

MODELADO DE UNA JUNTA ESFÉRICA TRIDIMENSIONAL CON HUELGO Y LUBRICACIÓN PARA SISTEMAS DINÁMICOS MULTICUERPOS

MODELLING OF A SPHERICAL JOINT WITH CLEARANCE AND LUBRICATION FOR MULTIBODY DYNAMIC SYSTEMS

Laura G. Di Gialleonardo^a, Alejandro Cosimo^c, Alberto Cardona^b y Federico J. Cavalieri^b

^aFacultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires, Paseo Colón 850, CABA, Argentina,
<https://www.fi.uba.ar/>

^bCentro de Investigación de Métodos Computacionales (CIMEC). Universidad Nacional del
Litoral-CONICET, Predio Conicet "Dr Alberto Cassano", Colectora Ruta 168 s/n, Paraje "El Pozo",
3000 Santa Fe, Argentina, fcavalieri@santafe-conicet.gov.ar, acardona@unl.edu.ar
<http://www.cimec.org.ar>

^cSiemens Industry Software NV, Rue des Chasseurs Ardennais 8, 4031 Liège, Belgium.

Palabras clave: Dinámica de contacto no suave, Lagrangiano aumentado, junta esférica, lubricación.

Abstract. En este trabajo se propone un modelo de junta esférica tridimensional con huelgo y lubricación. El problema de contacto se resuelve por medio de una formulación dual mixta basada en un método del tipo Lagrangiano aumentado el cual garantiza el cumplimiento exacto de las restricciones a nivel de posición y velocidad sin la necesidad de aplicar ningún parámetro de penalización. Para el modelo de lubricación, la presión del lubricante en la junta se calcula resolviendo las ecuaciones de Reynolds, teniendo en cuenta el efecto de apriete de la película de fluido considerado como Newtoniano. Luego, las ecuaciones de la dinámica se resuelven con un integrador temporal α -generalizado no suave. Finalmente, el comportamiento numérico de la junta propuesta es analizado por medio de ejemplos.

Keywords: Nonsmooth contact dynamics, augmented lagrangian, spherical joint, lubrication.

Abstract. In this work, a model for a three-dimensional spherical joint with clearance is proposed. The associated contact problem is solved with a dual-mixed formulation based on an augmented Lagrangian technique, in which the constraints at velocity and position levels are satisfied exactly without requiring the definition of any penalty parameter. For the lubrication model, the lubricant pressure is obtained by solving the Reynolds' equation, taking into account the squeeze-film action of the fluid, considered as Newtonian. For this purpose, the equations of motion are integrated using a non-smooth generalized- α time integration scheme. To conclude, the numerical performance of the proposed joint is analysed through examples.

1 INTRODUCCIÓN

Un mecanismo o sistema multi-cuerpo es un ensamble compuesto de cuerpos o elementos organizados con una configuración determinada cuyo propósito es transformar movimiento, fuerza o energía en un conjunto deseado de salidas tales como fuerzas, desplazamientos, velocidades o aceleraciones (Hartenberg y Denavit, 1964).

En estudios analíticos o numéricos, los componentes individuales de un mecanismo pueden ser asumidos como cuerpos rígidos o flexibles y con posibilidad de alcanzar grandes desplazamientos y rotaciones. Luego, éstos se conectan mediante diferentes tipos de elementos de fuerza tales como: resortes, resortes-amortiguadores o bien, pares cinemáticos como son las juntas (esféricas, de revolución, bisagras, entre otras).

Las juntas son comúnmente representadas por modelos ideales que limitan el movimiento relativo de los componentes de un mecanismo por medio de un conjunto de restricciones cinemáticas no lineales, y donde el huelgo es a menudo ignorado para simplificar la formulación. Sin embargo, en mecanismos reales, la inevitable presencia del huelgo entre las partes, el efecto de la lubricación en la junta, desalineamientos y errores de ensamblado, afectan significativamente la respuesta dinámica y, consecuentemente, la estabilidad y confiabilidad de todo el sistema. Por ejemplo: el contacto imperfecto entre el muñón y la carcasa de una junta de revolución o de una junta esférica, o bien el contacto con huelgo entre los dientes de ruedas dentadas que forman un engranaje, generan cargas variables en el tiempo de alta frecuencia que se propagan por todo el sistema, incrementando las posibilidades de rotura, fatiga, desgaste y un comportamiento caótico bajo condiciones de funcionamientos específicos (Olyaei y Ghazavi, 2012; Selcuk et al., 2016).

