

## MODELO DE ANÁLISIS PARA LA ESTIMACIÓN DE LAS ACELERACIONES VERTICALES DE UN VEHÍCULO DE TRES RUEDAS EN CONFIGURACIÓN TADPOLE

**Leonardo Ferreira da Silva, Leonel O. Pico**

*Departamento de Ingeniería Electromecánica, CIFICEN-CONICET-UNCPBA,  
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires,  
Olavarría, Argentina,*

*[lferreira@fio.unicen.edu.ar](mailto:lferreira@fio.unicen.edu.ar), [lpico@fio.unicen.edu.ar](mailto:lpico@fio.unicen.edu.ar)*

**Palabras clave:** Vehículo de tres ruedas, tadpole, aceleraciones verticales, modelo de análisis.

**Resumen.** En este trabajo se muestra un modelo de análisis para el estudio de las aceleraciones verticales en vehículos de tres ruedas en configuración tadpole, con dos ruedas delanteras y una rueda trasera. El modelo considera la geometría del vehículo, la configuración del sistema de amortiguamiento, los neumáticos y su interacción con el terreno, a diferencia de las metodologías tradicionales que solo consideran al sistema como un conjunto de masas, resortes y amortiguadores. Los resultados obtenidos con el modelo propuesto en este artículo indican que las aceleraciones verticales son al menos un 39 % menores a las obtenidas mediante los modelos tradicionales.

**Keywords:** three-wheeled vehicle, tadpole, vehicle modelling, vertical accelerations.

**Abstract.** This paper shows an analysis model for the study of vertical accelerations in three-wheeled vehicles in tadpole configuration, with two front wheels and one rear wheel. The model considers the vehicle's geometry, the configuration of the damping system, the tires and their interaction with the terrain, unlike traditional methodologies that only consider the system as a set of masses, springs, and dampers. The results obtained with the model proposed in this article indicate that the vertical accelerations are at least 39% lower than those obtained with traditional models.

## 1 INTRODUCCIÓN

En algunos países es muy común encontrar vehículos de tres ruedas o TWV (three-wheeled vehicle) que son utilizados para el transporte de bienes y pasajeros, conocidos en algunos casos con el nombre de “Auto Rickshaw” o “tuctuc”. Estos vehículos poseen una configuración de dos ruedas traseras y una rueda delantera, también conocida como configuración “delta”. Su utilización puede suponer una alternativa segura y económica a los vehículos de 4 ruedas por tener un consumo energético menor y una mayor tasa de ocupación (Cossalter et al. 2012). Por otro lado, existe la configuración inversa conocida como “tadpole”, con dos ruedas delanteras y una trasera. En la figura 1 se muestran ambas configuraciones.

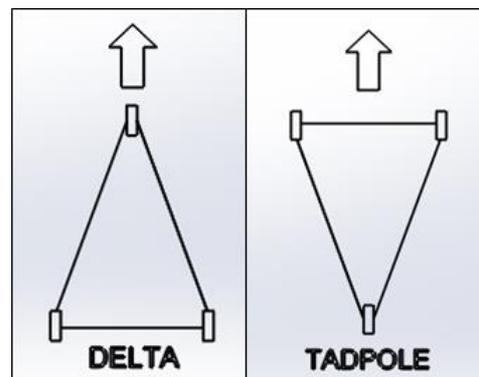


Figura 1 – Configuraciones delta y tadpole para vehículos de tres ruedas. La flecha indica el sentido de avance.

Hay autores que han estudiado estos vehículos de tres ruedas en comparación con vehículos de cuatro ruedas de tamaños similares en aspectos tales como estabilidad lateral, comportamiento en curvas, condición de subviraje o sobreviraje, respuesta en el frenado, etc. (Van Valkenburgh et al. 1982; Raman et al. 1995) Se ha estudiado también la influencia del ángulo de caída de las ruedas en el comportamiento dinámico de los vehículos en configuración tadpole con resultados prometedores; (Zandieh A. 2014) se han realizado comparaciones entre diferentes tipos de vehículo en lo que respecta a la estabilidad lateral y estabilidad al vuelco bajo diferentes condiciones de aceleración y frenado (Huston et al. 1982).

