

SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE FENÓMENOS DE CONVECCIÓN NATURAL Y RADIACIÓN EN CAVIDADES CERRADAS

COMPUTATIONAL SIMULATION OF NATURAL CONVECTION AND RADIATION PHENOMENA IN CLOSED CAVITIES.

**Juan C. Catalano^a, María C. Cortizo Carbone^a, Johan Sarache Piña^b, Darío M.
Godino^{a,b}, César I. Pairetti^{a,c} y César M. Venier^{a,b}**

^a*Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura - Universidad Nacional de Rosario, Av.
Pellegrini 250, CP 2000, Rosario, Argentina*

^b*Centro de Investigaciones en Métodos Computacionales (UNL -CONICET), Colectora Ruta Nacional
N° 168, km 0, Paraje El Pozo (3000) Santa Fe, Argentina*

^c*Sorbonne Université and CNRS, Institut Jean Le Rond d'Alembert, UMR 7190, 4 Place Jussieu, Paris,
France*

Palabras clave: Transferencia de calor, convección, radiación, OpenFOAM, colector solar.

Resumen. En este trabajo se estudian fenómenos de transferencia de calor por convección y radiación dentro de una cavidad de geometría sencilla con el objetivo de validar un código computacional basado en OpenFOAM® para ser posteriormente utilizado en simulación de colectores solares. Para ello, en primera instancia se estudia el fenómeno de convección natural pura y con aporte de radiación térmica sobre una cavidad cuadrada bajo distintos regímenes de circulación, analizando patrones de flujo, tasas de transferencia de calor, y contrastando los resultados con los de la literatura. Una vez establecida una base sólida para la simulación numérica de los efectos combinados de la convección y la radiación, se analiza una geometría más compleja con presencia de obstáculos circulares (representando la sección de los tubos interiores del colector) con el fin de estudiar el fenómeno en condiciones más cercanas a la aplicación final. Los resultados de este estudio permitieron poner a punto una herramienta computacional para el estudio detallado de procesos de transferencia de calor por convección y radiación para su posterior uso en dispositivos de captación de energía solar.

Keywords: Heat transfer, convection, radiation, OpenFOAM, solar thermal collector.

Abstract. In this work, we study heat transfer phenomena by convection and radiation inside a simple geometry cavity to validate a computational code based on OpenFOAM® to be later used in the simulation of solar collectors. To this end, we first study the phenomenon of pure natural convection and thermal radiation contribution on a square cavity under different circulation regimes, analyzing flow patterns, and heat transfer rates, and contrasting the results with those of the literature. Once a solid basis for the numerical simulation of the combined effects of convection and radiation was established, a more complex geometry with the presence of circular obstacles (representing the section of the inner tubes of the collector) was analyzed to study the phenomenon under conditions closer to the final application. The results of this study allowed the development of a computational tool for the detailed study of heat transfer processes by convection and radiation for subsequent use in solar energy collection devices.

1. INTRODUCCIÓN

La simulación computacional de fenómenos de transferencia de calor desempeña un papel fundamental en la comprensión y optimización de sistemas energéticos y procesos térmicos. En particular, la convección natural juega un rol muy importante en el diseño y optimización de aplicaciones industriales, como los sistemas de refrigeración y calefacción, sistemas de calderas, reactores nucleares, entre otros.

En este sentido, el estudio por métodos computacionales de problemas de convección natural en geometrías sencillas, como en una cavidad cuadrada, resulta apropiado para comprender en la forma más fundamental posible, cuales son los parámetros físicos y numéricos que rigen la eficiencia del proceso de transferencia de energía y el buen desempeño de la herramienta computacional en tales condiciones (Ampofo y Karayiannis (2003)).

Diversos aspectos del proceso de convección natural en cavidades cuadradas han sido motivo de estudio durante las últimas décadas (Patterson y Imberger (1980), Salat et al. (2004) y Dixit y Babu (2006)). En particular, el trabajo seminal de De Vahl Davis (1983) sienta las bases numéricas para la simulación del problema de convección natural en cavidades cuadradas para números de Rayleigh bajos a moderados. Posteriormente, Henkes et al. (1991) y Barakos et al. (1994) estudiaron la influencia de modelos de turbulencia sobre los patrones de flujo y tasas de transferencia de calor en la misma geometría. Ampofo y Karayiannis (2003) estudiaron por vías experimentales esta misma configuración proveyendo datos de gran relevancia para los abordajes numéricos. Corzo et al. (2011) estudiaron dicho proceso por vías numéricas mediante las herramientas OpenFOAM® y ANSYS Fluent® para números de Rayleigh moderados y elevados, estableciendo así criterios para la simulación computacional en condiciones más exigentes. Finalmente, cabe mencionar que diversos autores han estudiado este mismo proceso en combinación con otro tipo de condición física, como son los efectos magnéticos (Giwa et al. (2021)), presencia de medios porosos (Venier et al. (2013), Basak et al. (2006)) y flujos multifásicos como medio interventor (Eslamian et al. (2015)).

