

## EVALUACIÓN NUMÉRICA DE LA RECOLECCIÓN DE ENERGÍA PIEZOELÉCTRICA EN REDUCTORES DE VELOCIDAD

### NUMERICAL EVALUATION OF PIEZOELECTRIC ENERGY HARVESTING IN SPEED REDUCERS

Santiago M. Osinaga<sup>a</sup>, Sebastián P. Machado<sup>a</sup> y Mariano Febbo<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Grupo de Investigación en Multifísica Aplicada (GIMAP), Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Bahía Blanca, 11 de abril 461, B8000 Bahía Blanca, Argentina, <https://www.frbb.utn.edu.ar/>

<sup>b</sup>Instituto de Física del Sur (IFISUR), Universidad Nacional del Sur (UNS), CONICET, Av. Alem 1253, B8000 Bahía Blanca, Argentina, <http://www.ifisur-conicet.gob.ar/>

**Palabras clave:** Recolección de energía, Piezoelectricidad, Reductores de velocidad.

**Resumen.** En los últimos años, el concepto de carreteras inteligentes o *smart roads* ha ganado gran popularidad para describir al conjunto de tecnologías capaces de mejorar la movilidad urbana promoviendo la conectividad entre vehículos, señales de tráfico y alumbrado. El desarrollo de obras civiles de esas características, requiere ineludiblemente de la utilización de gran cantidad de sensores que deben ser continuamente alimentados mediante baterías o cables, implicando grandes costos de fabricación y mantenimiento. En este sentido, el desarrollo de dispositivos recolectores de energía, que operen acorde a distintos mecanismos de transducción como el piezoeléctrico, emerge como una alternativa prometedora para recuperar parte de la energía disipada en el pavimento por el pasar de un vehículo en búsqueda del sentido autónomo. En este contexto, presentamos en este trabajo un modelo computacional capaz de predecir la dinámica de la interacción entre un vehículo y un reductor de velocidad. La respuesta temporal de la vibración del reductor es inyectada como excitación al recolector de energía piezoeléctrico. Nuestras simulaciones numéricas, demostraron prometedores resultados donde una energía promedio de entre 1 y 1,25J puede ser recuperada para diferentes valores de velocidad del vehículo circulante para una resistencia eléctrica óptima.

**Keywords:** Energy harvesting, Piezoelectricity, Speed reducers.

**Abstract.** In recent years, the concept of smart road has gained great popularity to describe the set of technologies capable to improve the urban mobility by promoting connectivity between vehicles, traffic signals and lighting. The development of civil works of these characteristics inevitably requires the use of a large number of sensors that must be continuously powered by batteries or cables, which implies high manufacturing and maintenance costs. In this sense, the development of energy harvesting devices, which operate according to different transduction mechanisms such as the piezoelectric one, emerges as a promising alternative to recover part of the energy dissipated in the pavement by the passing of a vehicle towards autonomous sensing. In this context, we present in this article a computational model capable of predicting the dynamics of the interaction between a vehicle and a speed reducer. The temporary response of the vibration of the speed reducer is injected as excitation to the piezoelectric energy harvester. Our numerical simulations show promising results where an average energy between 1 and 1.25J can be recovered for different speed values of the vehicle considering an optimal electrical resistance load.

## 1. INTRODUCCIÓN

A nivel mundial, la cantidad de vehículos registrados es una cifra que se encuentra en aumento año tras año. Solamente en Argentina existen actualmente más de 400.000km lineales de rutas o calles fabricadas de hormigón o mezclas asfálticas. Estos caminos representan unas de las obras civiles de mayor envergadura, cumpliendo el rol de conectar comunidades para el movimiento de personas y bienes de consumo. Recientemente, el concepto de *smart roads* o *carreteras inteligentes* ha sido acuñado para definir al conjunto de tecnologías que al ser implementadas mejoran inteligentemente la movilidad urbana, logrando la conexión entre vehículos, semáforos y alumbrado público; así como el monitoreo del estado de carretera, tráfico y velocidad de vehículos (Ahmad et al., 2019). El desarrollo de este tipo de carreteras, requiere ineludiblemente de la implementación de una vasta cantidad de sensores que deben ser continuamente alimentados.

Durante la vida útil de las calles y carreteras estas se encuentran continuamente expuestas a cargas térmicas y dinámicas inherentes a la exposición solar y las fuerzas desarrolladas por los vehículos circulantes. Esto implica que existe una enorme cantidad de energía disipada en forma de calor y vibraciones sin ser aprovechada. En este sentido, la posibilidad de implementar distintos dispositivos acorde a diferentes mecanismos de transducción (i.e. fotovoltaica, termoeléctrica, piroeléctrica, electromagnética y piezoeléctrica) capaces de recuperar parte de esta energía, emerge como una alternativa prometedora para la generación de electricidad *in situ* para la alimentación de sensores inalámbricos autónomos (Wang et al., 2018).

