

## TÚNELES SOMETIDOS A SISMOS: CONCENTRACIÓN DE TENSIONES EN LOS PORTALES

### TUNNEL SUBJECTED TO EARTHQUAKES: STRESS CONCENTRATION IN PORTALS

Franco P. Soffietti.<sup>a,b</sup>, Diego F. Turello <sup>a,b</sup> y Federico Pinto <sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>*Instituto de Estudios Avanzados en Ingeniería y Tecnología (CONICET-UNC)*

<sup>b</sup>*Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (UNC)*

**Palabras clave:** Ondas de corte, Viga de Timoshenko, Interacción suelo-estructura.

**Resumen.** Los túneles se convirtieron en componentes fundamentales de la infraestructura de grandes ciudades. Aunque tradicionalmente se consideró que estas estructuras no eran vulnerables a sismos y, por lo tanto, no necesitaban diseñarse para resistir estas demandas al estar enterradas, la experiencia muestra que sismos destructivos pueden ocasionar considerables daños estructurales y deben considerarse en el diseño. Ante la llegada de ondas sísmicas el medio se deforma y los túneles están sujetos a demandas cinemáticas debido a la interacción con el suelo que les impone la deformación. Los modelos utilizados en la práctica para evaluar estas situaciones o bien ignoran la interacción suelo-estructura, o consideran al túnel como una viga esbelta sobre fundación elástica, ignorando las distorsiones inducidas por el esfuerzo de corte (de particular importancia si las ondas S son dominantes) y las restricciones rotacionales que el medio puede aportar. Para superar estas inconsistencias se propusieron modelos de viga de Timoshenko sobre fundación de Winkler con restricciones transversales y rotacionales, en los que se puede observar una importante acumulación de tensiones en los extremos de la viga, que se incrementan con las longitudes de onda y con el contraste de rigidez entre el medio y la estructura. En el presente artículo se presentan soluciones analíticas para modelar el fenómeno que se comparan con otras soluciones existentes en la literatura y son validadas mediante un Modelo de Elementos Finitos 3D.

**Keywords:** Shear Waves, Timoshenko Beams, Soil-Structure Interaction.

**Abstract.** Tunnels are fundamental components of the civil infrastructure of large cities. These structures were thought not to be vulnerable to seismic demands in the past, but experience has shown that destructive earthquakes can lead to significant structural damage and, thus, need to be accounted for in design. Due to the arrival of seismic waves, the ground deforms and the tunnel is subjected to kinematic demands due to the interaction. The models used in practice to assess these structural demands either ignore soil-structure interaction or consider the tunnel as a slender beam on an elastic foundation, ignoring shear-induced distortions (of particular importance if S waves are dominant) and constraints rotational that the medium can provide. To overcome these inconsistencies, a Timoshenko beam on a Winkler foundation with transversal and rotational restrictions is proposed. It is observed that this model leads to considerable stress concentrations at the ends, which increase with the seismic wavelength and stiffness contrast. This article presents analytical solutions that are able to represent this phenomenon, and a comparison with other existing solutions, as well as results derived by means of a full 3D Finite Element Model.

## 1. INTRODUCCIÓN

Aunque en comparación con la longitud total de un túnel los portales suelen tener un área de influencia limitada, su integridad estructural es vital para el normal funcionamiento de estas estructuras. En regiones sísmicas de alta intensidad, la estabilidad dinámica de los portales es esencial (Yu et al., 2013) y las investigaciones de los últimos años demostraron que estos sectores son uno de los más vulnerables (Dowding y Rozan, 1978; Wang et al., 2018). Una característica destacada de los portales es la existencia de una superficie libre en donde las ondas sísmicas producen reflexión, refracción, superposición de ondas, conversión y otros fenómenos cerca de la pendiente. Estos sectores muestran fuertes concentraciones de esfuerzos y grandes deformaciones localizadas. Uno de los fenómenos importantes que ocurren en los portales, es la inestabilidad de taludes debido a las demandas sísmicas. Este fenómeno no es abordado por el presente trabajo, que se enfoca en la interacción en el rango elástico con el terreno.

Existen numerosos trabajos sobre la respuesta sísmica de las estructuras subterráneas y las causas del daño sísmico a través de análisis numéricos, métodos experimentales y modelos analíticos (St John y Zahrah, 1987; Hashash et al., 2001; Tao et al., 2022; Yu et al., 2019; Li et al. 2022). Las soluciones analíticas tienen la ventaja de ser más simples en el cálculo, permiten comprender las variables fundamentales, el comportamiento del fenómeno y a su vez, se utilizan para validar los resultados de modelos más complejos.