Sin embargo, poco se ha estudiado acerca de las aceleraciones verticales que se producen cuando el vehículo circula por diferentes terrenos y cruza distintos obstáculos (lomos de burro, badenes, etc) (Gillespie Thomas D. 1992). Su estimación constituye uno de los factores más importantes a la hora de evaluar el confort en la conducción, aunque no es el único. Es sabido que la frecuencia de las excitaciones, el tiempo de exposición a las mismas y factores subjetivos conforman un todo a la hora de evaluar el confort en la conducción. (ISO 2631-1:1997)

La forma más sencilla de estimar las aceleraciones verticales consiste en considerar al vehículo como un sistema vibratorio de uno o más grados de libertad con sus respectivas masas, rigideces y amortiguamientos en diferentes disposiciones como se detalla en el artículo de Crolla D. A. (1996). En el trabajo de Gawade T. R. et al. (2004) se propone un modelo de análisis de 6 grados de libertad para calcular las aceleraciones en un vehículo de disposición delta. Este tiene en cuenta la configuración del sistema de amortiguamiento, la geometría del vehículo y el comportamiento del neumático, obteniendo buena correlación entre los cálculos y los resultados experimentales. Sharma et al. (2021) establecen un modelo de análisis de 9

grados de libertad para un vehículo delta y determina su comportamiento ante diferentes superficies de tránsito usando la técnica de búsqueda aleatoria (Random Search Technique) para optimizar el confort de los pasajeros. Algunos autores (Ramji K. et al. 2007 y Saaedi y Kazemi, 2013) estudian la influencia de la suspensión activa en el comportamiento general del vehículo, obteniendo buenos resultados.

En este trabajo se muestra un modelo de análisis para un vehículo actualmente en desarrollo con la configuración tadpole, y se adoptan como punto de partida los modelos propuestos por Zandieh A. (2014) y Gawade T. R. et al. (2014) El modelo utilizado por Zandieh A. es de configuración tadpole y considera al vehículo como un sistema vibratorio de 6 GDL que contiene masas, resortes y amortiguadores. El modelo utilizado por Gawade T. R. es de configuración delta con 6 GDL, que integra además los efectos de la suspensión, de la geometría del vehículo, de los neumáticos, y las fuerzas ejercidas en la interacción rueda-terreno. El modelo propuesto en este trabajo resulta de combinar los modelos detallados en el párrafo anterior y es capaz de estimar las aceleraciones verticales de un vehículo de tres ruedas en configuración tadpole que luego deberán ser validadas con los ensayos experimentales.

## 2 MÉTODOS

Para el estudio de las aceleraciones verticales se analiza un prototipo de vehículo eléctrico en configuración tadpole. Este vehículo se encuentra en etapa de desarrollo en la Facultad de Ingeniería de la UNCPBA y se muestra en la figura 2.



Figura 2 - Vehículo en desarrollo con configuración tadpole.

Se considera un modelo de análisis del vehículo, asumiendo las siguientes hipótesis:

- El vehículo no es deformable.
- Posee simetría respecto de su eje longitudinal.
- Los amortiguadores poseen un comportamiento lineal, sin histéresis.

Bajo las anteriores hipótesis, se establece un modelo representativo del vehículo (figura 3). Se establece un marco inercial XYZ que está fijo a la tierra y un marco de referencia del cuerpo  $G_{xyz}$  que coincide con el centro de gravedad del vehículo y se traslada con este. El modelo tiene 6 GDL, tres movimientos lineales XYZ y tres desplazamientos angulares  $\theta$ ,  $\beta$  y  $\psi$  llamados ángulos de Euler, que representan los ángulos de yaw, pitch y roll del marco de referencia del cuerpo respecto del marco inercial.

El modelo se ha planteado considerando la mayor parte de la masa del vehículo en la parte

superior, correspondiente a la masa suspendida ( $m_s$ ). Esta contempla la porción de masa que efectivamente es soportada por el sistema de suspensión, mientras que la pequeña parte que no es soportada por la suspensión (ejes, ruedas, frenos, etc.) se reparte en partes iguales para cada rueda, denominadas  $m_{ufl}$ ,  $m_{ufr}$  y  $m_{ur}$ .

El sistema de suspensión de cada una de las 3 ruedas se modela por medio de un resorte de rigidez  $k$  en paralelo con un amortiguador con coeficiente de amortiguamiento  $c$ . Se considera la carrera máxima admisible para cada amortiguador de acuerdo a sus dimensiones. También se tiene en cuenta la rigidez propia de cada una de las ruedas  $k_t$ , pero se desprecia su amortiguamiento.

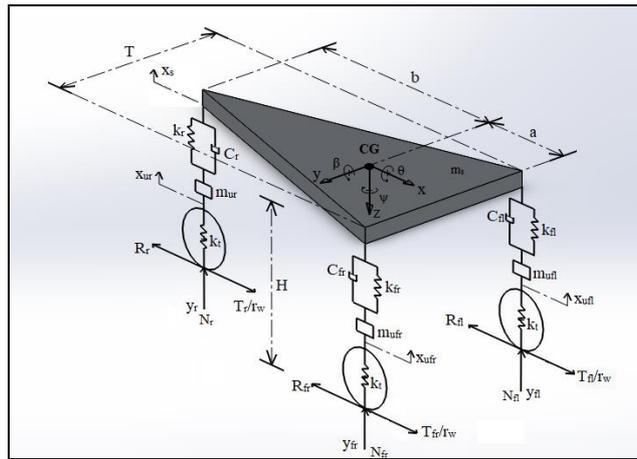


Figura 3 – Modelo simplificado del vehículo.