En este trabajo, se presenta un nuevo elemento de junta tipo esférica en el marco de la dinámica no suave (Jean, 1999) teniendo en cuenta: i) el contacto mecánico entre la carcasa y el muñón a causa de un huelgo y ii) condiciones de lubricación por medio de la ecuación de Reynolds. Para la integración de las ecuaciones de movimiento se utiliza un esquema de integración temporal α generalizado no suave siguiendo la propuesta de Cosimo et al. (2020) y donde el problema del contacto se regulariza utilizando un enfoque dual mixto basado en un Lagrangiano aumentado presentado por Alart y Curnier (1991) para el caso cuasi-estático y aplicado por Galvez et al. (2020) en problemas dinámicos. El modelo de junta propuesto fue programado en el código de elementos finitos Oofelie (Cardona et al., 1994), en tanto que el pre-procesamiento fue realizado en el código Octave (Eaton et al., 2017). Finalmente, para la verificación de los resultados obtenidos se propone un ejemplo numérico de un mecanismo del tipo biela-manivela formado por cuerpos rígidos y una junta esférica con huelgo donde en un caso se tuvo en cuenta los efectos de la lubricación y en el otro no.

2 ECUACIONES DE MOVIMIENTO

En dinámica de contacto no suave, los integradores temporales generalmente se clasifican en dos grandes grupos, los esquemas *event – driven* y los del tipo *time – stepping*. Los primeros se basan en la detección exacta del impacto. En cambio, los del segundo grupo, el impacto se resuelve en el mismo paso de tiempo mediante el uso de una ley constitutiva de impacto, por ejemplo, las leyes de impacto de Newton o de Poisson (Jean, 1999). Por otro lado, cuando se estudia la dinámica de estructuras con discretización espacial, los esquemas de integración temporal mayormente utilizados son los que derivan de los métodos de la familia Newmark, por ejemplo, el Hilbert-Hughes-Taylor, el Chung-Hulbert o el α -generalizado (Chung y Hulbert, 1993). Estos integradores son implícitos y poseen una precisión de segundo orden. Sin

embargo, cuando ocurren cambios bruscos de velocidad como consecuencia de los impactos entre componentes, las soluciones numéricas muestran un comportamiento físico inaceptable.

Una alternativa a estos integradores fue presentada por Brüls et al. (2014) y una versión más reciente y utilizada en este trabajo fue desarrollada por Cosimo et al. (2020). En ambos casos, los términos de las ecuaciones de movimiento se dividen en una contribución suave y una contribución no suave a nivel de posición y de velocidad. Esta división hace posible integrar los términos de las ecuaciones de movimiento usando un método de paso de tiempo fijo con precisión de primer orden para las contribuciones no suaves, mientras que las contribuciones suaves se integran con un esquema de segundo orden a través del método α -generalizado (Chung y Hulbert, 1993).

3 PROBLEMA DE IMPACTO

En esta sección se presentan las ecuaciones que permiten estudiar el impacto en el marco de la dinámica contacto no suave siguiendo los lineamientos generales presentados en el trabajo de Galvez et al. (2020).

La solución general al problema de contacto a nivel de posición viene dada por

$$(\mathbf{U}, \nu_N) = \operatorname{arginf}(II^{\text{int,ext}}(\mathbf{U}) + II^c(\mathbf{U}, \nu_N)) \quad (1a)$$

$$\text{sujeto a} \quad (1b)$$

$$g_N \geq 0, \nu_N \geq 0, g_N \nu_N = 0 \quad (1c)$$

donde $II^{\text{int,ext}}(\mathbf{U})$ son los términos de energía potencial debido a las fuerzas externas e internas, $II^c(\mathbf{U})$ es la energía potencial de contacto, \mathbf{U} es el vector global de posición y ν_N es un multiplicador de Lagrange. Por otro lado, g_N representa el huelgo de las superficies de contacto entre dos cuerpos contactores. Entonces, si $g_N = 0$ implica que los cuerpos están en contacto, por el contrario, si $g_N > 0$ significa que existe un huelgo entre ellos.

En forma similar a la Ec.(1), la solución general al problema del contacto a nivel de velocidad está dada por:

$$(\mathbf{W}, \Lambda_N) = \operatorname{arginf} [II^{\text{int,ext}}(\mathbf{W}) + II^c(\mathbf{W}, \Lambda_N)] \quad (2a)$$

$$\text{sujeto a} \quad (2b)$$

$$\dot{g}_N \geq 0, \quad \Lambda_N \geq 0, \quad \Lambda_N \dot{g}_N = 0; \quad (2c)$$

$$(2d)$$

donde \mathbf{W} es el vector de velocidad global y Λ_N es el multiplicador de Lagrange a nivel de velocidad que representa los impulsos. Luego, \dot{g}_N corresponde a la ley de impacto de Newton formulada de la siguiente manera:

$$\dot{g}_N = g_{Nq,n+1} \mathbf{v}_{n+1} + e_N g_{Nq,n} \mathbf{v}_n \quad (3)$$

donde $e_N \in [0, 1]$ es el coeficiente de restitución, \mathbf{v}_n y $g_{Nq,n}$ es la velocidad y el gradiente de la restricción de contacto previo al impacto, respectivamente, mientras que, \mathbf{v}_{n+1} y $g_{Nq,n+1}$ es la velocidad y el gradiente de la restricción de contacto luego del impacto, respectivamente.