Las soluciones analíticas tradicionales utilizan la formulación de vigas de Euler-Bernoulli sobre fundación elástica de Winkler para la evaluación del comportamiento longitudinal de estructuras enterradas (Kouretzis et al. 2013; Newmark. 1968; St. John and Zahrah, 1987; Hashash et al., 2001). Sin embargo, las deformaciones de corte de la sección, de gran influencia en fenómenos sísmicos, se ignora en este modelo. Por lo tanto, investigaciones recientes han considerado vigas de Timoshenko sobre fundaciones elásticas. El modelo de Winkler es el modelo mecánico más simple de un continuo y el más fácil para el tratamiento matemático; sin embargo, tiene algunas deficiencias relacionadas con la discontinuidad de los desplazamientos de los resortes adyacentes, ya que cada uno es independiente. Para solucionar algunos de estos inconvenientes se han propuesto modelos de fundaciones de dos parámetros, como el de Vlasov o Pasternak (Yu et al. 2019). Estos se denominan "modelos de dos parámetros", porque además del primer parámetro transversal (que coincide con Winkler), tienen un segundo parámetro, que presenta la continuidad de estos resortes transversales a lo largo del eje longitudinal de la estructura, modelando la fricción entre columnas de suelo, en el caso de Vlasov, o la resistencia al corte de una lámina imaginaria, en el caso de Pasternak. Recientemente, Zhao et al. (2021a,b) y Li et al. (2023), propusieron modelos de vigas de Timoshenko sobre fundación elástica considerando los resortes transversales y las tensiones tangenciales adyacentes a la estructura cuando esta se deforma por sismos. Soffietti y Pinto (2022) propusieron un modelo de viga de Timoshenko sobre fundación de Winkler que incluye los resortes de Winkler transversales y rotacionales, partiendo de las ecuaciones de un medio elástico continuo, obteniendo formulaciones que dependen del contraste de rigidez entre el medio y la estructura y de las longitudes de onda sísmicas.

Por su parte las investigaciones de Soffietti y Pinto (2022) y Soffietti (2023) mostraron que, a medida que las longitudes de onda aumentan, las tensiones tienden a concentrarse en los extremos de la estructura. En el presente artículo se estudia un túnel sometido a una onda sísmica significativamente más larga que la estructura y se analiza el efecto del contraste de rigidez en la concentración de las tensiones en los portales, así como los efectos en función de la frecuencia de la onda. Los resultados son contrastados con otras soluciones analíticas y un modelo de elementos finitos 3D completo.

## 2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Cuando una onda de corte viaja paralela al eje longitudinal de una estructura enterrada, esta se deforma. Considerando que la presencia de la estructura ejerce influencia en la deformación libre del terreno y teniendo en cuenta los fenómenos de interacción, ésta presentará patrones de deformación flexional y distorsiones de corte. Ante esta situación, utilizar la teoría de viga de Euler – Bernoulli presentaría inconsistencias en los resultados, debido a que este método no puede representar apropiadamente la situación descripta (salvo para casos extremos de medios blandos (Soffiatti, 2023)).

El problema tratado en el presente trabajo se muestra esquemáticamente en la Figura 1. Un túnel es modelado mediante una estructura longitudinal simple embebida en un medio linealmente elástico, con módulo elástico  $E_m$  y relación de Poisson  $\nu_m$ . Si bien la geografía del emplazamiento del túnel suele ser compleja, principalmente cuando son terrenos rocosos, al no considerar los efectos de reflexión ni refracción de ondas, ni la incidencia de la misma, la situación se simplifica modelando el medio según las líneas de trazo. La estructura se representa como un cilindro de sección anular con radio,  $r_0$ , espesor,  $e$ , módulo de Young,  $E$ , módulo de corte,  $G$  y coeficiente de corrección por corte  $k = 0,5$ . Se considera un contacto perfecto, es decir, sin separación ni deslizamiento, entre la estructura y el medio.

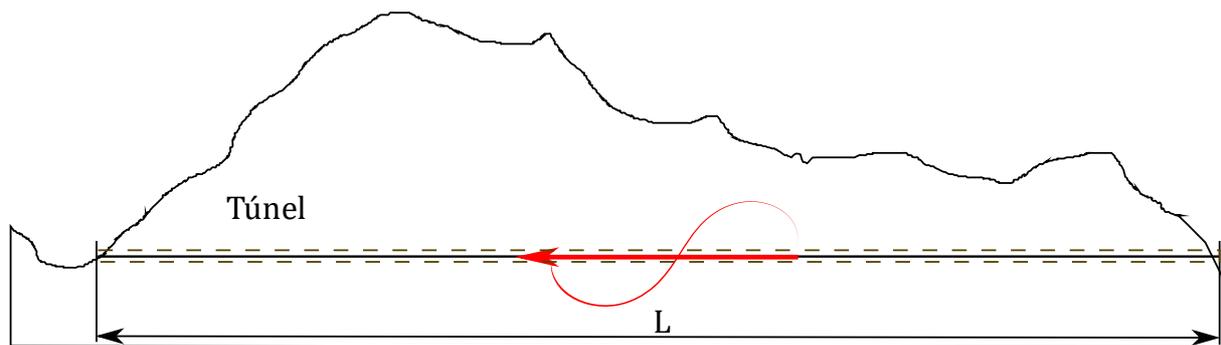


Figura 1 - Modelo analizado.