Para el análisis se modela el vehículo en MATLAB circulando en línea recta a velocidad constante de 20 km/h atravesando diferentes lomos de burro y badenes que conforman las excitaciones al sistema. Los lomos de burro funcionan como limitadores de velocidad y los badenes tienen la función de permitir el correcto escurrimiento del agua en un cruce de calles. Un vehículo normalmente debe sortear estos obstáculos al circular por las ciudades.

Los parámetros del vehículo utilizados se encuentran en la Tabla 1.

Parámetro	Notación	Valor	Unidad	
Masa total (vehículo más conductor de 80 kg)	M	349	kg	
Masa suspendida	$m_s$	289	kg	
Masa no suspendida	$m_{us}$	60	kg	
Distancia entre ejes	l	1473,1	mm	
Distancia del eje delantero al CG	a	812,3	mm	
Distancia del eje trasero al CG	b	660,8	mm	
Distancia del CG al suelo	H	438,8	mm	
Ancho entre ruedas (track)	T	1246,3	mm	
Rigidez resorte delantero	$k_f$	76,2	kN/m	$x < 4$ mm
		21,5	kN/m	$x > 4$ mm
Rigidez resorte trasero	$k_r$	153,5	kN/m	$x < 4$ mm
		19,9	kN/m	$x > 4$ mm
Rigidez vertical rueda	$k_t$	230	kN/m	
Coefficiente de amortiguamiento amortiguador	$C_r$	3826	Ns/m	

<i>trasero</i>				
<i>Coficiente de amortiguamiento amortiguador delantero</i>	$C_f$	3178	Ns/m	
<i>Compresión máxima admisible (amortiguadores delanteros)</i>	-	50	mm	
<i>Tracción máxima admisible (amortiguadores delanteros)</i>	-	76	mm	
<i>Compresión máxima admisible (amortiguadores traseros)</i>	-	60	mm	
<i>Tracción máxima admisible (amortiguadores traseros)</i>	-	71	mm	
<i>Momento de inercia eje x</i>	$I_{xx}$	24,6	kg/m <sup>2</sup>	
<i>Momento de inercia eje y</i>	$I_{yy}$	57,2	kg/m <sup>2</sup>	

Tabla 1 - Parámetros del vehículo

Se analizan 4 casos:

- Caso 1: Circulación a lo largo de un lomo de burro de  $L_1=L_3=170$  mm,  $L_2=2350$  mm,  $P=100$  mm.
- Caso 2: Circulación a lo largo de un lomo de burro de  $L_1=L_2=L_3=P=100$  mm.
- Caso 3: Circulación a lo largo de un badén de  $L=1000$  mm y  $P=100$  mm.
- Caso 4: Circulación a lo largo de un badén de  $L=500$  mm y  $P=50$  mm.

Comenzando el planteo de las ecuaciones de movimiento de acuerdo a [4] se recurre al planteo de la segunda ley de Newton. Para el caso de la masa suspendida  $m_s$  resulta:

$$m_s \ddot{x}_s + k_{sfl} (x_s - x_{ufl} + \frac{T}{2} \theta - a\beta) + C_{sfl} (\dot{x}_s - \dot{x}_{ufl} + \frac{T}{2} \dot{\theta} - a\dot{\beta}) + k_{sfr} (x_s - x_{ufr} - \frac{T}{2} \theta - a\beta) + C_{sfr} (\dot{x}_s - \dot{x}_{ufr} - \frac{T}{2} \dot{\theta} - a\dot{\beta}) + k_{sr} (x_s - x_{ur} + b\beta) + C_{sr} (\dot{x}_s - \dot{x}_{ur} + b\dot{\beta}) = 0 \quad (1)$$

Siendo:

$m_s$  = masa suspendida

$k_{sfl}$  = constante de rigidez del módulo delantero izquierdo

$k_{sfr}$  = constante de rigidez del módulo delantero derecho

$k_{sr}$  = constante de rigidez del módulo trasero

$C_{sfl}$  = coeficiente de amortiguamiento del módulo delantero izquierdo

$C_{sfr}$  = coeficiente de amortiguamiento del módulo delantero derecho

$C_{sr}$  = coeficiente de amortiguamiento del módulo trasero

$a$  = distancia longitudinal del centro de gravedad al eje delantero

$b$  = distancia longitudinal del centro de gravedad al eje trasero

$T$  = ancho entre ruedas (Track)

En todos los casos, los subíndices fl, fr y r indican frente izquierdo (front left), frente derecho (front right) y trasero (rear) respectivamente.