Cabe destacar que los fenómenos de convección natural en combinación con transferencia de calor por radiación es un proceso de amplia aplicación tecnológica (calefones solares, climatización de grandes espacios, radiadores, etc.). Tanto la convección natural como la radiación térmica pueden interactuar de manera compleja en sistemas cerrados, lo que da lugar a patrones de flujo y distribuciones de temperatura únicas y significativas. Sin embargo, relativo a los numerosos procesos y aplicaciones de tales fenómenos, su abordaje por vías computacionales está escasamente discutido en la literatura. Una excepción de ello es el trabajo de Gad y Balaji (2010), quienes investigaron, utilizando Fluent, los efectos de la radiación y la convección, con gran nivel de detalle, en cavidades cerradas y la formación de los diferentes patrones de flujo al variar el número Rayleigh y la relación de aspecto de la cavidad.

En este contexto, el presente artículo se centra en el estudio de la convección natural y radiación térmica en cavidades cuadradas, con el objetivo de validar y optimizar un código computacional abierto basado en la suite OpenFOAM®. Para ello, se proponen 3 configuraciones simples de cavidades cuadradas: (1) cavidad con transferencia de calor por convección natural, (2) con convección y radiación, y (3) con convección y radiación con la presencia de un obstáculo circular en el centro de la cavidad. Esta última configuración permitirá investigar cómo estos fenómenos interactúan entre sí y con el entorno en condiciones más cercanas a la aplicación final. El código, una vez validado, se propone como una herramienta eficiente para la simulación de colectores solares, donde el conocimiento derivado, proporcionará información valiosa para el diseño y optimización de estos dispositivos.

2. METODOLOGÍA Y MARCO TEÓRICO

2.1. Modelo matemático

Para todos los problemas bajo estudio en el presente trabajo son consideradas las hipótesis de bidimensionalidad, flujo incompresible y laminar. Asimismo, el medio fluido en todos los casos es aire, cuyas propiedades termodinámicas se consideran constantes y se utiliza la aproximación de Boussinesq para contemplar la fuerza boyante debida al cambio de densidad en función de la temperatura.

Para resolver el comportamiento dinámico del fluido se plantean las ecuaciones de Navier-Stokes (Ec. (1) y (2)) que corresponden a la conservación de la masa y el movimiento respectivamente. Además, se considera la Ec. (3) para contemplar la conservación de energía para estudiar el comportamiento térmico del fluido.

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}\vec{u}) = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{g}\beta(T - T_0) \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u}T) - \alpha \nabla^2 T = 0 \quad (3)$$

Donde, \vec{u} es la velocidad, p la presión, T la temperatura y t el tiempo. Las propiedades del fluido son la densidad ρ , la viscosidad cinemática ν , el coeficiente de expansión volumétrico β y el coeficiente de dilatación lineal α . Además, \vec{g} es la aceleración de la gravedad.

2.2. Configuración numérica

Las Ec. (1)-(3) y el modelo de radiación se discretizan utilizando volúmenes finitos (FVM, por sus siglas en inglés). En cuanto a los términos advectivos de las ecuaciones discretas se utilizó el esquema lineal tipo *upwind* y para el acoplamiento presión-velocidad se utilizó el algoritmo segregado tipo PIMPLE. Se utiliza OpenFOAM® para simular todos los casos teniendo en cuenta las características numéricas mencionadas. Más específicamente, se utilizó el solver *buoyantPimpleFOAM* donde el criterio de convergencia para de los residuos es de 10^8 para la presión y 10^6 para las demás variables.

Si bien el solver es de carácter transitorio, no se resuelve en detalle el mismo ya que en el presente trabajo solo se analizará el estado estacionario para todos los casos.

