

COMPORTAMIENTO DINÁMICO Y VIDA ÚTIL DE EJES DE SOPORTE DE BOBINAS

DYNAMIC BEHAVIOR AND USEFUL LIFE OF COIL SUPPORT SHAFTS

Leonel O. Pico^a, María H. Peralta^a

^a*Proyecto de investigación “Teorías y modelos para el análisis de estructuras y de mecanismos”,
Facultad de Ingeniería, UNCPBA, Avda. de Valle 5737, 7400 Olavarría, Argentina,
lpico@fio.unicen.edu.ar, <http://www.fio.unicen.edu.ar>*

Palabras clave: fatiga, ejes, bobinas, vida útil.

Resumen. En este trabajo se emplean modelos teóricos y numéricos para evaluar el comportamiento mecánico de ejes de soporte de bobinas de papel para máquinas embolsadoras. Cada eje tiene una longitud de 2100 mm y está sostenido por dos apoyos en sus extremos. Los ejes analizados son tubos Schedule de 70 mm de diámetro y con espesores entre 5 a 14 mm. Las situaciones de carga corresponden a bobinas de 966 kg y 1108 kg. Para los ejes se plantearon distintas combinaciones de cargas y de esquemas de posición de las bobinas para evaluar su comportamiento. Debido a las características de funcionamiento complejo de los ejes, se utilizaron modelos de fatiga para determinar los estados tensionales generados por los esfuerzos dinámicos. Los resultados obtenidos permitieron desarrollar diagramas de operación que establecen la duración de la vida finita estimada de los ejes y proceder en consecuencia para su recambio cuando se agota su vida útil.

Keywords: fatigue, shafts, paper reel, useful life.

Abstract. In this work, theoretical and numerical models are used to evaluate the mechanical behavior of paper reel support shafts for bagging machines. Each shaft has 2100 mm long and is supported by two supports at its ends. The shafts analyzed are Schedule tubes with a diameter of 70 mm and thicknesses between 5 and 14 mm. The load situations correspond to paper reel of 966 kg and 1108 kg. For the shafts, different combinations of loads and paper reel position schemes were proposed to evaluate their behavior. Due to the complex operating characteristics of the shafts, fatigue models were used to determine the stress states generated by dynamic forces. The results obtained allowed the development of operation diagrams that establish the duration of the estimated finite life of the shafts and proceed accordingly for their replacement when their useful life expires.

1 INTRODUCCIÓN

Eliahu y Torbilo (1996) sostienen que la principal consideración en el análisis de fatiga es si la pieza sometida a fatiga se diseñará para una vida infinita o una vida limitada. En este último caso, el objetivo es predecir el número de ciclos disponibles dentro de la vida de fatiga en función de la magnitud de los esfuerzos dados, o por el contrario, determinar los esfuerzos en función de un determinado número de ciclos. Para ambas situaciones, es necesaria una correlación entre el número de ciclos hasta la falla y la magnitud de los esfuerzos aplicados. Se pueden utilizar enfoques gráficos o analíticos. Los métodos gráficos se basan en diagramas de vida derivados de ensayos, mientras que los métodos analíticos se asocian a modelos empíricos basados en los datos de la literatura.

En Vogwell (1996) se estudia la falla en servicio de un eje de aire comprimido usado como soporte de rollos de papel, cartón y película plástica. En ese artículo se discute el inicio y la propagación de la fisura por fatiga y se analizan situaciones para disminuir el riesgo de falla.

Por su parte, Vetter et al. (2023), realizaron estudios de ejes sometidos a altos y muy altos ciclos de operación, donde determinaron la influencia de la dispersión de los datos de rotura.

En general, en la literatura existen numerosos trabajos que se refieren a estudios de la microestructura de elementos de acero sometidos a fatiga, haciendo hincapié en el inicio, la propagación de la grieta y la rotura final. Sin embargo, en la industria muchas veces es necesario estimar la vida útil de elementos de máquinas con cierto grado de confiabilidad en aplicaciones concretas.