Para el movimiento en roll (alabeo) la ecuación resulta:

$$I_x \ddot{\theta} + k_{sfl} \frac{T}{2} (x_s - x_{ufl} + \frac{T}{2} \theta - a\beta) + C_{sfl} \frac{T}{2} (\dot{x}_s - \dot{x}_{ufl} + \frac{T}{2} \dot{\theta} - a\dot{\beta}) - k_{sfr} \frac{T}{2} (x_s - x_{ufr} - \frac{T}{2} \theta - a\beta) - C_{sfr} \frac{T}{2} (\dot{x}_s - \dot{x}_{ufr} - \frac{T}{2} \dot{\theta} - a\dot{\beta}) = 0 \quad (2)$$

Siendo  $I_x$  el momento de inercia respecto al eje X.

Para el movimiento en pitch (elevación) resulta:

$$\begin{aligned}
I_y \ddot{\beta} - k_{sfl} a(x_s - x_{ufl} + \frac{T}{2} \theta - a\beta) - C_{sfl} a(\dot{x}_s - \dot{x}_{ufl} + \frac{T}{2} \dot{\theta} - a\dot{\beta}) - k_{sfr} a(x_s - x_{ufr} - \frac{T}{2} \theta - a\beta) \\
- C_{sfr} a(\dot{x}_s - \dot{x}_{ufr} - \frac{T}{2} \dot{\theta} - a\dot{\beta}) + k_{sr} b(x_s - x_{ur} + b\beta) + C_{sr} b(\dot{x}_s - \dot{x}_{ur} + b\dot{\beta}) = 0
\end{aligned} \quad (3)$$

Siendo  $I_y$  el momento de inercia respecto al eje Y.

La ecuación para la masa no suspendida del frente izquierdo es:

$$m_{ufl} \ddot{x}_{ufl} - k_{sfl} (x_s - x_{ufl} + \frac{T}{2} \theta - a\beta) - C_{sfl} (\dot{x}_s - \dot{x}_{ufl} + \frac{T}{2} \dot{\theta} - a\dot{\beta}) - k_{fl} (x_{ufl} - y_{fl}) = 0 \quad (4)$$

Ídem para el frente delantero derecho:

$$m_{ufr} \ddot{x}_{ufr} - k_{sfr} (x_s - x_{ufr} - \frac{T}{2} \theta - a\beta) - C_{sfr} (\dot{x}_s - \dot{x}_{ufr} - \frac{T}{2} \dot{\theta} - a\dot{\beta}) + k_{fr} (x_{ufr} - y_{fr}) = 0 \quad (5)$$

Ídem para la rueda trasera:

$$m_{ur} \ddot{x}_{ur} - k_{sr} (x_s - x_{ur} + b\beta) - C_{sr} (\dot{x}_s - \dot{x}_{ur} + b\dot{\beta}) + k_{tr} (x_{ur} - y_r) = 0 \quad (6)$$

Siendo:

$m_{ufl}$ =masa no suspendida delantera izquierda.

$m_{ufr}$ =masa no suspendida delantera derecha.

$m_{ur}$ =masa no suspendida trasera.

$y_{fl}$ =perfil del terreno aplicado a la rueda delantera izquierda.

$y_{fr}$ =perfil del terreno aplicado a la rueda delantera derecha.

$y_r$ =perfil del terreno aplicado a la rueda trasera.

Estas ecuaciones se plantean en la forma de ecuaciones de estado, resultando de la siguiente manera (detalladas en el apéndice 1):

$$\dot{X}_{12 \times 1} = \begin{bmatrix} A_{c[6 \times 6]} & A_{k[6 \times 6]} \\ I_{[6 \times 6]} & 0_{[6 \times 6]} \end{bmatrix} X_{12 \times 1} + [B]_{12 \times 3} n_{3 \times 1} \quad (7)$$

Mediante la resolución de este sistema de ecuaciones se obtienen los resultados de todas las variables del vector de estados en función del tiempo, entre ellas, la posición de la masa suspendida  $x_s$ . El valor de esta variable en el tiempo se utiliza como dato de entrada para el siguiente análisis basado en el modelo de [Gawade et al. \(2004\)](#). Para este análisis se tienen en cuenta las dimensiones del vehículo, su configuración (tadpole), la configuración del sistema de amortiguamiento, los neumáticos y su interacción con el terreno. De esta manera, mediante este análisis se tienen en cuenta diferentes aspectos de la configuración del vehículo no abordados mediante el cálculo previo que solo tenía en cuenta las masas, rigideces y amortiguamiento.