El modelo de factores de vista o *viewFactor* Howell et al. (2010); Modest (2003), implementado en OpenFOAM®, es utilizado para el cálculo del flujo de calor radiativo intercambiado por las distintas superficies. En el caso de estudio, se han considerado las hipótesis de superficies grises y difusas. La evaluación del balance de calor radiativo implica la cuantificación de las contribuciones de calor emitido, calor reflejado y calor absorbido entre las superficies, teniendo en cuenta que el medio se considera no participativo (es decir, en el vacío). La ecuación discretizada correspondiente se presenta a continuación:

$$\sum_{j=1}^N \left[\frac{\delta_{ij}}{\varepsilon_j} - \left(\frac{1}{\varepsilon_j} - 1 \right) F_{i-j} \right] q_j = \sum_{j=1}^N [\delta_{ij} - F_{i-j}] E_{bj} - H_{0i} \quad (4)$$

Donde de la ecuación anterior, δ_{ij} es el delta de Kronecker, ε_j la emisividad en la superficie j , F_{i-j} el factor de vista que refleja la proporción de energía emitida por la superficie i y que

llega a la superficie j , q_j es el calor neto por radiación en la cara j , E_{bj} es la energía emitida por la cara j como si fuera un cuerpo negro y H_{0i} es un término fuente de calor impuesto en la cara i , el cual en nuestro caso se considerará nulo.

El acoplamiento entre la ecuación de radiación (4) y las ecuaciones de cantidad de movimiento y energía (1-3) se logra a través de un enfoque segregado. Tras la aplicación del algoritmo PIMPLE en cada iteración para obtener los campos de velocidad, presión y temperatura, la ecuación (4) es empleada utilizando las temperaturas obtenidas en la ecuación de energía. De esta manera, se procede a calcular los flujos de calor radiativo en las superficies. En la iteración siguiente, este flujo de calor se acopla a la ecuación de energía a lo largo de las paredes aisladas. Este calor radiativo se suma al flujo de calor por difusión, de acuerdo con la Ec. (5).

$$-k\nabla T + q_{\text{rad}} = 0 \quad (5)$$

Este proceso actualiza las temperaturas en las superficies aisladas, las cuales luego se introducen en la ecuación de radiación (4). Este ciclo se repite hasta que no se observe ningún cambio adicional en las temperaturas.

3. PRESENTACIÓN CASOS

A continuación, se describen los distintos casos estudiados en este trabajo, cuyos esquemas se muestran en la Figura 1. Los análisis se centran en una cavidad cuadrada de 1 m de lado, tratándose entonces de simulaciones bidimensionales.

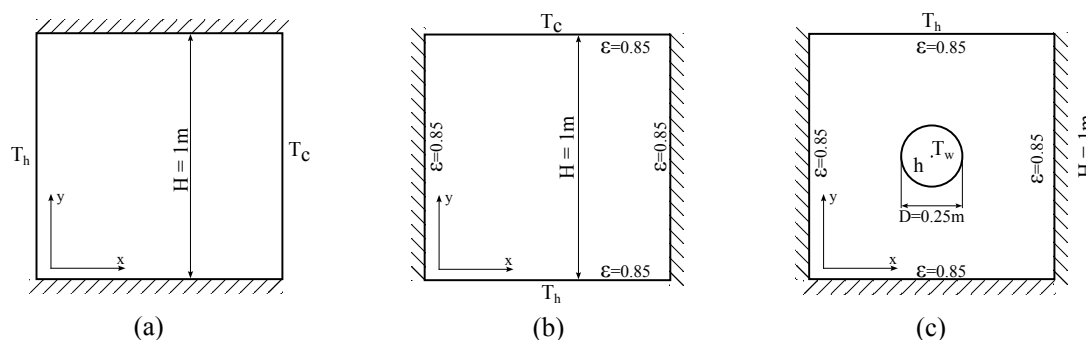


Figura 1: Casos de estudio: (a) convección natural, (b) convección natural y radiación y (c) convección natural y radiación con obstáculo central.

3.1. Convección natural pura

Para estudiar los efectos de la convección natural dentro de la cavidad cuadrada, se establece una diferencia de temperatura fija de 10 K entre la pared de la izquierda (a $T_h = 298,5 K$) y de la derecha (a $T_c = 288,5 K$) y se aíslan las paredes superior e inferior. Se realizan simulaciones para distintos números de Rayleigh (Ra), variando este último a partir del coeficiente de expansión volumétrico β .