El problema de minimización no lineal con restricciones de la Ec. (1) se regulariza por medio de un Lagrangiano aumentado como el que presenta Alart y Curnier (1991),

$$\mathcal{L}_N^p(\mathbf{q}, \nu_N) = -k_p \nu_N g_N + \frac{r_p}{2} g_N^2 - \frac{1}{2r_p} \operatorname{dist}^2[k_p \nu_N - r_p g_N, \mathbb{R}^+] \quad (4)$$

donde \mathbf{q} es el vector de coordenadas generalizadas, r_p es un parámetro de penalización y k_p es un factor de escala para los multiplicadores de Lagrange. Los coeficientes r_p y k_p contribuyen a mejorar la tasa global de convergencia sin afectar el resultado final. Por otro lado, la función $\text{dist}(a, \mathbb{R}^+)$ se define como,

$$\text{dist}(a, \mathbb{R}^+) = \begin{cases} -a & \text{si } a < 0 \\ 0 & \text{si } a \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

De manera similar al problema a nivel de posición, el Lagrangiano aumentado que regulariza el problema de contacto a nivel de velocidad, ver Ec. (1), está dado por:

$$\mathcal{L}_N^v(\mathbf{v}, \Lambda_N) = -k_v \Lambda_N \dot{g}_N + \frac{r_v}{2} \dot{g}_N^2 - \frac{1}{2r_v} \text{dist}^2[k_v \Lambda_N - r_v \dot{g}_N, \mathbb{R}^+] \quad (6)$$

donde \mathbf{v} es el vector de velocidad generalizada y r_v y k_v son coeficientes análogos a r_p y k_p , respectivamente.

4 ELEMENTO DE CONTACTO

En esta sección, se presentan las ecuaciones referidas al elemento de junta esférica tridimensional con huelgo siguiendo la metodología que se presenta en el libro de [Gérardin y Cardona \(2001\)](#). En la Fig.1a se muestra una representación real de la junta en tanto que, la Fig.1b muestra su representación matemática. La junta se compone de una esfera exterior o carcasa \mathcal{B}^1 de radio R y una esfera interior o muñón \mathcal{B}^2 de radio $r < R$, ver Fig.1a. Para este elemento,

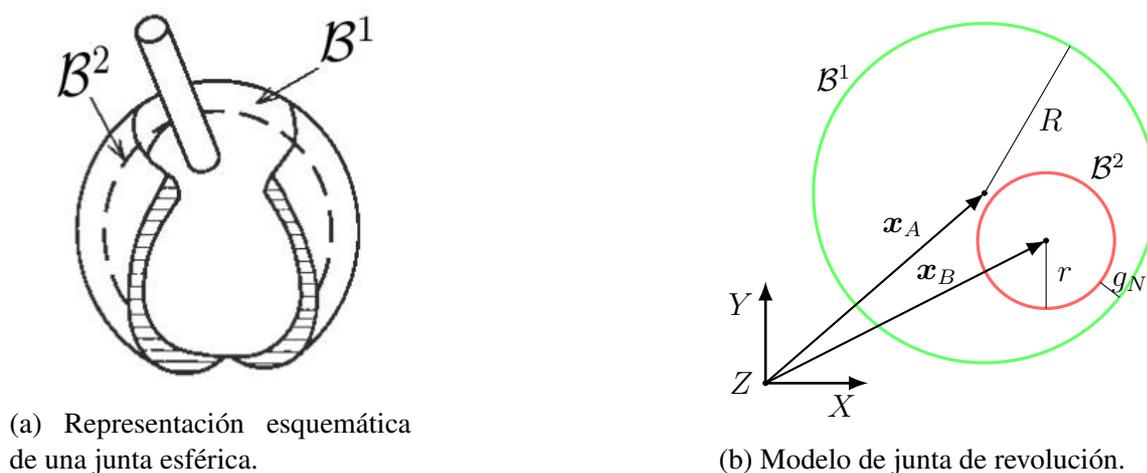


Figure 1: Junta esférica de revolución con huelgo.

se define como *clearance* a la diferencia entre los radios de la carcasa y del muñón, esto es: $c = R - r$. También se define excentricidad \mathbf{t} al vector que representa la diferencia entre la posición de los centros de las esferas y calculado como $\mathbf{t} = \mathbf{x}_B - \mathbf{x}_A$, donde \mathbf{x}_A y \mathbf{x}_B son vectores que indican la posición del centro de la carcasa \mathcal{B}^1 y del muñón \mathcal{B}^2 en la configuración actual, respectivamente y referidos a un sistema de ejes cartesianos inercial: $[\mathbf{X} \ \mathbf{Y} \ \mathbf{Z}]$. Entonces, el huelgo se puede calcular como

$$g_N = c - \|\mathbf{t}\| \quad (7)$$

Finalmente, los vectores de coordenadas generalizadas a nivel de posición y velocidad para este elemento vienen dados por:

$$\mathbf{q} = [\mathbf{x}_A^T \ \mathbf{x}_B^T]^T \quad \mathbf{v} = [\dot{\mathbf{x}}_A^T \ \dot{\mathbf{x}}_B^T]^T \quad (8)$$

donde $(\dot{})$ es la derivada con respecto al tiempo una vez.