En este trabajo se describe la actividad realizada mediante un servicio efectuado a una empresa que fabrica bolsas de papel para la industria cementera. En particular, se evalúa el comportamiento dinámico y se estima la vida útil de ejes de soporte de bobinas de papel. Para ello, se utilizan modelos teóricos y numéricos para estimar el número de ciclos de vida hasta la falla de los ejes con combinaciones de estados de cargas diferentes con confiabilidad de 95 %, a fin de especificar el período de recambio de ejes.

2 CASO DE ESTUDIO DE EJE DE MÁQUINA EMBOLSADORA

El elemento mecánico analizado es un eje de soporte de bobina para máquina embolsadora. Cada eje tiene una longitud de 2100 mm y está sostenido por dos apoyos en sus extremos. Los ejes analizados son tubos de acero Schedule ASTM A53/106 B-L245/B de 70 mm de diámetro y con espesores de 5 mm, 7 mm, 9,5 mm y 14 mm.

Por criterios de ergonomía, un requisito exigido por el comitente es la posibilidad de utilizar ejes con peso igual o menor que 25 kg (245 N), para no afectar las condiciones de salud e higiene en el trabajo de los operarios en el momento de la colocación manual de los ejes en las bobinas antes de su elevación con grúas. Esto es importante, porque restringe la posibilidad de uso efectivo de tubos Schedule de forma tal que no superen los 7 mm de espesor. Se plantearon distintas situaciones de cargas y diferentes esquemas de posición para evaluar su comportamiento en servicio. Las situaciones de carga corresponden a bobinas de 966 kg (9,5 kN) y 1108 kg (11 kN). Las posiciones de cargas corresponden a dos casos: con carga aproximadamente centrada y con carga desplazada. De la combinación de cargas y disposiciones se obtienen las siguientes cuatro situaciones de cálculo.

- 1) Bobina de 966 kg, con carga centrada.
- 2) Bobina de 966 kg, con carga desplazada.
- 3) Bobina de 1108 kg, con carga centrada.
- 4) Bobina de 1108 kg, con carga desplazada.

De acuerdo con lo brindado por el comitente, se consideró un régimen de funcionamiento

promedio de 12 hs/día por cada eje. La [Figura 1](#) ilustra el proceso de elevación, transporte y colocación de la bobina y su eje en la máquina embolsadora. La [Figura 2](#) muestra la disposición general de la bobina parcialmente desenrollada con su eje en la máquina. La [Figura 3](#) ilustra la falla de uno de los ejes. De acuerdo con la inspección visual y con lo referenciado por [Budynas y Nisbett \(2012\)](#), la rotura se debe a esfuerzos de flexión rotativa combinados con altos ciclos. Este tipo de falla se caracteriza por poco desarrollo de líneas de playa debidas a comportamiento dúctil y gran proporción de zonas de falla frágil. En función de estos datos fotográficos se realizó un diagnóstico inicial del comportamiento mecánico y una estimación de los factores que afectan la resistencia a la fatiga.



Figura 1: Elevación, transporte y colocación de bobina y eje sobre la máquina embolsadora.



Figura 2: Disposición general de la bobina parcialmente desenrollada en la máquina embolsadora.

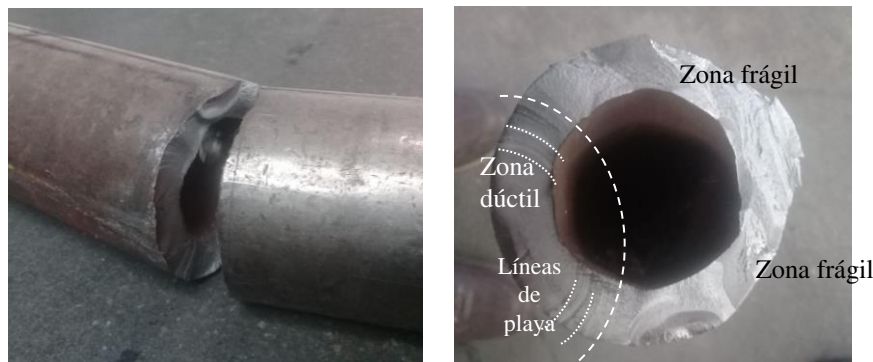


Figura 3: Falla de un eje por fatiga debida a flexión rotativa con altos ciclos.

