

## **CÁLCULO DE COEFICIENTES AERODINÁMICOS DE PERFILES DE BAJO REYNOLDS MEDIANTE EL METODO DE ELEMENTOS FINITOS**

**Colosqui, C.; Delnero, S.; Marañón Di Leo, J.; Colman, J. & Boldes, U.**

Laboratorio de Capa Límite y Fluidodinámica Ambiental  
Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata.  
Calle 116 e/ 47 y 48, (1900)La Plata. TE: 54-(0221)-4236679  
e-mail: [colosqui@ing.unlp.edu.ar](mailto:colosqui@ing.unlp.edu.ar)  
web page: <http://www.ing.unlp.edu.ar/aeron/laclyfa/LACLYFA.htm>

**Palabras clave:** Elementos Finitos, Perfiles Aerodinámicos, Bajo Numero de Reynolds, Capa Limite.

**Resumen.** *Mediante un programa de elementos finitos se obtuvieron coeficientes aerodinámicos validados con datos experimentales de perfiles de bajo Reynolds, en diferentes condiciones de turbulencia. El programa producía resultados válidos en el cálculo de diversos perfiles aerodinámicos en régimen subsónico estacionario dentro de un amplio rango de números de Reynolds en condiciones con flujo libre incidente laminar. Para ello el algoritmo se basa en la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes bidimensionales en formulación vorticidad-función de corriente mediante elementos finitos, incorporando métodos integrales de capa limite con relaciones semiempíricas para el cálculo de la misma y sus fenómenos característicos como la transición y el desprendimiento laminar o turbulento. Los modelos y criterios empleados previamente para predecir la transición y la separación se ajustaban solo para condiciones de flujo libre incidente laminar y cuando la transición de la capa limite se producía naturalmente o con diversas rugosidades de la superficie. Para el cálculo de perfiles en condiciones turbulentas y bajos números de Reynolds, estos modelos son modificados sobre la base de los resultados experimentales en dichas condiciones. Estas condiciones se presentan clásicamente al estar inmersos en la baja capa limite atmosférica turbulenta, por lo que las aplicaciones de cálculo en esta situación son amplias.*

## 1 INTRODUCCIÓN

Este trabajo describe brevemente el desarrollo de un programa para el cálculo de perfiles en flujo subsónico para su posterior aplicación en condiciones similares a las que se generan en la baja capa límite atmosférica y que pueden reproducirse experimentalmente en el túnel de viento de nuestro laboratorio. El concepto empleado prioriza que estas herramientas sean de fácil utilización por personas sin experiencia en métodos numéricos similares.

Para generar el código que resuelve el flujo externo de perfiles aerodinámicos se emplean formulaciones de elementos finitos [1][2] logrando satisfactorios resultados en el cálculo y análisis en diversos regímenes.

El análisis de capa límite se resuelve por métodos integrales con relaciones semi-empíricas tratando en efectivamente los complejos fenómenos de capa límite en un perfil.

El rango de aplicación del método se limita a régimen subsónico no alto, o cuando el Mach local es menor a 0,75 por cuanto la velocidad de la corriente libre no alcanza el Mach crítico del perfil según cada ángulo de ataque, siempre en flujo bidimensional y estacionario.

En cuanto al número de Reynolds el programa se puede emplear en regímenes bajos, medios y altos ( $Re$  entre  $5 \times 10^4$ - $1. \times 10^8$ ) con buenos resultados.

Luego de la descripción del método se presentan resultados obtenidos que se ajustan a los datos experimentales obtenidos en bajos números de Reynolds y condiciones de turbulencia similares a las que se generan en la baja capa límite atmosférica (debajo de los 200m de altura)

## 2 ESPECIFICACIONES GENERALES

El presente método entra dentro de los denominados de acople flujo viscoso-no viscoso, que se han empleado extensamente en el diseño y análisis de perfiles en combinación con el método de elementos de contorno (B.E.M.), por lo tanto presenta ventajas y defectos similares a los de este tipo de métodos (EPPLER[3], XFOIL[4]).

A diferencia de programas que implementan metodología similar [3][4], el método aquí propuesto permite calcular parámetros del flujo en todo el dominio de solución, principalmente en la estela, y no se limita solo a la superficie del perfil

Los datos prácticos son equiparables a los de métodos más complejos que resuelven la ecuación de Navier-Stokes empleando diversos modelos de turbulencia y requiriendo computadoras de alto rendimiento.

