

SIMULACIÓN DIRECTA DE TURBULENCIA DE FLUJO SECUNDARIO FORZADO POR GRADIENTES NO HOMOGÉNEOS EN DUCTOS CURVOS

DIRECT NUMERICAL SIMULATION OF SECONDARY FLOW FORCED BY NON-HOMOGENEOUS FORCE IN CURVED DUCTS

Julia V. Martorana^{a,b}, Lucas Berardini^b y Mariano I. Cantero^{a,b,c}

^a*Centro Atómico Bariloche, Comisión Nacional de Energía Atómica, San Carlos de Bariloche, Río Negro, Argentina, julia.martorana@cab.cnea.gov.ar, <http://mecom.cnea.gov.ar/>.*

^b*Instituto Balseiro, San Carlos de Bariloche, Río Negro, Argentina.*

^c*Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, San Carlos de Bariloche, Río Negro, Argentina.*

Palabras clave: ducto curvo, flujo secundario, flujo turbulento, DNS, gradiente de presión no uniforme.

Resumen. En el flujo turbulento en ductos curvos de sección cuadrada se genera flujo secundario de primer tipo por la curvatura de la geometría y de segundo tipo por la presencia de turbulencia. Se estudia aquí el flujo turbulento en ductos curvos de sección cuadrada forzado por gradientes de presión no uniformes en la dirección vertical. En las corrientes de gravedad en la escala microscópica la estratificación modula la turbulencia y en la escala macroscópica la estratificación modula la fuerza impulsora del flujo. En este caso, el forzado de flujo propuesto modela el efecto de la estratificación sobre la fuerza impulsora del flujo. El objetivo de este trabajo es analizar de forma separada el efecto macroscópico de la estratificación inhibiendo completamente el efecto microscópico de la misma. En este trabajo se analizan las variaciones generadas en el flujo secundario cuando el flujo es forzado por gradientes que varían de forma lineal y exponencial en la dirección vertical. Con este fin se llevan a cabo simulaciones directas de turbulencia mediante un código de cálculo pseudoespectral.

Keywords: curved duct, secondary flow, turbulent flow, DNS, non-uniform pressure gradient.

Abstract. Turbulent flow in curved duct of square section exhibits secondary flow of the first kind generated by the geometry curvature and secondary flows of the second kind due to the presence of turbulence. We study turbulent flow in a curved duct of square section forced by a non-uniform pressure gradient in the vertical direction. In gravity currents on the microscopic scale stratification modulates turbulence and on the macroscopic scale stratification modulates the driving force of the flow. In this case, the proposed forcing is used to model the stratification effect over the driving force of the flow. The aim of this work is to analyze separately the macroscopic effect of stratification inhibiting completely the microscopic effect of stratification. In this work, variations produced on secondary flow when the flow is forced by pressure gradients that vary linearly and exponentially in the vertical direction are analyzed. Fully resolved direct numeric simulations are performed with a pseudo-spectral code.

1. INTRODUCCIÓN

Las corrientes generadas en sentido perpendicular al flujo principal, denominadas flujos secundarios, se presentan en ríos, confluencias y canales submarinos. Asimismo, muchas aplicaciones de ingeniería tales como intercambiadores de calor, reactores químicos y ductos de enfriamiento y ventilación presentan este tipo de flujos. A pesar de que estos flujos secundarios poseen menor magnitud que la corriente principal, sus efectos sobre éste pueden ser importantes.

En el flujo turbulento en ductos curvos de sección cuadrada se generan dos tipos de corrientes transversales de menor magnitud, clasificadas como flujos secundarios de primer y de segundo tipo (Bradshaw, 1987). El flujo secundario de primer tipo se genera por la inclinación del vector vorticidad ocasionada por la aceleración de la corriente de la región interna de la curva con respecto al flujo que circula en la región externa. Estos flujos ocurren tanto en régimen laminar como en régimen turbulento. El flujo secundario de segundo tipo, en cambio, se genera solo en presencia de turbulencia y se observa en las esquinas de un canal o en transiciones de rugosidad transversales.

El flujo secundario está relacionado con la turbulencia ya que ésta puede provocar la disipación de las corrientes secundarias de primer tipo y es responsable de la generación del flujo secundario de segundo tipo (Nikora y Roy, 2012). En las curvas de los ríos el flujo secundario impacta sobre el lecho y sobre los márgenes erosionando la región externa de las curvas y depositando los sedimentos en la margen interna de las mismas. También modifica la distribución transversal de las velocidades medias y las tensiones de corte en las paredes, lo que tiene efectos sobre la resistencia hidráulica. Además, la presencia de corrientes secundarias modifica el mezclado vertical, transversal y longitudinal.

El estudio teórico del flujo secundario en corrientes laminares en tuberías curvas fue iniciado por Dean (1928) quien analizó los parámetros adimensionales que gobiernan el comportamiento del flujo, la generación de flujo secundario de primer tipo y la estabilidad de los mismos. Por su parte, Cheng et al. (1976), Ghia y Sokhey (1977) y Bara et al. (1992) llevaron a cabo estudios en régimen laminar mediante simulaciones numéricas y experimentos. Estos trabajos reportan la generación de dos vórtices contrarrotantes sobre la sección transversal de un ducto rectangular y la aparición de fenómenos de inestabilidad centrífuga para algunas condiciones de flujo. Hille et al. (1985) realizaron experimentos para estudiar la longitud de desarrollo de un flujo laminar sobre un ducto curvo.

Entre los estudios de flujo turbulento en ductos curvos de sección cuadrada, los de Münch y Métais (2006, 2007) reportan resultados de cálculos LES y analizan la influencia del radio de curvatura sobre el flujo medio y la transferencia de calor. A su vez, Hüttl y Friedrich (2001) reportan resultados de simulaciones DNS en ductos toroidales y helicoidales. Los autores analizaron la influencia del radio de curvatura y de la torsión sobre el flujo medio y sobre el desarrollo de la turbulencia. Asimismo Castiglia et al. (2010) analizaron flujos laminares y en régimen de transición y se focalizaron en la transferencia de calor en distintos regímenes, para varios radios de curvatura.

Los flujos estratificados son flujos en los cuales la densidad varía en la dirección vertical. Las corrientes de gravedad, en particular, son flujos estratificados generados por la acción de la gravedad sobre diferencias relativamente pequeñas de densidad entre dos fluidos (García, 1992). En estos flujos la acción de la gravedad en los perfiles de densidad provoca que los efectos de la estratificación se generen en dos escalas diferentes. En la escala microscópica la estratificación modula la turbulencia mientras que en la escala macroscópica la estratificación tiene efectos

sobre la fuerza impulsora del flujo.