La **Figura 4** muestra un detalle de la sujeción de la bobina al eje mediante una brida y mordaza y mordaza formada por dos casquillos atornillados. Se puede observar que en esta zona existe un considerable deterioro de la superficie con aspecto de granallado (Juvinal, 1996; Mott, 2006), lo que conduce a un cambio considerable en el factor de acabado superficial que debe tenerse en cuenta en su condición más desfavorable. Este factor desciende dramáticamente cuando la superficie tiene un acabado rugoso similar al obtenido en procesos de forjado, lo cual implica que la resistencia a la fatiga del material resultará seriamente afectada. También se puede advertir que la restricción debida al apriete y el granallado generan un estado tensional concentrador de tensiones durante el funcionamiento, que agrava el comportamiento mecánico.



Figura 4: detalle de la sujeción de la bobina al eje mediante una brida y mordaza.

3 MODELO NUMÉRICO PARA LA LONGITUD DE LA BOBINA

El fenómeno de solicitaciones sobre el eje es complejo, debido a la variación en el tiempo de la carga de la bobina a medida que se desenrolla. Esto origina esfuerzos dinámicos variables, que dependen del instante y posición a lo largo del eje. En principio, cuando la bobina comienza a desenrollarse, predominan los momentos flectores estáticos, debido a que la velocidad angular de operación es muy baja, del orden de 20 rpm. Sin embargo, cuando el proceso de desenrollado avanza, la velocidad de operación crece, llegando a alcanzar 250 rpm en la fase final de desenrollado. Esto implica que los momentos flectores se vuelven dinámicos, con la consecuente inversión completa de esfuerzos en el eje. La **Figura 1** muestra la presencia del buje de asiento y de un freno. Este dispositivo genera la fricción suficiente y oposición al giro que conduce a la aparición de esfuerzos torsionales sobre el eje que se combinan con los esfuerzos flexionales alternados producidos por la carga de la bobina. Además, la fricción del eje con el freno origina elevaciones locales de temperatura que deben tenerse en cuenta.

Por consiguiente, se determinó la evolución del proceso de desenrollado en función del tiempo, considerando que, de acuerdo con la información suministrada por el comitente, las longitudes totales de bobinas son entre 12000 y 13000 m y que sus gramajes se encuentran entre 70 y 80 g/m². La Ec. (1) permite hallar numéricamente la longitud de la bobina en función del tiempo considerando un espesor constante h del papel, para un ciclo de carga i -ésimo (Johnston, 2013).

$$L_i = \frac{2\pi}{h} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{h\theta_i}{2\pi} + r_0 \right) \sqrt{\left(\frac{h\theta_i}{2\pi} + r_0 \right)^2 + \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 \ln \left[\left(\frac{h\theta_i}{2\pi} + r_0 \right) \sqrt{\left(\frac{h\theta_i}{2\pi} + r_0 \right)^2 + \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2} \right] - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 \ln \left(\frac{h}{2\pi} \right) \right\} \quad (1)$$

donde L_i es la longitud de la bobina desenrollada en el instante t_i , θ_i es el ángulo barrido en el instante t_i , h es el espesor del papel y r_0 es el radio interior del rollo, que coincide con el radio exterior del eje. La Figura 5 ilustra el perfil de espiral de la bobina.

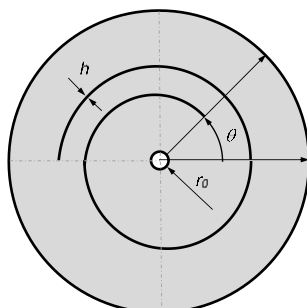


Figura 5: Perfil de espiral para la determinación de la longitud total de la bobina desenrollada.

