

## ANÁLISIS INESTACIONARIO NO LINEAL DE UN ARREGLO DE COSECHADORES DE ENERGÍA BASADO EN FLUTTER

### NON-LINEAR AND UNSTEADY ANALYSIS FOR AN ARRANGEMENT OF ENERGY HARVESTERS BASED ON FLUTTER

Marcos L. Verstraete<sup>a</sup>, Bruno A. Rocca<sup>b,c</sup>, Luis R. Ceballos<sup>a</sup>, Emmanuel Beltramo<sup>c</sup> y  
Sergio Preidikman<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Grupo de Matemática Aplicada, Universidad Nacional de Río Cuarto, Ruta Nacional 36 Km 601,  
5800 Río Cuarto, Argentina, [gma@ing.unrc.edu.ar](mailto:gma@ing.unrc.edu.ar), <http://www.ing.gma.edu.ar>

<sup>b</sup>Bergen Offshore Wind Centre (BOW), Geophysical Institute, University of Bergen, Norway  
[post@uib.no](mailto:post@uib.no), <http://www.uib.no>

<sup>c</sup>IDIT-CONICET, Universidad Nacional de Córdoba, Av. Vélez Sarsfield 1611, 5000 Córdoba  
[idit@fcefyn.edu.ar](mailto:idit@fcefyn.edu.ar), <http://www.idit.efn.uncor.edu>

**Palabras clave:** Aero-electro-elasticidad, cosechadores de energía, piezoelectricidad.

**Resumen.** En este trabajo se presenta el estudio numérico de un arreglo de cosechadores de energía piezoeléctricos basado en el fenómeno de flutter. Específicamente, este estudio se centra en el siguiente interrogante: ¿cómo la respuesta electro-aero-elástica del sistema es afectada por no linealidades estructurales e inerciales? La plataforma de simulación utilizada consiste de un modelo aerodinámico basado en una versión 2D extendida del método de red de vórtices no estacionario acoplado con un modelo estructural de tres grados de libertad (movimiento vertical, cabeceo y voltaje) de cada cosechador. Entre los resultados más importantes, se encontró que las no linealidades inerciales tienen poca influencia sobre la respuesta del sistema. En cambio, las no linealidades estructurales tienen una influencia más significativa y permiten incrementar considerablemente la potencia generada.

**Keywords:** Aero-electro-elasticity, energy harvesters, piezoelectricity.

**Abstract.** In this work, we present a numerical study of an array of piezoelectric energy harvesters based on the flutter phenomena. Specifically, we focus on how the electro-aero-elastic response of the system is affected when structural and inertial nonlinearities are included. The simulation framework consists of an extended two-dimensional version of the unsteady vortex-lattice method coupled with a three degrees-of-freedom (plunge, pitch and voltage) lumped-parameter structural model for each harvester. Among the most important findings, it was concluded that the system response is hardly affected by inertial nonlinearities; instead, structural nonlinearities have a more significant influence on the system response, allowing the output power to be considerably increased.

## 1. INTRODUCCIÓN

Durante las últimas décadas, la comunidad científica ha considerado la posibilidad de extraer energía a través de las vibraciones mecánicas de estructuras flexibles (Wei y Jing, 2017). Particularmente, las vibraciones de origen aeroelástico han sido de especial interés debido a sus potenciales aplicaciones y han dado lugar al nuevo concepto *aeroelastic energy harvesting*, el cual se refiere a la recolección o cosecha de energía mediante el uso de fenómenos aeroelásticos (Abdelkefi, 2016). Este concepto ha despertado un gran interés en el desarrollo de sistemas no convencionales de generación de energía a pequeña escala, los cuales están constituidos por una red o arreglo de dispositivos (cosechadores de energía) con el fin de aprovechar el potencial eólico disponible en zonas urbanas y suburbanas. La idea fundamental del cosechador de energía consiste en hacer uso de mecanismos aeroelásticos para recolectar la energía proveniente de las vibraciones mecánicas inducidas por el viento y, finalmente, transformarla a una forma de energía utilizable.

Si bien se han propuesto y explorado diferentes diseños conceptuales para los cosechadores de energía, todos ellos están basados en la utilización de una estructura flexible y un sistema que permite la conversión de la energía mecánica asociada a las vibraciones de la estructura a energía eléctrica aprovechable (Erturk et al., 2010; Bryant et al., 2011). La conversión de energía puede realizarse mediante mecanismos de transducción electromagnéticos (Carneiro et al., 2020), electrostáticos (Khan y Qadir, 2016) o piezoeléctricos (Elahi et al., 2018). Particularmente, los materiales piezoeléctricos han sido utilizados para generar energía (Safaei et al., 2019), debido a su gran versatilidad y eficiencia en un amplio intervalo de frecuencias.

El fenómeno de flutter es solo uno de los muchos tipos de mecanismos aeroelásticos que se han considerado para explorar y evaluar la cosecha de energía basada en vibraciones aeroelásticas. En esta dirección, se han llevado a cabo diversos estudios analíticos, numéricos y experimentales que han permitido entender aspectos importantes del comportamiento electro-aero-elástico de un cosechador de energía basado en el fenómeno de flutter (Erturk et al., 2010; Bryant y Garcia, 2009; Kwon, 2010). Sin embargo, aún existen interrogantes que no tienen una respuesta definitiva, algunos de ellos son: ¿cómo influyen las no linealidades estructurales y aerodinámicas en la producción de energía? y más importante aún, ¿cómo afectan estas no linealidades a la respuesta electro-aero-elástica en un arreglo compuesto por varios cosechadores de energía?