La estructura es modelada mediante una viga Timoshenko apoyada sobre una fundación tipo Winkler, a su vez representada mediante un conjunto de resortes transversales ( $k_s$ ) y rotacionales ( $k_\varphi$ ) distribuidos, que conectan la estructura con los desplazamientos de campo libre y son evaluados según los desarrollos de Soffiatti (2023). Se considera que no existen cargas externas netas (es decir, solo fuerzas de interacción) y que los resortes del suelo son constantes a lo largo de la dirección longitudinal de la estructura e independientes entre sí. El medio está sujeto al paso de una onda de corte que incide paralela al eje del túnel y cuya longitud es varias veces mayor al mismo. En este análisis simplificado no se consideran los efectos de reflexión o refracción de ondas; es decir, solo se considera una onda armónica pura aplicada sobre un medio homogéneo y su efecto sobre la estructura. El análisis presente es pseudoestático; es decir, no se consideran las fuerzas de inercia ni el amortiguamiento dinámico, ya que las frecuencias bajas dominan los desplazamientos, y estos se relacionan directamente con las fuerzas internas cinemáticas.

Tomando los desarrollos de Contrera (2015) y Soffiatti y Pinto (2022), la ecuación diferencial del problema se expresa como:

$$\frac{d^4 \varphi_e}{dz^4} - \left( \frac{k_\varphi}{EI} + \frac{k_s}{GA_\kappa} \right) \frac{d^2 \varphi_e}{dz^2} + \left( \frac{k_s}{EI} + \frac{k_s k_\varphi}{GA_\kappa} \right) \varphi_e = \frac{k_s}{EI} \frac{du_{ff}}{dz} \quad (1)$$

Donde  $\varphi_e$  representa los giros de la estructura y es la función a determinar. Para obtener la

solución particular del problema, una onda de corte es considerada,

$$u_{ff}(z) = u_{ff_0} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_s} z\right) \quad (2)$$

en donde  $u_{ff}$  = movimiento de campo libre,  $u_{ff_0}$  = amplitud del campo libre,  $\lambda_s$  = longitud de onda. La solución completa del problema, considerando tanto la parte homogénea como la particular queda:

$$\varphi_e(z) = A_1 e^{\lambda_1 z} + A_2 e^{\lambda_2 z} + A_3 e^{\lambda_3 z} + A_4 e^{\lambda_4 z} + \varphi_{e_0} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_s} z\right) \quad (3)$$

donde  $A_i$  son constantes que se obtienen de las condiciones de contorno del problema y los  $\lambda_i$  son parámetros característicos del sistema suelo-estructura:

$$\lambda_i = \pm \sqrt{\left(\frac{k_\varphi}{2EI} + \frac{k_s}{2GA_k}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{k_\varphi}{2EI} + \frac{k_s}{2GA_k}\right)^2 - \left(\frac{k_s}{EI} + \frac{k_s k_\varphi}{EIGA_k}\right)}} \quad (4)$$

Por su parte,  $\varphi_{e_0}$  = amplitud de la rotación seccional:

$$\varphi_{e_0} = \frac{\frac{k_s}{EI} \frac{2\pi}{\lambda_s} u_{ff_0}}{\left(\frac{2\pi}{\lambda_s}\right)^4 + \frac{k_s}{EI} \left(\frac{k_\varphi}{k_s} + \frac{E_s I_s}{GA}\right) \left(\frac{2\pi}{\lambda_s}\right)^2 + \frac{k_s}{EI} \left(1 + \frac{k_\varphi}{GA}\right)} \quad (5)$$

Los desplazamientos de la estructura se evalúan como:

$$u_e(z) = -\frac{EI}{k_s} \frac{d^3 \varphi_e(z)}{dz^3} + \frac{k_\varphi}{k_s} \frac{d\varphi_e(z)}{dz} + u_{ff_0} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_s} z\right) \quad (6)$$

Los esfuerzos de corte y momentos flectores se expresan de la siguiente manera:

$$Q(z) = \left\{ -\frac{EI}{k_s} \frac{d^4 \varphi_e(z)}{dz^4} + \frac{k_\varphi}{k_s} \frac{d^2 \varphi_e(z)}{dz^2} + \frac{2\pi}{\lambda_s} u_{ff_0} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_s} z\right) - \left[ A_1 e^{\lambda_1 z} + A_2 e^{\lambda_2 z} + A_3 e^{\lambda_3 z} + A_4 e^{\lambda_4 z} + \varphi_{e_0} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_s} z\right) \right] \right\} \quad (7)$$

$$M(z) = EI \left[ A_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 z} + A_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 z} + A_3 \lambda_3 e^{\lambda_3 z} + A_4 \lambda_4 e^{\lambda_4 z} - \frac{2\pi}{\lambda_s} \varphi_{e_0} \operatorname{seno}\left(\frac{2\pi}{\lambda_s} z\right) \right] \quad (8)$$