Uno de los factores claves para una mejor circulación vial radica en la prevención de accidentes. Recientemente, la Organización Mundial de la Salud (OMS) determinó que aproximadamente 50 millones de persona por año en el mundo sufren traumatismos producto de accidentes de tránsito donde la velocidad inapropiada es el factor más contribuyente a la ocurrencia de estos infortunios (OMS, 2022). Por consiguiente, el control de la velocidad juega un rol primordial a la hora de garantizar la seguridad vial de los transeúntes. En conjunto con las campañas de concientización vial, la implementación de distintos tipos de reductores de velocidad que cumplan la función de obligar al conductor a reducir su velocidad de circulación, resultan una herramienta necesaria para la prevención de accidentes. Estos reductores tratan de obstáculos de diferentes perfiles colocados intencionalmente sobre la superficie del pavimento con el objeto de generar un malestar a la conducción cuando son atravesados a una rapidez por encima de la de diseño. Naturalmente, cuando un vehículo lo atraviesa, se generan fuerzas de interacción mayores a las desarrolladas en el resto de la carretera (Jazar, 2017). Por esto, resulta lógico creer que una gran cantidad de energía mecánica es disipada en los mismos.

En los últimos años, la implementación de materiales piezoeléctricos para la recuperación de energía en reductores de velocidad ha sido estudiada por diversos autores. Por ejemplo, Ekawati et al. (2016) propusieron un sistema formado por 10 vigas piezoeléctricas cantilever con imanes en la punta excitadas en la base por un sistema de resortes capaces de capturar la energía de un vehículo. De esta forma, un total de 68,82mJ de energía fue capturada en condiciones de laboratorio por el pasar de un vehículo. Chen et al. (2017) también propusieron un dispositivo recolector piezoeléctrico conformado por vigas cantilever. Como aspecto novedoso, ellos diseñaron un circuito de bajo consumo eléctrico capaz de quedar inactivo (*sleep mode*) cuando ningún vehículo estaba excitando al sistema, capturando aproximadamente aproximadamente 1,26mJ por el pasar de un solo vehículo (Hyun et al., 2018). Song et al. (2019) diseñaron un modulo recolector conformado por 40 parches piezoeléctricos fijados en sus extremos y deformados en el centro por el pasar el vehículo admitiendo un desplazamiento máximo permitido de 2mm. El módulo fue construido y ensayado en condiciones controladas, logrando generar energía

suficiente para cargar hasta los 6V un capacitor de 10,000 $\mu$ F, luego del pasaje de nueve vehículos.

En este contexto, en este trabajo presentamos un modelo matemático capaz de predecir las vibraciones inducidas en un reductor de velocidad por el pasar de un vehículo. Luego, introducimos dicha vibración como excitación a un modelo electromecánico desarrollado en trabajos anteriores de un recolector de energía piezoeléctrico biempotrada sometida a una carga axial, tanto en sus estados de pre- como pos-pandeo (Osinaga et al., 2022). Posteriormente, distintos estudios paramétricos son llevados a cabo con el propósito de determinar la influencia de la velocidad de circulación y resistencia eléctrica en la generación de energía.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

### 2.1. Interacción vehículo-reductor

La *dinámica vehicular* es la rama de la ingeniería que estudia el comportamiento dinámico de los vehículos incluyendo múltiples aspectos como seguridad, confiabilidad e interacción con el ambiente (Aparicio Izquierdo et al., 1995). En su estudio, diversas formulaciones analíticas teniendo mayor o menor grado de complejidad son empleados en función de las demandas de modelado considerando distintas cantidades de grados de libertad. En algunos casos, emplear modelos más complejos resulta necesario debido a que la dinámica simulada se aproxima más a la real; no obstante, los modelos sencillos presentan la ventaja de involucrar un menor costo computacional. En este artículo utilizamos el *modelo de cuarto de vehículos* esquemáticamente ilustrado en la Fig. 1a; el cual pese a ser de los más sencillos resulta suficiente a la hora de predecir las fuerzas de interacción verticales con el pavimento (Zhao et al., 2020). Tal como se puede observar, este modelo está conformado por dos masas vinculadas  $m_v$  (masa de un cuarto del vehículo) y  $m_n$  (masa de una rueda) que admiten los desplazamientos verticales  $x_v(t)$  y  $x_n(t)$  respectivamente. Por otro lado,  $c_s$  es el coeficiente de amortiguamiento de la suspensión, mientras que  $k_s$  y  $k_n$  son las constantes elásticas asociadas a la suspensión y al neumático, respectivamente. En este punto, resulta importante notar dos hipótesis asumidas: (i) la suspensión y neumático poseen un comportamiento lineal, (ii) la disipación de energía en el neumático se asume despreciable frente a la que se produce en la suspensión. Por otro lado, en la misma Fig. 1a es también posible observar el reductor de velocidad, el cual posee una masa de  $m_r$ , una rigidez  $k_r$  y un amortiguamiento  $c_r$ . La función  $y(t) = x_r(t) + f(s_v)$  es usada para representar la excitación inducida al vehículo dada por la posición vertical del reductor de velocidad  $x_r(t)$  sumado al perfil  $f(s_v)$  del mismo, evaluada en la posición del vehículo  $s_v(t)$ . En nuestro caso, asumiremos un perfil del reductor del tipo «trapezoidal» el cual se encuentra esquemáticamente representado en la Fig. 1b. Las ecuaciones diferenciales que gobiernan el problema acoplado pueden ser obtenidas siguiendo una formulación Lagrangiana de forma que

$$\begin{aligned} m_v \ddot{x}_v + c_s (\dot{x}_v - \dot{x}_n) + k_s (x_v - x_n) &= -gm_v, \\ m_n \ddot{x}_n - c_s (\dot{x}_v - \dot{x}_n) - k_s (x_v - x_n) + F_v &= -gm_n, \\ m_r \ddot{x}_r + c_r \dot{x}_r + k_r x_r - F_v + F_t &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $F_v = k_n(x_n - y)$  es la fuerza de interacción dinámica entre el vehículo y el reductor mientras que  $F_t$  es una fuerza de contacto que limita al desplazamiento  $x_r$  hasta un valor máximo de  $x_t$ .