Para analizar la convergencia en malla, se simularon las configuraciones detalladas en la Tabla 1. Se observó que, en ambos casos, los resultados obtenidos son similares, por lo que se concluye que los mismos son independientes de la discretización espacial, aún utilizando la malla más gruesa. Es por esto que se mostrarán los resultados obtenidos con la malla de mayor tamaño, con el fin de minimizar el costo computacional sin comprometer la precisión de los resultados.

Denominación	Divisiones	N° de celdas	Tamaño primera celda [mm]
M0	80 x 80	6400	12,5
M1	270 x 270	72900	3,704

Tabla 1: Mallas utilizadas para el caso de convección natural pura.

3.2. Convección natural con radiación

Al análisis anterior se le incorporan los efectos de la radiación de las paredes dentro de la cavidad cuadrada. En este caso, se aíslan las paredes izquierda y derecha y se establece una diferencia de temperatura entre la pared superior (a $T_c = 303 K$) y la pared inferior (a T_h). Como la radiación emitida y absorbida por las paredes depende de la temperatura de las mismas, se utiliza este parámetro para variar el número de Rayleigh de cada simulación y así estudiar distintos regímenes.

Se realizaron simulaciones dos mallas distintas, cuyas características se listan en la Tabla 2 para evaluar la dependencia de los resultados respecto del mallado. En ambos casos se plantearon distintos refinamientos cerca de las paredes con el objetivo de capturar correctamente el campo de temperatura próximo a las mismas. En las mallas propuestas, las dimensiones de las celdas disminuyen desde el centro de la cavidad hacia las paredes, logrando así que las celdas externas garanticen la distancia mínima a la pared reportada para cada caso.

Como no se observó variación de los resultados con el aumento del refinamiento de la malla, se adoptó la configuración de la malla M0 para los análisis realizados.

Denominación	Divisiones	N° de celdas	Tamaño primera celda [mm]
M0	80 x 80	6400	3,704
M1	100 x 100	10000	1,827

Tabla 2: Mallas utilizadas para el caso de convección natural con radiación.

3.3. Convección natural y radiación con obstáculo central

Una vez validado el solver utilizado y la configuración numérica planteada, se estudia la cavidad cuadrada con un obstáculo circular en su centro, buscando aproximar la geometría a la propia de un colector solar. Este caso cuenta con tres paredes aisladas (la izquierda, la derecha y la inferior) y se establece una temperatura fija en la pared superior (a $T_h = 320 K$). El obstáculo representa uno de los tubos del colector solar, por lo que se establece la temperatura del fluido que circularía dentro de la tubería (a $T_w = 303 K$) y un coeficiente de convección ($h = 44,28 W/m^2 K$). Esta condición, correspondería a la circulación de agua a $303 K$ en régimen laminar dentro de los tubos del colector solar. El coeficiente de convección h se calcula según las relaciones de transferencia de calor para flujos internos propuestas por Duffie et al. (2020).

La malla de este caso (véase Figura 2) fue generada teniendo en cuenta, tanto para las superficies de la cavidad como para la del obstáculo, la distancia mínima a la pared requerida en los casos anteriores para captar correctamente los gradientes térmicos e hidrodinámicos. En este contexto, la primer celda cercana a la pared de la cavidad cuadrada tiene un espesor de $3,30 mm$ con un crecimiento geométrico de $1,04213$, mientras que la celda adyacente a la pared del obstáculo tiene un espesor de $3,51 mm$ y un crecimiento geométrico de $1,08839$.

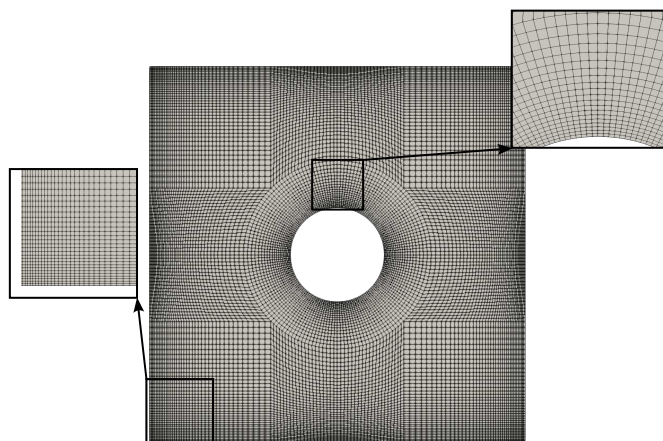


Figura 2: Malla realizada para el caso con obstáculo central.