Los resultados del programa presentados en el trabajo fueron obtenidos por computadoras personales con procesadores de 450/933Hz y memoria 128/512MB RAM, las cuales no representan equipos de alta performance para trabajar en simulación numérica.

### 2.1 Ecuaciones Gobernantes

El programa desarrollado resuelve la ecuación bidimensional adimensional de Navier-Stokes en formulación  $\psi$ - $\omega$  (función líneas de corriente-vorticidad) produciendo como resultado el campo fluidodinámico alrededor del perfil analizado. Para ello se emplea el método de elementos finitos resolviendo tanto la ecuación cinemática adimensional con la

función líneas de corriente  $\psi$  :

$$\begin{aligned}\nabla^2 \psi &= -\omega \\ \frac{\partial \psi}{\partial y} &= u, \frac{\partial \psi}{\partial x} = -v \\ \vec{V} &= u.i + v.j\end{aligned}\tag{1}$$

como así también la ecuación dinámica o transporte de vorticidad adimensionada en régimen estacionario

$$\begin{aligned}u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \omega &= 0 \\ \text{Re} : \frac{V_{\infty} c}{v} & \text{ Nro.de Reynolds} \\ \omega : \text{vorticidad}\end{aligned}\tag{2}$$

La ec.(1) es una ecuación de Poisson y se aplica la formulación de Galerkin. La ec.(2) es del tipo convección-difusión, se aplica el método S.U.P.G.(Streamline Upwind Petrov-Galerkin) [1][2] para obtener un algoritmo estable.

Acoplar numéricamente ambas ecuaciones requiere el cálculo de la vorticidad  $\omega$  generada sobre el perfil lo cual constituye una condición de contorno en (2). En esta etapa el algoritmo de cálculo recurre a relaciones semi-empíricas para resolver la ecuación integral de capa límite considerando la transición, el desprendimiento laminar y el desprendimiento turbulento que son esenciales en la aerodinámica de un perfil y de otro modo se diluirían debido a la formulación "laminar" que estamos describiendo.

## 2.2 Discretización del Dominio

El continuo es discretizado en elementos finitos definidos por una malla que debido a la naturaleza del problema se generó de forma estructurada con elementos cuadriláteros isoparamétricos de interpolación bilineal.

Los valores de  $\psi$  y  $\omega$  son obtenidos en los nodos mientras velocidades, presiones y otros parámetros se determinan en los puntos de Gauss definidos dentro de cada elemento mediante funciones de interpolación.

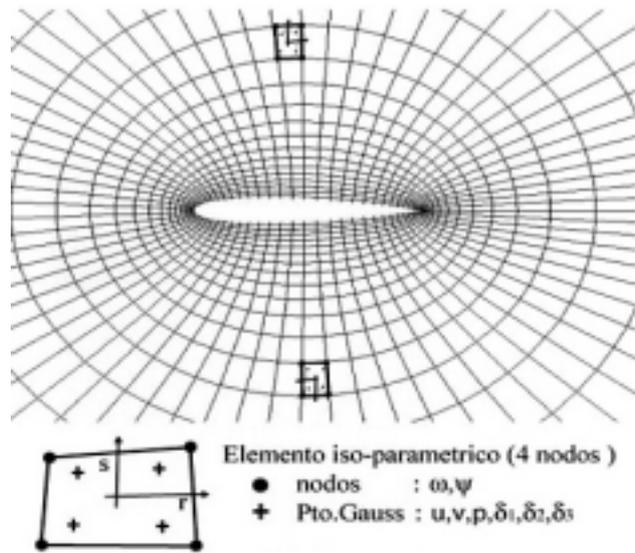


Figura 1: Discretización del dominio.

## 2.3 Procedimientos Numéricos

El método descompone el flujo en tres zonas; una donde los efectos viscosos no definen la aerodinámica del problema o "campo exterior de velocidades"; otra donde los efectos viscosos son predominantes o "capa límite"; y una tercera producto del desprendimiento de la capa límite y su evolución como capa de corte libre o "estela". Las fuerzas aerodinámicas totales en régimen subsónico resultan de la interacción entre dichas zonas.