Considerando que la estructura está en equilibrio antes de la llegada de la onda, siendo los esfuerzos de corte y momentos flectores nulos en los extremos, el problema se resuelve mediante el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \zeta \\ 0 \\ \zeta \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_s} L\right) \\ \varphi_{e_0} \frac{2\pi}{\lambda_s} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_s} L\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_1 & \psi_2 & \psi_3 & \psi_4 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_4 \\ \psi_1 e^{\lambda_1 L} & \psi_2 e^{\lambda_2 L} & \psi_3 e^{\lambda_3 L} & \psi_4 e^{\lambda_4 L} \\ \lambda_1 e^{\lambda_1 L} & \lambda_2 e^{\lambda_2 L} & \lambda_3 e^{\lambda_3 L} & \lambda_4 e^{\lambda_4 L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Para facilitar la nomenclatura, se definen las constantes  $\zeta$ , característica del sistema, y  $\psi_i$  que varía para cada raíz  $\lambda_i$  en consideración:

$$\zeta = \varphi_{e_0} \left[ \frac{EI}{k_s} \left( \frac{2\pi}{\lambda_s} \right)^4 - \frac{k_\varphi}{k_s} \left( \frac{2\pi}{\lambda_s} \right)^2 + 1 \right] - u_{ff_0} \frac{2\pi}{\lambda_s} \quad (10)$$

$$\psi_i = -\frac{EI}{k_s} \lambda_i^4 + \frac{k_\varphi}{k_s} \lambda_i^2 - 1, i = 1,2,3,4 \quad (11)$$

### 3. VALIDACIÓN DEL MODELO

Para validar la precisión de la solución analítica propuesta, el comportamiento longitudinal de un túnel sometido a ondas de corte es simulado en ABAQUS (Dassault Systèmes, 2017). Los resultados numéricos se comparan con la solución analítica completa, así como también con las soluciones de referencia de la literatura: la viga de Euler-Bernoulli sobre fundación de Winkler (St. John y Zahrah, 1987) y sobre fundación de Vlasov (Miao et al., 2020).

Para esto se evalúa un túnel circular con  $E = 30 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0,15$ , radio exterior,  $r_0 = 5 \text{ m}$ , espesor,  $e = 0,25 \text{ m}$ , y una longitud de  $L = 300 \text{ m}$ , embebido en un dominio elástico (limitado a una región cuadrada de 60 m) (Figura 2). Se consideran cinco casos para validar la solución completa, con longitud de onda de corte  $\lambda_s = 2000 \text{ m}$ , y contrastes de rigideces entre el terreno y la estructura de  $E/E_m = 100, 250, 500, 1000 \text{ y } 2500$ . Para todos los casos, las ondas S están representadas por un patrón de desplazamiento armónico con una amplitud  $u_{ff_0} = 1 \text{ m}$ , ya que, al tratarse de un problema lineal, la amplitud no es relevante. El medio se considera elástico con  $\nu_m = 0,20$ .

Para el modelo desarrollado en ABAQUS se consideran elementos cuadráticos de veinte nodos con integración reducida (C3D20R), tanto para el medio como para túnel. El patrón de desplazamiento de campo libre se prescribe a lo largo del contorno del modelo de suelo, mientras que se permite que los extremos del túnel se desplacen libremente a lo largo de las direcciones longitudinales, para simular las condiciones de contorno mencionadas. La sección transversal del túnel se divide en 32 elementos.