4 MODELOS TEÓRICOS PARA DETERMINACIÓN DE LA VIDA ÚTIL

Para la estimación de la vida útil de un eje soporte de bobina sometido a flexión alternada se deben determinar la resistencia a la fatiga del material de la probeta, la resistencia a la fatiga del eje, los esfuerzos dinámicos y la cantidad de ciclos desarrollados. La Figura 6 muestra los resultados de la literatura de resistencia a la fatiga del material S_f en función de la cantidad de ciclos de esfuerzos. Las rectas con línea llena representan las regresiones realizadas sobre ensayos efectuados en probetas de acero SAE 4130/4140 (Budynas y Nisbett, 2012). Las rectas con líneas punteadas representan los valores de resistencia a fatiga para el acero Schedule ASTM A53/106 B-L245/B. Se observa que la resistencia a rotura S_{ut} decrece con el incremento de los ciclos hasta que se obtiene un valor prácticamente constante, denominado límite de fatiga S'_e de las probetas ensayadas en condiciones normalizadas (valor de 207 MPa).

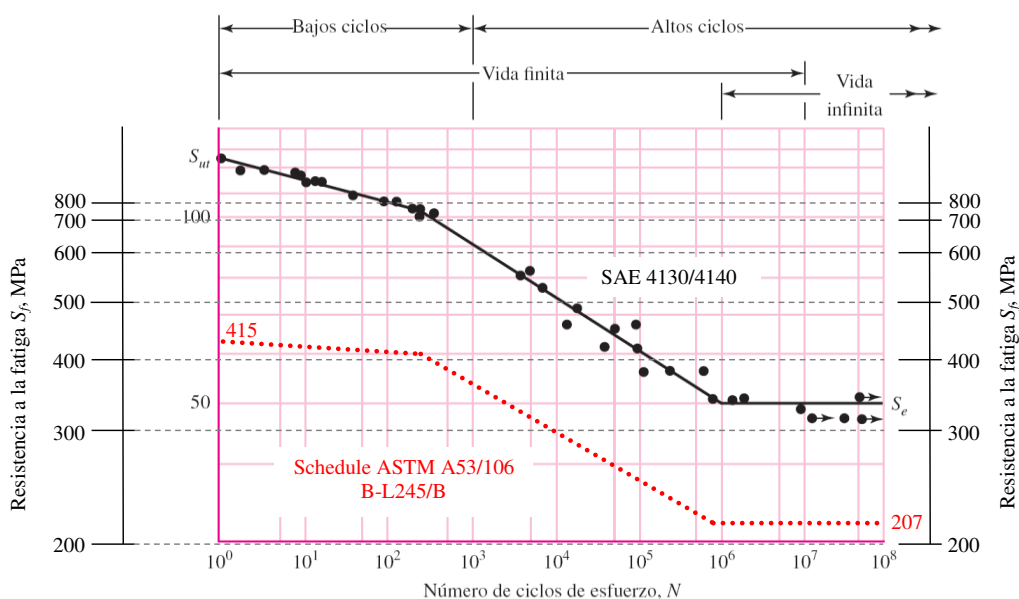


Figura 6: Resistencia a la fatiga en función del número de ciclos para probetas de acero de tubo Schedule ASTM A53/106 B-L245/B comparado con probetas de acero SAE 4130/4140.

Para calcular la resistencia a la fatiga del eje S_e dada por la Ec. (2), se debe afectar el límite S'_e de la probeta con los factores de modificación k_a , k_b , k_c , k_d , k_e y k_f .

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e \quad (2)$$

donde k_a es el factor de condición de acabado superficial, k_b es el factor de tamaño, k_c es el factor del tipo de carga, k_d es el factor de temperatura, k_e es el factor de confiabilidad, k_f es el factor de efectos varios. Estos factores se muestran en la [Tabla 1](#) y reducen la resistencia a la fatiga total del eje. En consecuencia, la resistencia a la fatiga total del eje es 117,22 MPa.

Factor	Valor	Condición
k_a	0,93	Maquinado en frío.
k_b	0,78	Para diámetros de ejes entre 51 mm y 254 mm.
k_c	1,00	Por ser carga predominante de flexión combinada con algo de torsión.
k_d	0,90	Para temperatura mayor que 100 °C.
k_e	0,87	Para confiabilidad del 95 %.
k_f	1,00	Por efectos varios estándares.

Tabla 1: Factores de modificación de la resistencia a la fatiga.