En la literatura existe un gran número de trabajos científicos orientados al estudio del comportamiento no lineal de cosechadores piezoeléctricos de energía basados en el fenómeno de flutter (Meshki et al., 2020; Wu et al., 2018; Bae y Inman, 2014). En particular, se han propuestos diferentes modelos bidimensionales de parámetros concentrados basados en un perfil alar soportado por resortes de extensión-compresión y torsional en combinación con un modelo piezoeléctrico para predecir el voltaje generado por el cosechador (Ver Fig. 1). Tales estudios han permitido explorar los efectos de las no linealidades estructurales, aerodinámicas e inerciales en la respuesta aeroelástica del sistema, observándose diferentes comportamientos en condiciones súpercríticas (Abdelkefi et al., 2012a,b). Con respecto a arreglos de cosechadores de energía, se ha demostrado que las interacciones aerodinámicas entre los cosechadores tienen una influencia significativa en la respuesta del sistema, y principalmente en la producción de energía (Bryant et al., 2012; Rocca et al., 2020; Beltramo et al., 2020). A pesar de los importantes avances que se han logrado hasta el momento, aún existen barreras técnicas que deben ser superadas, sobre todo, para evaluar la viabilidad de esta nueva tecnología de cosecha de energía. Estos hechos justifican y motivan el desarrollo de nuevos modelos para investigar el comportamiento aero-

electro-elástico de arreglos de cosechadores de energía, que permitan a su vez, elaborar criterios de diseño para su manufactura.

En este trabajo se presenta un estudio numérico del comportamiento no lineal e inestacionario de un arreglo de cosechadores de energía basado en el fenómeno de flutter que incorpora materiales piezoeléctrico como medio de transformación de energía. Adicionalmente, se presenta una descripción del modelo bidimensional utilizado en el estudio numérico, el cual consiste de: *i*) un modelo aerodinámico inestacionario y no lineal que permite captar las interacciones aerodinámicas entre los cosechadores que componen el arreglo; *ii*) un modelo electro-elástico de parámetros concentrados de tres grados de libertad para cada cosechador; y *iii*) un esquema numérico para integrar simultáneamente en el dominio del tiempo las ecuaciones electro-aero-elásticas gobernantes. Este modelo no lineal es una extensión de un modelo previamente desarrollado por los autores de este artículo (Roccia et al., 2020).

## 2. MODELO ELECTRO-AERO-ELÁSTICO

En esta sección, se describe el modelo utilizado para estudiar el comportamiento electro-aero-elástico no lineal de un arreglo de cosechadores de energía. Este artículo sigue los lineamientos del trabajo presentado por Erturk et al. (2010) quienes desarrollaron un modelo experimental y un modelo analítico para analizar la generación de la potencia eléctrica de salida de un cosechador de energía basado en el fenómeno de flutter (ver Fig. 1). Más detalles de la descripción del modelo actual pueden encontrarse en Roccia et al. (2020).

El modelo electro-aero-elástico está constituido por: *i*) un modelo aerodinámico bi-dimensional basado en el método de red de vórtices no lineal e inestacionario; *ii*) un modelo electro-elástico de parámetros concentrados de tres grados de libertad para cada cosechador; y *iii*) un esquema numérico para integrar simultáneamente en el dominio del tiempo las ecuaciones electro-aero-elásticas gobernantes basado en un enfoque de co-simulación de acoplamiento fuerte.

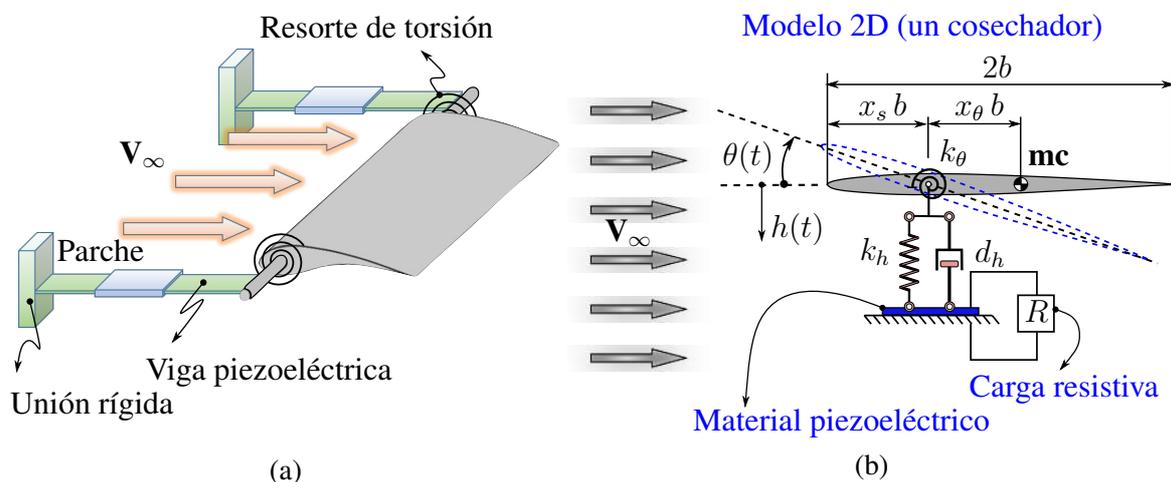


Figura 1: Representación esquemática del cosechador de Erturk et al. (2010) (izquierda) y modelo electro-aero-elástico (derecha).