En las corrientes de turbidez la diferencia de densidad sobre la cual actúa la gravedad para dar origen al flujo, está dada por sólidos en suspensión. Estos sedimentos interactúan con la turbulencia cambiando su estructura y, en consecuencia, modificando el mezclado turbulento y los perfiles de velocidad y concentración. Con el objetivo de estudiar esta interacción [Armenio y Sarkar \(2000\)](#) llevaron a cabo cálculos LES de un flujo establemente estratificado en un canal y observaron que un incremento en la estratificación provoca una reducción sistemática de los niveles de turbulencia, en las fluctuaciones de la densidad y en el transporte vertical asociado. Asimismo, [Cantero et al. \(2009a,b\)](#); [Shringarpure et al. \(2010, 2014, 2015\)](#) realizaron cálculos DNS de un flujo auto-estratificado forzado con sedimentos en suspensión y mostraron que la autoestratificación disminuye la turbulencia, en particular cerca del fondo del canal. En estos trabajos no es posible identificar en forma aislada el impacto de cada efecto (macroscópico y microscópico) de la estratificación en el flujo. En los trabajos de [Martorana \(2017; 2018\)](#) se llevan a cabo cálculos DNS en un ducto recto de sección cuadrada de flujos forzados con gradientes de presión no homogéneos en la dirección vertical con el objetivo de analizar las variaciones que provoca en el flujo el efecto de la estratificación en la fuerza impulsora del flujo de forma individual. Se observan cambios en la forma de los vórtices de flujo secundario y en los parámetros de turbulencia mostrando una atenuación de la misma cerca del fondo del ducto.

En este trabajo se estudia el flujo secundario de primer tipo presente un ducto curvo de sección cuadrada. Con el objetivo de modelar el efecto que genera la estratificación del flujo en la fuerza impulsora del mismo, se utilizan gradientes de presión no uniformes en la dirección vertical para conducir el flujo. Se estudian aquí las variaciones producidas en el flujo secundario cuando el flujo es conducido por fuerzas que varían lineal y exponencialmente en la dirección vertical. Estos resultados se comparan con el caso de flujo conducido por un gradiente uniforme. Para estos estudios se llevaron a cabo simulaciones directas de turbulencia mediante un código de cálculo pseudoespectral que utiliza expansiones de Fourier en la dirección principal y expansiones de Chebyshev en las direcciones restantes. Se muestran los resultados de las variaciones del flujo medio, del flujo secundario y de la turbulencia.

2. MODELOS NUMÉRICO Y MATEMÁTICO

Las ecuaciones adimensionales que gobiernan el flujo en este caso son

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re_\tau} \nabla^2 \mathbf{u} - \mathbf{F}, \quad (1a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1b)$$

donde $\mathbf{u} = \{u_r, u_z, u_\theta\}$ es el campo de velocidades adimensional, p es la presión adimensional y \mathbf{F} es el gradiente de presión no uniforme que fuerza la corriente en la dirección principal θ ($\mathbf{F} = \{0, 0, F_\theta(z)\}$). Para la adimensionalización de las ecuaciones (1) se utiliza como escala de velocidad la velocidad de corte $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$, donde τ_w es el esfuerzo de corte en la pared y ρ es la densidad del fluido. Como escala de longitud se toma la mitad del ancho del ducto, h , para la escala temporal se emplea $T = h/u_\tau$ y para la escala de presión ρu_τ^2 . El flujo depende del número de Reynolds, $Re_\tau = u_\tau h/\nu$, donde ν es la viscosidad cinemática del fluido.

El dominio espacial es un ducto curvo de sección transversal cuadrada de lado $2h$. En la dirección angular se imponen condiciones de borde periódicas. Debido a esta condición, la longitud en la dirección angular, $\Delta\theta$, debe ser suficientemente grande como para permitir el adecuado decaimiento de la correlación espacial de velocidades. Para la determinación de $\Delta\theta$

se utiliza como referencia el trabajo de [Martorana et al. \(2018\)](#) en el que se llevan a cabo cálculos DNS en un ducto recto de sección cuadrada de lado $2h$ y cuya longitud en la dirección de la corriente es igual a $4\pi h$. Esta longitud es suficiente para las simulaciones presentadas en este trabajo ya que se espera que el flujo desarrollado presente vórtices cuyo tamaño máximo sea del orden de $2h$.

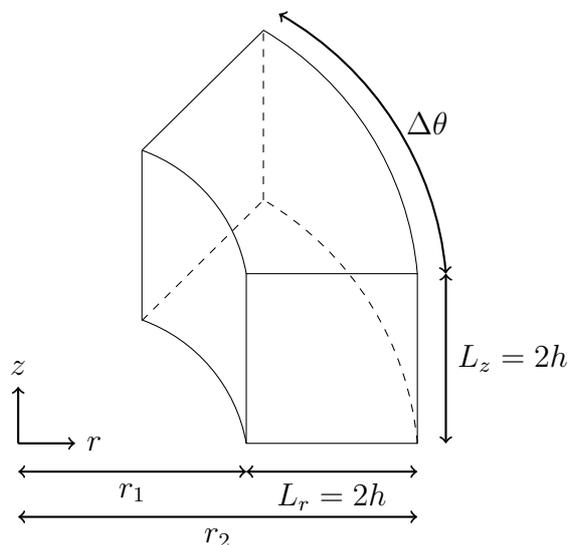


Figura 1: Esquema de la geometría del ducto curvo considerado.

Las ecuaciones de Navier-Stokes (1) se resuelven utilizando un código pseudoespectral ([Cannuto et al., 1998](#)). Este código emplea expansiones de Fourier en la dirección del flujo (θ) y expansiones de Chebyshev con puntos de cuadratura Gauss-Lobato en las direcciones restantes (r y z). Se utiliza el Método de Paso Fraccionado ([Kim y Moin, 1985](#)) para resolver las ecuaciones de conservación del momento y de conservación de la masa. Para la discretización temporal de los términos advectivo y difusivo se emplea un esquema de Adams-Bashforth de tercer orden y un esquema de Crank-Nicolson respectivamente. La solución para las ecuaciones diferenciales parciales discretizadas se obtiene por medio de un resolutor rápido de Helmholtz en dos dimensiones. Los detalles de proceso de cálculo de este código puede encontrarse en los trabajos de [Martorana et al. \(2018; 2021\)](#).

La resolución de la grilla utilizada es $(N_r, N_z, N_\theta) = (131, 131, 192)$. El espaciado de grilla máximo obtenido es más pequeño que la escala de longitud de Kolmogorov por lo que la discretización es suficiente para capturar todas las escalas de la turbulencia. Para la velocidad en la dirección del flujo se imponen condiciones de borde de no deslizamiento para las cuatro paredes del ducto. Para la velocidad radial u_r (velocidad vertical u_z) se imponen condiciones de no deslizamiento en las paredes horizontales (paredes verticales) y condiciones de no penetración en las paredes verticales (paredes horizontales).