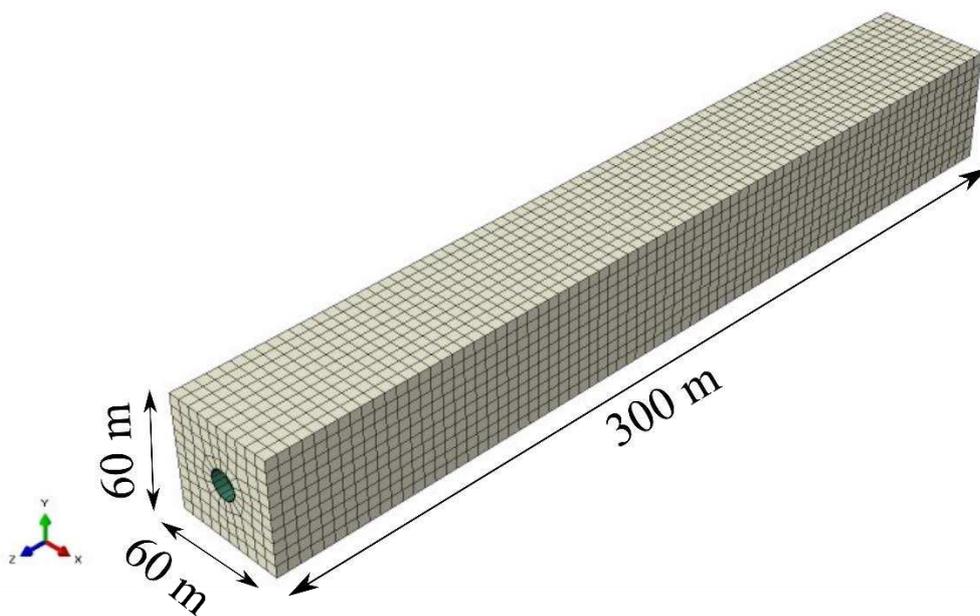


Figura 2 - Modelo de Elementos Finitos.

### 3.1 Comparación de resultados

En las Figuras 3 y 4 se muestran los momentos flectores y esfuerzo de corte normalizados, a lo largo del eje longitudinal del túnel. Respecto a los momentos flectores, se puede observar que las tensiones se acumulan, en mayor medida, en los extremos, dentro del 10% inicial y final del desarrollo de la longitud de la estructura. Así lo muestran tanto el modelo numérico como el analítico propuesto, con resultados cuyas diferencias máximas son del orden del 10%. Por su parte, es curioso mencionar que las soluciones existentes de la literatura, tanto la de Euler-Bernoulli sobre fundación de Winkler, como el modelo sobre fundación de Pasternak/Vlasov, no pueden captar estas concentraciones de tensiones en los extremos. Además, los resultados de estos modelos presentan valores significativamente inferiores a los modelos numéricos. Según se discute en Soffietti (2023), para contrastes de rigideces mayores (es decir, suelos más blandos) estas diferencias pueden disminuirse. Sin embargo, para el caso de un suelo relativamente rígido los resultados difieren significativamente. Esto muestra que es relevante incorporar las distorsiones de corte en la sección de la viga y los resortes rotacionales para la correcta evaluación de esfuerzos en estructuras longitudinales enterradas sometidas a ondas de corte.

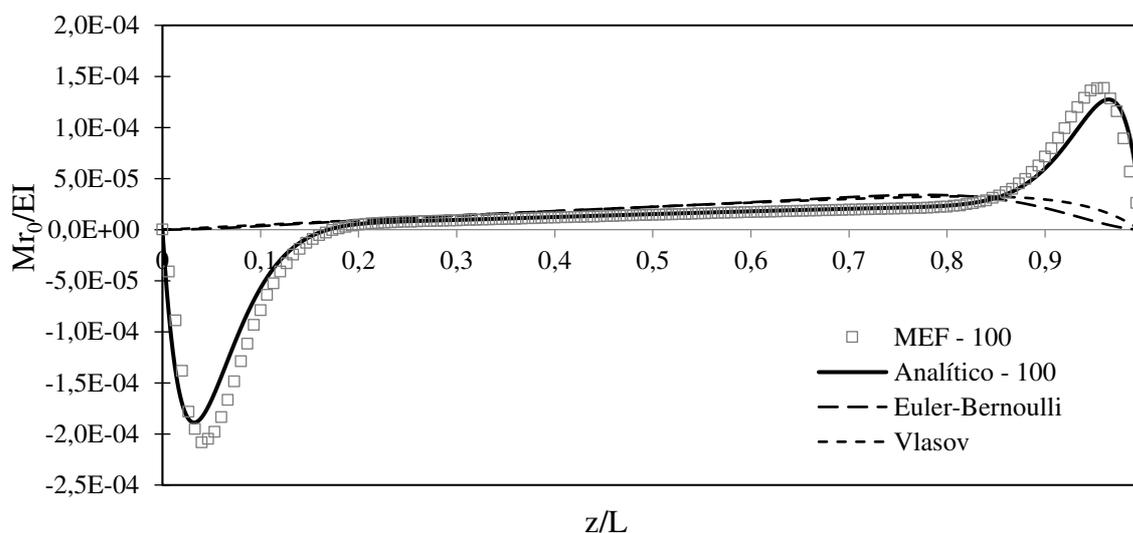


Figura 3 - Comparación de momentos flectores normalizados.