### 2.1. Modelo electro-elástico

Para desarrollar un modelo que represente el sistema esquematizado de la Fig. 1a, Erturk y sus colaboradores consideraron un modelo de parámetros concentrados en el que el cosechador

es idealizado mediante un perfil alar bidimensional que tiene asociado tres grados de libertad como se observa en la Fig. 1b. Estos grados de libertad corresponden al desplazamiento vertical del perfil,  $h$ , movimiento de rotación del perfil respecto del eje rígido,  $\theta$ , y voltaje generado por el sistema eléctrico,  $V$ , a través de la lámina de material piezoeléctrico. Las ecuaciones que describen el comportamiento electro-elástico para el cosechador aislado de la Fig. 1b han sido publicadas en varios artículos (Erturk et al., 2010; Abdelkefi et al., 2012a, 2014) y pueden expresarse en forma matricial como,

$$\mathbf{M}_k(\mathbf{q}_k)\ddot{\mathbf{q}}_k(t) + \mathbf{C}_k\dot{\mathbf{q}}_k(t) + \mathbf{K}_k(\mathbf{q}_k)\mathbf{q}_k(t) = \mathbf{f}_k^m(\mathbf{q}_k, \dot{\mathbf{q}}_k) + \mathbf{f}_k^a, \quad (1)$$

donde el subíndice  $k$  se introduce para hacer referencia a un cosechador  $k$  aislado.  $\mathbf{M}_k$ ,  $\mathbf{C}_k$ ,  $\mathbf{K}_k$  son, respectivamente, las matrices de masa, de amortiguamiento y de rigidez del cosechador  $k$ .  $\mathbf{f}_k^a$  es un vector que contiene las fuerzas aerodinámicas actuantes sobre el cosechador  $k$ , y  $\mathbf{f}_k^m$  es el vector velocidad cuadrático que contiene los efectos de inercia. Las expresiones para cada una de las matrices y vectores se detallan a continuación,

$$\mathbf{M}_k(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m + m_f & mx_\theta b \cos \theta & 0 \\ mx_\theta b \cos \theta & I_P & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_k, \quad \mathbf{K}_k(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} k_h \pm k_{2,h} h^2 & 0 & -\frac{\lambda}{l} \\ 0 & k_\theta \pm k_{2,\theta} \theta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R} \end{bmatrix}_k \quad (2)$$

$$\mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} d_h & 0 & 0 \\ 0 & d_\theta & 0 \\ \lambda & 0 & C_{eq} \end{bmatrix}_k, \quad \mathbf{f}_k^m = \begin{Bmatrix} mx_\theta b \dot{\theta}^2 \sin \theta \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_k, \quad \mathbf{f}_k^a = \begin{Bmatrix} -L_a(t) \\ M_a(t) \\ 0 \end{Bmatrix}_k$$

donde  $m$  y  $m_f$  representan las masas por unidad de longitud del perfil aerodinámico y de su soporte, respectivamente,  $k_h$  ( $k_\theta$ ) es la constante elástica asociada al resorte de extensión-compresión (resorte torsional);  $k_{2,h}$  ( $k_{2,\theta}$ ) es la constante elástica para incluir la no linealidad estructural asociada al resorte de extensión-compresión (resorte torsional),  $d_h$  ( $d_\theta$ ) es el coeficiente de amortiguamiento asociado al movimiento vertical del perfil (movimiento rotacional del perfil),  $b$  es la semi-cuerda del perfil,  $I_P$  es el momento de inercia del perfil por unidad de longitud con respecto al punto de referencia (anclaje de los resortes),  $l$  es la envergadura del ala rígida,  $x_\theta$  es la distancia adimensional entre el punto de referencia y el centro de masa,  $x_s$  es la distancia entre el borde de ataque del perfil y el punto de referencia,  $V$  es el voltaje generado a través de la resistencia eléctrica  $R$ ,  $C_{eq}$  es la capacidad equivalente de la lámina de material piezoeléctrico y  $\lambda$  es el coeficiente de acoplamiento electromecánico (parámetro asociado al material piezoeléctrico considerado). Es importante mencionar que el punto sobre las variables indica derivada con respecto al tiempo.  $L_a$  es la fuerza de sustentación por unidad de longitud y  $M_a$  es el momento aerodinámico por unidad de longitud con respecto al punto de referencia.

Es importante mencionar que en  $\mathbf{M}_k$  y  $\mathbf{f}_k^m$  se incluyen las no linealidades geométricas e inerciales mientras que en  $\mathbf{K}_k$  se incluyen las no linealidades estructurales.

El sistema de ecuaciones de movimiento para un arreglo de cosechadores de energía resulta de ensamblar las ecuaciones de movimiento de cada uno de los cosechadores que compone el sistema. En este artículo se investiga el caso de una arreglo de dos cosechadores distribuidos verticalmente como se observa en la Fig. 2a, cuyas ecuaciones de movimiento están dadas por,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_1(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{q}}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_1(t) \\ \mathbf{q}_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_1^m(t) \\ \mathbf{f}_2^m(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_1^a(t) \\ \mathbf{f}_2^a(t) \end{Bmatrix}. \quad (3)$$

Los subíndices 1 y 2 hacen referencia respectivamente a los cosechadores 1 y 2 que se indican en la Fig. 2a. Debido a la naturaleza desacoplada del sistema desde el punto de vista mecánico, las