A esta altura, resulta importante aclarar que en el sistema de Ecs. (1) ningún tipo de mención fue realizada respecto a la naturaleza del contacto entre el neumático y el reductor. Por lo tanto, utilizar estas expresiones tal como se presentan resulta equivalente a asumir que el contacto se desarrolla en un punto único. No obstante, es sabido que el contacto entre ambas partes se da a

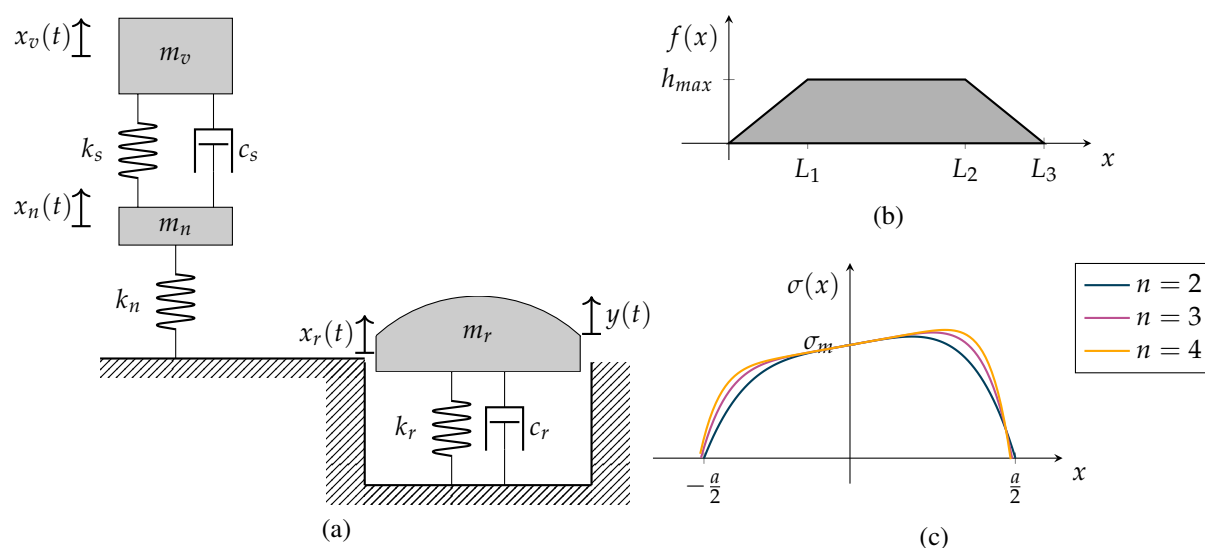


Figura 1: Modelado interacción vehículo-reductor, (a) Esquema del modelo de cuarto de vehículo en conjunto con reductor de velocidad, (b) Forma del reductor asumido. (c) Influencia del coeficiente adimensional  $n$  en la distribución de presión vertical del neumático.

través de un área comúnmente denominada *huella*, *parche de contacto* o *región de contacto*. La existencia de esta huella, cumple un rol fundamental en el cálculo de las fuerzas desarrolladas por el vehículo, donde no considerarla generalmente tiende a sobrestimar las fuerzas reales para excitaciones de alta frecuencia o corta longitud de onda. Debido a esto, en nuestra formulación emplearemos un modelo semejante al de Duarte et al. (2016), donde el contacto entre ambas superficies se asume a través de un parche de contacto de longitud constante  $a$ , valor inversamente proporcional a la presión del neumático y directamente proporcional al peso estático soportado por el vehículo. Respecto a la distribución de presión, la misma es asumida como (Jazar, 2017)

$$\sigma(s_r) = \sigma_m \left[ 1 - \frac{4^n (s_r - s_v)^{2n}}{a^{2n}} + \frac{(s_r - s_v)}{2a} \right], \quad (2)$$

donde  $s_v$  es la coordenada espacial del vehículo medido en un marco de referencia absoluto,  $s_r$  es una coordenada relativa móvil solidaria al vehículo,  $a$  es el largo del parche de contacto mientras que  $n$  es un coeficiente adimensional empírico de la distribución de presión dependiente del tipo de neumático (generalmente  $n = 2$  para la mayoría de los casos) cuya influencia se encuentra esquemáticamente representada en la Fig. 1c, mientras que  $\sigma_m$  es el valor de presión promediada en el área.