Considerando que $\Phi = [\mathbf{q}^T \ \nu_N]^T$ y $\dot{\Phi} = [\mathbf{v}^T \ \Lambda_N]^T$, la primera variación virtual de los Lagrangianos presentados en las Ecs. (4,6) generan los vectores de fuerzas internas \mathbf{F}_N^p y \mathbf{F}_N^v (para los estados de huelgo: “ $_g$ ” o de contacto: “ $_c$ ”) a nivel de posición y de velocidad, respectivamente. Esto es,

$$\begin{aligned} \delta\Phi^T \mathbf{F}_N^p(\Phi) \rightarrow \mathbf{F}_N^p(\Phi) &= \begin{cases} \mathbf{F}_{N,g}^p & \xi_N < 0 \quad \text{Huelgo} \\ \mathbf{F}_{N,c}^p & \xi_N \geq 0 \quad \text{Contacto} \end{cases} \\ \delta\dot{\Phi}^T \mathbf{F}_N^v(\dot{\Phi}) \rightarrow \mathbf{F}_N^v(\dot{\Phi}) &= \begin{cases} \mathbf{F}_{N,g}^v & \sigma_N < 0 \quad \text{Huelgo} \\ \mathbf{F}_{N,c}^v & \sigma_N \geq 0 \quad \text{Contacto} \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

donde $\xi_N = k_p \nu_N - p_p g_N$ y $\sigma_N = k_v \Lambda_N - p_v \dot{g}_N$, son los multiplicadores de Lagrange aumentados a nivel de posición y velocidad, respectivamente. Luego, la linealización de los vectores de fuerza generan las matrices tangentes a nivel de posición y velocidad. Para mayores detalles de la topología general de los vectores y matrices, ver el trabajo de Galvez et al. (2020).

5 MODELO CON LUBRICACIÓN

Para reducir el contacto directo entre la carcasa y el muñón y de esta manera extender la vida útil de la junta, es práctica común agregar un fluido lubricante en el huelgo de dicha unión. Por este motivo, en esta sección, se incluyen al modelo matemático presentado en la Sec. 4, los efectos de la lubricación. Para ello, se parte de la ecuación de Reynolds, de la cual se deduce que, el caudal de fluido que pasa por un elemento cónico entre esferas se puede calcular de la siguiente manera,

$$Q = \frac{(2\pi r \sin \theta) c^3 (1 - \epsilon \cos \theta)^3}{12\mu r} \frac{dp}{d\theta} \quad (10)$$

donde θ es la coordenada angular, $dp/d\theta$ representa el gradiente de presión, r es el radio del muñón, μ es la viscosidad dinámica del lubricante y $\epsilon = \|\mathbf{t}\|/c$ con $0 < \epsilon < 1$, ver Pinkus y Sternlicht (1961). Por otro lado, el desplazamiento del fluido en cualquier punto del muñón se puede escribir de la siguiente manera,

$$Q = \pi r^2 \|\dot{\mathbf{t}}\| \sin^2 \theta \quad (11)$$

donde $\|\dot{\mathbf{t}}\| = \|\dot{\mathbf{x}}_B - \dot{\mathbf{x}}_A\|$. Luego, igualando la Ec.(10) con la Ec.(11) se tiene

$$dp = \frac{6 \mu \|\dot{\mathbf{t}}\| \sin \theta}{(c/r)^3 r (1 - \epsilon \cos \theta)^3} d\theta \quad (12)$$

El campo de presiones se integra sólo sobre el lado de positivo, asumiendo el lado restante como nulo ($p(\pm\pi/2) = 0$). Esto se corresponde con las condiciones de borde de Gumbel (Pinkus y Sternlicht, 1961), las cuales no tienen en cuenta los efectos de cavitación. De esta manera, la distribución de presiones se expresa como:

$$p = \begin{cases} \frac{3\mu\|\dot{\mathbf{t}}\|}{(c/r)^3 r \epsilon} \left[\frac{1}{(1-\epsilon \cos \theta)^2} - 1 \right] & \text{si } \epsilon \neq 0 \\ \frac{6\mu\|\dot{\mathbf{t}}\|}{(c/r)^3 r} \cos \theta & \text{si } \epsilon = 0 \end{cases} \quad (13)$$