3. RESULTADOS

Se estudia el comportamiento del flujo secundario en un ducto curvo en el que circula un flujo conducido por gradientes de presión no homogéneos en la dirección vertical. Este análisis se realiza para un forzado que varía linealmente y dos forzados que varían exponencialmente en

sentido vertical. Estas variaciones están dadas por

$$F_\theta = \beta(1 - z) + 2, \quad \text{para el caso CC y el caso CL,}$$

$$F_\theta = \frac{-4\beta}{e^{-2\beta} - 1} e^{-\beta z}, \quad \text{para los casos CE} \quad (2)$$

donde los valores del coeficiente β se detallan en la Tabla 1. Para los casos estudiados

$$\int_0^2 F_\theta dz = 4 \quad (3)$$

y el forzado neto del flujo es el mismo para todos los casos. El forzado en el caso CC no presenta variación en la dirección vertical, i.e. el flujo es conducido por un forzado homogéneo.

El valor de Re_τ se fija en 180 para todos los casos. El radio medio del ducto es $R_m = 100$. Con este parámetro geométrico el régimen de flujo puede considerarse completamente turbulento. En la Tabla 1 se muestran los casos analizados junto con las principales propiedades del flujo. Se indican los valores del número de Reynolds basado en la velocidad principal media, u_b y en el semiancho del ducto h , y los valores de esta velocidad normalizados con la velocidad de corte promedio, $u_{\tau,avg} = \sqrt{\bar{\tau}_w/\rho}$, donde $\bar{\tau}_w$ es el esfuerzo de corte promedio en la pared. Además, se indican las velocidades de corte locales en todas las paredes: $u_{\tau,t}$ en la pared superior, $u_{\tau,b}$ en la pared inferior, $u_{\tau,out}$ en la pared externa y $u_{\tau,in}$ en la pared interna, calculadas en el punto medio de cada pared. Para los casos estudiados, la estadística del flujo medio se obtuvo promediando los valores instantáneos en la dirección del flujo. El tiempo de integración fue de 500 unidades de tiempo.

Caso	β	$u_b/u_{\tau,avg}$	Re_b	$u_{\tau,t}$	$u_{\tau,b}$	$u_{\tau,in}$	$u_{\tau,out}$
CC	0.0	15.07	2713	1.034	1.034	0.780	1.177
CL2	2.0	14.73	2657	1.000	1.053	0.898	1.200
CE5	5.0	12.15	2190	0.858	1.309	0.718	0.999
CE10	10.0	9.90	1784	0.748	1.525	0.601	0.892

Tabla 1: Casos analizados en este trabajo.

3.1. Flujo principal

La Figura 2 muestra dos variaciones verticales de la velocidad principal normalizada con la velocidad media. Si se observan los perfiles para el caso forzado por un gradiente homogéneo en ambas posiciones es posible notar la falta de simetría del flujo en la dirección radial provocada por curvatura del ducto. Este fenómeno ocurre debido al efecto de aceleración centrífuga que experimenta una parcela de fluido que se desplaza en la dirección angular. Desde el punto de vista de la parcela de fluido, la fuerza de inercia que actúa sobre ésta tiende a desplazarla hacia radios mayores, generando una redistribución del flujo que origina un gradiente de presión opuesto en la dirección radial. La distribución asimétrica de velocidad resultante es tal que el gradiente de presión equilibra a la fuerza inercial.

En los casos de flujo conducido por forzado no homogéneo también se presenta la asimetría en la dirección radial originada por la geometría del ducto, sin embargo se observa además una pérdida de simetría vertical provocada por el forzado variable en esa dirección. La pérdida de

simetría en ambas direcciones puede apreciarse en la Figura 3 que muestra la distribución de la velocidad principal en la sección del ducto. Se observa que para los casos de forzado no homogéneo el valor máximo de velocidad principal se ubica en el tercio inferior de la sección.

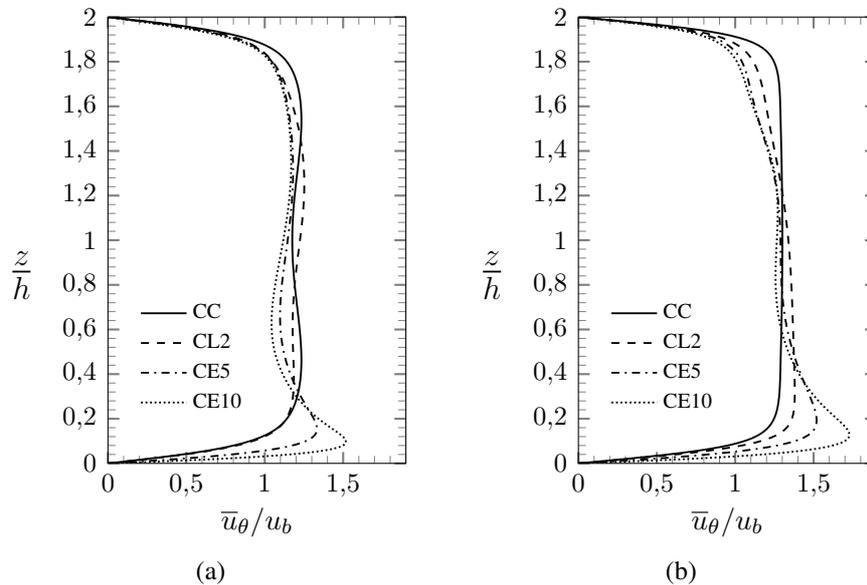


Figura 2: Variación vertical de la velocidad en la dirección principal en a) $r/h = 1$ y b) $r/h = 1,5$.

Con respecto a la distribución en la dirección radial de la velocidad principal, se presentan además, tres variaciones lineales (Figura 4). Mientras que el caso CC presenta simetría vertical en este sentido (la distribución en $z/h = 1,5$ y en $z/h = 0,5$, Figuras 4a y 4c respectivamente, son idénticas entre sí para este caso), los flujos forzados por gradientes de presión no homogéneos muestran variaciones importantes en esta dirección. En el tercio superior (Figura 4a) los valores máximos para los casos CL y CE disminuyen con respecto al caso CC. En cambio, en la región central (Figura 4b) y en el tercio inferior (Figura 4c) los valores máximos son mayores para los casos de flujo forzado por gradientes no homogéneos. En particular, en el tercio inferior (Figura 4c) se observa una diferencia importante en la variación de la velocidad, que presenta valores máximos cerca de la pared externa del ducto para los casos CL y CE. En la distribución de la velocidad en la sección (Figura 3) se puede observar que los valores máximos para los casos CL y CE se generan por debajo de la línea horizontal mostrada en la Figura 4c.

3.2. Flujo secundario

El flujo secundario en el caso forzado por un gradiente de presión constante es simétrico con respecto a la bisectriz de las paredes verticales. En cada mitad horizontal de la sección se produce una vórtice principal cuyo centro se ubica dentro del tercio interno del ducto y otro vórtice pequeño ubicado sobre la pared externa (Figura 7). El flujo circula hacia la pared externa en la zona central de la sección y hacia la pared interna cerca de las paredes horizontales. Cerca de la pared vertical externa, el flujo circula mayormente hacia abajo (arriba) en la mitad de inferior (superior) de la sección, excepto cerca de la pared donde se originan los vórtices pequeños. En la región cercana a la pared vertical interna el flujo circula hacia arriba (abajo) en la mitad inferior (superior) del ducto.