En virtud de lo anterior, se puede utilizar el criterio de Soderberg ([Juvinal, 1996](#); [Mott, 2006](#); [Budynas y Nisbett, 2012](#)) para determinar el coeficiente de seguridad a los esfuerzos combinados de flexión y torsión, dado por la Ec. (3).

$$\frac{1}{n_s} = \frac{16}{\pi d_e^3} \left\{ \frac{1}{S_e} \left[4(K_f M_a)^2 + 3(K_{fs} T_a)^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{S_y} \left[4(K_f M_m)^2 + 3(K_{fs} T_m)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (3)$$

donde: n_s es el coeficiente de seguridad a la falla, d_e es el diámetro exterior del eje en mm, S_e es la resistencia a la fatiga en MPa, S_y es la resistencia a la fluencia en MPa, M_a es el momento flector alternado en Nmm, T_a es el momento torsor alternado en Nmm, M_m es el momento flector medio en Nmm, T_m es el momento torsor medio en Nmm, K_f es el factor de concentración de tensiones de flexión reducido por sensibilidad a la entalla y K_{fs} es el factor de concentración de tensiones de torsión, reducido por sensibilidad a la entalla. Los factores K_f y K_{fs} están dados por las Ecs. (4) y (5), respectivamente.

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) \quad (4)$$

$$K_{fs} = 1 + q_s(K_{ts} - 1) \quad (5)$$

donde q y q_s son los factores de sensibilidad a la entalla para flexión y torsión, que se obtienen de la [Figura 7](#).

Para asegurar el comportamiento a vida infinita, esto es, resistencia a la fatiga para un número de ciclos superior a 10 millones (10^7 ciclos), el coeficiente de seguridad calculado con la Ec. (3) debe ser mayor que 1. Si durante el desenrollado de la bobina se presenta el caso de que el coeficiente de seguridad es menor que 1 significa que no está asegurada la vida infinita del eje. En consecuencia, se producirá daño que se acumulará en cada ciclo de funcionamiento del eje. El principio básico de la acumulación de daños es la hipótesis de que determinado valor de esfuerzo aplicado durante un ciclo de carga contribuye con cierta cantidad al daño de un elemento de máquina, Ec. (6). Este razonamiento se puede aplicar para calcular la duración total de un elemento sometido a una secuencia de valores de carga, Ec. (7).

$$D_i = n_i / N_i \tag{6}$$

$$D_c = \sum_{i=1}^{i=k} n_i / N_i \tag{7}$$

La falla ocurre cuando $D_c = 1$. Este proceso de daño se conoce como regla de daño lineal acumulativo de Miner y constituye una herramienta útil para evaluar la vida de un componente mecánico (Mott, 2006). La Figura 8 ilustra los diagramas de factores de concentración de tensiones para esfuerzos de flexión y de torsión (Pilkey, 2008).

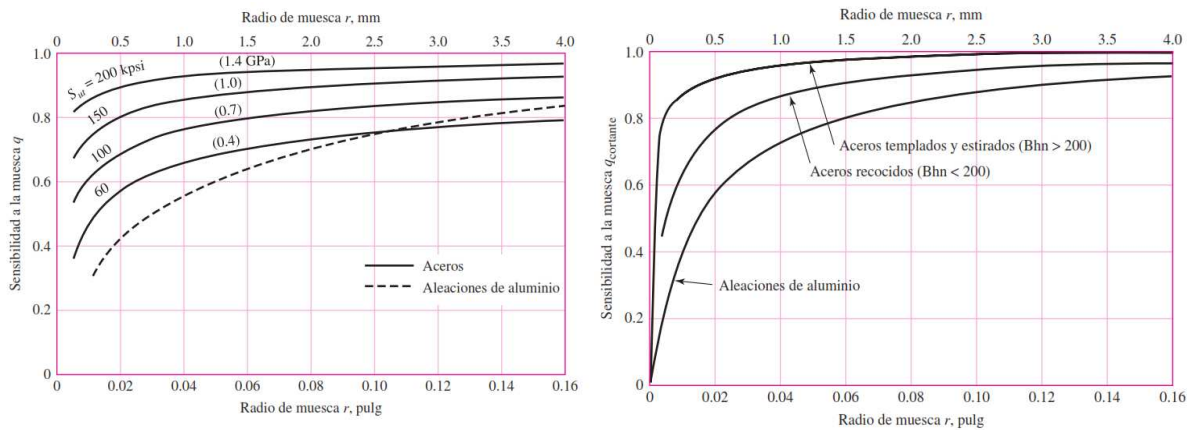


Figura 7: Factores de sensibilidad a la entalla q y q_s para esfuerzos de flexión y de torsión, respectivamente.