## 2.2. Dispositivo recolector de energía

Ahora, introducimos el modelo matemático de un dispositivo conformado por un parche piezoeléctrico adosado a una viga metálica bi-empotrada tal como se esquematiza en la Fig. 2. Los parámetros modales pueden ser encontrados como funciones de los modos de vibración  $\phi(x)$  así como de la configuración pre-deformada  $w_s(x)$  en trabajos previos de los autores (Osinaga et al., 2022). De esta forma, las  $N + 1$  ecuaciones electromecánicas discretizadas del movimiento alrededor de la posición pre-deformada son

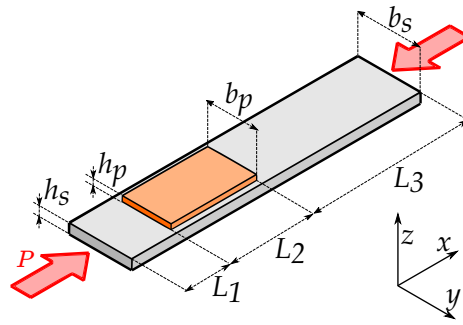


Figura 2: Esquema del recolector piezoeléctrico tipo viga sometido a una carga axial.

$$\begin{aligned}
 \ddot{q}_i + \sum_{j,k=1}^N \chi_{ij} (\dot{q}_j \dot{q}_k + q_j \ddot{q}_k) + \mu_{2i} \dot{q}_i + \sum_{j,k=1}^N \mu_{3ijk} \dot{q}_j \dot{q}_k \operatorname{sgn}(\dot{q}_j) + \omega_i^2 q_i + \sum_{j,k=1}^N K_{Gijk}^s q_j q_k \\
 + \sum_{j,k,l=1}^N K_{Gijkl} q_j q_k q_l + \sum_{j=1}^N K_{Cij}^s q_j \operatorname{sgn}(q_j) + \sum_{j,k=1}^N K_{Cijk} q_j q_k \operatorname{sgn}(q_j) \\
 + v \left[ \theta_i + \theta_{G_i}^s + \theta_{C_i}^s \operatorname{sgn}(q_j) + \sum_{j=1}^N \theta_{Gij} q_j + \sum_{j=1}^N \theta_{Cij} q_j \operatorname{sgn}(q_j) \right] = -m \ddot{G}_i,
 \end{aligned} \quad (3)$$

$$C_p \dot{v} + \frac{v}{R} - \sum_{i=1}^N (\psi_i - \psi_{G_i}^s) \dot{q}_i + \sum_{i,j=1}^N \psi_{Gij} q_i \dot{q}_j - \sum_{i=1}^N \psi_{C_i}^s \dot{q}_i \operatorname{sgn}(q_i) - \sum_{i,j=1}^N \psi_{Cij} q_i \dot{q}_j \operatorname{sgn}(q_j) = 0, \quad (4)$$

donde  $N$  es el número de modos asumidos,  $q_i$  denota la  $i$ -ésima coordenada generalizada,  $\mu_2$  y  $\mu_3$  son los amortiguamientos lineal y cuadrático respectivamente,  $\omega_i$  es la  $i$ -ésima frecuencia natural del sistema,  $K_G$  y  $K_C$  son las rigidez no lineal geométrica y constitutiva piezoeléctrica,  $\theta$ ,  $\theta_G$  y  $\theta_C$  son los acoplamientos lineal, no lineal geométrico y constitutivos de la ecuación mecánica mientras que  $\psi$ ,  $\psi_G$  y  $\psi_C$  son los homónimos de la ecuación eléctrica,  $C_p$  es la capacidad del material piezoeléctrico,  $R$  la resistencia eléctrica adosada al piezo y  $G_i$  la forzante modal. En este punto, debe notarse que existen algunos parámetros repetidos a los anteriormente descritos con un superíndice  $s$ . Estos últimos, toman valores no nulos solamente cuando la carga axial  $P$  es mayor a la carga crítica de pandeo  $P_{crit}$ . Esto resulta importante, debido a que significa que las Ecs. (3) y (4) son tanto válidas para los estados de pre- como pos-pandeo.

### 2.3. Metodología numérica

En primer lugar la interacción vehículo-reductor es simulada resolviendo el sistema de Ecs. (1). Seguidamente, la solución dada por  $x_r(t)$  es derivada numéricamente acorde al método de diferencias finitas con el propósito de obtener la excitación (aceleración) que experimenta la viga piezoeléctrica. A continuación, dicha onda es inyectada en el parámetro de excitación modal  $\ddot{G}_i$  de la Ec. (3) que gobierna la dinámica de la viga piezoeléctrica simulando la energía generada. En este punto, resulta importante resaltar que el problema es resuelto de manera desacoplada, lo cual tiene sentido si asumimos que la presencia de la viga piezoeléctrica no alterará la dinámica del vehículo. En lo referido al integrador numérico, en todos los casos empleamos el método Runge-Kutta (RK) de cuarto orden empleando la función `solve_ivp` de la librería `SciPy`, con un paso tiempo máximo de  $T = 0,01s$  durante un intervalo de tiempo de  $t_f = 10s$ .