Finalmente, la fuerza de lubricación que ejerce el fluido contra el muñón se obtiene integrando la distribución de presiones en un hemisferio:

$$F_{\text{lub}} = 2\pi r^2 \int_0^{\pi/2} p \sin \theta \cos \theta d\theta \quad (14)$$

y donde su expresión vectorial es,

$$\mathbf{F}_{\text{lub}} = \begin{cases} \frac{6\pi\mu r}{(c/r)^3} \left[\frac{1}{\epsilon^3} \ln(1 - \epsilon) + \frac{1}{\epsilon^2(1-\epsilon)} - \frac{1}{2\epsilon} \right] \mathbf{i} & \text{si } \epsilon \neq 0 \\ \frac{4\pi\mu r}{(c/r)^3} \mathbf{i} & \text{si } \epsilon = 0 \end{cases} \quad (15)$$

Como se observa de la Ec.(15), la dirección de la fuerza es colineal con la excentricidad. Esto se debe a que sólo se tiene en cuenta la componente normal (*squeeze*) de la fuerza de lubricación. Cuando el espesor de la película lubricante es muy delgada, esto es, el muñón está muy cerca de la superficie de la carcasa, la fuerza de lubricación evaluada a partir de la Ec.(15)₁ alcanza valores muy elevados ya que ϵ se acerca a la unidad. Consecuentemente, la fuerza de lubricación tiende al infinito y por lo tanto la solución numérica diverge. Desde un punto de vista físico, la junta se encontraría en el caso de una rotura de la película lubricante lo que genera un contacto seco y por consiguiente la resolución del problema de impacto presentado en la Sec.(4). Entonces, para representar este fenómeno físico de rotura de película lubricante y evitar problemas de origen numérico, el huelgo g_N de la Ec.(7) se reformula como $g_N = c - e_0 - \|\mathbf{t}\|$, donde e_0 corresponde a la altura media de las asperezas y entonces ϵ nunca se encontraría próximo a la unidad.

La fuerza de lubricación se calcula en la parte suave del integrador temporal α generalizado no suave, pues no intervienen condiciones de contacto. Entonces, para el cálculo de los vectores de fuerza y matrices tangentes requeridas por el integrador, se comienza a partir de la variación virtual del Lagrangiano asociado a la lubricación en función de los grados de libertad del elemento introducidos en la Ec.(8) y la fuerza de lubricación de la Ec.(15), esto es,

$$\delta \mathcal{L}^s(\mathbf{q}) = \mathbf{F}^{\text{lub}} \cdot \delta \mathbf{q} \quad (16)$$

Entonces, el vector de fuerzas de lubricación para el caso en que $\epsilon \neq 0$ resulta,

$$\mathbf{F}_{\text{lub}}^s(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \frac{6\pi\mu r}{(c/r)^3} \left[\frac{1}{\epsilon^3} \ln(1 - \epsilon) + \frac{1}{\epsilon^2(1-\epsilon)} - \frac{1}{2\epsilon} \right] \mathbf{i} \\ -\frac{6\pi\mu r}{(c/r)^3} \left[\frac{1}{\epsilon^3} \ln(1 - \epsilon) + \frac{1}{\epsilon^2(1-\epsilon)} - \frac{1}{2\epsilon} \right] \mathbf{i} \end{bmatrix} \quad (17)$$

y para el caso en que $\epsilon = 0$

$$\mathbf{F}_{\text{lub}}^s(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \frac{4\pi\mu r}{(c/r)^3} \mathbf{i} \\ -\frac{4\pi\mu r}{(c/r)^3} \mathbf{i} \end{bmatrix} \quad (18)$$

La linealización de este vector da como resultado la matriz tangente que estará formada por una matriz de rigidez y una matriz de amortiguamiento.

6 EJEMPLO NUMÉRICO

El ejemplo numérico que se propone para analizar la influencia del huelgo y la lubricación en el comportamiento dinámico de un sistema, es el de un mecanismo plano del tipo biela-manivela como el que se muestra en la Fig. 2. Este ejemplo, originalmente propuesto por Flores

et al. (2006), está compuesto por cuatro cuerpos rígidos: la biela, la manivela, la corredera y el suelo. La manivela y la corredera se encuentran unidas por medio de una junta esférica con huelgo, mientras que la biela y la manivela se encuentran unidas por medio de una junta esférica perfecta (sin huelgo).

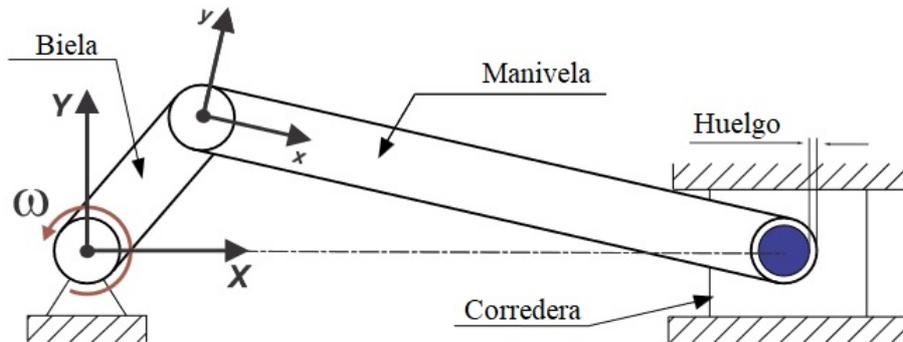


Figure 2: Configuración del mecanismo biela-manivela.