4. RESULTADOS Y DISCUSIONES

4.1. Convección natural pura

Para las distintas simulaciones realizadas, se calculó el número de Nusselt local (Nu) a lo largo de la pared caliente. En la Figura 3 se muestran los resultados obtenidos en este trabajo contra los mismos de Gad y Balaji (2010), Corzo et al. (2011) y De Vahl Davis (1983). Se observó que para mayores números de Rayleigh, los números de Nusselt son mayores lo que denota un mayor intercambio de temperatura entre la pared y el medio fluido. De igual manera se observó que los mayores intercambios de calor con la pared caliente se dan en la zona inferior de la misma y esto se debe a que en esa región se encuentran los mayores gradientes térmicos. Estas observaciones son esperables de la respuesta física del sistema.

En la Figura 4 se muestra el campo de temperatura para distintos números de Rayleigh. Se puede ver que a medida que aumenta el número de Ra los efectos de la convección natural se hacen más notorios, generando gradientes térmicos mayores en las regiones cercanas a las paredes caliente y fría (izquierda y derecha respectivamente).

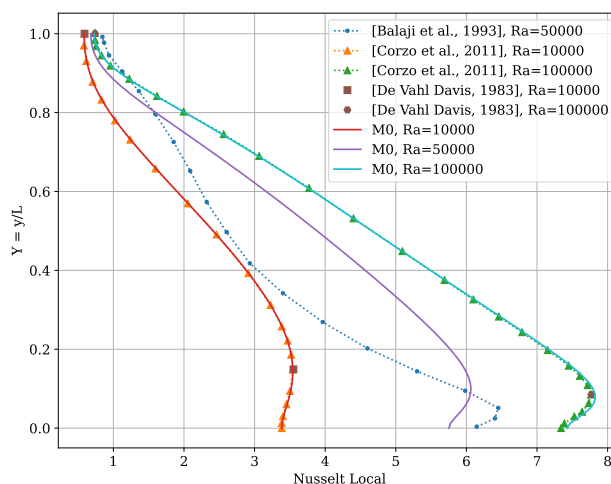


Figura 3: Nu a lo largo de la pared caliente para los distintos casos estudiados en este trabajo y los casos de referencia.

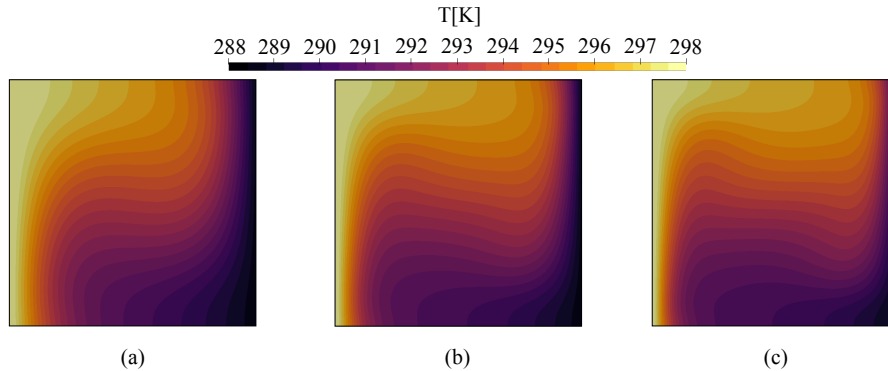


Figura 4: Campo de temperatura para (a) $Ra = 1 \cdot 10^4$, (b) $Ra = 5 \cdot 10^4$ y (c) $Ra = 1 \cdot 10^5$.

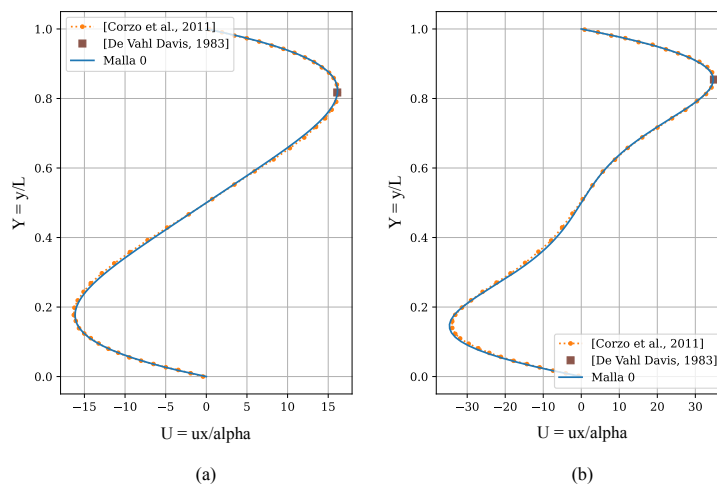


Figura 5: Perfil de velocidad sobre un plano vertical medio de la cavidad para (a) $Ra = 1 \cdot 10^4$ y (b) $Ra = 1 \cdot 10^5$.