El método consiste entonces en tres etapas:

- 1-Solución de las velocidades (ecuación cinemática, función línea de corriente- ecuación de Poisson )
- 2-Solución de la Capa Límite(ecuación integral de Capa límite-ec. diferenciales ordinarias de primer orden)
- 3-Solución de la Conveccion-Difusión de la Vorticidad (ecuación dinámica - ecuación Convección-Difusión)

El proceso se torna iterativo con estos tres pasos hasta lograr la convergencia, definida por la obtención de un valor final para los coeficientes aerodinámicos globales.

## 3 SOLUCION DE LA ECUACION CINEMATICA

### 3.1 Solución de la función $\Psi$

La ecuación (1) es elíptica por ello su tratamiento numérico es más sencillo, es posible usar

la formulación de Galerkin[1] logrando un algoritmo estable. La incógnita a resolver será el valor de la función  $\psi$  en los nodos considerando la vorticidad  $\omega$  como termino fuente cuyo valor se toma del ciclo previo. Discretizando en elementos finitos se define lo siguiente [1] :

$$\begin{aligned}\psi &= N\Psi \\ \omega &= N\Omega\end{aligned}\tag{3}$$

$\Psi$  y  $\Omega$  son matrices columna que contienen los valores de  $\psi_i$  y  $\omega_i$  de cada nodo- $i$  y  $N$  es el vector función de interpolación. Para Galerkin  $N=W$  que es el vector función de peso, entonces :

$$\begin{aligned}K &= \int_{\Omega} \frac{\partial N^T}{\partial x_i} \frac{\partial N^T}{\partial x_j} d\Omega \\ M &= \int_{\Omega} N^T N d\Omega\end{aligned}\tag{4}$$

(1) equivale al sistema lineal de ecuaciones :

$$K\Psi + M\Omega = 0\tag{5}$$

### 3.2 Condiciones de contorno

Sobre el perfil se distinguen dos zonas diferentes, la región de flujo adherido  $\Gamma_a$  y la zona de flujo desprendido  $\Gamma_d$  definidas por los puntos de separación que se obtienen mediante el cálculo de capa límite.

En  $\Gamma_a$  se aplica la condición de flujo tangencial o no penetración, y se considera que la vorticidad permanece contenida en la capa límite con un espesor de orden tan pequeño que puede aplicarse

la condición directamente sobre los nodos en la superficie afectando levemente el resultado final :

$$\vec{V}_n = 0 \equiv \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \rightarrow \psi = \psi_b \text{ en } \Gamma_a\tag{6-a}$$

$$\omega = 0 \text{ en } \Gamma_a\tag{6-b}$$

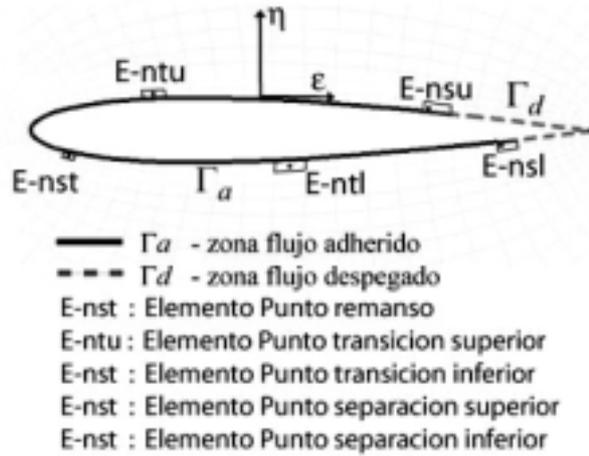


Figura 2 : Zonas del Dominio

En la zona de flujo desprendido  $\Gamma_d$  consideramos a este detenido formando una burbuja de recirculación, se aplica la condición de no desplazamiento en los nodos y la vorticidad se obtiene de la ecuación (2) resuelta previamente.

$$\|\vec{V}\| = 0 \rightarrow \psi = \psi_b, \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \quad \text{en } \Gamma_d \quad (7-a)$$

$$\begin{aligned} \omega^{(i)} &= \omega^{(i-1)} \quad \text{en } \Gamma_d \\ \omega^{(0)} &= 0 \end{aligned} \quad (7-b)$$

### 3.3 Condición de Kutta

Esta condición impone que el módulo de la velocidad en los puntos de separación posterior sea igual. Mediante una subrutina se obtiene un valor de  $\Psi_b$  sobre el cuerpo tal que la velocidad tangente en un punto particular de E-nsu se iguale con la velocidad tangente en otro punto de E-nsl (Fig.2). Así se define unívocamente la función  $\Psi$  que determina las velocidades y por lo tanto la circulación total en el dominio.