Al analizar los esfuerzos de corte, en la Figura 4, se muestran resultados similares. Los esfuerzos de corte se anulan en los bordes, pero muestran valores elevados en el interior de la estructura. Los resultados numéricos y analíticos aquí propuestos muestran diferencias de alrededor del 15%, aunque los comportamientos son muy similares. Los resultados presentados mediante el modelo de Euler-Bernoulli y de Pasternak/Vlasov muestran valores muy bajos (casi imperceptibles en la Figura), reforzando lo observado en el párrafo anterior. A diferencia de los valores de flexión, según se muestra en Soffietti (2023), los esfuerzos de corte muestran resultados alejados del modelo numérico para todos los contrastes de rigideces evaluados.

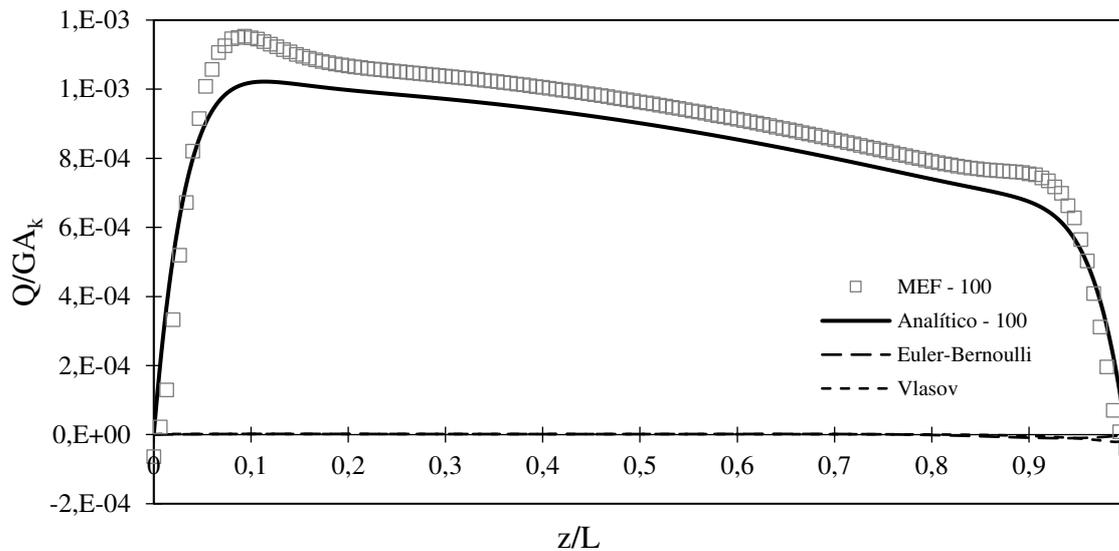


Figura 4 - Comparación de esfuerzos de corte.

### 3.2 Influencia del contraste de rigidez $E/E_m$

En la Figura 5 se muestran los momentos flectores normalizados a lo largo del eje de la estructura para cuatro contrastes de rigideces,  $E/E_m = 100, 250, 500$  y  $1000$ . Puede observarse que, a medida que disminuye el contraste de rigidez (es decir, terreno rígido), los esfuerzos tienden a concentrarse en los portales del túnel. La intensidad de estos esfuerzos disminuye para rigideces decrecientes del terreno.

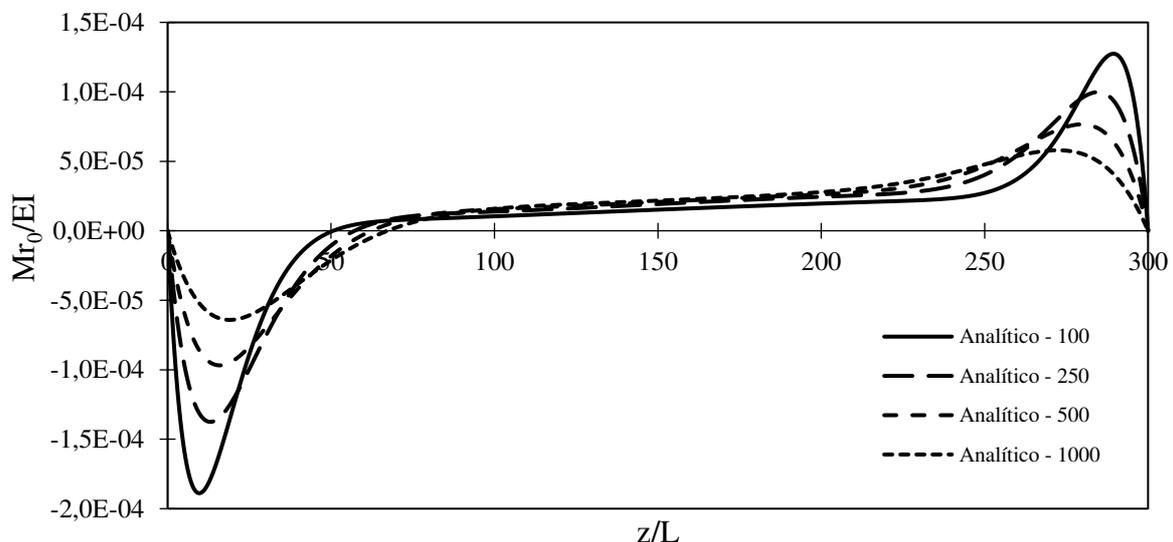


Figura 5 - Influencia del contraste de rigidez.