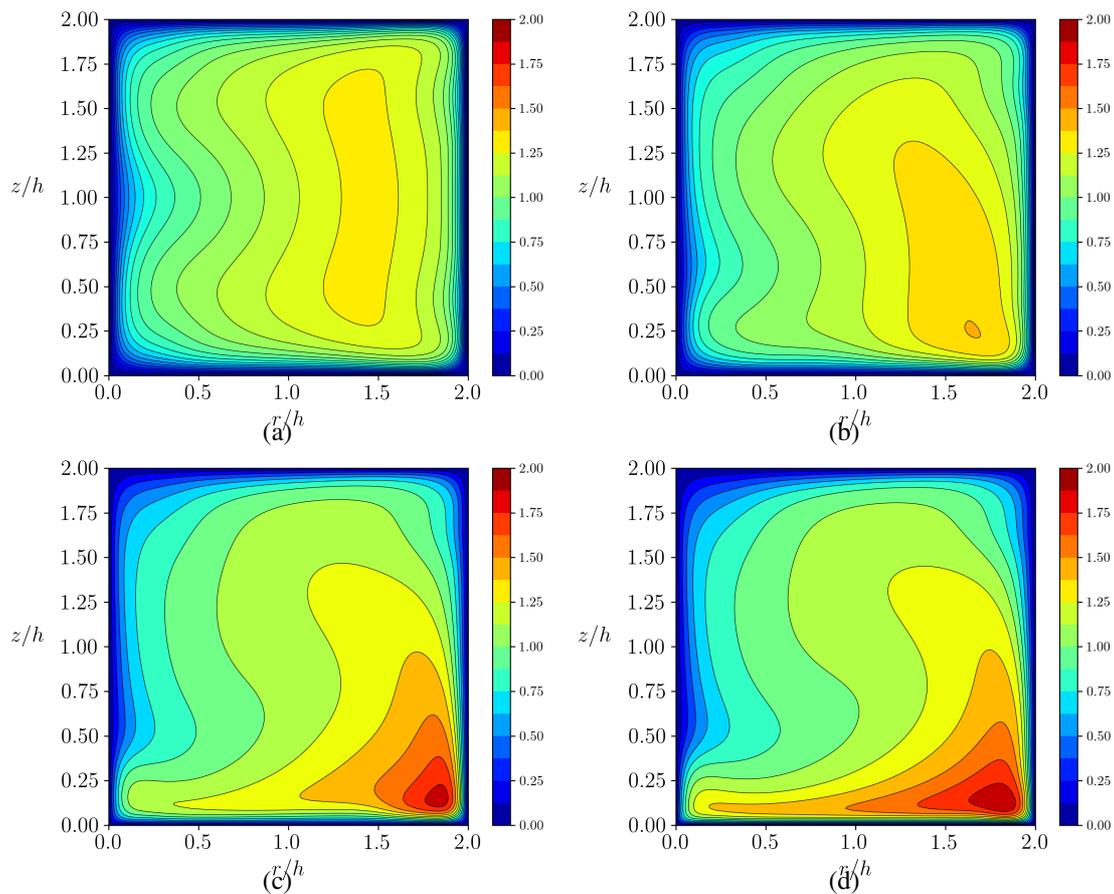


Figura 3: Velocidad en dirección del flujo, u_θ , adimensionalizada con la velocidad media. Casos a) CC, b) CL2, c) CE5 y d) CE10.

En la Figura 5 se presenta la variación radial de la velocidad vertical u_z en tres líneas horizontales de la sección del ducto. En la región superior del ducto (Figura 5a) se observa que mayormente se mantiene el sentido de la velocidad vertical para todos los casos: la componente vertical del flujo secundario está dirigida hacia arriba en la mitad externa y hacia abajo en la mitad interna. En la región media de la sección (Figura 5b) mientras que el caso de flujo conducido por un forzado constante no muestra velocidad vertical por la simetría que posee, para los casos CL y CE se puede observar que sí existe circulación en sentido vertical en esa región, y se conservan los sentidos de la velocidad vertical con respecto a lo que ocurre en $z/h = 1,5$. En la zona cercana a la pared horizontal inferior (Figura 5c) se observan cambios de sentido en la velocidad vertical. Mientras que en el caso de forzado constante la circulación es hacia arriba (abajo) en la región interna (externa) del ducto, los casos de forzado exponencial presentan un sentido de circulación opuesto: el flujo circula hacia abajo (arriba) cerca de la pared interna (externa).

La distribución vertical de la componente radial de la velocidad, u_r , en tres líneas de la sección se muestra en la Figura 6. En el caso del flujo forzado por un gradiente constante se puede observar la simetría en la variación de la velocidad radial con respecto a la bisectriz de las paredes verticales. Esta simetría se pierde en los casos de los flujos conducidos por forzados no homogéneos. En la mitad superior de la sección, en las tres ubicaciones la circulación se presenta mayoritariamente hacia la pared interna para los casos CL y CE a diferencia de lo que ocurre para el caso forzado homogéneo donde se genera uno de los vórtice principales, es decir,

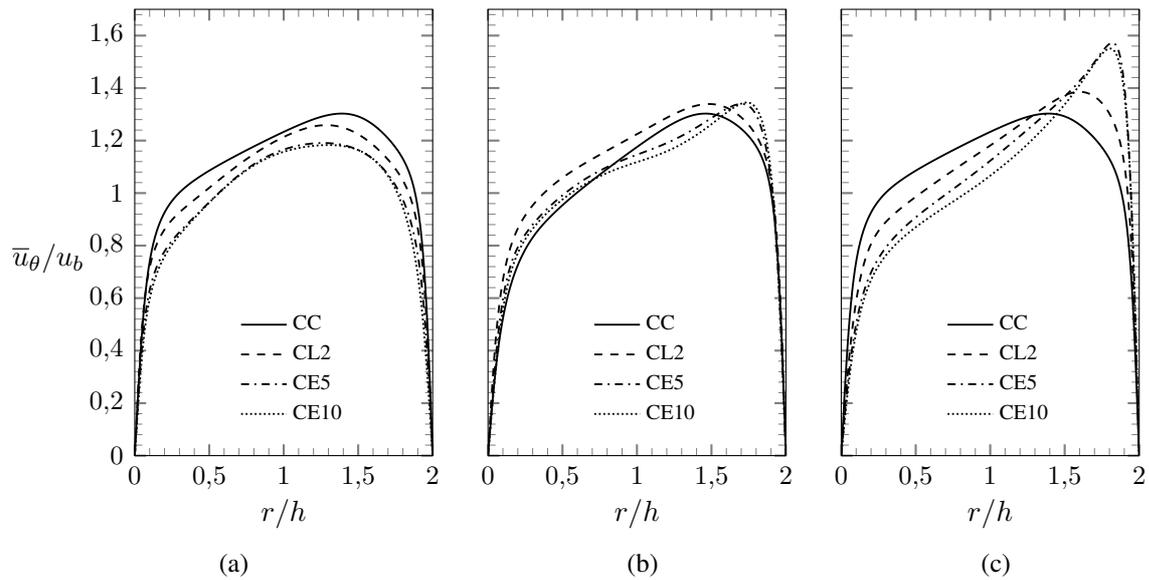


Figura 4: Variación radial de la velocidad en la dirección principal en a) $z/h = 1,5$, (b) $z/h = 1$ y (c) $z/h = 0,5$. La escala vertical y la variable del eje vertical son las mismas para todos los casos.