Parte	Elemento	Valor
Vehículo	Masa del vehículo, $m_v$	1085 [kg]
	Masa rueda, $m_n$	40 [kg]
	Velocidad inicial, $v_0$	5,5 [ $m/s$ ]
	Aceleración, $a$	0
Suspensión	Rigidez suspensión, $k_s$	10000 [Pa]
	Amortiguamiento suspensión, $c_s$	800 [ $N/(ms^{-1})$ ]
Neumático	Rigidez neumático, $k_n$	100000 [Pa]
	Largo parche de contacto, $a$	8 [cm]
	Coefficiente de distribución de presión, $n$	2
Reductor	Altura máxima, $h_{max}$	5,5 [cm]
	Largo, $L$	40 [cm]
	Masa, $m_r$	5 [kg]
	Rigidez, $k_r$	80 [kPa]
	Amortiguamiento, $c_r$	3600 [ $N/(ms^{-1})$ ]
	Desplazamiento máximo, $x_t$	1cm
Recolector	Largo, $L_1$	81,5 [mm]
	Largo, $L_2$	28 [mm]
	Largo, $L_3$	2,9 [mm]
	Espesor, $h_s$	0,495 [mm]
	Espesor, $h_p$	0,3 [mm]
	Ancho, $b_s$	19,8 [mm]
	Ancho, $b_p$	14 [mm]

Tabla 1: Valores asumidos para la simulación numérica de la interacción vehículo-pavimento.

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los valores adoptados para los distintos parámetros que conforman al sistema se encuentran presentados en la Tabla 1. Dichos valores son propuestos como valores asociados para un vehículo tipo sedan pequeño (Jazar, 2017) y a un reductor tipo trapezoidal. Respecto al valor de carga axial  $P$  del dispositivo piezoeléctrico, dos valores de  $P = 45N$  y  $P = 105N$  fueron elegidos asociados a los estados de pre- y pos-pandeo respectivamente (menor y mayor a la carga crítica de pandeo  $P = 64N$ ).

Con el fin de ilustrar las respuestas temporales asociadas a las distintas variables del modelo propuesto, la Fig. 3a presenta los desplazamientos del neumático  $x_n$ , cuerpo de vehículo  $x_v$  y del reductor de velocidad  $x_r$  en conjunto con la fuerza vertical generada cuando el vehículo atraviesa al reductor. De estas curvas, probablemente la de mayor interés sea la del «Reductor», debido a que se trata de la función de entrada para el modelo del recolector electromecánico. En este punto, vale la pena recordar que el desplazamiento debe ser derivado dos veces para así obtener la aceleración. El carácter impulsivo de la excitación, puede ser observado en la respuesta temporal de la «Fuerza» en la misma Fig. 3a, donde un pico de casi 5kN es generado en un intervalo de entre  $t = 0$  y  $t = 0,2s$ , donde la rueda alcanza y abandona el reductor, respectivamente. Frente a



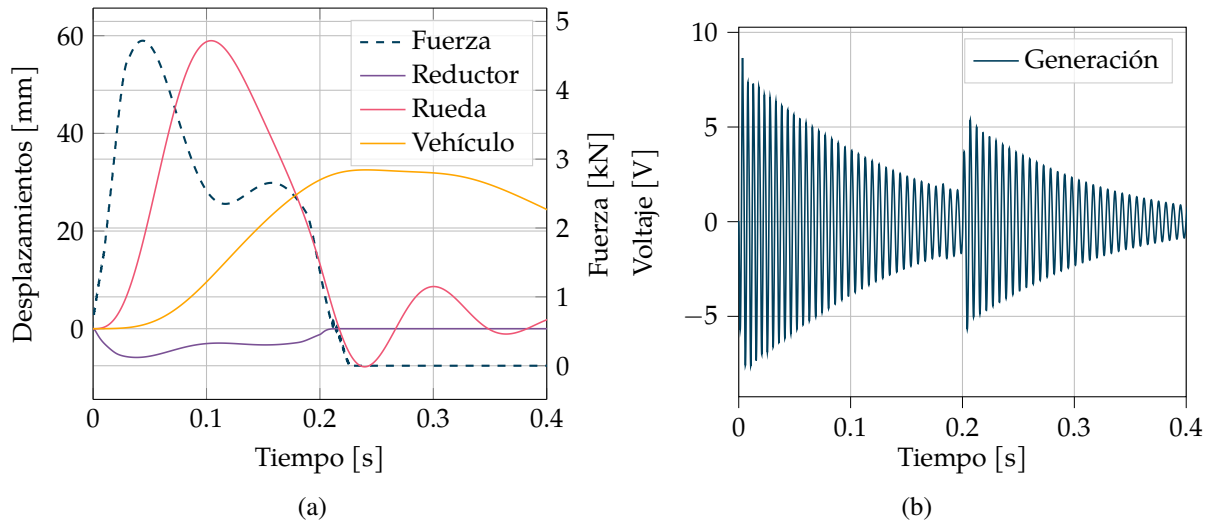


Figura 3: Respuestas temporales típicas para la recolección de energía piezoeléctrica en pavimentos de los (a) Desplazamientos, y (b) Voltaje generado.