En la Figura 5 se muestra la componente horizontal de la velocidad del fluido sobre la línea media vertical de la cavidad. Sobre los resultados obtenidos se grafican también los reportados por Corzo et al. (2011) y De Vahl Davis (1983). En esta figura se puede observar que para un Ra de 10^5 la componente horizontal de la velocidad es de aproximadamente el doble que para un Ra de 10^4 . Además las componentes máximas se encuentran más cerca de la paredes inferior y superior para mayor Ra . Estos resultados también indican un aumento de los efectos de la convección natural dentro de la cavidad al aumentar el número de Rayleigh.

En este caso se observa un buen acuerdo de los resultados obtenidos con los de referencia. Además, se pudo observar claramente que el número de Rayleigh caracteriza el régimen de convección natural, aumentando la velocidad interna de circulación del fluido y el gradiente térmico conforme aumenta el Ra .

4.2. Convección natural con radiación

En la Figura 6 se muestra el número de Nusselt de convección (Nu_c) y de radiación (Nu_r) global sobre la pared caliente, obtenido mediante las simulaciones realizadas para distintos números de Rayleigh. También se incorporan los resultados obtenidos por Gad y Balaji (2010) y las correlaciones desarrolladas por los mismos autores.

Al comparar el aporte de la convección con el de la radiación, dentro de la cavidad, se puede ver que ambos presentan curvas con tendencias contrarias. El Nu de convección tiende hacia un valor determinado a medida que aumenta el Ra , mientras que el Nu de radiación tiende a

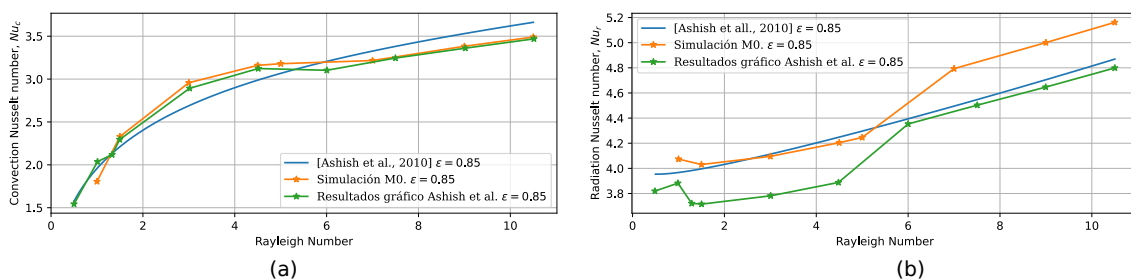


Figura 6: (a) Nu_c y (b) Nu_r promedio sobre la pared caliente para distintos Ra .

seguir incrementándose con el aumento del Ra . Esto se debe a que, en este caso, el número de Rayleigh se modifica variando la temperatura de la pared caliente, con lo cual se destaca que para mayores Ra el aporte de la radiación se vuelve cada vez más considerable.

En las Figuras 7 y 8 se observan las líneas de corriente con los patrones de flujos característicos para Ra de $3 \cdot 10^4$ y $9 \cdot 10^4$, respectivamente. Se observa en el primer caso se forma un patrón de flujo de 2 células mientras que en el segundo el patrón se conforma por una única célula dentro de la cavidad, situación también observada por Gad y Balaji (2010).

En este caso, se observa un buen acuerdo de las simulaciones realizadas contra los resultados presentados en la bibliografía de referencia. Se pudo estudiar la influencia de la radiación sobre el número de Nu .

4.3. Convección natural y radiación con obstáculo central

En la Figura 9 se muestra la componente vertical de la velocidad, las líneas de corriente y el campo de temperatura obtenido para ambos casos con y sin modelo de radiación. Se puede observar la formación de dos células de fluido, una a cada lado del obstáculo, con las zonas de menor temperatura en las cercanías del mismo. Esto último implica que el fluido alrededor del obstáculo desciendan y el ascenso del fluido se de por las paredes laterales, con lo cual el sentido de circulación de las células es diferente.