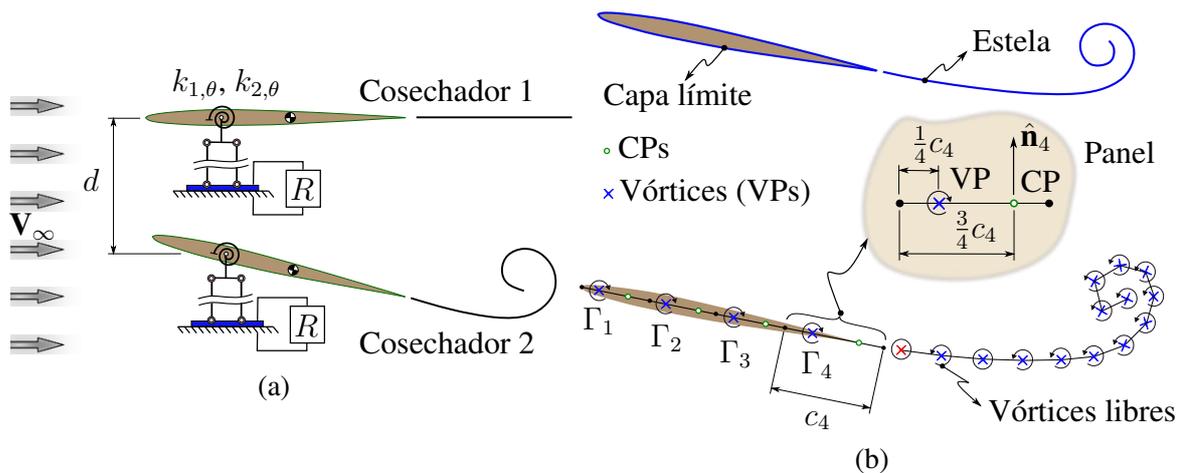


Figura 2: (a) Modelo de un arreglo de dos cosechadores de energía distribuidos verticalmente, (b) modelo aerodinámico bidimensional.

matrices globales de masa, amortiguamiento y rigidez en (3), son todas en forma diagonal por bloques. El sistema de ecuaciones que gobierna la dinámica del arreglo es únicamente acoplado a través de las fuerzas aerodinámicas, las cuales están incluidas en el lado derecho de (3).

## 2.2. Modelo Aerodinámico

Con el fin de poder predecir la influencia en la respuesta aeroelástica y en la potencia eléctrica de salida producida por la proximidad entre cosechadores resulta necesario considerar un modelo que permita captar el acoplamiento aerodinámico entre esos cosechadores y sus estelas. Un método que permite captar todas las posibles interferencias aerodinámicas con un costo computacional relativamente bajo comparado con otras técnicas numéricas basadas en la dinámica de fluido computacional, es el método de red de vórtices no estacionario (UVLM).

En este trabajo se utiliza el UVLM para predecir las cargas aerodinámicas en el dominio del tiempo que actúan en cada uno de los cosechadores que componen el arreglo. El UVLM ha sido, y sigue siendo, un método ampliamente utilizado en diferentes campos de investigación asociados con la aeroelasticidad (Maraniello y Palacios, 2020; Fei et al., 2022). Para obtener más detalles de los aspectos teóricos e implementación computacional del UVLM se puede consultar las siguientes referencias Katz y Plotkin (2001) y Preidikman (1998).

El objetivo de esta sección consiste en describir brevemente el algoritmo de cálculo asociado al cómputo de las cargas aerodinámicas. La formulación y desarrollo del modelo aerodinámico bidimensional para el arreglo de cosechadores de energía ha sido publicado anteriormente por los autores y los detalles pueden ser encontrados en Roccia et al. (2020).

La idea básica del UVLM consiste en representar a la capa límite que envuelve al perfil y a las estelas desprendidas desde su borde de fuga por sábanas vorticosas que se discretizan mediante vórtices puntuales con circulación  $\Gamma(t)$ , ver Fig. 2b. Como producto de esta discretización espacial, la sábana vorticiosa adherida (que representa a la capa límite) queda dividida en un número finito ( $N$ ) de elementos aerodinámicos. Cada elemento tiene asociado un vórtice (VP) y un punto de control (CP), que se ubican a  $\frac{1}{4}$  y a  $\frac{3}{4}$  de la longitud del elemento ( $c_k$ ), respectivamente.

Primero se determinan las circulaciones asociadas a la sábana vorticiosa adherida de cada cosechador. Para ello, se impone una de las condiciones de bordes del problema, conocida

como condición de no penetración, en todos los puntos de control, y además la condición de Kelvin que establece la conservación de vorticidad (Katz y Plotkin, 2001); esto lleva al siguiente sistema de ecuaciones que permite computar las circulaciones,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n(N+1)} a_{ji}(t)\Gamma_i(t) &= -(\mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_W^j - \mathbf{V}_P^j) \cdot \hat{\mathbf{n}}_j, \text{ para } j = 1, 2, \dots, n(N+1) - 1, \\ \sum_{i=1}^{n(N+1)} \Gamma_i(t) &= \sum_{i=1}^{n(N+1)} \Gamma_i(t - \Delta t), \end{aligned} \quad (4)$$

donde  $a_{ji}(t)$  son los coeficientes de influencia aerodinámicos,  $\Gamma_i$  es la circulación de un vórtice perteneciente al elemento aerodinámico número  $i$ ,  $\mathbf{V}_\infty$  es la velocidad de corriente libre,  $\mathbf{V}_W^j$  es la velocidad asociada a las estelas evaluada en el punto de control  $j$ ,  $\mathbf{V}_P^j$  es la velocidad del sólido en el punto de control  $j$ ,  $\hat{\mathbf{n}}_j$  es el vector unitario normal a la superficie del cuerpo en el punto de control  $j$ ,  $n$  es la cantidad de cosechadores que contiene el arreglo, y  $\Delta t$  es el paso tiempo de simulación.

El siguiente paso consiste en determinar el salto de presión adimensional ( $\Delta C_p$ ) mediante el uso de la versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli,

$$(\Delta C_p)_j = \frac{(V_U^2 - V_L^2)_j}{V_\infty^2} + \frac{2}{V_\infty^2} (\partial_t \Psi|_U - \partial_t \Psi|_L)_j. \quad (5)$$

Los subíndices  $U$  y  $L$  hacen referencia a un punto por encima y por debajo del punto de control  $j$ , respectivamente,  $\Psi$  es el potencial de velocidad,  $\partial_t$  hace referencia a la derivada con respecto al tiempo, y  $V_\infty$  es la magnitud de la velocidad de corriente libre.