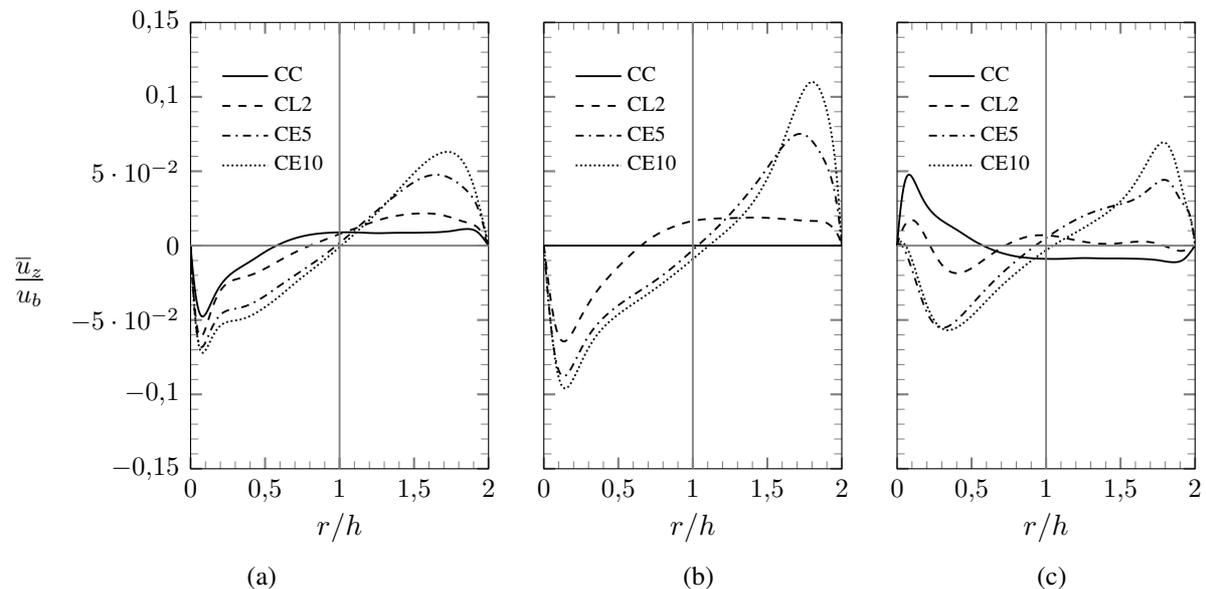


Figura 5: Variación radial de la velocidad u_z en a) $z/h = 1,5$, (b) $z/h = 1$ y (c) $z/h = 0,5$. La escala vertical y la variable del eje vertical son las mismas para todos los casos.

el flujo se dirige en ambas direcciones dentro de la mitad superior: hacia la pared interna cerca de la pared horizontal y hacia el exterior en la región cercana al centro. En la mitad inferior de la sección y en las tres ubicaciones el caso CL2 muestra una celda de menor altura cerca de la pared inferior que dirige el flujo hacia la pared interna en esta zona. Esto también se observa para el caso CE5 en la posición $r/h = 1,5$ (Figura 6c). En las posiciones $r/h = 0,5$ y $r/h = 1$ (Figuras 6a y 6b) la circulación en los casos CE en la mitad inferior de la sección es hacia la pared externa. En particular este sentido de circulación del flujo es opuesto al caso CC en la

zona cercana a la pared horizontal inferior.

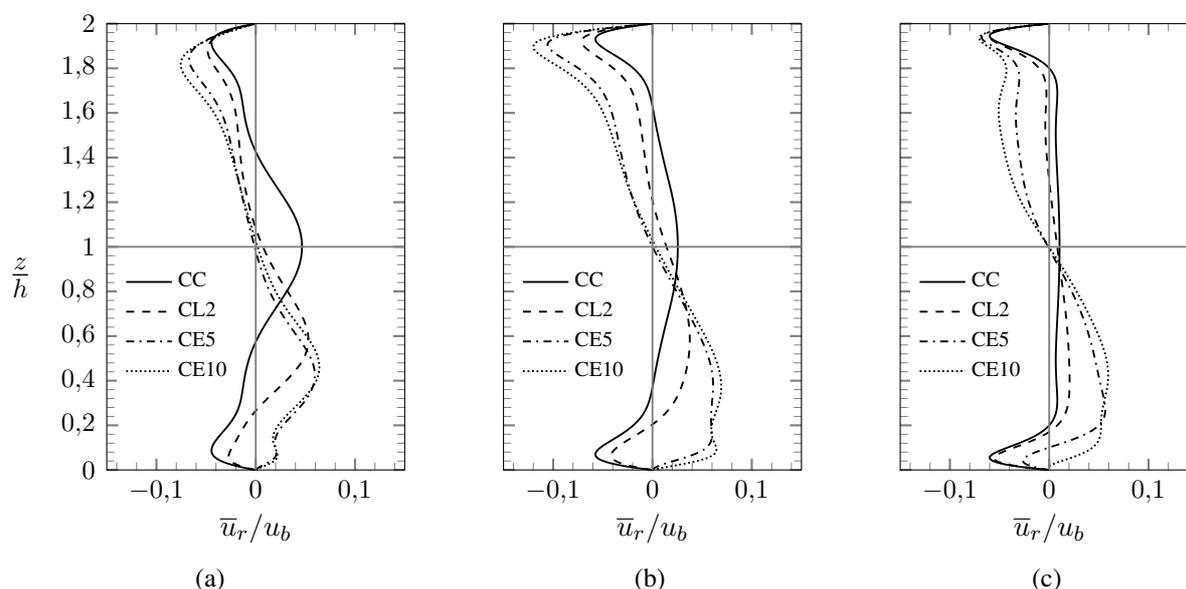


Figura 6: Variación vertical de la velocidad u_r en a) $r/h = 0,5$, (b) $r/h = 1$ y (c) $r/h = 1,5$. La escala vertical y la variable del eje vertical son las mismas para todos los casos.