En este ejemplo se analizan dos casos. El primero de ellos no incluye lubricación, mientras que el segundo considera dicho efecto. Luego, la solución se compara con la correspondiente para un mecanismo compuesto por juntas perfectas. En la biela se impone el movimiento al sistema por medio de una velocidad de rotación constante de 5000 rpm en dirección antihoraria alrededor del eje Z.

Al comienzo de la simulación, los centros de la carcasa y el muñón coinciden, y la biela y la manivela se encuentran alineadas.

| Cuerpo | Longitud [m] | Masa [kg] | Inercia rotacional [kg m ²] |
|-----------|--------------|-----------|---|
| Biela | 0,05 | 0,3 | 0,00001 |
| Manivela | 0,12 | 0,21 | 0,00025 |
| Corredera | - | 0,14 | - |

Table 1: Dimensiones, masas y propiedades de inercia de los cuerpos que componen al mecanismo.

El comportamiento dinámico del sistema se estudia analizando la evolución de la corredera y el movimiento relativo entre la carcasa y el muñón de la junta con huelgo cuando se alcanza el estado estacionario. El coeficiente de restitución utilizado para el contacto entre la carcasa y el muñón es $e_N = 0,9$. Luego, las dimensiones, masas y propiedades de inercia de los componentes del mecanismo se muestran en la Tabla 1. El paso de tiempo utilizado es de 1×10^{-5} s y el tiempo total de simulación es de 0,3 s. En la Fig. 3 se presenta la velocidad de la corredera en función del tiempo donde observa claramente la influencia del huelgo en el comportamiento dinámico del sistema. Para el modelo sin lubricación, existen cambios abruptos en la velocidad, mientras que para el modelo con lubricación es notable cómo la misma amortigua estos efectos y se obtiene una respuesta más cercana a la de la junta ideal. Un comportamiento análogo a las gráficas de velocidad, se observa para la aceleración de la corredera en función del tiempo, ver Fig. 4.

La Fig. 5 muestra el desplazamiento relativo del muñón respecto a la carcasa. Para el caso del modelo sin lubricación, ver Fig. 5a, se observan tres tipos de movimiento: libre o sin contacto,

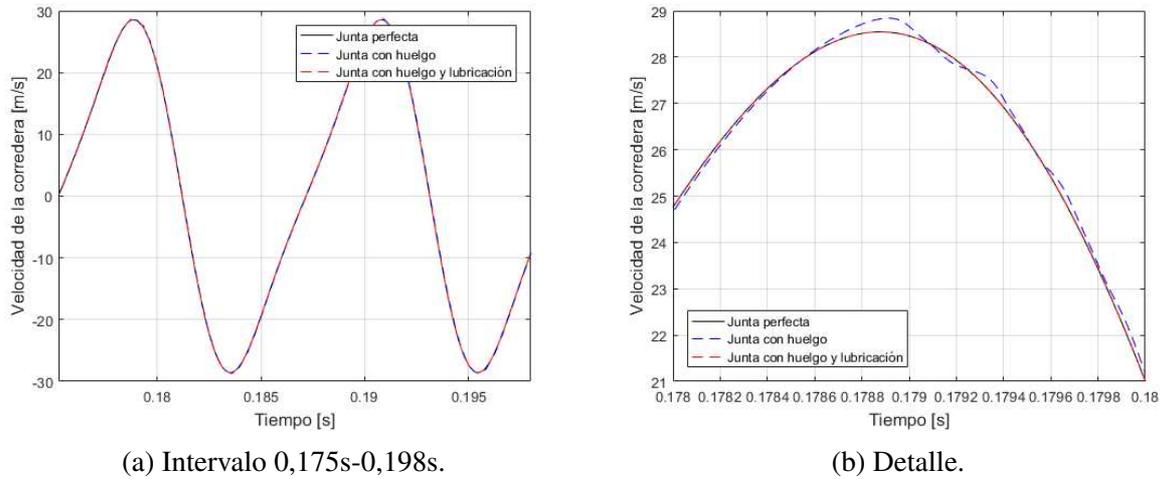


Figure 3: Velocidad de la corredera.