Cálculo de coeficientes aerodinámicos

La velocidad y presión adimensionadas se calculan dentro del elemento por interpolación de sus valores nodales  $\psi$  y  $\omega$ .

### 3.4 Coeficientes aerodinámicos

Para obtener la presión se integra la ecuación de conservación de cantidad de movimiento sobre una curva que lleve desde un punto donde la presión se pueda estimar,

como el punto de remanso, hasta el punto donde su valor queremos conocer. Integrando sobre el perfil la expresión final del  $C_p$  :

$$Cp_i = Cp_{i-1} + \frac{1}{2}(V_{i-1}^2 - V_i^2) + \int_{i-1}^i \omega \cdot V_n dt - \frac{1}{Re} \int_{i-1}^i \nabla \omega \cdot n \cdot dt \quad (8)$$

Conocidos los coeficientes de presión sobre los nodos se integra en  $\Gamma_a$  y  $\Gamma_d$  obteniendo los Coeficientes  $C_l$ ,  $C_d$  y  $C_m$ . Para esto son idóneos los  $C_p$  calculados en los puntos de Gauss de cada elemento sobre el perfil.

#### 4 SOLUCIÓN DE LA CAPA LÍMITE

El tratamiento de la capa limite se realiza mediante métodos integrales, para los cuales se necesita como dato de entrada las velocidades sobre la superficie resueltas en el paso anterior.

##### 4.1 Métodos integrales

Los métodos integrales resuelven la ecuación integral de capa limite reduciendo el problema a la solución de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Definamos los espesores característicos adimensionados por la cuerda  $c$  del perfil:

$$\delta(\varepsilon) : \text{espesor de capa límite} \quad (9-a)$$

$$\delta_1(\varepsilon) = \int_0^\infty \left(1 - \frac{V}{V_\infty}\right) d\eta \quad (9-b)$$

$$\delta_2(\varepsilon) = \int_0^\infty \left(1 - \frac{V}{V_\infty}\right) \frac{V}{V_\infty} d\eta \quad (9-c)$$

$$\delta_3(\varepsilon) = \int_0^\infty \left(1 - \left(\frac{V}{V_\infty}\right)^2\right) \frac{V}{V_\infty} d\eta \quad (9-d)$$

y los factores de forma,

$$H_1 = \frac{\delta - \delta_1}{\delta_2} \quad (10-a)$$

$$H_{12} = \frac{\delta_1}{\delta_2} \quad (10-b)$$

$$H_{32} = \frac{\delta_{21}}{\delta_3} \quad (10-c)$$

Diversos autores[3][5][6][7] han definido funciones de estos parámetros que se ajustan a la experiencia empírica prediciendo la magnitud de  $C_f$ ,  $C_D$  y otros parámetros para todo tipo de capa límite cerrando las ecuaciones integrales (9).

Las relaciones aquí empleadas pertenecen a distintos autores, Drela-Giles[5]/Eppler[3] para la evolución laminar y Head[6]/Eppler[3] en la capa límite turbulenta.

A partir de las ecuaciones integrales de capa límite e incorporando estas relaciones se cierran y definen dos sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden;

capa límite laminar:

$$\begin{aligned} \delta_2' &= c_f - (2 + H_{12}) \frac{V'}{V} \delta_2 \\ \delta_3' &= c_D - 3 \frac{V'}{V} \delta_3 \end{aligned} \quad (11-a)$$

capa límite turbulenta:

$$\begin{aligned} \delta_2' &= c_f - (2 + H_{12}) \frac{V'}{V} \delta_2 \\ H_1' &= \frac{0.0306}{\delta_2} (H_1 - 3) - H_1 \left( \frac{V'}{V} + \frac{\delta_2'}{\delta_2} \right) \end{aligned} \quad (11-b)$$

$V$  : velocidad en el elemento tangente al cuerpo debido a la condición de contorno (6-a)

( $'$ ) significa derivada respecto de la coordenada  $\epsilon$  en la dirección tangente a la superficie (Fig.2) mientras  $\eta$  define la dirección normal.