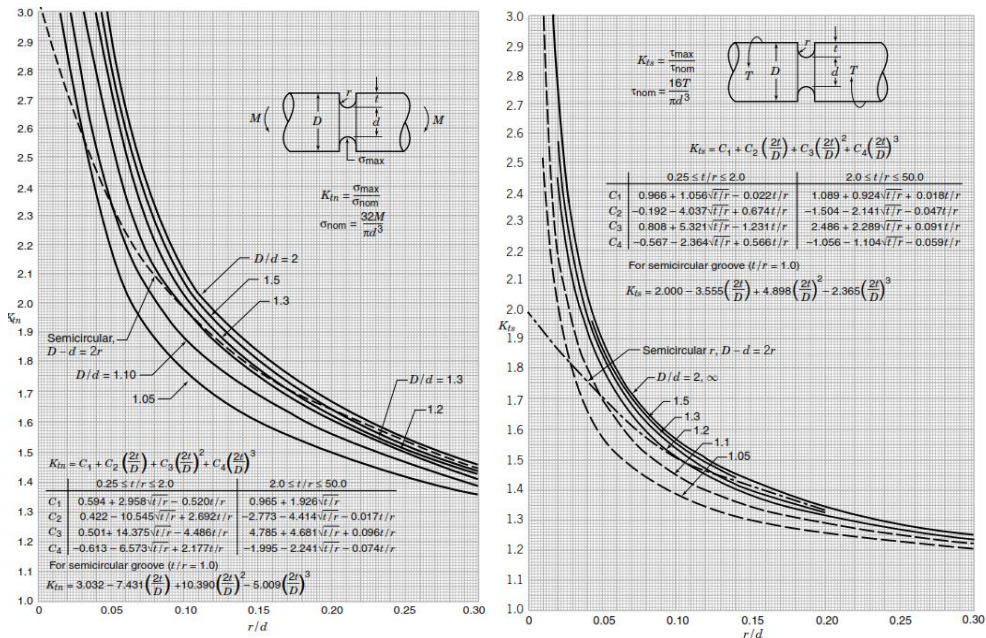


Figura 8: Factores de concentración de tensiones a flexión y torsión.

5 DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE CICLOS DESARROLLADOS

La Figura 9 muestra los resultados de mediciones de velocidades obtenidos con tacómetro marca DEUMO 2, 24-300. Los datos se obtuvieron para distintos instantes del funcionamiento. Las mediciones comenzaron desde una velocidad inicial de 20,8 rpm, cuando

la bobina se encuentra totalmente enrollada y que corresponde al diámetro exterior inicial de la bobina de 1200 mm. Las mediciones concluyeron para la velocidad final de 250 rpm que corresponde al proceso final de desenrollado.

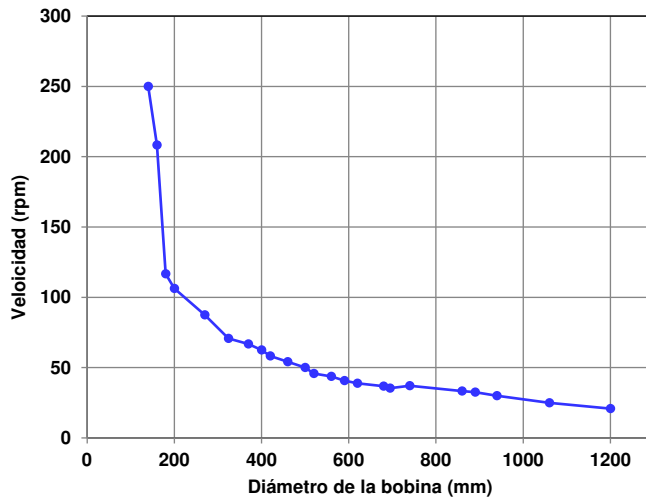


Figura 9: Velocidad en función del diámetro de la bobina y medición con tacómetro de la velocidad.