## 2.1 Balance de fuerzas del vehículo de tres ruedas

Reescribiendo el movimiento del sistema utilizando la segunda ley de Newton resulta:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \ddot{X} + \omega_y \dot{Z} - \omega_z \dot{Y} \\ \ddot{Y} + \omega_z \dot{X} - \omega_x \dot{Z} \\ \ddot{Z} + \omega_x \dot{Y} - \omega_y \dot{X} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \ddot{X} &= \frac{F_x}{m} - \omega_y \dot{Z} + \omega_z \dot{Y} \\ \ddot{Y} &= \frac{F_y}{m} - \omega_z \dot{X} + \omega_x \dot{Z} \\ \ddot{Z} &= \frac{F_z}{m} - \omega_x \dot{Y} + \omega_y \dot{X} \end{aligned} \quad (9)$$

Las fuerzas externas que actúan sobre el cuerpo respecto al marco de referencia del vehículo son:

$$\begin{aligned} F_x &= \left( \frac{T_{fl}}{r_w} - R_{fl} \right) \cos \delta_l + \left( \frac{T_{fr}}{r_w} - R_{fr} \right) \cos \delta_r + \frac{T_r}{r_w} - R_r - L_{fl} \sin \delta_l - L_{fr} \sin \delta_r \\ F_y &= \left( \frac{T_{fl}}{r_w} - R_{fl} \right) \sin \delta_l + \left( \frac{T_{fr}}{r_w} - R_{fr} \right) \sin \delta_r + L_{fl} \cos \delta_l + L_{fr} \cos \delta_r \\ F_z &= N_{fl} + N_{fr} + N_r - mg \end{aligned} \quad (10)$$

Siendo:

R = Resistencia a la rodadura de la rueda

T = Torque aplicado a la rueda

$\delta$  = Angulo de dirección

L = Fuerza lateral de la rueda

N = Fuerza normal ejercida por el terreno sobre la rueda

g = Fuerza de gravedad

Las resistencias a la rodadura R son proporcionales a las fuerzas normales ejercidas en cada una de las ruedas. La constante de proporcionalidad es el coeficiente de resistencia a la rodadura, generalmente determinado mediante tablas.

De esta manera, las resistencias R se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} R_{fl} &= \mu_r N_{fl} \\ R_{fr} &= \mu_r N_{fr} \\ R_r &= \mu_r N_r \end{aligned} \quad (11)$$

Las reacciones normales ejercidas por el terreno sobre cada una de las ruedas se determinan como (teniendo en cuenta que su valor es igual a cero cuando la expresión toma valores negativos):

$$\begin{aligned}
 N_{fl} &= \frac{mgb}{2l} + k_{sfl}v_{fl} + c_{sfl}\dot{v}_{fl} \\
 N_{fr} &= \frac{mgb}{2l} + k_{sfr}v_{fr} + c_{sfr}\dot{v}_{fr} \\
 N_r &= \frac{mga}{l} + k_{sr}v_r + c_{sr}\dot{v}_r
 \end{aligned} \tag{12}$$

Siendo  $v$  las deflexiones de la suspensión en cada caso y se calculan como:

$$\begin{aligned}
 v_{fr} &= x_s - a \sin \beta + c \sin \phi - x_{ufr} \\
 v_{fl} &= x_s - a \sin \beta - c \sin \phi - x_{ufl} \\
 v_{fr} &= x_s + b \sin \beta - x_{ur}
 \end{aligned} \tag{13}$$

## 2.2 Ecuaciones de momento para la rotación del vehículo

Siguiendo el orden de las rotaciones ya visto, el vehículo gira respecto al eje  $z$  (yaw), luego respecto al nuevo eje  $y$  (pitch) y por último respecto al nuevo eje  $x$  (roll), resultando las velocidades angulares  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  y  $\omega_z$ . Estas velocidades angulares son funciones del tiempo ya que el  $G_{xyz}$  también lo es. Por lo tanto, se pueden derivar respecto del tiempo. Las aceleraciones angulares obtenidas se requieren para el cálculo de las ecuaciones de Euler. Los momentos de inercia  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$ ,  $I_{zz}$  y los productos de inercia  $I_{xy}$ ,  $I_{xz}$  y  $I_{yz}$  son invariantes en el tiempo ya que el marco de referencia del cuerpo permanece fijo y coincide con el centro de masa.