En la Figura 7 se presenta la distribución del flujo secundario en la sección del ducto. En la columna izquierda el flujo secundario es representado mediante vectores que poseen módulo unitario mientras que en la columna de la derecha los vectores están normalizados con el valor máximo para cada caso. Para el Caso CC se puede observar en cada mitad horizontal de la sección una celda mayoritaria y una celda más pequeña cerca de la pared externa. Como se pudo observar mediante las Figuras 5 y 6 en los casos de flujo conducidos por forzados no homogéneos las celdas de circulación se ven modificadas. En la Figura 6b se puede observar que para el caso CL2 el valor máximo positivo de la velocidad radial en la línea vertical central se desplaza desde el eje horizontal de la sección (caso CC) hacia el centro de la mitad inferior. Cerca de la pared inferior los resultados exhiben la existencia de circulación de flujo secundario en sentido horario. Este sentido coincide con el sentido del vórtice principal que se genera en la mitad inferior de la sección para el caso CC. En la Figura 7 puede observarse el aumento de tamaño del vórtice principal superior y la disminución de tamaño del vórtice principal inferior de la sección.

Los casos CE presentan un vórtice principal que ocupa toda la sección del ducto (Figura 7). En la Figura 6 se puede notar que la circulación en la mitad superior es dirigida únicamente hacia la pared interna mientras que en la mitad inferior el flujo en sentido radial circula mayormente en sentido inverso. En la posición $r/h = 1,5$ (Figura 6c), sin embargo, el caso CE5 exhibe un pequeño vórtice en sentido horario cerca de la pared inferior, coincidiendo esta dirección del flujo con la que ocurre en el caso CC. En la Figura 7 se observa la generación de dos vórtices pequeños de sentido antihorario cercanos a las paredes verticales.

3.3. Turbulencia

La Figura 8 muestra los perfiles de tensión de corte total en la dirección vertical $\tau_{tot,z} = -u'_\theta u'_z + \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial z}$ (Figura 8a), la componente del tensor de Reynolds $-u'_\theta u'_z$ (Figura 8b) y la ten-

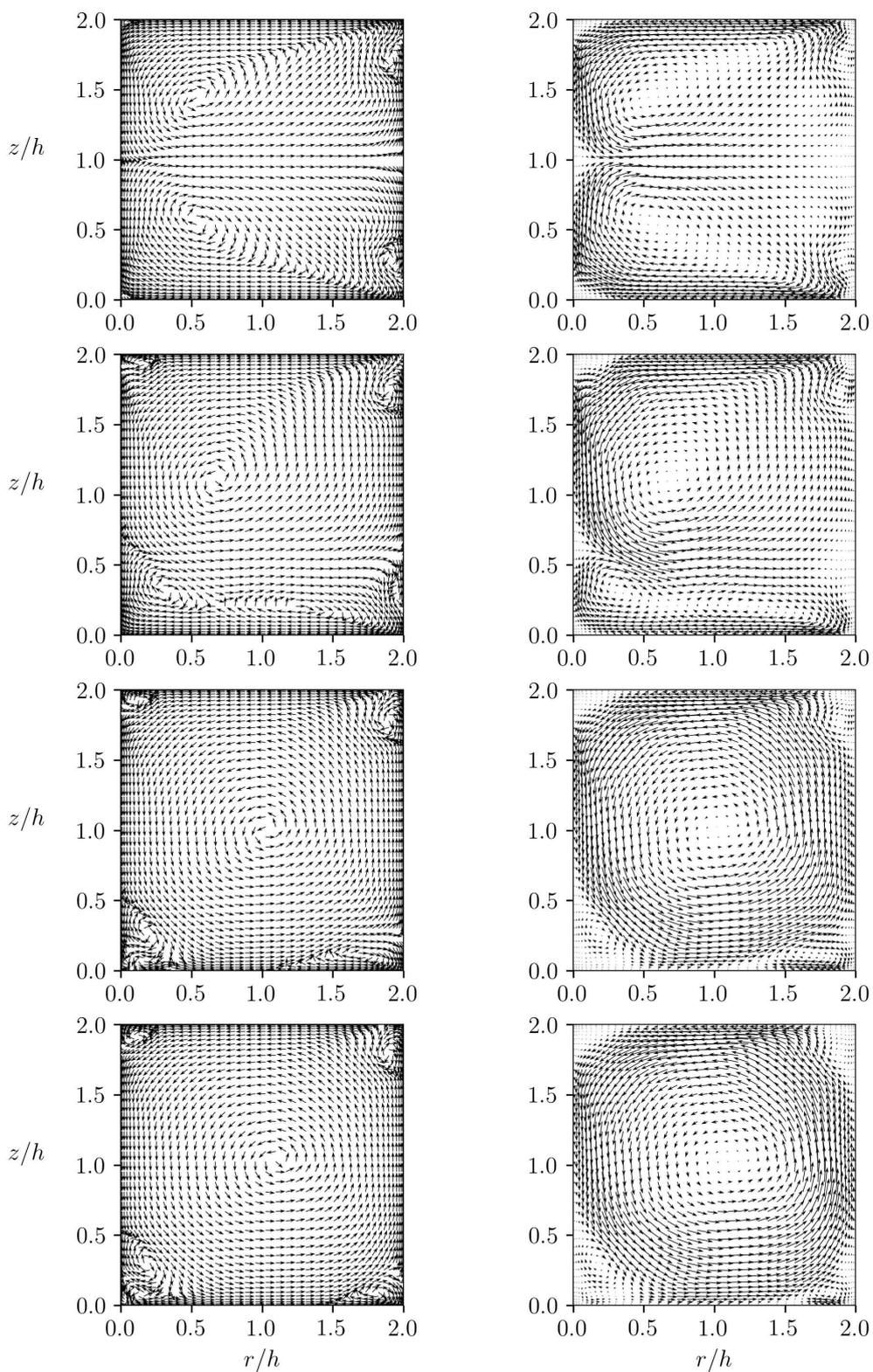


Figura 7: Vectores de flujo secundario: vectores de módulo unitario (columna izquierda) y vectores normalizados con el valor máximo en cada caso (columna derecha). De arriba hacia abajo Casos CC, CL2, CE5 y CE10. La variable del eje radial es la misma para todos los casos.

ción viscosa $\frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial z}$ (Figura 8c) normalizadas con la velocidad de fricción local correspondiente a cada mitad de la sección. Los valores de la mitad superior (inferior) están normalizados con el valor de velocidad de fricción local en la mitad de la pared superior (inferior). La posición de los puntos donde el esfuerzo de corte total es nulo disminuye para los casos con forzado no homogéneo con respecto al caso CC (Figura 8a). Esta variación se debe al desplazamiento de los valores nulos de la componente velocidad vertical generado por la deformación de los vórtices. En relación al momento turbulento, $\overline{u'_\theta u'_z}$ (Figura 8b), en la región cercana a la pared inferior de la sección se observa una disminución en los valores para los casos CL y CE con respecto al caso CC.