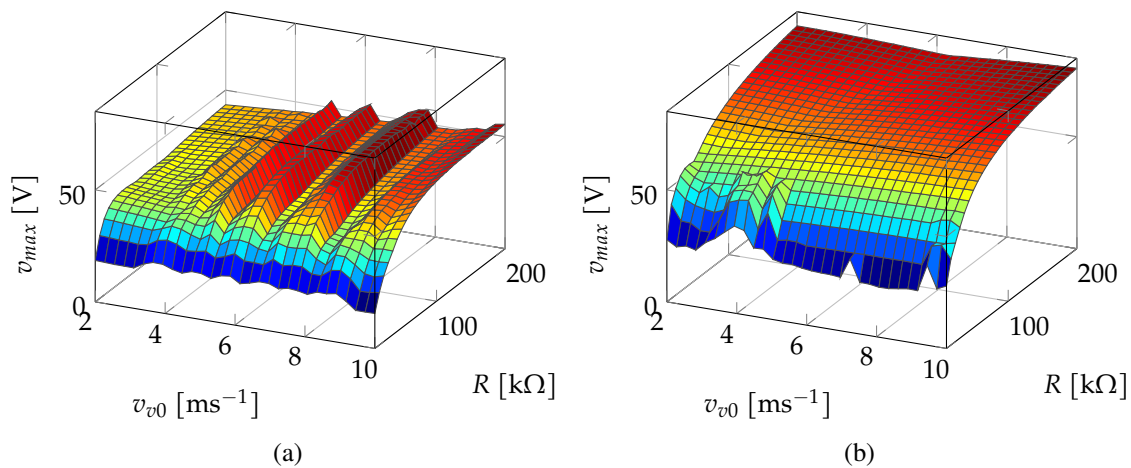


Figura 4: Estudio paramétrico  $v_{v0} - R$  del pico de voltaje. Estados de (a) pre-pandeo con  $P = 45\text{N}$  y (b) pos-pandeo con  $P = 105\text{N}$ .

esta excitación, la respuesta típica de la salida de voltaje se encuentra representada en la Fig. 3b. Tal como se puede observar, la respuesta posee un comportamiento armónico con amplitudes decrecientes en el tiempo causado tanto por el amortiguamiento mecánico y eléctrico; respuesta típica asociada al problema de vibraciones libres sub-amortiguadas. Con el fin de cuantificar el rendimiento de la recuperación de energía, tres variables diferentes fueron elegidas: pico de voltaje ( $v_{max}$ ), pico de potencia ( $P_{max}$ ) y energía total transferida a la resistencia eléctrica ( $E_p$ ), cuyas expresiones son

$$v_{max} = \text{máx} [v(t)], \quad P_{max} = \frac{v_{max}^2}{R}, \quad E_p = \int_{t_0}^{t_f} \frac{v^2(t)}{R} dt. \quad (5)$$

Las Figs. 4a y 4b muestran los resultados numéricos de los picos de voltaje para la muestra propuesta, en los estados de pre- y pos-pandeo elegidos respectivamente, a medida que la resistencia eléctrica  $R$  y la velocidad del vehículo  $v_{v0}$  son variados mutuamente. Como puede

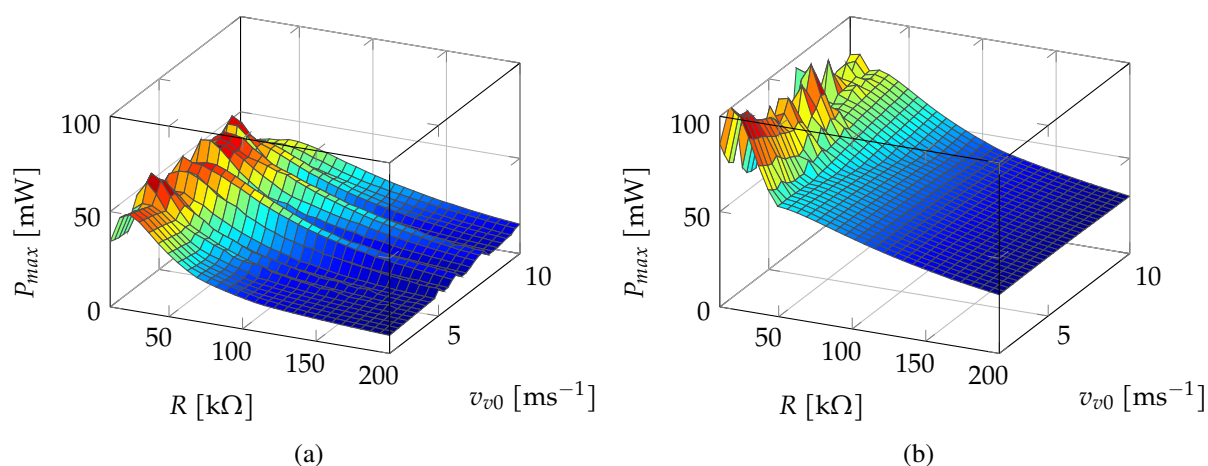


Figura 5: Estudio paramétrico  $v_{v0} - R$  del pico de potencia. Estados de (a) pre-pandeo con  $P = 45\text{N}$  y (b) pos-pandeo con  $P = 105\text{N}$ .