Los momentos respecto a cada uno de los ejes se pueden calcular como:

$$\begin{aligned}
 M_x &= \dot{\omega}_x I_{xx} + \omega_y \omega_z (I_{zz} - I_{yy}) \\
 M_y &= \dot{\omega}_y I_{yy} + \omega_z \omega_x (I_{xx} - I_{zz}) \\
 M_z &= \dot{\omega}_z I_{zz} + \omega_y \omega_x (I_{yy} - I_{xx})
 \end{aligned} \tag{14}$$

Debido a que el vehículo circula de forma recta a través del lomo de burro, no hay componente de velocidad angular en  $x$  y en  $z$ , por lo que resulta:

$$\begin{aligned}
 M_x &= 0 \\
 M_y &= \dot{\omega}_y I_{yy} \\
 M_z &= 0
 \end{aligned} \tag{15}$$

Los momentos ejercidos por las fuerzas actuantes sobre el cuerpo resultan:

$$\begin{aligned}
 M_x &= \left[ \left( R_{fr} - \frac{T_{fr}}{r_w} \right) \sin \delta_r - L_{fr} \cos \delta_r \right] (h - v_{fr}) + \\
 & \left[ \left( R_{fl} - \frac{T_{fl}}{r_w} \right) \sin \delta_l - L_{fl} \cos \delta_l \right] (h - v_{fl}) - L_r (h - v_r) + (N_{fl} - N_{fr})c
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$M_y = \left( \frac{T_{fr}}{r_w} - R_{fr} \right) \cos \delta_r (h - v_{fr}) + \left( \frac{T_{fl}}{r_w} - R_{fl} \right) \cos \delta (h - v_{fl}) - L_{fr} \sin \delta_r (h - v_{fr}) - L_{fl} \sin \delta_l (h - v_{fl}) + \left( \frac{T_r}{r_w} - R_r \right) (h - v_r) + (N_{fl} + N_{fr})a - N_r b \quad (17)$$

$$M_z = \left[ (L_{fl} + L_{fr}) \cos \delta + \left( \frac{T_{fl} + T_{fr}}{r_w} - R_{fr} - R_{fl} \right) \sin \delta \right] a + \left[ (L_{fr} - L_{fl}) \sin \delta + \left( \frac{T_{fl} - T_{fr}}{r_w} + R_{fr} - R_{fl} \right) \cos \delta \right] c - L_r b \quad (18)$$

En este caso, al circular en línea recta y a velocidad constante, la fuerza resultante del torque aplicado es igual en magnitud y de signo contrario a la resistencia a la rodadura, por lo que el término se anula. De esta manera, resulta:

$$\begin{aligned} M_x &= 0 \\ M_y &= (N_{fr} + N_{fl})a - N_r b \\ M_z &= 0 \end{aligned} \quad (19)$$

Igualando:

$$M_y = (N_{fr} + N_{fl})a - N_r b = \dot{\omega}_y I_{yy} \quad (20)$$

$$\dot{\omega}_y = \frac{(N_{fr} + N_{fl})a - N_r b}{I_{yy}} \quad (21)$$

Integrando, se obtiene el valor de  $\omega_y$ .

Retornando a la expresión (9) y sabiendo que solamente existe componente de velocidad lineal en la dirección X, se cumple que:

$$\ddot{Z} = \frac{F_z}{m} + \omega_y \dot{X} \quad (22)$$

Obteniendo así la aceleración vertical de la masa suspendida.

### 3 RESULTADOS

A continuación, se muestran los resultados obtenidos de aceleración vertical en función del tiempo para la masa suspendida del vehículo. Los desplazamientos fueron medidos a lo largo del eje Z, correspondiente a la dirección vertical.

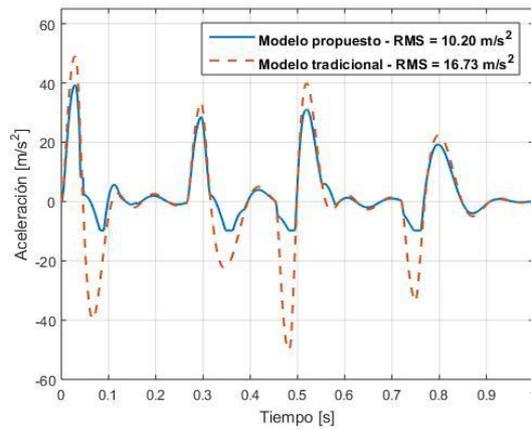


Figura 4 - Caso 1 - Aceleración vertical de la masa suspendida. Lomo de burro con  $L_1=L_3=170$  mm,  $L_2=2350$  mm,  $P=100$  mm.