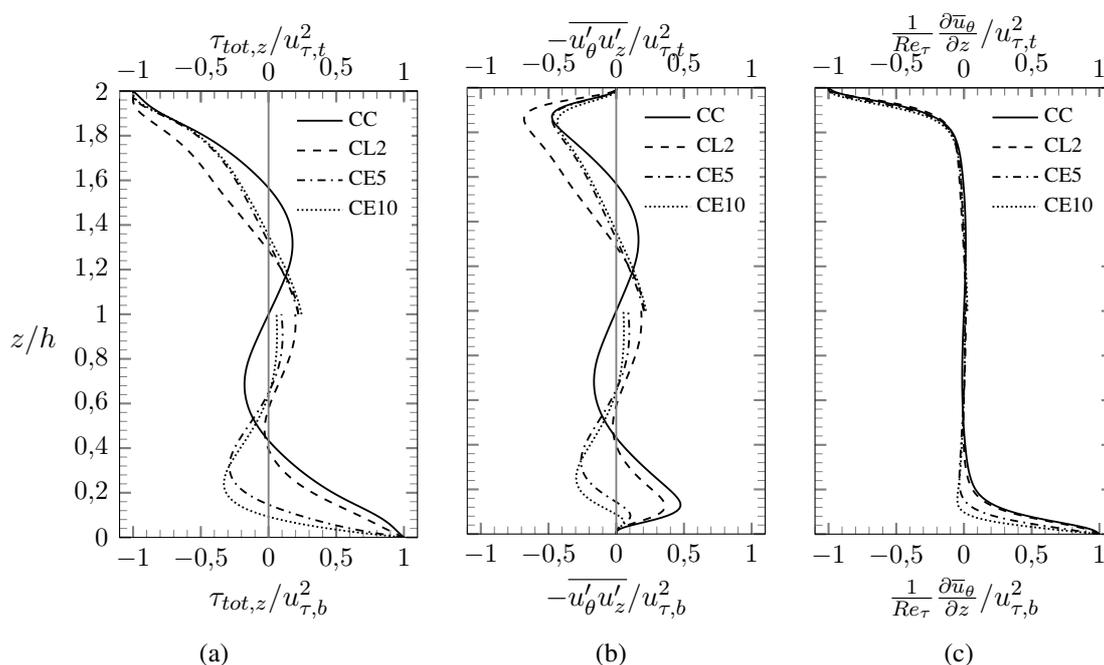


Figura 8: (a) Esfuerzo de corte total $\tau_{tot,z}$ en la línea central vertical. (b) Esfuerzo de Reynolds $-\overline{u'_\theta u'_z}$. (c) Gradiente de velocidad $\frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial z}$. Los valores en la mitad superior están normalizados con el valor de corte local en el centro de la pared superior $u_{\tau,t}$ y los valores de la mitad inferior están normalizados con el valor de corte local en la pared inferior $u_{\tau,b}$. La escala vertical y la variable del eje vertical son las mismas para todos los casos.

Los valores *rms* para cada componente de la velocidad $u_{\theta,rms} = \overline{u_\theta'^2}^{1/2}$, $u_{z,rms} = \overline{u_z'^2}^{1/2}$ y $u_{r,rms} = \overline{u_r'^2}^{1/2}$ en la línea central vertical normalizados en la mitad inferior (superior) de la sección con el valor de velocidad de fricción en el centro de la pared inferior (superior) se muestran en la Figura 9. En la mitad inferior de la sección del ducto el caso CL2 presenta valores similares al caso CC, mientras que los casos CE muestran un comportamiento diferente. En los casos CE los valores máximos disminuyen. En particular los perfiles de $u_{\theta,rms}$ para estos casos presentan una disminución significativa en el valor máximo y perfiles más planos. Esta disminución muestra una atenuación de la turbulencia en el tercio inferior de la sección. En la mitad superior de la sección los perfiles de $u_{\theta,rms}$ son similares para todos los casos. Los perfiles de $u_{r,rms}$ en cambio, muestran incrementos en los valores máximos, siendo el caso CL2 el mayor. Esto exhibe un incremento de la turbulencia en sentido radial en el tercio superior de la sección.

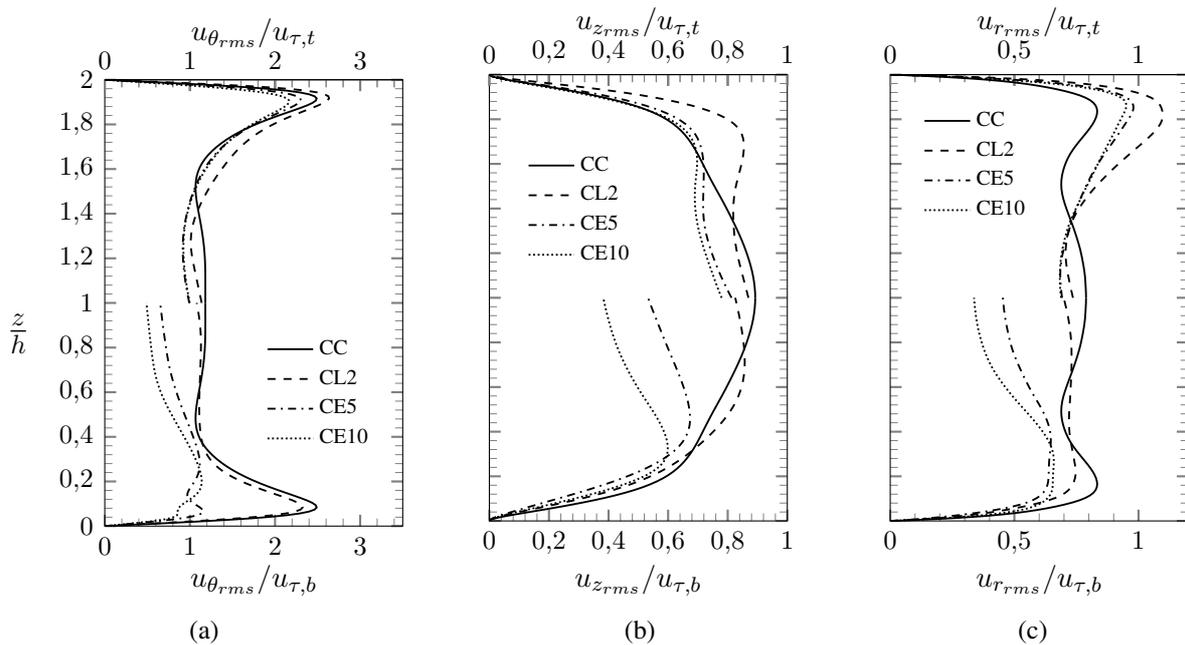


Figura 9: Valores *rms* en la línea central vertical. a) Valores $u_{\theta rms}$, b) Valores $u_{z rms}$ y c) Valores $u_{r rms}$. Los valores en la mitad superior están normalizados con el valor de velocidad de corte local en el centro de la pared superior $u_{\tau,t}$ y los valores de la mitad inferior están normalizados con el valor de velocidad de corte local en la pared inferior $u_{\tau,b}$. La escala vertical y la variable del eje vertical son las mismas para todos los casos.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se estudia el flujo turbulento en ductos curvos de sección cuadrada forzado por gradientes de presión no uniformes en la dirección vertical. Con el objetivo de analizar en forma separada el efecto macroscópico de la estratificación que actúa sobre la fuerza impulsora del flujo se propone un forzado que modela este efecto. Se analizan en este estudio las variaciones generadas en el flujo secundario cuando el flujo es forzado por gradientes de presión que varían de forma lineal y exponencial en la dirección vertical.