6 RESULTADOS OBTENIDOS

La Figura 10 muestra los resultados obtenidos de los pesos de las bobinas en función de la velocidad medida experimentalmente. Los pesos de las bobinas se calcularon a partir de la Ec. (1), considerando el gramaje y la cantidad de vueltas enrolladas en cada instante t_i . La Figura 11 ilustra los resultados de momentos flectores y torsores generados en función del diámetro instantáneo de la bobina. Esto permite determinar los esfuerzos del eje para cada instante t_i , que serán necesarios para hallar la vida útil estimada del eje. La Figura 12 muestra los resultados obtenidos de la vida estimada en días de funcionamiento, utilizando las Ecs. (1) a (7), con un promedio de 12 hs/día, considerando el efecto de la temperatura por calentamiento por fricción generado por la actuación del freno y con confiabilidad de 95 %.

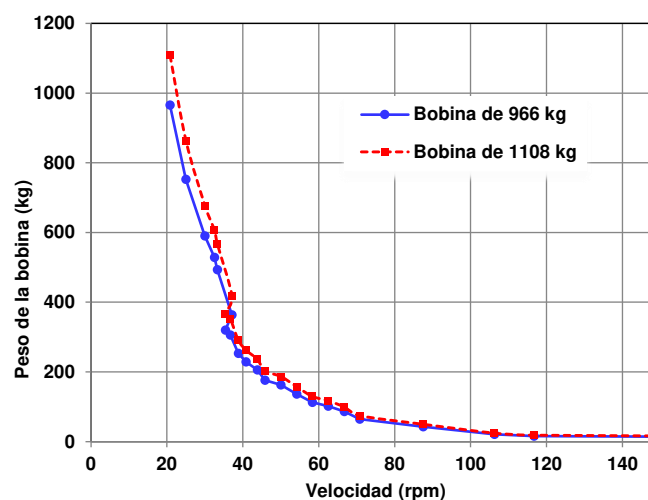


Figura 10: Peso de la bobina en función de la velocidad medida.

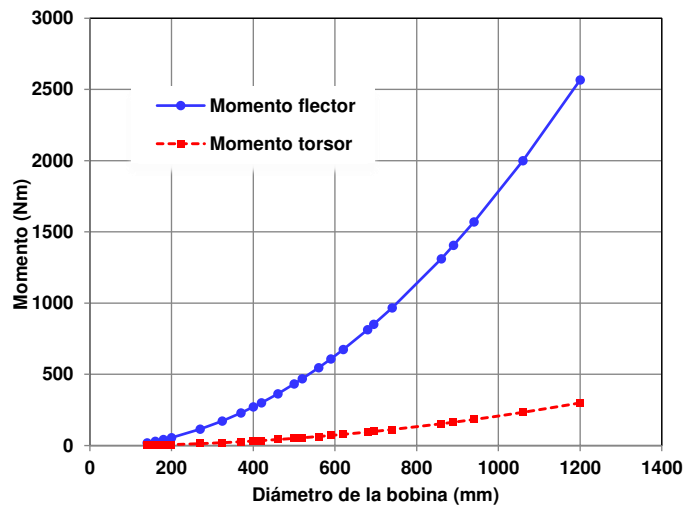


Figura 11: Momentos flectores y torsores en función del diámetro de la bobina.