Las ecuaciones (11-a y b) se resuelven por un método de Runge-Kutta de 4to orden a pasos definidos por la discretización en elementos. Se inicia en E-nst (Fig.2) donde se ubicara el punto de remanso frontal hacia el borde de fuga hasta los E-nsu y E-nsl donde ocurre la separación. Al inicio y final de cada paso se determinan  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  y  $\delta_3$ ; para el primer paso de cálculo en la cara superior e inferior se define[3][7]:

$$\delta_2 = 0.29004 \sqrt{\frac{\Delta \varepsilon}{\text{Re} \cdot |V|}}$$

$$H_{12} = 2.24$$

$$H_{32} = 1.62$$
(12)

## 4.2 Criterios de Transición

El criterio de Eppler[3] considera la rugosidad de la superficie y se mostró más exacto para predecir la transición por sobre otros criterios (Ref[8]) probados menos satisfactorios :

$$\ln R_{\delta_2} \geq 18.4 H_{32} - 21.74 - 0.36r$$

$$R_{\delta_2} = \frac{V \delta_2}{\nu}$$

$$r = 0 \rightarrow \text{transición natural}$$

$$r = 4 \rightarrow \text{rugosidad standard}$$

$$r > 6 \rightarrow \text{corriente turbulenta}$$
(13)

A partir del E-ntl y E-ntu se cumple la inequidad y se emplean las relaciones turbulentas. Cuando la corriente libre es turbulenta se toman valores de r en función del tipo de turbulencia incidente. En las experiencias realizadas se observa que con las bajas frecuencias de perturbación se afecta la receptividad de la capa límite notablemente produciéndose la transición inmediatamente después del borde de ataque.

## 4.3 Separación Laminar

Si el gradiente de presiones es de gran magnitud puede producirse el desprendimiento antes de la transición, esto se conoce como separación laminar y suele observarse en perfiles con bordes de ataque afilados presentando pérdidas abruptas o quiebres inestables en sus curvas características. Si la capa límite aun es laminar se predice la separación cuando  $H_{32} < 1.51509$  [3].

## 4.4 Burbuja de Separación Laminar

Si el gradiente de presiones detrás del punto de separación laminar es favorable se producirá la readherencia de la capa límite al cuerpo a una cierta distancia del punto de separación laminar. Se forma así una burbuja de separación que ha sido estudiada en diversos trabajos (Ref[8]), aquí se la considera forzando el cambio a las relaciones turbulentas y si las condiciones lo permiten se reinicia una capa límite turbulenta cuando se alcanza  $H_{32} > 1.73$ , si esto no ocurre se produce el desprendimiento turbulento inmediatamente detrás del punto de

separación laminar.

#### 4.5 Separación Turbulenta

Con las condiciones son las adecuadas la capa límite evolucionara hacia el borde de fuga, cerca de esta zona se producirá la separación turbulenta, los múltiples criterios probados [3][5][6] son aproximaciones no siempre precisas, el criterio aquí adoptado es conservativo determinándose cuando  $H_{32} < 1.5$  ( $\sim H_{12} > 2.4$ ).

#### 4.6 Resultados Obtenidos en Capa Límite

Finalmente luego de la fase de resolución de la capa límite obtendremos la distribución de los espesores  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ , el coeficiente de fricción local  $c_f$  y la resistencia de forma  $C_D$  con de la fórmula empírica de Squire&Young[9] :

$$C_d = 2\delta_2 \cdot V^{\frac{5+H_{12}^*}{2}} \quad (14)$$

$$H_{12}^* \leq 2.5$$

esta fórmula se calcula en E-nsu y E-nsl, sumándolas se obtiene el  $C_d$  del perfil.

Efectuando esta segunda etapa se definen las regiones  $\Gamma_a$  y  $\Gamma_d$  (Fig1.) necesarias para el cálculo en las otras fases.