Finalmente, una vez calculado el salto de presión, los vórtices en la estela son convectados a su nueva posición  $\mathbf{r}_{vp}$  por medio del siguiente método de aproximación,

$$\mathbf{r}_{vp}(t + \Delta t) = \mathbf{r}_{vp}(t) + \mathbf{V}_{vp}(t)\Delta t, \quad (6)$$

siendo  $\mathbf{V}_{vp}$  la velocidad de cada VP que contiene las contribuciones de todas las estelas, las sábanas adheridas y la velocidad de corriente libre.

### 2.3. Esquema de acoplamiento

Para resolver el problema acoplado entre el fluido, la estructura flexible, y el sistema piezoeléctrico se utiliza un enfoque de co-simulación (Gomes et al., 2018). El marco de co-simulación desarrollado contempla dos simuladores: el Simulador 1 asociado al modelo electro-elástico descrito en la sección 2.1 y el Simulador 2 correspondiente al modelo aerodinámico presentado en la sección 2.2. La estrategia de co-simulación está basada en un acoplamiento fuerte, es decir, en cada paso de tiempo ambos simuladores intercambian información de manera bi-direccional y en una secuencia iterativa de tal manera que, continuamente, las predicciones para la respuesta electro-elástica y las cargas aerodinámica se hacen más precisas hasta satisfacer cierto criterio de tolerancia.

En este trabajo, se considera que el perfil asociado a cada cosechador piezoeléctrico es rígido. Esta suposición simplifica el intercambio de información entre los simuladores. La distribución de presión sobre el perfil ( $\Delta C_p$ ), determinada por el Simulador 2, se transfiere al punto de referencia como una fuerza y un momento resultante utilizando consideraciones mecánicas simples

a través de:

$$\mathbf{f}_k^a = \begin{Bmatrix} -L_a(t) \\ M_a(t) \\ 0 \end{Bmatrix}_k = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 \left( -\cos \theta_k \sum_{j=1}^N (\Delta C_p)_j c_j, \sum_{j=1}^N (\Delta C_p)_j c_j \eta_j \right)^T, \quad (7)$$

donde  $\eta_j$  es una coordenada local cuyo origen se encuentra en el punto de referencia, y el subíndice  $j$  hace referencia al punto de control  $j$ . Se recuerda que  $k$  se refiere al cosechador número  $k$ . Por otro lado, los desplazamientos y las velocidades resultantes de la integración numérica de los ecuaciones de movimiento (3) se transfieren a la malla aerodinámica utilizando simplemente cinemática de cuerpo rígido.

El esquema de co-simulación para integrar el sistema dinámico se puede definir brevemente como sigue. Durante cada paso de tiempo  $\Delta t$ , las estelas son consistentemente convectadas a sus nuevas posiciones con el requerimiento que la vorticidad se mueve con las partículas de fluido, y simultáneamente, todos los cosechadores de energía se mueven a sus nuevas posiciones como resultado de las fuerzas actuantes. Esta idea es implementada mediante una secuencia de instrucciones que permiten determinar la solución en el paso  $t + \Delta t$  y se encuentran detalladas en [Roccia et al. \(2020\)](#).

### 3. RESULTADOS NUMÉRICOS

En esta sección se presenta un estudio numérico del comportamiento no lineal e inestacionario de un arreglo de cosechadores de energía basado en flutter. El marco de co-simulación fue verificado y validado ([Roccia et al., 2020](#)) utilizando resultados analíticos y experimentales reportados por [Erturk et al. \(2010\)](#).

#### 3.1. Caso de estudio

Se estudia el caso de un arreglo compuesto por dos cosechadores que están distribuidos y separados verticalmente (ver Fig. 2). Este caso fue analizado y estudiado previamente por los mismos autores con el fin de evaluar la respuesta electro-aero-elástica de un modelo que solo considera no linealidades aerodinámicas. En este trabajo se extiende el análisis considerando no linealidades estructurales e inerciales. En el arreglo considerado los dos cosechadores están separados a una distancia  $d = b$  y los datos empleados para cada uno de ellos son los siguientes:  $\lambda = 1,55$  mN/V,  $C^{ea} = 120$  nF,  $m = 1,7799$  Kg/m,  $m_f = 2,8425$  Kg/m,  $I_p = 7,06445 \times 10^{-3}$  Kgm,  $b = 0,125$  m,  $x_\theta = 0,260$ ,  $l = 0,5$  m,  $k_h = 4,6808 \times 10^3$  N/m<sup>2</sup>,  $k_\theta = 1,67540$  N,  $d_h = 9,6110 \times 10^{-1}$  Ns/m<sup>2</sup>,  $d_\theta = 1,32504 \times 10^{-2}$  Ns, y  $R = 100$  k $\Omega$ .

La descripción de resultados incluye el análisis de diagramas de bifurcación, y con el fin de ser compatible con los diagramas analizados en el estudio previo, en este trabajo se utiliza el mismo procedimiento para obtener las amplitudes de Oscilaciones de Ciclo Límite (LCOs), el cual consiste en un ajuste por mínimos cuadrados por medio de elipses ([Roccia et al., 2020](#)). Debido a que las respuestas de ambos cosechadores son iguales por la condición de simetría del problema, solo se incluye la solución numérica asociada con uno de ellos.