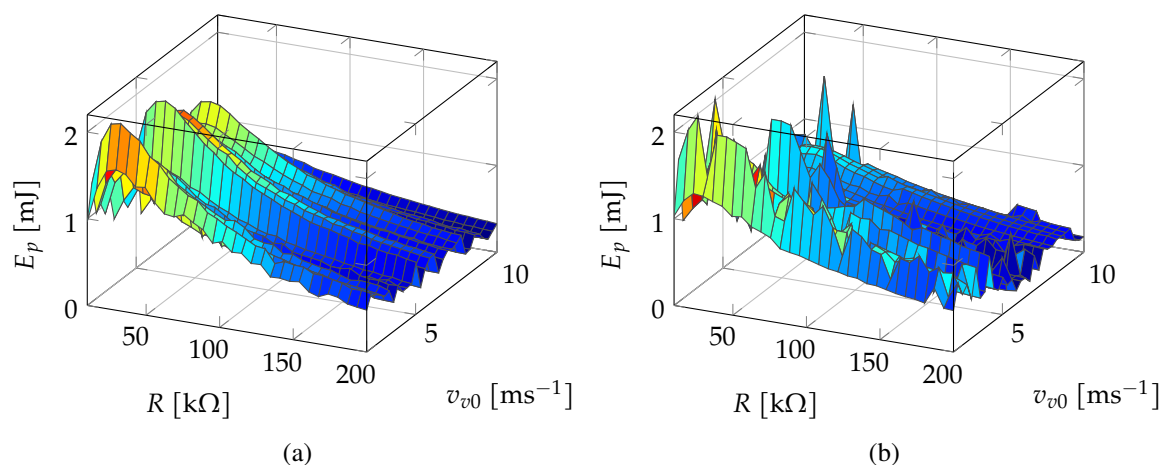


Figura 6: Estudio paramétrico  $v_{v0} - R$  de la energía transferida. Estados de (a) pre-pandeo con  $P = 45\text{N}$  y (b) pos-pandeo con  $P = 105\text{N}$ .

ser observado los valores encontrados para el estado de pos-pandeo son mayores; alcanzando valores máximos de  $85\text{V}$  frente a los de aproximadamente  $50\text{V}$  asociados al estado de pre-pandeo para valores máximos de resistencia eléctrica  $R = 200\text{k}\Omega$  y velocidad del vehículo  $v_{v0} = 10\text{m/s}$ . Además, es posible notar que la velocidad a la que el vehículo atraviesa el reductor de velocidad no afecta significativamente al pico de generación para ninguno de los dos estados.

Siguiendo con el análisis del pico de potencia, las Figs. 5a y 5b muestran los resultados en pre- y pos-pandeo. Nuevamente, los picos de potencia al estado de pos-pandeo alcanzan valores superiores con máximos de alrededor  $100\text{mW}$  frente a los ligeramente inferiores de  $50\text{mW}$  asociados al estado de pre-pandeo. Por otro lado, resulta importante notar que en ambos estados el pico de potencia se da para un valor de resistencia óptima  $R$  de aproximadamente  $25\text{k}\Omega$ , el cual parece ser el óptimo para una máxima transferencia de energía. En lo referido a la influencia de la velocidad  $v_{v0}$  se observa una vez más que posee un leve impacto en los valores pico manifestados en las ondulaciones de ambas superficies. Para terminar, el análisis de la energía total disipada en la resistencia eléctrica es presentado en las Figs. 6a y 6b para los estados



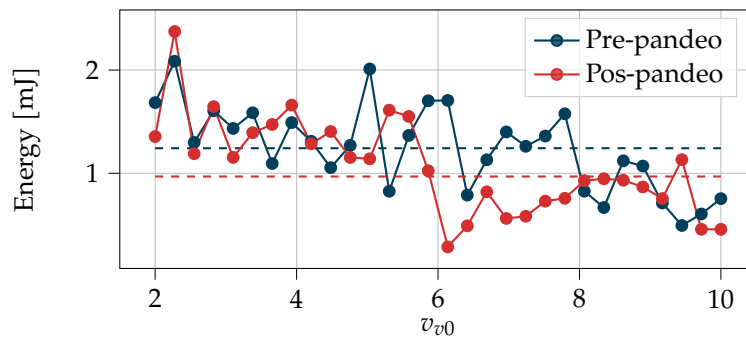


Figura 7: Comparativa de la energía total generada del dispositivo en estado de pre- ( $P = 45\text{N}$ ) como pos-pandeo ( $P = 105\text{N}$ ) en función de la velocidad del vehículo para una resistencia óptima ( $R = 25\text{k}\Omega$ ). Líneas punteadas denotan valores promedio.

de pre- como pos-pandeo, respectivamente. Comenzando con el estado de pre-pandeo (Fig. 6a), la alta dependencia del valor de la resistencia eléctrica en la cantidad máxima de energía es observada una vez más, donde se identifica un valor óptimo de aproximadamente  $R = 25\text{k}\Omega$  nuevamente. Respecto a la velocidad del vehículo  $v_{v0}$ , los valores de energía total tienden a crecer y decrecer sin ningún tipo de tendencia clara a medida que esta variaba. Gráficamente, esto se manifiesta en las evidentes ondulaciones presentes de la superficie emergente de los estudios numéricos. Por otro lado, estas mismas tendencias son observadas para el estado de pos-pandeo (Fig. 6b), donde pese a que los valores de velocidad que maximizan la generación son diferentes en este estado, la misma superficie ondulada es observada con máximos en aproximadamente  $R = 25\text{k}\Omega$ . En este punto, resulta importante remarcar lo «irregular» que parece ser esta superficie respecto a la anterior, lo cual puede ser atribuido a la compleja respuesta dinámica del recolector en pos-pandeo, la cual depende de más parámetros asociados la configuración pre-deformada. Comparando un estado con el otro, los mayores valores de generación asociados al estado de pos-pandeo no son confirmados para la energía total transferida. Esto indica, que pese a que los valores pico de generación en el estado de pos-pandeo fueron mayores, los mismos tienden a decrecer más rápidamente luego de que el vehículo abandonara el reductor.