Por su parte, los esfuerzos de corte normalizados, mostrados en la Figura 6, muestran una tendencia similar respecto al contraste de rigidez. Es decir, mientras más rígido es el medio, mayores son los esfuerzos. Es posible ver que el esfuerzo de corte se desarrolla principalmente en el interior de la estructura.

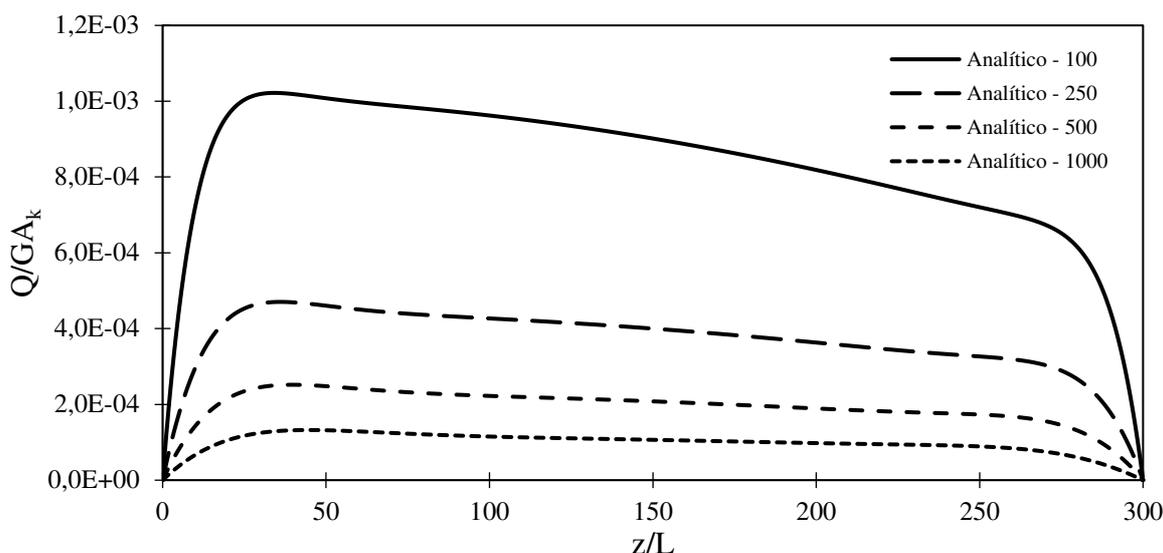


Figura 6 - Influencia del contraste de rigidez en los esfuerzos de corte.

#### 4. CONCLUSIONES

En el presente trabajo, se presenta un modelo de viga de Timoshenko sobre fundación tipo Winkler con resortes transversales y rotacionales para la evaluación de estructuras longitudinales enterradas sometidas a ondas de corte. Se evaluó el caso pseudoestático de un túnel sometido a una onda de corte cuya longitud es significativamente mayor a la longitud de la estructura. Los resultados del modelo considerado se compararon con las soluciones analíticas de viga de Euler-Bernoulli sobre fundación de Winkler con resortes transversales y sobre fundación de Pasternak/Vlasov. Adicionalmente, se validaron los resultados contra un Modelo de Elementos Finitos 3D.

Los resultados de la solución propuesta mostraron un ajuste muy bueno con las soluciones numéricas del MEF, mientras que las soluciones analíticas existentes en la literatura, mostraron diferencias significativas, tanto en valores absolutos como en el comportamiento mecánico general. Por un lado, los valores de flexión y de corte mostrados por estas últimas soluciones son significativamente inferiores a las del modelo propuesto y del modelo de EF. También es importante destacar que los modelos de viga sobre fundación de Winkler y de Pasternak/Vlasov, al no incorporar resortes rotacionales o algún parámetro que incluya estas restricciones provistas por el medio, no pueden captar las concentraciones de esfuerzos en los extremos. Como consecuencia, las concentraciones de esfuerzos en los portales no son capturadas.

Respecto al contraste de rigidez, se observó que a medida que aumenta la rigidez del medio, los esfuerzos flexionales aumentan y se concentran cada vez más hacia los portales. Por otra parte, los esfuerzos de corte aumentan con el contraste de rigidez, pero sus valores máximos se desarrollan en el interior de la estructura.

Si bien este enfoque es pseudo estático, se considera de gran interés poder evaluar los efectos sísmicos sobre los portales. Actualmente los autores se encuentran extendiendo el modelo de viga de Timoshenko propuesto para evaluar casos dinámicos mediante resortes apropiados, dependientes de la frecuencia.