#### *Análisis de las no linealidades inerciales*

Para analizar la influencia de las no linealidades inerciales en las ecuaciones de movimiento (3) se eliminan las no linealidades asociadas a los resortes haciendo  $\pm k_{2,h} = 0$  and  $\pm k_{2,\theta} = 0$ . La solución numérica para este caso que contempla las no linealidades inerciales (denominada INLC) se compara con la solución reportada en [Roccia et al. \(2020\)](#) (que no considera no linealidades inerciales, denominada ILC). En la Fig.3 se muestra la presencia de una bifurcación de

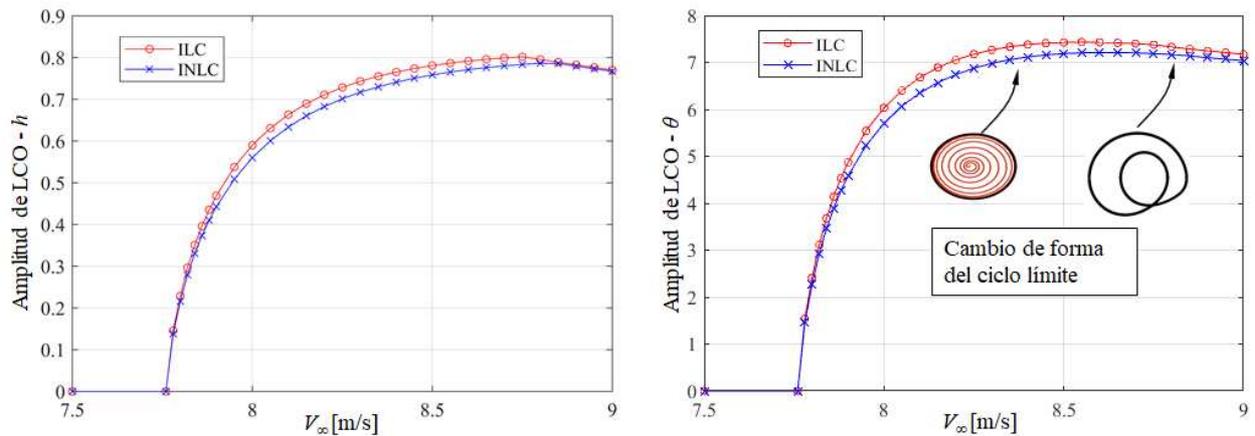


Figura 3: No linealidades inerciales. Diagramas de bifurcación, grados de libertad  $h$  y  $\theta$ .

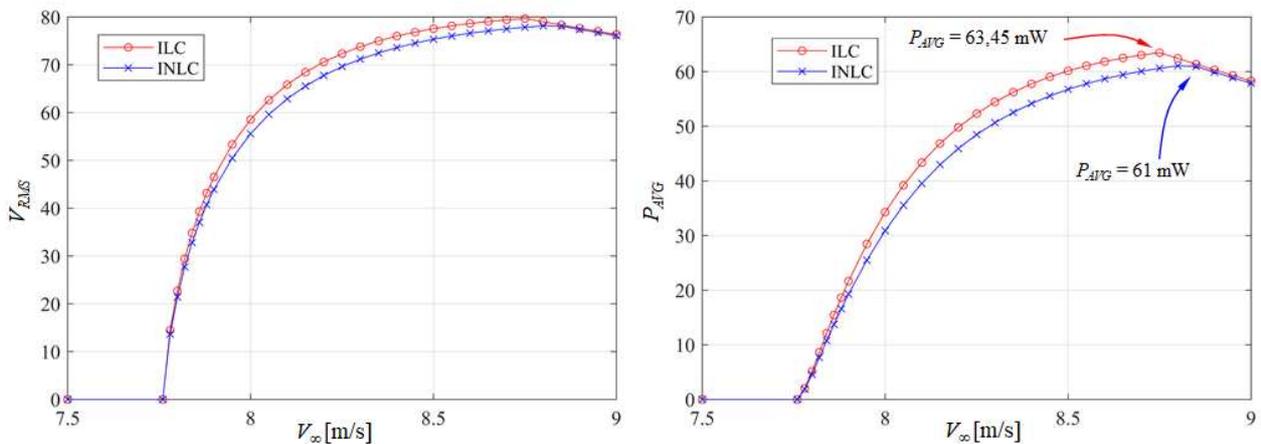


Figura 4: No linealidades inerciales.  $V_{RMS}$  y  $P_{AVG}$  en función de  $V_{\infty}$ .

Hopf supercrítica asociada a los grados de libertad de desplazamiento  $h$  y de giro del perfil  $\theta$  para uno de los cosechadores. Los resultados muestran que existen pequeñas diferencias entre las amplitudes de LCOs para los casos INLC y ILC. Para ambos grados de libertad, las amplitudes de LCOs inicialmente crecen, alcanzan un máximo y luego decrecen linealmente. Se encontró que después de los puntos de máxima amplitud aparece un cambio en la forma del ciclo límite. Esta forma pasa desde una elipse, antes del punto de máxima amplitud, a una curva cerrada que se entrecruza, después de ese punto (Fig.3b).

En la Fig. 4 se presenta el valor medio cuadrático (RMS) para el voltaje  $V_{RMS}$  y la potencia media  $P_{AVG}$ , aquí se observa el mismo comportamiento cualitativo que en el caso de los diagramas de bifurcación de la Fig. 3. La máxima potencia generada para el caso lineal ILC es 63,45 mW a una velocidad de  $V_{\infty} = 8,75$  m/s mientras que para el caso no lineal es 61 mW a una velocidad de  $V_{\infty} = 8,85$  m/s.

**Análisis de las no linealidades estructurales**

En este caso se analiza la influencia que tienen los términos no lineales asociados a los resortes en la respuesta electro-aero-elástica del sistema. Debido a la poca influencia que tienen las no linealidades inerciales, éstas no se eliminan de las ecuaciones de movimiento (3).