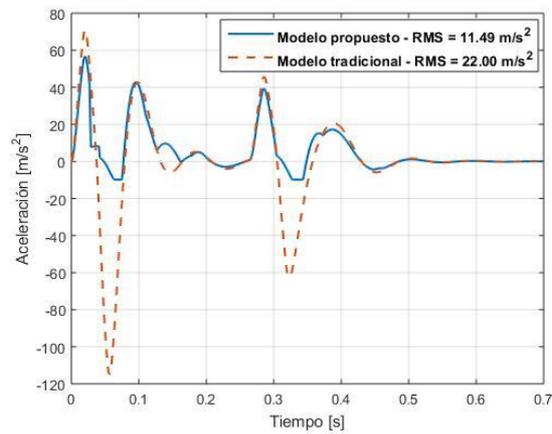


Figura 5 - Caso 2 - Aceleración vertical de la masa suspendida. Lomo de burro con  $L_1=L_2=L_3=P=100$  mm.

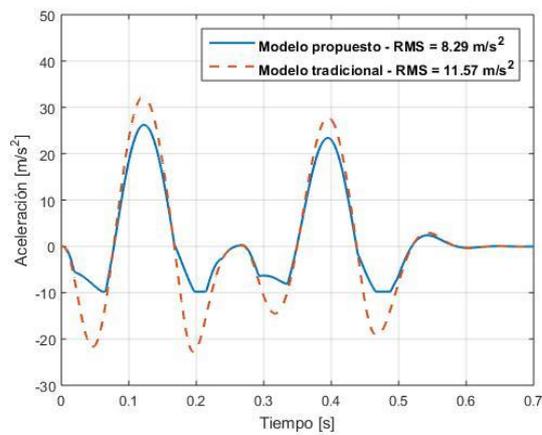


Figura 6 - Caso 3 - Aceleración vertical de la masa suspendida. Badén con  $L=1000$  mm y  $P=100$  mm.

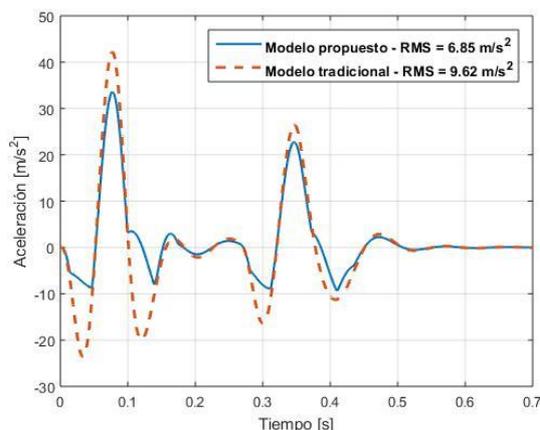


Figura 7 - Caso 4 - Aceleración vertical de la masa suspendida. Badén con  $L=500$  mm y  $P=50$  mm.

#### 4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se puede observar en todos los casos una diferencia sustancial en los valores de amplitud de aceleración obtenidos. En la tabla 2 se muestran en detalle los valores eficaces obtenidos y sus diferencias porcentuales respecto del modelo propuesto en este trabajo.

	Modelo	Valor RMS [ $m/s^2$ ]	Diferencia
CASO 1	Propuesto	10.20	<b>+63.93%</b>
	Tradicional	16.73	
CASO 2	Propuesto	11.49	<b>+91.51%</b>
	Tradicional	22.00	
CASO 3	Propuesto	8.29	<b>+39.60%</b>
	Tradicional	11.57	
CASO 4	Propuesto	6.85	<b>+40.55%</b>
	Tradicional	9.62	

Tabla 2 - Comparación de valores eficaces RMS de aceleración.

Se puede ver que, además de las diferencias en los valores instantáneos de aceleración, los valores RMS son al menos un 39% superiores, llegando al 91% dependiendo del caso analizado.

Comparando los casos 1-2 y 3-4 se puede ver que a medida que los obstáculos disminuyen su sección transversal, las aceleraciones alcanzan mayores picos de amplitud en menores lapsos de tiempo.

La norma [ISO 2631-1:1997](#) establece límites de valores eficaces de aceleraciones verticales tolerables para el cuerpo humano en función de la frecuencia y para diferentes tiempos de exposición a las mismas (figura 8). En este estudio, la frecuencia resulta cercana a los 10 Hz, con un tiempo de exposición muy corto (cercano a 1 s en el caso 1 y a 0,5 s en los demás casos).