#### 4.7 El Coeficiente de fricción local

Según las experiencias de Ludwig-Tillman [10] se puede definir el coeficiente de fricción local en función del parámetro de forma  $H_{12}$  y el número de Reynolds  $R_{\delta_2} = \frac{V\delta_2}{\nu}$  basado en el espesor de cantidad de movimiento. Ajustando a los resultados empíricos la función que se obtiene es :

$$C_f = 0.246 \cdot 10^{-0.678 \cdot H_{12}} \cdot Re^{-0.268} \quad (15-a)$$

En condiciones de corriente libre con baja intensidad de turbulencia la formula ajusta con gran precisión para capas limites turbulentas con gradientes de presión, pero según la experiencia de estos mismos autores al incidir corrientes libres con grandes intensidades de turbulencia los valores de esta función no se ajustan correctamente.

La nueva función corregida que cierra el sistema de ecuaciones en (11-b) se obtuvo ajustando con resultados experimentales obtenidos en perfiles operando en estas condiciones [11]. La nueva función es :

$$C_f = 0.246 \cdot 10^{-0.4H_{12}} \cdot Re^{-0.268} \quad (15-b)$$

Esta función ajusta para las intensidades de turbulencia y escalas características producidas

en [11] y debería ser ajustada para otras condiciones.

## 5 SOLUCIÓN DE LA ECUACION DINAMICA

Al separarse la capa límite, la vorticidad se difunde y convecta según las velocidades definidas por (1) modificando la configuración final del flujo. A su vez la ecuación (2) que determina el valor de  $\omega$  en el dominio puede ser hiperbólica, elíptica o parabólica según las condiciones locales. Las ecuaciones de este tipo deben ser tratadas con procedimientos que aseguren la estabilidad numérica en la solución.

### 5.1 La formulación SUPG

Se asegura la estabilidad numérica usando por función de peso [1][2][8] :

$$W = N + \tau \cdot \vec{V} \cdot \vec{\nabla} N \quad (16-a)$$

según Codina(Ref[8]) se tiene :

$$\tau = \alpha \frac{h}{2} ; \quad h = h_0 \cdot \frac{|V|}{|V_0|} \quad (16-b)$$

$$\vec{V} = F \cdot \vec{V}_0 ; \quad F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}$$

Se debe definir la longitud característica  $h_0$  en el sistema de coordenadas naturales para un elemento en 2-D (Fig.3) por algún criterio. Aquí se determino proyectando la diagonal del elemento cuadrado naturalizado sobre la dirección de la velocidad  $\vec{V}$  medida en el centro del elemento.

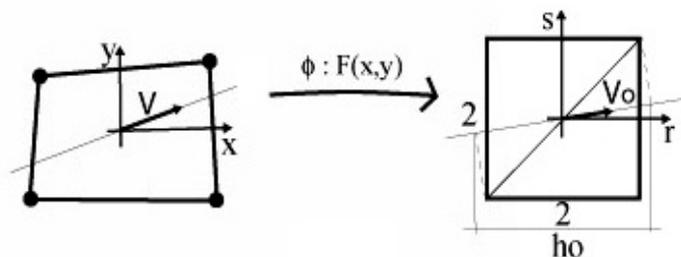


Figura 3 : Longitud característica

además según Zienkiewicz[1] :

$$\alpha = \frac{1}{\tanh|Pe|} - \frac{1}{|Pe|} \quad (17)$$

$$Pe = \frac{\text{Re} \cdot h \cdot |V|}{2}$$

$$K = \int_{\Omega} \frac{\partial N^T}{\partial x_i} \frac{\partial N^T}{\partial x_j} d\Omega$$

$$N = \int_{\Omega} W^T \vec{v} \cdot \vec{\nabla} N d\Omega \quad (18)$$

$$M = \int_{\Omega} N^T N d\Omega$$

el sistema de ecuaciones generado será :

$$\left(N + \frac{1}{\text{Re}} K\right) \omega = 0 \quad (19)$$

Se ha elegido resolver (19) por relajación sucesiva ajustando el factor de relajación en función de  $Re$  para asegurar la convergencia.