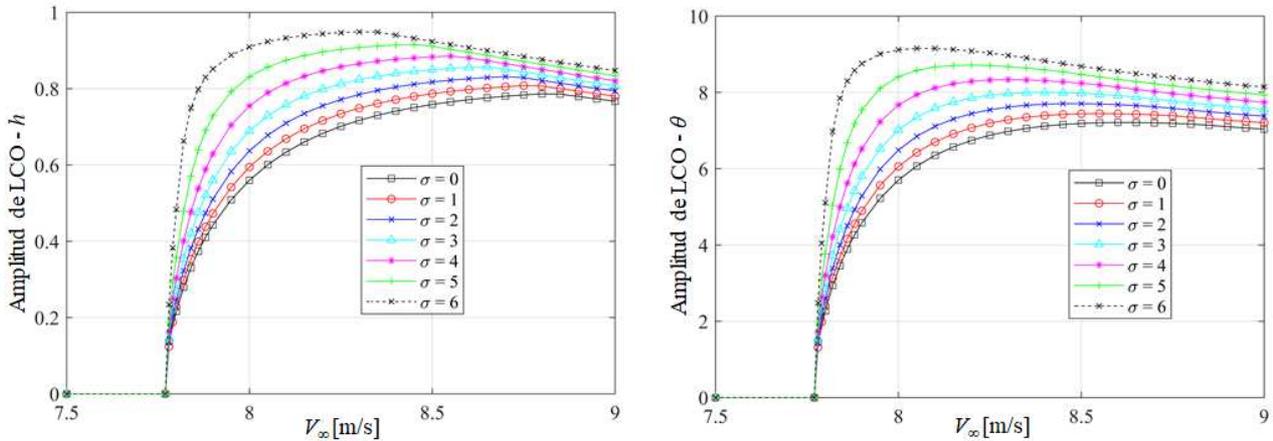


Figura 5: No linealidades estructurales. Diagramas de bifurcación, grados de libertad  $h$  y  $\theta$ .

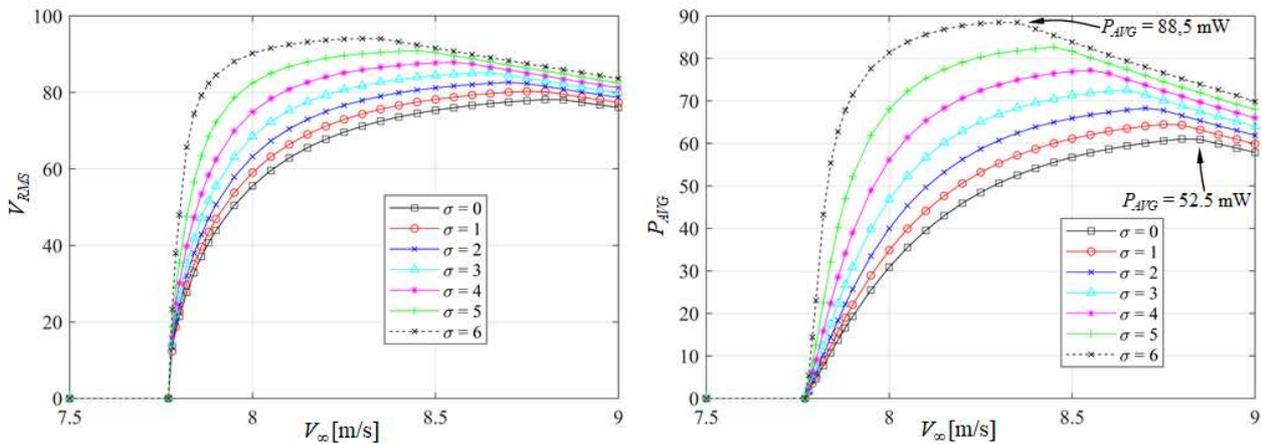


Figura 6: No linealidades estructurales.  $V_{RMS}$  y  $P_{AVG}$  en función de  $V_\infty$ .

Para llevar a cabo el análisis se define el parámetro adimensional  $\sigma$  de la siguiente manera,

$$\sigma = \frac{k_{2,h}}{k_h} = \frac{k_{2,\theta}}{k_\theta}. \tag{8}$$

La expresión (8) establece que los coeficientes no lineales de los resortes ( $k_{2,h}$  y  $k_{2,\theta}$ ) son linealmente proporcionales a los coeficientes lineales ( $k_h$  y  $k_\theta$ ).

En la Fig. 5 se presentan los diagramas de bifurcación para los grados de libertad de desplazamiento y de giro para uno de los cosechadores. La gráfica incluye la solución para siete valores enteros del parámetro  $\sigma$  (desde  $\sigma = 0$  hasta  $\sigma = 6$ ). Los resultados muestran que a medida que  $\sigma$  se hace más grande las amplitudes de LCOs también lo hacen. Las amplitudes asociadas a  $h$  crecen con el incremento de  $V_\infty$  hasta alcanzar un máximo y luego descienden linealmente. Se puede observar que cuanto más grande es  $\sigma$ , el punto de máxima amplitud se presenta a una velocidad de corriente libre más baja. Por ejemplo, para  $\sigma = 1$ ,  $\sigma = 3$  y  $\sigma = 6$  los máximos se presentan para  $V_\infty = 8,8\text{m/s}$ ,  $V_\infty = 8,65\text{m/s}$  y  $V_\infty = 8,35\text{m/s}$ , respectivamente. Para el caso del grado de libertad de giro,  $\theta$ , las amplitudes tienen un comportamiento cualitativo similar.

En la Fig. 6 se presenta la media cuadrática para el voltaje y la potencia media generada

como una función de  $V_\infty$ . Ambos, el voltaje y la potencia muestran el mismo comportamiento cualitativo que las amplitudes de LCOs presentadas en la Fig. 5. La máxima potencia obtenida por un cosechador es  $P_{AVG} = 88,5$  mW y se presenta para  $\sigma = 6$  a una velocidad de  $V_\infty = 8,35$  m/s. Esto representa un incremento del 68 % con respecto al caso lineal ( $\sigma = 0$ ) cuya potencia generada a la misma velocidad de corriente libre es de  $P_{AVG} = 52,5$  mW.