En cuanto a los efectos del forzado no homogéneo en la componente principal de la velocidad, se puede observar el descenso de la posición del valor máximo y un incremento en el valor máximo para los casos de flujo conducido por un forzado no homogéneo con respecto al flujo forzado por un gradiente constante. Los valores máximos se encuentran en el tercio inferior de la sección para los casos CL y CE.

Las componentes transversales de la velocidad para los casos de flujo forzado por gradientes no homogéneos muestran cambios en la forma y en el sentido de los vórtices. En el caso CL2 el centro del vórtice principal que presenta el caso CC en la mitad superior de la sección se desplaza hacia abajo, generando una circulación de flujo que ocupa las dos terceras partes superiores de la sección. En el tercio inferior, para este caso, se observa una circulación de sentido idéntico al vórtice mayor inferior del caso CC. En los casos CE el centro de la celda de recirculación mayoritaria que ocupa la mitad superior de la sección en el caso CC desciende aún más, produciendo un único vórtice principal que dirige el flujo hacia la pared interna del ducto en la región cercana a la pared inferior. En esta región esta dirección se opone a la obtenida para el caso de flujo forzado por gradiente homogéneo.

Los parámetros relacionados con la turbulencia también muestran variaciones con respecto al caso CC. En la mitad inferior de la sección los valores rms disminuyen con respecto al caso CC. En particular los perfiles de $u_{\theta rms}$ para los casos CE exhiben disminuciones significativas de los valores máximos y menor variabilidad en la dirección vertical.

REFERENCIAS

- Armenio V. y Sarkar S. An investigation of stably stratified turbulent channel flow using large-eddy simulation. 66:95–102, 2000.
- Bara B., Nandakumar K., y Masliyah J.H. An experimental and numerical study of the Dean problem: flow development towards two-dimensional multiple solutions. *Journal of Fluid Mechanics*, 244:339–376, 1992. doi:10.1017/S0022112092003100.
- Bradshaw P. Turbulent secondary flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 19:53–74, 1987. doi:10.1146/annurev.fl.19.010187.000413.
- Cantero M.I., Balachandar S., Cantelli A., Pirmez C., y Parker G. Turbidity current with a roof: Direct numerical simulation of self-stratified turbulent channel flow driven by suspended sediment. *Journal of Geophysical Research*, 114, 2009a.
- Cantero M.I., Balachandar S., y Parker G. Direct numerical simulation of stratification effects in sediment-laden turbulent channel flow. *Journal of Turbulence*, 10:1–28, 2009b.
- Canuto C., Hussaini M., Quarteroni A., y Zang T. *Spectral methods in fluid dynamics*. New York: Springer-Verlag, 1998.
- Castiglia F., Chiovaro P., Ciofalo M., Di Liberto M., Di Maio P.A., Piazza I., Giardina M., Mascari F., Morana G., y Vella G. Modelling flow and heat transfer in helically coiled pipes. Part 2: Direct numerical simulations for laminar, transitional and weakly turbulent flow in the case of zero pitch. Informe Técnico, Agenzia Nazionale per le Nuove Tecnologie, l'Energia e lo Sviluppo Economico Sostenibile, 2010.
- Cheng K.C., Lin R., y Ou J. Fully developed laminar flow in curved rectangular channels. *J. Fluids Eng*, 98(1):41–48, 1976.
- Dean W.E. Fluid motion in a curved channel. *Proceedings of the Royal Society of London*, 121(A):402–420, 1928.
- García M.H. Turbidity currents. En L. Brekhovskikh, K. Turekian, K. Emery, y C. Tseng, editores, *Encyclopedia of Earth System Science*, volumen 4, páginas 399–408. Academic Press, Inc., New York., 1992.
- Ghia K.N. y Sokhey J.S. Laminar incompressible viscous flow in curved ducts of regular cross-sections. *Journal of Fluids Engineering*, 99(4):640–648, 1977.
- Hille P., Vehrenkamp R., y Schulz-Dubois E.O. The development and structure of primary and secondary flow in a curved square duct. *Journal of Fluid Mechanics*, 151:219–241, 1985. doi:10.1017/S0022112085000933.
- Hüttl T. y Friedrich R. Direct numerical simulation of turbulent flows in curved and helically coiled pipes. *Computers & Fluids*, 30:591–605, 2001. doi:10.1016/S0045-7930(01)00008-1.
- Kim J. y Moin P. Application of a fractional-step method to incompressible Navier-Stokes equations. *Journal of Computational Physics*, 59(2):308 – 323, 1985. ISSN 0021-9991. doi:https://doi.org/10.1016/0021-9991(85)90148-2.
- Martorana J.V., Berardini L., y Cantero M.I. Simulación directa de turbulencia de flujo secundario en ductos curvos. *Ribagua*, 7(2):56–71, 2021.
- Martorana J.V. y Cantero M.I. Direct numerical simulation of secondary flow in straight duct by-non homogeneous force. *Mecánica Computacional*, XXXV:953–963, 2017.
- Martorana J.V., Cantero M.I., y Dari E.A. Simulación directa de turbulencia de flujo secundario

- en ductos con forzado no homogéneo. *Ribagua*, 5(2):143–156, 2018.
- Münch C. y Métais O. Large eddy simulations of the turbulent flow in curved ducts: influence of the curvature radius. En E. Lamballais, R. Friedrich, B.J. Geurts, y O. Métais, editores, *Direct and Large-Eddy Simulation VI*, páginas 209–216. Springer Netherlands, Dordrecht, 2006. ISBN 978-1-4020-5152-4.
- Münch C. y Métais O. Large eddy simulations in curved square ducts: variation of the curvature radius. *Journal of Turbulence*, 8:N28, 2007. doi:10.1080/14685240601142859.
- Nikora V. y Roy A.G. *Secondary Flows in Rivers: Theoretical Framework, Recent Advances, and Current Challenges*, capítulo 1, páginas 1–22. John Wiley & Sons, Ltd, 2012. doi: <https://doi.org/10.1002/9781119952497.ch1>.
- Shringarpure M., Cantero M.I., y Balachandar S. Dynamics of complete turbulence suppression in turbidity currents driven by monodisperse suspensions of sediment. *Journal of Fluid Mechanics*, 712:384–417, 2010.
- Shringarpure M., Cantero M.I., y Balachandar S. Mechanisms of complete turbulence suppression in turbidity currents driven by mono-disperse and bi-disperse suspensions of sediment. *Journal of Computational Multiphase Flows*, 6(3):16–23, 2014.
- Shringarpure M., Cantero M.I., y Balachandar S. Analysis of turbulence suppression in sediment-laden saline currents. *Procedia Engineering*, 126:16–23, 2015.