Wahi, P. (2017). Initiation and Directional Control of Period-1 Rotation for Vertically or Horizontally Excited Parametric Pendulum. *Procedia IUTAM*, 22, 99–106. <https://doi.org/10.1016/j.piutam.2017.08.013>
- de Paula, A. S., Savi, M. A. y Pereira-Pinto, F. H. I. (2006). Chaos and transient chaos in an experimental nonlinear pendulum. *Journal of Sound and Vibration*, 294(3), 585–595. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.11.015>
- Dotti, F. E., Reguera, F. y Machado, S. P. (2015). A review on the nonlinear dynamics of pendulum systems for energy harvesting from ocean waves. *PANACM 2015 - 1st Pan-American Congress on Computational Mechanics, in Conjunction with the 11th Argentine Congress on Computational Mechanics, MECOM 2015*, 1516–1529.
- Dotti, F.E., Reguera, F. y Machado, S.P., Rotations of the parametric pendulum excited by a reciprocating motion with a view on energy harvesting, *Proceedings of the XVII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics DINAME 2017*, São

- Sebastião, Brasil, 2017.
- Dotti, F. E. y Virla, J. N. (2021). Nonlinear dynamics of the parametric pendulum with a view on wave energy harvesting applications. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 16(6), 1–7. <https://doi.org/10.1115/1.4050699>
- Fraile Mora, J. (n.d.). *Máquinas Eléctricas - Jesús Fraile Mora (5ta Edición).pdf*.
- Lenci, S. y Rega, G. (2011). Experimental versus theoretical robustness of rotating solutions in a parametrically excited pendulum: A dynamical integrity perspective. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 240(9–10), 814–824. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2010.12.014>
- Marszal, M., Witkowski, B., Jankowski, K., Perlikowski, P. y Kapitaniak, T. (2017). Energy harvesting from pendulum oscillations. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 94(April), 251–256. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2017.03.022>
- Najdecka, A., Narayanan, S. y Wiercigroch, M. (2015). Rotary motion of the parametric and planar pendulum under stochastic wave excitation. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 71, 30–38. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2014.12.008>
- Nandakumar, K., Wiercigroch, M. y Chatterjee, A. (2012). Optimum energy extraction from rotational motion in a parametrically excited pendulum. *Mechanics Research Communications*, 43, 7–14. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2012.03.003>
- Reguera, F., Dotti, F. E. y Machado, S. P. (2016). Rotation control of a parametrically excited pendulum by adjusting its length. *Mechanics Research Communications*, 72, 74–80. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2016.01.011>
- Yurchenko, D. y Alevras, P. (2018). Parametric pendulum based wave energy converter. *Mechanical systems and Signal Processing*, 99, 504–515. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2017.06.026>