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un estudio numérico para evaluar la influencia de las no linealidades estructurales e inerciales en la respuesta electro-aero-elástica de un arreglo de cosechadores piezoeléctricos de energía basado en flutter. Entre los resultados más importantes se encontró que las no linealidades inerciales influyen levemente en la respuesta del sistema, mientras las no linealidades estructurales tienen una influencia más significativa en la respuesta electro-aero-elástica. Las amplitudes de LCOs se incrementan a medida que los coeficientes no lineales de los resortes también se incrementan. La media cuadrática para el voltaje y la potencia media generada también crecen con el incremento de la rigidez. Para el caso estudiado en este artículo, se encontró que un cosechador puede incrementar su potencia generada en un 68 % para  $\sigma = 6$ . Si bien se han obtenido indicadores alentadores acerca del uso de no linealidades estructurales como instrumento para incrementar la potencia de salida de tales sistemas, resulta crucial desarrollar modelos estructurales más avanzados. En esta dirección, se propone como trabajo futuro incorporar modelos de pérdida al UVLM e implementar modelos de vigas piezoeléctricas geoméricamente exactas. Estas mejoras permitirán estudiar múltiples distribuciones espaciales para los arreglos de cosechadores (por ejemplo, configuraciones en tándem) y evaluar con mayor precisión la influencia de las no linealidades provenientes de la estructura.

#### REFERENCIAS

- Abdelkefi A. Aeroelastic energy harvesting: A review. *International Journal of Engineering Science*, 100:112–135, 2016.
- Abdelkefi A., Ghommam M., Nuhait A.O., y Hajj M.R. Nonlinear analysis and enhancement of wing-based piezoaeroelastic energy harvesters. *Journal of Sound and Vibration*, 333(1):166–177, 2014.
- Abdelkefi A., Nayfeh A., y Hajj M.R. Modeling and analysis of piezoaeroelastic energy harvesters. *Nonlinear Dynamics*, 67(2):925–939, 2012a.
- Abdelkefi A., Vasconcellos R., Marques F.D., y Hajj M.R. Bifurcation analysis of an aeroelastic system with concentrated nonlinearities. *Nonlinear Dynamics*, 69(1):57–70, 2012b.
- Bae J. y Inman D.J. Aeroelastic characteristics of linear and nonlinear piezo-aeroelastic energy harvester. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 25(4):401–416, 2014.
- Beltramo E., Pérez Segura M.E., Rocca B.A., Valdez M.F., Verstraete M.L., y Preidikman S. Constructive aerodynamic interference in a network of weakly coupled flutter-based energy harvesters. *Aerospace*, 7(12):167, 2020.
- Bryant M. y Garcia E. Development of an aeroelastic vibration power harvester. En *Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems 2009*, volumen 7288, página 728812. International Society for Optics and Photonics, 2009.
- Bryant M., Mahtani R.L., y Garcia E. Wake synergies enhance performance in aeroelastic vibration energy harvesting. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 23(10):1131–1141, 2012.
- Bryant M., Wolff E., y Garcia E. Aeroelastic flutter energy harvester design: the sensitivity of

- the driving instability to system parameters. *Smart Materials and Structures*, 20(12):125017, 2011.
- Carneiro P., dos Santos M.P.S., Rodrigues A., Ferreira J.A.F., Simões J.A.O., Marques A.T., y Kholkin A.L. Electromagnetic energy harvesting using magnetic levitation architectures: A review. *Applied Energy*, 260:114191, 2020.
- Elahi H., Eugeni M., y Gaudenzi P. A review on mechanisms for piezoelectric-based energy harvesters. *Energies*, 11(7):1850, 2018.
- Erturk A., Vieira W.G.R., De Marqui Jr C., y Inman D.J. On the energy harvesting potential of piezoaeroelastic systems. *Applied physics letters*, 96(18):184103, 2010.
- Fei X., Litherland B.L., y German B.J. Development of an unsteady vortex lattice method to model propellers at incidence. *AIAA Journal*, 60(1):176–188, 2022.
- Gomes C., Thule C., Broman D., Larsen P.G., y Vangheluwe H. Co-simulation: a survey. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 51(3):1–33, 2018.
- Katz J. y Plotkin A. *Low-speed aerodynamics*, volumen 13. Cambridge university press, 2001.
- Khan F.U. y Qadir M.U. State-of-the-art in vibration-based electrostatic energy harvesting. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 26(10):103001, 2016.
- Kwon S.D. A t-shaped piezoelectric cantilever for fluid energy harvesting. *Applied physics letters*, 97(16):164102, 2010.
- Maraniello S. y Palacios R. Parametric reduced-order modeling of the unsteady vortex-lattice method. *AIAA Journal*, 58(5):2206–2220, 2020.
- Meshki M.M., Nobari A.S., y Sadr M.H. A study on nonlinear, parametric aeroelastic energy harvesters under oscillatory airflow. *Journal of Vibration and Control*, 28(1-2):192–202, 2020.
- Preidikman S. *Numerical Simulations of Interactions Among Aerodynamics*. Phd. dissertation, Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 1998.
- Roccia B.A., Verstraete M.L., Ceballos L.R., Balachandran B., y Preidikman S. Computational study on aerodynamically coupled piezoelectric harvesters. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 31(13):1578–1593, 2020.
- Safaei M., Sodano H.A., y Anton S.R. A review of energy harvesting using piezoelectric materials: state-of-the-art a decade later (2008–2018). *Smart Materials and Structures*, 28(11):113001, 2019.
- Wei C. y Jing X. A comprehensive review on vibration energy harvesting: Modelling and realization. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 74:1–18, 2017.
- Wu Y., Li D., y Xiang J. Dimensionless modeling and nonlinear analysis of a coupled pitch–plunge–leadlag airfoil-based piezoaeroelastic energy harvesting system. *Nonlinear Dynamics*, 92(2):153–167, 2018.