## 5.2 Condiciones de Contorno

Al predominar la convección, la cantidad de condiciones de contorno mínimas necesarias para definir la solución única disminuyen, se emplean las siguientes condiciones de contorno :

$$\frac{\partial \omega}{\partial \eta} = 0 \quad \text{en } \Gamma_{\infty} \quad (20)$$

$$\omega = 0 \quad \text{en } \Gamma_d$$

en los puntos de separación  $\omega$  se obtiene de la ecuación cinemática (1) :

$$\omega = -\nabla^2 \psi \quad \text{en } \Gamma_d \quad (21)$$

$$\omega = M^{-1} K \psi$$

De esta ultima fase se obtienen los valores de  $\omega$  en los nodos requeridos en solución de la ecuación (1) que determina la cinemática del flujo en el ciclo siguiente.

## 6 CONCLUSIONES

El método propuesto ha sido validado para predecir los coeficientes aerodinámicos globales y los parámetros locales de perfiles en diversos regímenes dentro de cierto rango de ángulos de ataque (Ref[8]). En este trabajo se presentan los resultados obtenidos empleando

este método comparando con datos experimentales en perfiles de bajo Reynolds[11][12]. Los resultados predicen satisfactoriamente los coeficientes aerodinámicos globales en condiciones con flujo incidente laminar y turbulento.