Con el propósito de estudiar con mayor claridad la energía transferida, los valores para  $R = 25\text{k}\Omega$  (valor aproximado para la máxima transferencia de energía) asociado a ambos estados se presentan en función de la velocidad del vehículo  $v_{v0}$  en la Fig. 7. En esta figura, el comportamiento «irregular» de la dependencia de la energía con la velocidad puede ser apreciado con mayor claridad, donde ningún tipo de tendencia creciente o decreciente puede ser identificada en los resultados numéricos para el rango de valores propuestos. Además, dos líneas punteadas son utilizadas para indicar los valores medios de energía total respecto a la velocidad  $v_{v0}$ . Como puede ser notado, el estado de pre-pandeo constituye un valor medio más alto, el cual se sitúa en  $1,24\text{mJ}$  frente a los  $0,97\text{mJ}$  asociados al estado de pos-pandeo, implicando una mejoría significativa en este aspecto de un 21 %.

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo, presentamos un modelo matemático capaz de predecir la capacidad de recolectar energía a partir de las vibraciones inducidas en un reductor de velocidad por el pasar de un vehículo. Para ello, resolvimos la dinámica de la interacción vehículo-reductor basado en un modelo de cuarto de vehículo y un reductor de velocidad con un perfil trapezoidal capaz de desplazarse verticalmente. Luego, inyectamos la onda temporal del desplazamiento del reductor

como excitación al modelo electromecánico no lineal geométrico y constitutivo del recolector de energía conformado por una viga piezoeléctrica biempotrada sometida a una carga axial, presentado anteriormente. Adicionalmente, dos niveles de carga axial, uno menor y otro mayor a la carga crítica de pandeo, fueron elegidos para contemplar los estados de pre- como de pos-pandeo. La comparativa de ambos estados, demostró que los valores pico de voltaje y potencia instantánea fueron mayores para el recolector en el estado de pos-pandeo. Sin embargo, los valores promedio respecto a la velocidad de circulación del vehículo de la energía recuperada asociada al estado de pre-pandeo fue mayor para los casos propuestos (1,24mJ versus 0,97mJ por eje de vehículo para una velocidad entre 2 y 10<sup>m/s</sup>). En este aspecto, el estado de pre-pandeo parece ser un diseño más atractivo para la aplicación propuesta.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Agencia Nacional de Promoción Científica y Técnica, Comisión de Investigaciones Científicas (CIC) y Secretaría de Ciencia y Tecnología UTN FRBB.

## REFERENCIAS

- Ahmad S., Abdul Mujeebu M., y Farooqi M.A. Energy harvesting from pavements and roadways: A comprehensive review of technologies, materials, and challenges. *International Journal of Energy Research*, 43(6):1974–2015, 2019. doi:10.1002/er.4350.
- Aparicio Izquierdo F., Vera Alvarez C., y Díaz López V. *Teoría de los vehículos automóviles*. Madrid. Universidad Politécnica de Madrid, 1995. ISBN 8474841461.
- Chen N., Jung H.J., Jabbar H., Sung T.H., y Wei T. A piezoelectric impact-induced vibration cantilever energy harvester from speed bump with a low-power power management circuit. *Sensors and Actuators A: Physical*, 254:134–144, 2017. doi:10.1016/j.sna.2016.12.006.
- Duarte F., Ferreira A., y Fael P. Software for simulation of vehicle-road interaction. En *New advances in information systems and technologies*, páginas 681–690. Springer, 2016.
- Ekawati E., Mardiah R.Y., Parmana H., et al. Speed bump with piezoelectric cantilever system as electrical energy harvester. En *2016 International Conference on Instrumentation, Control and Automation (ICA)*, páginas 154–159. IEEE, 2016.
- Hyun J.H., Chen N., y Ha D.S. Energy harvesting circuit for road speed bumps using a piezoelectric cantilever. En *IECON 2018-44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, páginas 4219–4223. IEEE, 2018.
- Jazar R.N. *Vehicle dynamics: theory and application*. Springer, 2017. ISBN 978-0-387-74244-1. doi:10.1007/978-0-387-74244-1.
- OMS. Organización Mundial de la Salud. Road traffic injuries. <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/road-traffic-injuries>, 2022.
- Osinaga S., Machado S., y Febbo M. An analytical model of the electromechanical coupling for a piezoelectric stepped buckled beam for energy harvesting applications. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 179:109355, 2022. ISSN 0888-3270. doi:https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2022.109355.
- Song G.J., Kim K.B., Cho J.Y., Woo M.S., Ahn J.H., Eom J.H., Ko S.M., Yang C.H., Do Hong S., Jeong S.Y., et al. Performance of a speed bump piezoelectric energy harvester for an automatic cellphone charging system. *Applied Energy*, 247:221–227, 2019. doi:10.1016/j.apenergy.2019.04.040.
- Wang H., Jasim A., y Chen X. Energy harvesting technologies in roadway and bridge for different applications—a comprehensive review. *Applied Energy*, 212:1083–1094, 2018. doi:10.1016/j.apenergy.2017.12.125.
- Zhao X., Xiang H., y Shi Z. Piezoelectric energy harvesting from vehicles induced bending deformation in pavements considering the arrangement of harvesters. *Applied Mathematical Modelling*, 2020.