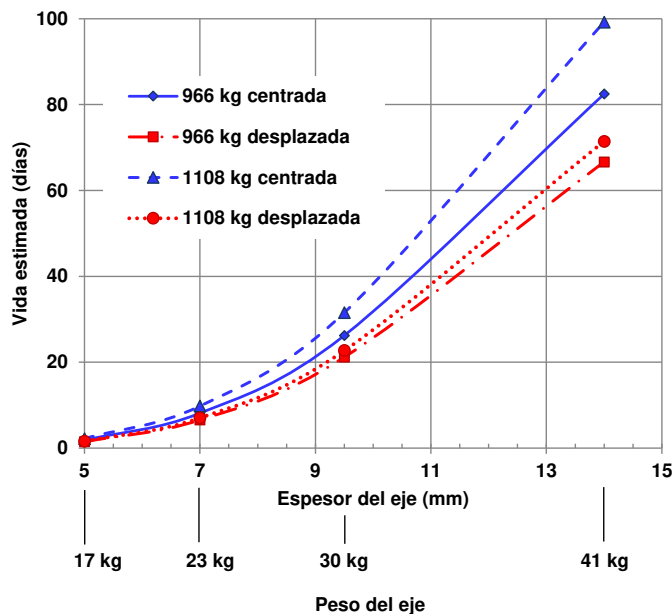


Figura 12: Vida estimada en días en función del espesor del eje en mm y del peso del eje en kg.

7 CONCLUSIONES

En virtud de los análisis efectuados y de los resultados hallados para ejes de 2100 mm diseñados con tubos de acero Schedule ASTM-A53/106 B-L245/B de 70 mm de diámetro exterior y espesores de 5 mm, 7 mm, 9,5 mm y 14 mm y con luces de 1815 a 1830 mm entre apoyos, se enuncian las siguientes conclusiones:

- No se garantiza en ningún caso, con confiabilidades del 95 % la vida infinita para las situaciones de cargas analizadas, con bobinas de 966 y 1108 kg de peso, en condiciones de cargas centradas y desplazadas, según la información brindada por el comitente.
- No se recomienda la utilización de tubos Schedule ASTM-53/A-106 B-L245/B para ninguna de las situaciones analizadas. Estos tubos son de uso fundamentalmente estructural y no cumplen requisitos de resistencia a la fatiga exigidos para comportamientos mecánicos

con altos ciclos de esfuerzos, tales como los observados en el presente trabajo.

- Considerando un promedio de 12 hs/día de funcionamiento, la vida útil máxima estimada se encuentra entre 67 y 100 días para el eje de 14 mm de espesor (41 kg de peso), entre 20 y 36 días para el eje de 9,5 mm de espesor (30 kg de peso), entre 8 y 10 días para el eje de 7 mm de espesor (23 kg de peso) y alrededor de 2 días para el eje de 5 mm de espesor (17 kg de peso).
- Considerando los requisitos de ergonomía exigidos por el comitente, que establecen ejes con pesos menores o iguales que 25 kg, los ejes con los menores espesores (5 mm para el eje de 17 kg y 7 mm para el eje de 23 kg) no cumplen con ningún requisito de resistencia a la fatiga.
- En función de los resultados obtenidos, queda a criterio del operario o responsable de planta la especificación del período de recambio de ejes.
- Una alternativa a estudiar sería la utilización de ejes con acero SAE 4130/4140, el cual presenta mejores características mecánicas en condiciones de altos ciclos de operación.

REFERENCIAS

- Budynas, R.; Nisbett, J. *Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley*. 9ª edición. 2012.
- Eliahu, Z.; Torbilo, V. *Fatigue design life expectancy of machine parts*. CRC Press Taylor & Francis Group, New York. 1996.
- Johnston, P. R. *How long is my toilet roll? – a simple exercise in mathematical modelling*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. 44:6, 938-950, 2013.
- Juvinall, R. C. *Fundamentos de diseño para ingeniería mecánica*. Ed. Limusa-Noriega, 1996.
- Mott, R. *Diseño de elementos de máquinas*. 4ª edición. Prentice Hall Hispanoamericana. Ed. Pearson. 2006.
- Pilkey, W. D.; Pilkey, D. F. *Peterson's Stress Concentration Factors*. Third Edition. John Wiley & Sons, Inc. 2008.
- Vetter, S.; Leidich, E.; Hasse, A. *Method to estimate the fatigue-strength scatter of shafts in the high-cycle and very-high-cycle fatigue regimes*. Engineering Failure Analysis, Vol. 143, Part B. 2023.
- Vogwell, J. *Assessment of airshaft failures in paper reels*. Engineering Failure Analysis Vol. 3, Issue 3, 1996.