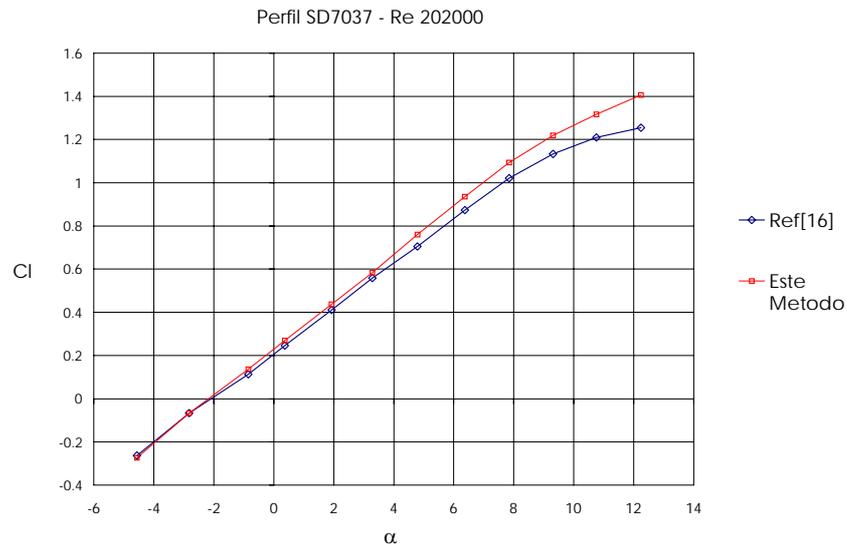


Figura4 : curva  $C_l$ - $\alpha$  Perfil SD7037- flujo laminar

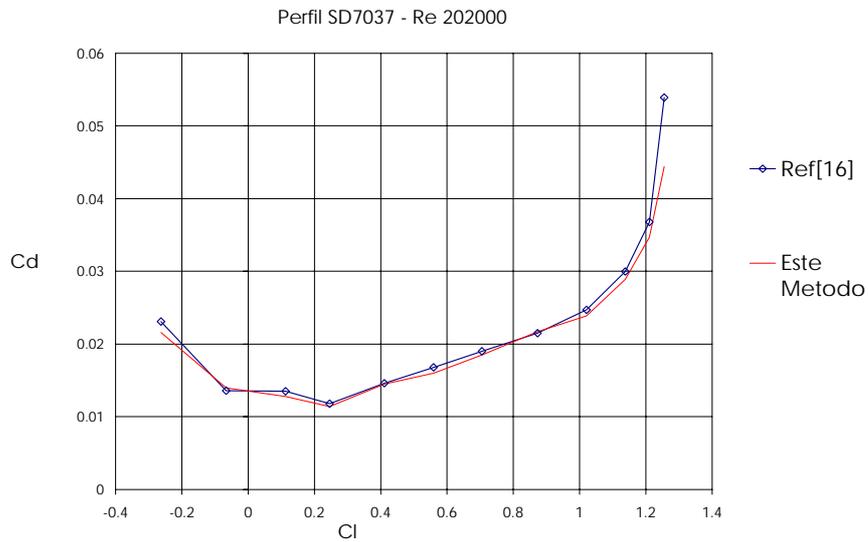


Figura5 : curva  $C_d$ - $C_l$  Perfil SD7037- flujo laminar

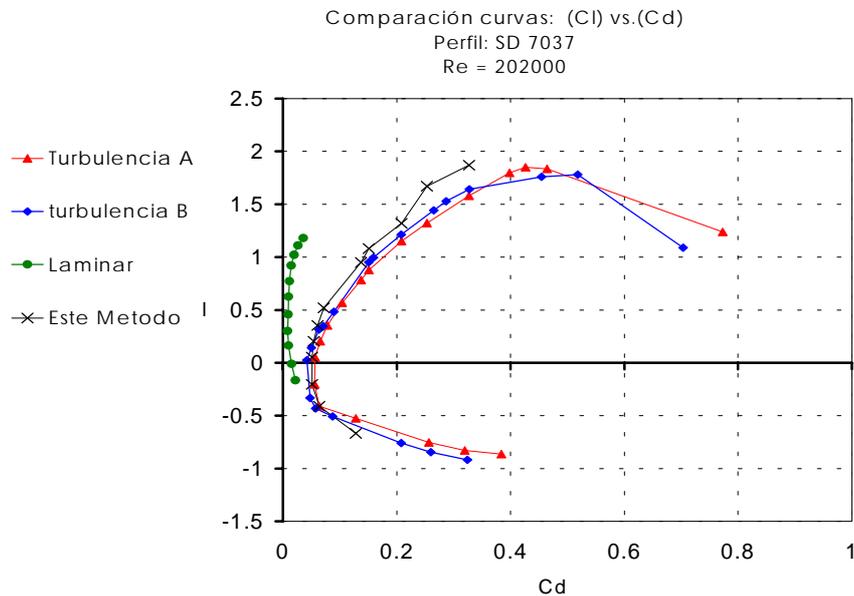


Figura 6 : curva Cd-Cl Perfil SD7037- flujo laminar y turbulento

## 7 REFERENCIAS

- [1] O.C. Zienkiewicz and R. Taylor, *The Finite Element Method*, Butterworth-Heinemann, Oxford, Vol. III, (2000).
- [2] T.J.R. Hughes, A. Brooks, *A multidimensional upwind scheme with no cross wind diffusion*, in *Finite Elements for convection Dominated Flows*; AMD **34** ASME (1979).
- [3] R. Eppler, D.M. Sommers, *A Computer Program for the Design and Analysis of Low-Speed Airfoils*, NASA TM 80210 (1980).
- [4] M. Drela, *XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils*, Conference on Low Reynolds Number Airfoil Aerodynamics, Univ.of Notre Dame (1989).
- [5] M. Drela, M.B.Giles, *Viscous-Inviscid Analysis of Transonic and Low Reynolds Number Airfoils*, AIAA Journal, **25** (10) 1347-1355 (1987).
- [6] M.R. Head, *Entrainment in the turbulent boundary layer*, Report &Memoranda 3152, ARC (1958).
- [7] B. Thwaities, *Approximate calculation of the laminar boundary layer*, Aeronautical Quarterly, **1**, 245-280 (1949).

- [8] C. Colosqui, J.S. Delnero, *Programa de Cálculo de Perfiles en Flujo Subsónico Mediante el Método de Elementos Finitos*; Congreso Argentino de Tecnología Espacial (2003).
- [9] H.B. Squire, Young A.D., *The Calculation of the Profile Drag of Aerofoils*, Report & Memoranda 1838, ARC (1937).
- [10] H. Ludwig ,W. Tillmann, *Investigations of the wall-shearing stress in turbulent boundary layers*; NACA Technical Memorandum 1285. (1950).
- [11] J.S. Delnero, F Bacchi, *Respuesta aerodinámica de perfiles de bajo Reynolds en el seno de una capa límite turbulenta*, Congreso Argentino de Tecnología Espacial (2003).
- [12] M.S. Selig, J.J. Guglielmo, A.P. Borraren, ad P. Giguere, *Summary of Low-Speed Airfoil Data*, Volume 2, (1996).