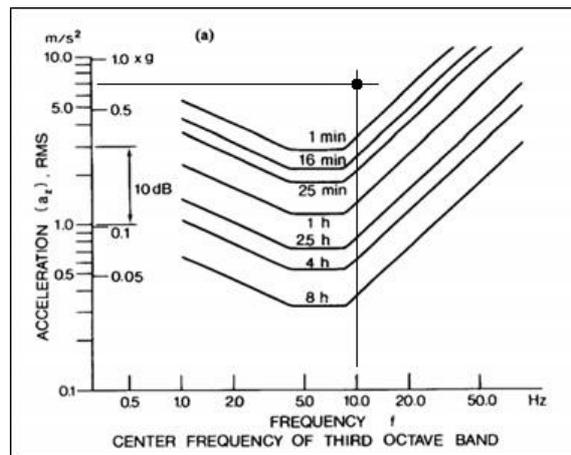


Figura 8 – Límites de aceleraciones verticales para el cuerpo humano en función de la frecuencia y el tiempo de exposición de las mismas.

Para una frecuencia de 10 Hz y la mínima aceleración vertical obtenida de  $6.85 \text{ m/s}^2 \text{ RMS}$ , se obtiene un punto de trabajo por encima de la curva de un minuto. Dado que la duración de las aceleraciones es mucho menor que un minuto, se establece que no es posible realizar una evaluación cuantitativa de acuerdo a lo establecido por la norma. Sin embargo, la aceleración RMS para la frecuencia de 10 Hz se encontraría en un umbral tolerable dado que su tiempo de exposición es sumamente pequeño.

## 5 CONCLUSIONES

El análisis de resultados indica que las aceleraciones obtenidas con el modelo propuesto en este artículo son de menor magnitud que las estimadas mediante la metodología tradicional. El modelo tradicional es conservativo, ya que sobreestima el valor de las aceleraciones.

Es importante obtener valores certeros de estas aceleraciones, ya que una incorrecta estimación de ellas puede llevar a tomar decisiones erróneas acerca de la posibilidad de utilización de estos vehículos como medio de transporte de pasajeros. Como en este caso, los altos picos de aceleración obtenidos por la metodología tradicional implicarían la aparición de grandes esfuerzos capaces de generar daños en el vehículo.

Los resultados experimentales a realizar con el vehículo deberían resultar en valores de aceleración algo menores a los obtenidos debido a las hipótesis simplificadoras asumidas. En la realidad, el vehículo es capaz de sufrir deformaciones elásticas; existe fricción entre las piezas mecánicas; la amortiguación tiene un comportamiento diferente debido a la histéresis; entre otros fenómenos. Todo esto provoca que la energía total involucrada en el sistema disminuya, resultando en una disminución de los valores de aceleración vertical.

Se espera poder continuar el estudio realizando una validación del modelo mediante la realización de ensayos con el vehículo.

## 6 REFERENCIAS

- Cossalter V., Doria A. and Ferrari M., Potentialities of a light three-wheeled vehicle for sustainable mobility. *Proceedings of the ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*, 2012.
- Crolla D. A., Vehicle dynamics – Theory into practice. *Proc. IMechE. Part D: Journal of Automobile Engineering*, 210: 83-94, 1996.
- Gawade T. R., Mukherjee S. and Mohan D., Six-degree-of-freedom three-wheeled-vehicle model-validation. *Proc. IMechE. Part D: Journal of Automobile Engineering*, 219 (4): 487-498, 2004.
- Gillespie, Thomas D., Fundamentals of vehicle dynamics. *Society of Automotive Engineers, Inc. Warrendale, PA*, 1992.
- Huston J., Graves B. and Johnson D., Three Wheeled Vehicle Dynamics. *SAE Technical Paper*, 1982.
- Mechanical vibration and shock — Evaluation of human exposure to whole-body vibration — *ISO 2631-1:1997, part 1: General requirements*.
- Raman A., Rao J. S and Kale S.R., Overturning stability of three wheeled motorized vehicles. *Vehicle system dynamics*, 24: 123-144, 1995.
- Ramji K., Goel V. K. et al., Optimum design of suspension system of three-wheeled motor vehicles. *World journal of modelling and simulation*, 1(3): 36-44, 2007.
- Saaedi M. A. and Kazemi R. Stability of three-wheeled vehicles with and without control system. *International Journal of Automotive Engineering*, 3(1), 2013.
- Sharma C. R., Sharma S. et al., Analysis of bio-dynamic model of seated human subject and optimization of the passenger ride comfort for three-wheel vehicle using random search technique. *Proc. IMechE. Part K: Multi-body Dynamics*, 235(1): 106–121, 2021.
- Tan, T. E., Analysis of three-wheeled all-terrain vehicle/rider system dynamics. *PhD Thesis. Iowa State University*, 1984.
- Van Valkenburgh Paul G., Klein Richard H and Kaniyanthra J., Three-wheel passenger vehicle stability and handling. *SAE paper 820140*; 605–627, 1982.
- Zandieh A., Dynamics of a Three-Wheel Vehicle with Tadpole Design. *Master of Science thesis. University of Waterloo, Canada*, 2014.