En la Figura 10 se muestra la temperatura y el flujo de calor, por metro de longitud del tubo,



Figura 7: Líneas de corriente e isothermas para $Ra = 3 \cdot 10^4$, (a) resultados de Gad y Balaji (2010) contra (b) resultados de este trabajo.

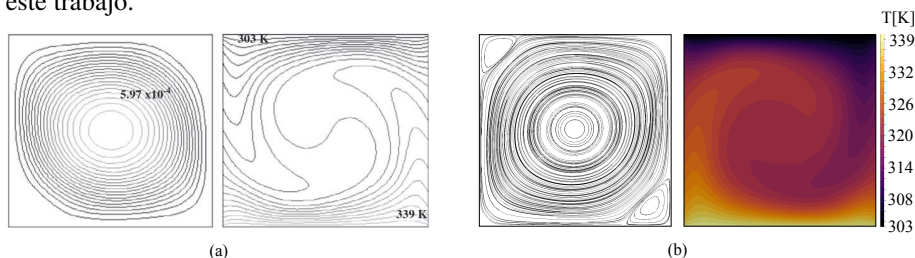


Figura 8: Líneas de corriente e isothermas para $Ra = 9 \cdot 10^4$, (a) resultados de Gad y Balaji (2010) contra (b) resultados de este trabajo.

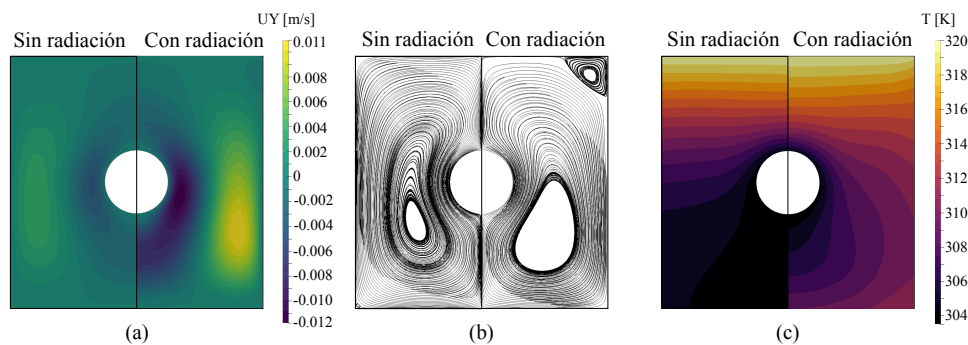


Figura 9: (a) campo de velocidades verticales, (b) líneas de corriente y (c) isotermas, alrededor del obstáculo.

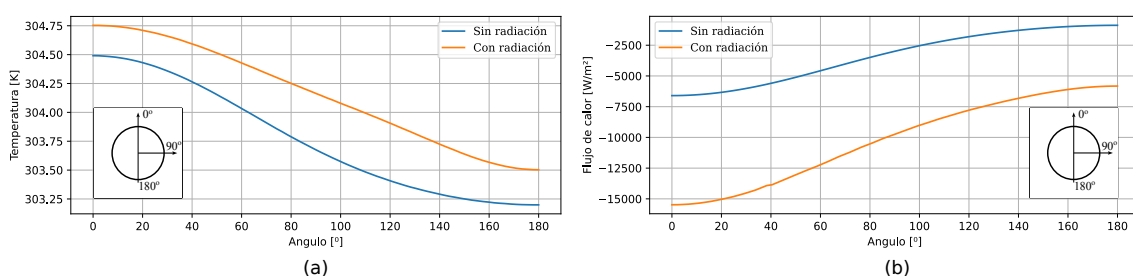


Figura 10: (a) temperatura y (b) flujo de calor por metro de longitud del tubo, sobre la pared del obstáculo.