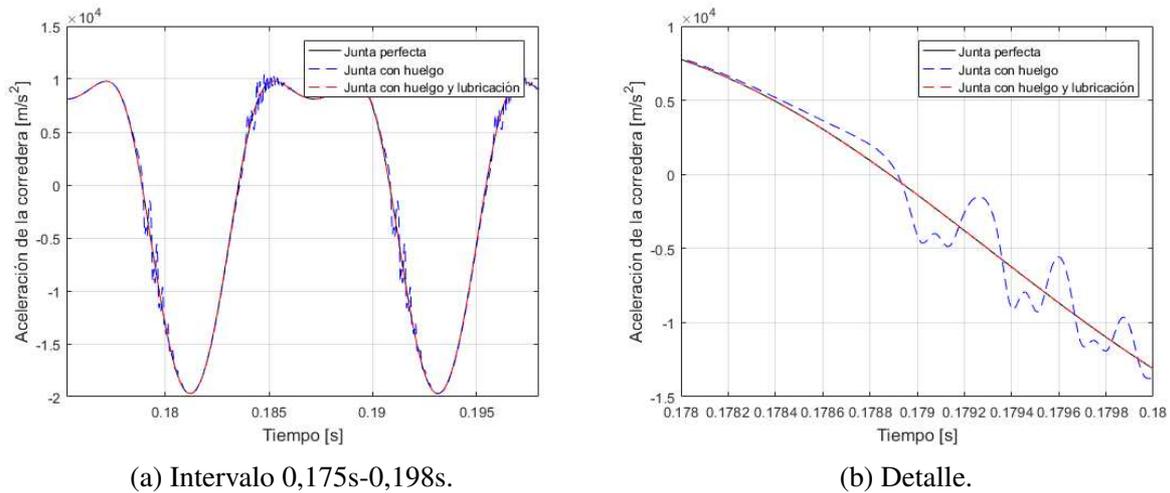


Figure 4: Aceleración de la corredera.

contacto continuo e impacto. Así mismo se aprecia el cumplimiento exacto de las restricciones a nivel de posición, esto es, no existe penetración entre los cuerpos. Para el modelo con lubricación, ver Fig. 5b, se observa que el centro del muñón se mantiene cercano al centro de la carcasa, lo cual significa que no existe contacto entre ambas partes y que la película lubricante no se rompe en ningún momento. En la Fig. 6 se expone la relación entre la velocidad de la corredera y su aceleración. Este tipo de mapa se utiliza para evaluar de manera global el comportamiento del sistema. Como se puede ver para el modelo con huelgo y sin lubricación, el movimiento no es periódico y presenta oscilaciones. En cambio, para el modelo con lubricación, el movimiento es regular y periódico, con un comportamiento idéntico al del modelo de junta perfecta.

7 CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta el estudio de una junta esférica tridimensional con huelgo, sin y con lubricación, para sistemas dinámico multicuerpos. La integración de las ecuaciones

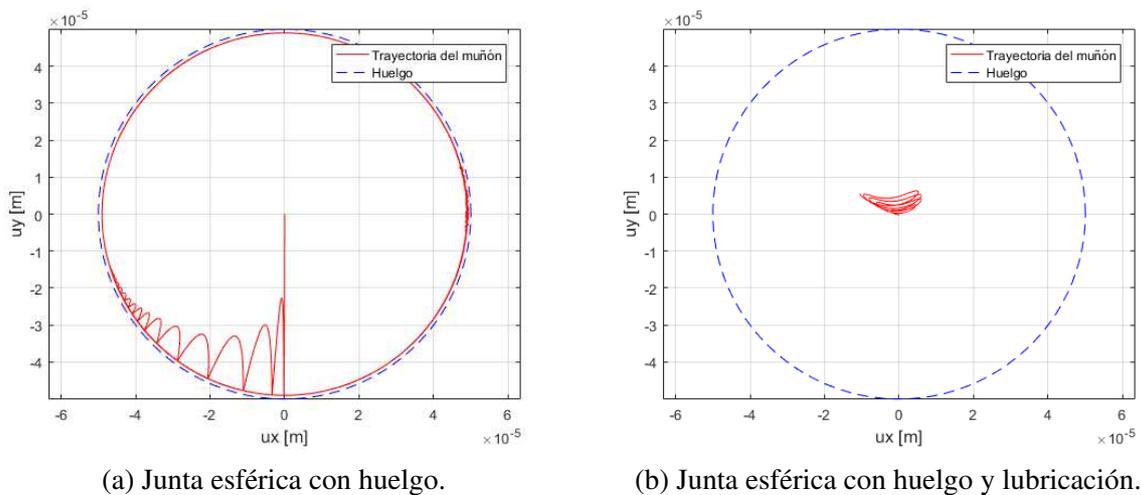


Figure 5: Trayectoria del centro del muñón relativa a la carcasa. Intervalo 0s-0,1s