#### REFERENCIAS

Contreras, R. (2015). Respuesta sísmica de estructuras longitudinales enterradas. Tesis de maestría. FCEFyN – UNC.

- Dowding, C. H., & Rozan, A. (1978). Damage to rock tunnels from earthquake shaking. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 104(2), 175-191.
- Hashash, Y. M., Hook, J. J., Schmidt, B., John, I., & Yao, C. (2001). Seismic design and analysis of underground structures. *Tunnelling and underground space technology*, 16(4), 247-293.
- Kouretzis, G. P., Sloan, S. W., & Carter, J. P. (2013). Effect of interface friction on tunnel liner internal forces due to seismic S-and P-wave propagation. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 46, 41-51.
- Li, H., Zhao, M., Huang, J., Liao, W., Zhao, X., Du, X., 2022. Simplified Analytical Solutions for Deep Tunnels Subjected to Vertically Incident Shear Wave with Arbitrary Vibration Direction. *Soil Dyn. Earthq. Eng.* 156, 107245.
- Miao, Y., Shi, Y., Wang, G., Zhong, Y., 2017. Closed-Form Solution of Beam On Pasternak Foundation Under Inclined Dynamic Load. *Acta Mech. Solida Sin.* 30 (6), 596–607.
- Miao, Y., He, H., Yang, Q., Shi, Y., 2020. Analytical Solution Considering the Tangential Effect for an Infinite Beam On a Viscoelastic Pasternak Foundation. *App. Math. Model.* 85, 231–243.
- Newmark, N.M., 1968. Problems in Wave Propagation in Soil and Rock//Albuquerque NM: *University of New Mexico Press*, 1968: 7-26.
- Sánchez-Merino, A. L., Fernández-Sáez, J., & Navarro, C. (2009). Simplified longitudinal seismic response of tunnels linings subjected to surface waves. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 29(3), 579-582.
- Soffiatti, F. P., & Pinto, F. (2022). Analytical Solution for the Evaluation of Kinematic Demands on Underground Linear Structures Subjected to S-Waves. *International Journal of Geomechanics*, 22(11), 04022213.
- Soffiatti, F. P. (2023). Evaluación de Demandas Cinemáticas en Estructuras Longitudinales Enterradas Sometidas al paso de Ondas De Corte y de Rayleigh. Tesis doctoral. FCEfYn – UNC.
- St John, C. M., & Zahrah, T. F. (1987). Aseismic design of underground structures. *Tunnelling and underground space technology*, 2(2), 165-197.
- Tao, L., Wang, Z., Shi, C., An, S., Jiao, Z., 2022. Analytical Solution for Longitudinal Response of Pipeline Structure Under Fault Dislocation Based On Pasternak Foundation. *Chin. J. Geotech. Eng.* 44 (09), 1577–1586.
- Wang, X., Lai, J., Qiu, J., Xu, W., Wang, L., & Luo, Y. (2020). Geohazards, reflection and challenges in mountain tunnel construction of China: a data collection from 2002 to 2018. *Geomatics, Natural hazards and risk*, 11(1), 766-785.
- Yu, H., Yuan, Y., Qiao, Z., Gu, Y., Yang, Z., & Li, X. (2013). Seismic analysis of a long tunnel based on multi-scale method. *Engineering structures*, 49, 572-587.
- Yu, H., Zhang, Z., Li, P., He, W., Zhao, X., 2019. Analytical Solution for Longitudinal Seismic Responses of Long Tunnels Crossing Soil-Rock Stratum. *Chin. J. Geotech. Eng.* 41 (07), 1244–1250.
- Zhang, J., Yuan, Y., Bilotta, E., Zhang, B., Yu, H., 2019. Analytical Solution for Dynamic Responses of the Vertical Shaft in a Shaft-Tunnel Junction Under Transverse Loads. *Soil Dyn. Earthq. Eng.* 126, 105779.
- Zhao, M., Jiao, H., Huang, J., Li, H., Du, X., Wang, J., 2021a. Analytical Solutions for Circular Tunnels Under Longitudinally Propagating Shear Waves Based On Improved Foundation Beam Models Considering Tangential Interaction. *Tunn. Undergr. Sp. Tech.* 123 (4), 104444.
- Zhao, M., Li, H., Huang, J., Du, X., Wang, J., Yu, H., 2021b. Analytical Solutions Considering Tangential Contact Conditions for Circular Lined Tunnels Under Longitudinally Propagating Shear Waves. *Comput. Geotech.* 137, 104301.

Zhao, M., Chen, X., Huang, J., Du, X., Wang, Y., 2022. Response Acceleration Method for Tunnel Longitudinal Seismic Analysis. *J. Disaster Prevent. Mitig. Eng.* 42 (4), 742–750.