sobre la mitad derecha del obstáculo, para un caso simulado con convección natural pura y para un caso que incorpora la radiación sobre las paredes de la cavidad y el obstáculo. Se puede observar que, al contemplar los efectos de la radiación, aumenta levemente la temperatura sobre la pared del obstáculo central y se incrementa significativamente el flujo de calor a través del mismo. El flujo de calor total sobre el tubo (por metro de longitud del mismo) es de $3386,92 \text{ W/m}^2$ en el caso sin efectos de radiación y de $10239,12 \text{ W/m}^2$ en el caso que contempla la radiación. Además, se identifica que en la zona superior del obstáculo se produce el mayor intercambio térmico hacia el tubo, ya que recibe el aire a mayor temperatura proveniente de las cercanías de la pared superior así como también un mayor flujo de calor producto de la radiación emitida por la pared superior a una mayor temperatura que las paredes restantes.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se validó el código computacional ya implementado en OpenFOAM® a través del análisis de la convección natural pura y la convección natural con radiación. Se logró un buen acuerdo de los resultados con los trabajos de referencia para un rango del número de Rayleigh desde $Ra = 10^4$ hasta un $Ra = 10^5$.

A partir de la validación, se confeccionó una simulación con una geometría sencilla más cercana a la geometría de un colector solar, pudiendo analizar la evolución de las variables de interés alrededor de un tubo. Este proceso resulta fundamental para el estudio de la eficiencia térmica del equipo y el análisis de posible mejoras en estos dispositivos en auge.

En concreto, se logró dar el primer paso hacia la obtención de un código computacional validado y una metodología adecuada capaz de realizar futuras simulaciones de colectores solares.

AGRADECIMIENTOS

Queremos reconocer el apoyo de ASACTEI a través del proyecto PEIC I+D 2022-139, que fue la principal vía de financiamiento del presente artículo, junto con la UNR por medio del proyecto 80020220600038UR. También agradecemos el rol del CONICET y la UNR al facilitarnos la infraestructura y el lugar de trabajo para realizar nuestras tareas de investigación.

REFERENCIAS

- Ampofo F. y Karayiannis T. Experimental benchmark data for turbulent natural convection in an air filled square cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46(19):3551–3572, 2003.
- Barakos G., Mitsoulis E., y Assimacopoulos D. Natural convection flow in a square cavity revisited: laminar and turbulent models with wall functions. *International journal for numerical methods in fluids*, 18(7):695–719, 1994.
- Basak T., Roy S., Paul T., y Pop I. Natural convection in a square cavity filled with a porous medium: effects of various thermal boundary conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49(7-8):1430–1441, 2006.
- Corzo S.F., Damián S.M., Ramajo D., y Nigro N.M. Numerical simulation of natural convection phenomena. *Mecánica Computacional*, 30(4):277–296, 2011.
- De Vahl Davis G. Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution. *International Journal for numerical methods in fluids*, 3(3):249–264, 1983.
- Dixit H. y Babu V. Simulation of high rayleigh number natural convection in a square cavity using the lattice boltzmann method. *International journal of heat and mass transfer*, 49(3-4):727–739, 2006.
- Duffie J.A., Beckman W.A., y Blair N. *Solar engineering of thermal processes, photovoltaics and wind*. John Wiley & Sons, 2020.
- Eslamian M., Ahmed M., El-Dosoky M., y Saghir M. Effect of thermophoresis on natural convection in a rayleigh–benard cell filled with a nanofluid. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 81:142–156, 2015.
- Gad M.A. y Balaji C. Effect of surface radiation on rbc in cavities heated from below. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 37(10):1459–1464, 2010.
- Giwa S., Sharifpur M., Ahmadi M., y Meyer J. A review of magnetic field influence on natural convection heat transfer performance of nanofluids in square cavities. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 145:2581–2623, 2021.
- Henkes R., Van Der Vlugt F., y Hoogendoorn C. Natural-convection flow in a square cavity calculated with low-reynolds-number turbulence models. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 34(2):377–388, 1991.
- Howell John R., Siegel R., y Mengüç Pinar M. *Thermal Radiation Heat Transfer*. Taylor & Francis, 2010.
- Modest Michael F. *Radiative Heat Transfer*. Academic Press, London, 2003.
- Patterson J. y Imberger J. Unsteady natural convection in a rectangular cavity. *Journal of Fluid Mechanics*, 100(1):65–86, 1980.
- Salat J., Xin S., Joubert P., Sargent A., Penot F., y Le Quere P. Experimental and numerical investigation of turbulent natural convection in a large air-filled cavity. *International journal of heat and fluid flow*, 25(5):824–832, 2004.
- Venier C., Dari E., y Teruel F. Numerical implementation and performance of macroscopic models for natural convection in square cavities with porous inserts. *Mecánica Computacional*, 32(39):3279–3294, 2013.