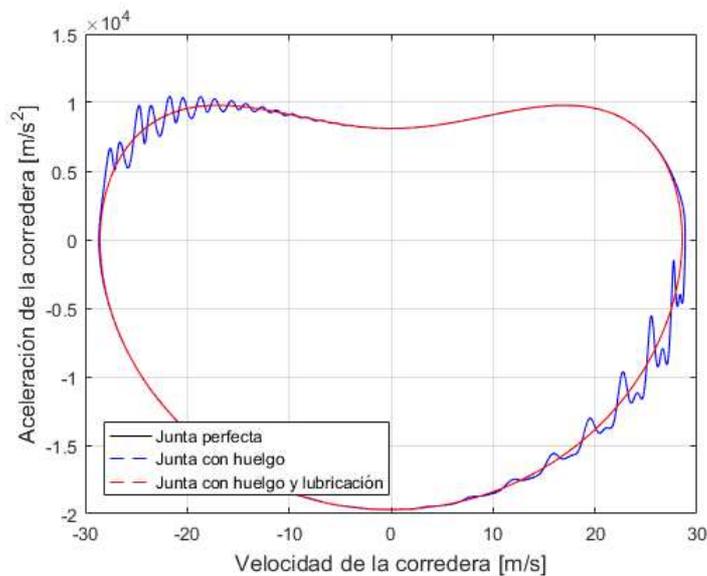


Figure 6: Relación entre la velocidad y la aceleración de la corredera. Intervalo 0,1s-0,3s.

de movimiento se realiza aplicando un esquema de integración α -generalizado no suave. El método de tipo Lagrangiano aumentado utilizado para resolver el problema de contacto garantiza el cumplimiento exacto de las restricciones, tanto a nivel de posición como a nivel de velocidad. Esto significa que no existe penetración entre la carcasa y el muñón. Con la metodología propuesta, se analizó un mecanismo con el objetivo de estudiar los efectos del huelgo y la lubricación en la dinámica del sistema. Para el modelo con huelgo y sin lubricación pudieron identificarse claramente tres tipos distintos de movimiento relativo del muñón con respecto a la carcasa: libre o sin contacto, contacto continuo e impacto. La presencia del huelgo no sólo incrementa las fuerzas de contacto entre las partes, sino que también puede producir la rotura de las piezas luego de un cierto número de ciclos de funcionamiento. Para el caso del modelo con lubricación, se pudo observar que la inclusión de la misma afecta significativamente el comportamiento dinámico del sistema y que la respuesta cinemática tiende a asimilarse al caso de una junta perfecta. Esto significa que los efectos de vibración y, por ende, la posibilidad

de desgaste de las piezas, se reducen cuando se tiene en cuenta la lubricación. El modelo de lubricación propuesto permite el estudio de diversas configuraciones variando la viscosidad del fluido y el huelgo entre la carcasa y el muñón, de manera de hallar aquélla que más se ajusta a los requerimientos de la junta.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha recibido financiamiento del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) a través del proyecto PIP11220200101688CO y de la Universidad Tecnológica Nacional a través de los proyectos PID UTN AMECAFE0008102TC y PID UTN 7704.

REFERENCES

- Alart P. y Curnier A. A mixed formulation for frictional contact problems prone to newton like solution methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 92(3):353 – 375, 1991.
- Brüls O., Acary V., y Cardona A. Simultaneous enforcement of constraints at position and velocity levels in the nonsmooth generalized-alpha scheme. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 281(0):131 – 161, 2014.
- Cardona A., Klapka I., y Géradin M. Design of a new finite element programming environment. *Engineering Computations*, 11:365–381, 1994.
- Chung J. y Hulbert G. Time integration algorithm for structural dynamics with improved numerical dissipation: the generalized- α method. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 60(2):371–375, 1993.
- Cosimo A., Galvez J., Cavalieri F., Cardona A., y Brüls O. A robust nonsmooth generalized- α scheme for flexible systems with impacts. *Multibody System Dynamics*, 48(2):127–149, 2020.
- Eaton J.W., Bateman D., Hauberg S., y Wehbring R. *GNU Octave version 4.2.1 manual: a high-level interactive language for numerical computations*, 2017.
- Flores P., Ambrósio J., Claro J., Lankarani H., y Koshy C. A study on dynamics of mechanical systems including joints with clearance and lubrication. *Mechanism and Machine Theory*, 41:247–261, 2006.
- Galvez J., Cavalieri F.J., Cosimo A., Brüls O., y Cardona A. A nonsmooth frictional contact formulation for multibody system dynamics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 121(16):3584–3609, 2020.
- Géradin M. y Cardona A. *Flexible Multibody Dynamics: A Finite Element Approach*. Wiley, 2001.
- Hartenberg R. y Denavit J. *Kinematic Synthesis of Linkages*. McGraw Hill, first edition edición, 1964.
- Jean M. The non-smooth contact dynamics method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177(3):235–257, 1999.
- Olyaei A. y Ghazavi M. Stabilizing slider-crank mechanism with clearance joints. *Mechanism and Machine Theory*, 53:17–29, 2012.
- Pinkus O. y Sternlicht B. *Theory of Hydrodynamic Lubrication*. McGraw-Hill Book Company Inc., 1961.
- Selcuk E., Selim D., y Emrah S. Analysis of the joint clearance effects on a compliant spatial mechanism. *Mechanism and Machine Theory*, 104:255–273, 2016.